

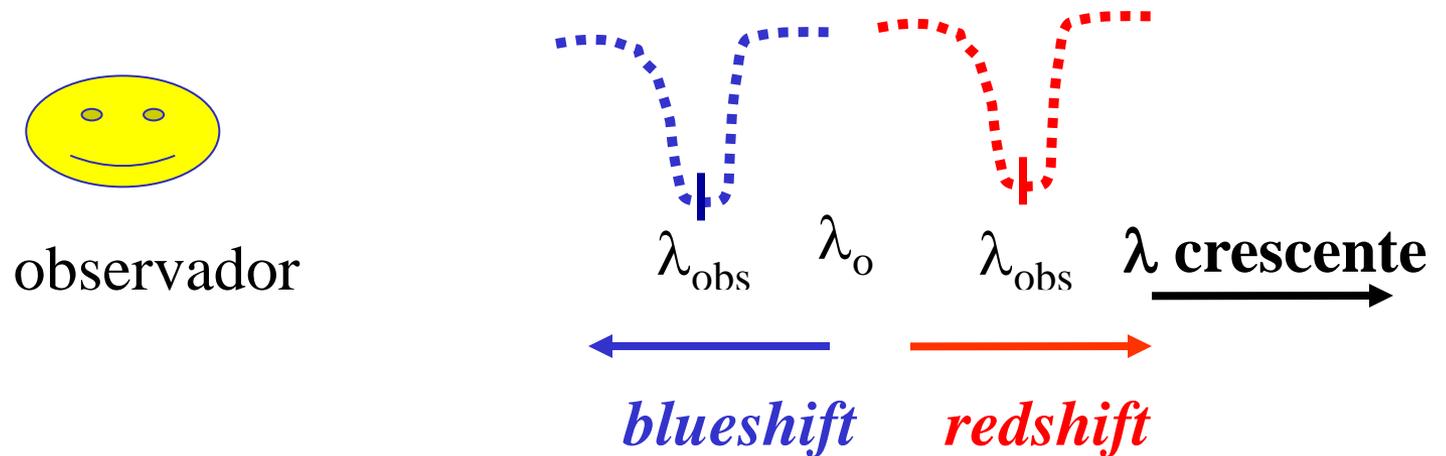
LEI DE HUBBLE

A deep field image of the universe, showing a vast field of galaxies and stars. The text "LEI DE HUBBLE" is overlaid in the center. A bright star is visible in the lower center, with a crosshair pattern around it.

- O espectro medido da maior parte das galáxias, em todas as direções no céu, apresenta linhas com deslocamento para λ s maiores em relação ao λ em repouso (*REDSHIFT*).

- Efeito observado em grandes escalas (distâncias)

**Uma linha qualquer do espectro medido:
comprimento de onda medido menor (fonte se aproxima) ou maior (fonte se afasta) do que o
comprimento de onda de laboratório (repouso)**



$$\frac{\lambda_{obs} - \lambda_v}{\lambda_v} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$$

z é chamado de *redshift*

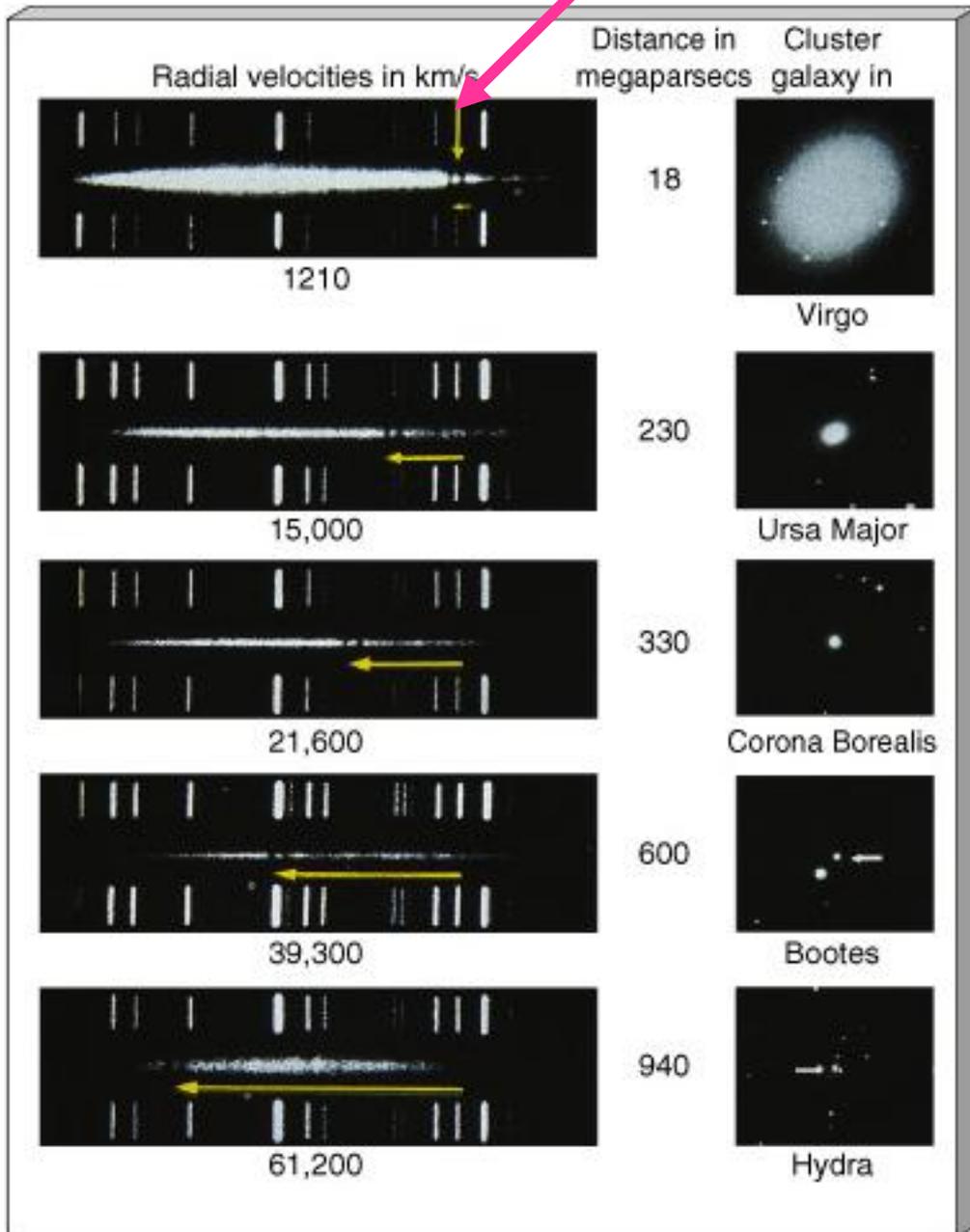
$$z \equiv \frac{\lambda_{obs} - \lambda_V}{\lambda_V} = \frac{v}{c}$$

Se a velocidade for próxima a da luz, z não pode ser calculado pela fórmula acima!!

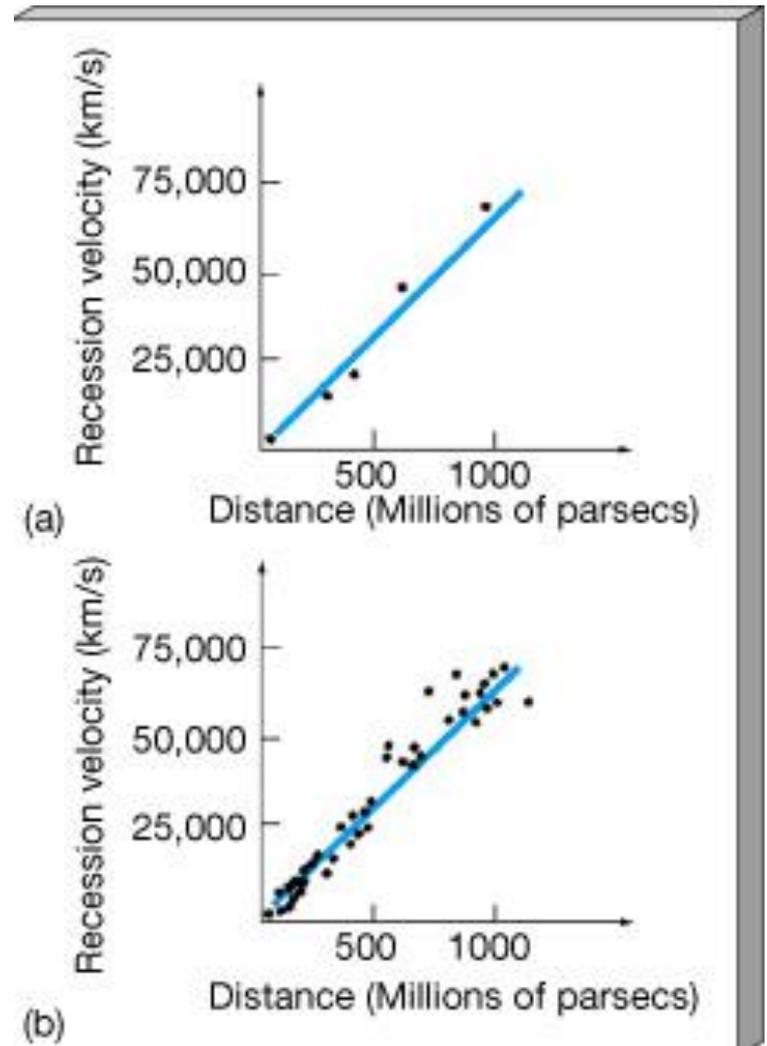
Fórmula da relatividade restrita:

$$1 + z = \frac{1 + \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

linhas de absorção



Através do redshift mede-se v em diagramas de Hubble:



**A taxa na qual alguma galáxia se afasta é \propto à distância
≡ lei de Hubble**

$$\text{vel. de recessão} = H_0 \times \text{distância}$$

Constante de Hubble

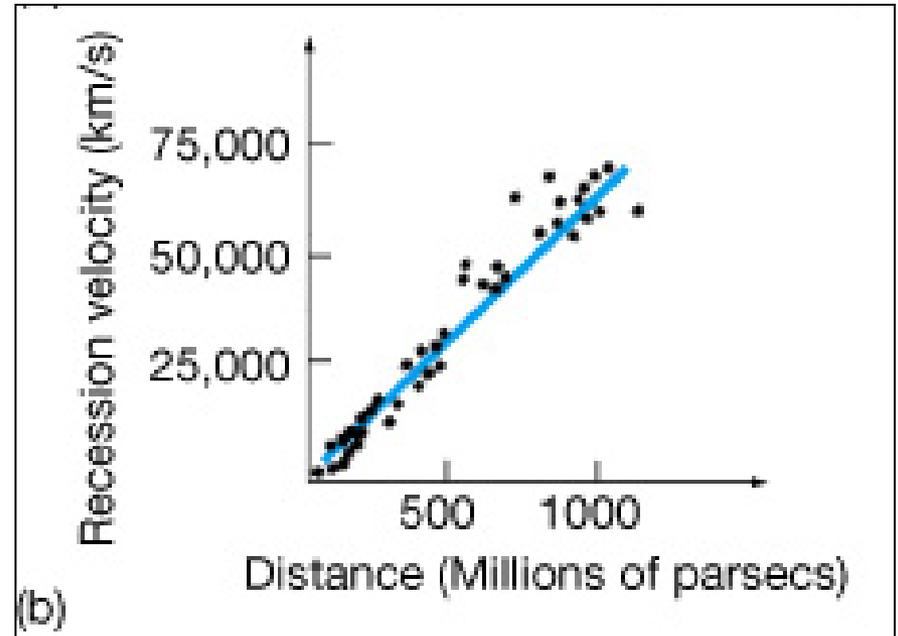
$$H_0 = 65h \text{ km/s/Mpc} \quad \rightarrow$$

**h entre 0.5 e 1 \Rightarrow reflete a incerteza
na declividade da relação**

**incerteza estimada levando-se
em conta todos os métodos de
determinação de distância**

LEI DE HUBBLE:
Velocidade de recessão = $H_0 \times$ distância

lei empírica:
relação encontrada
através das observações

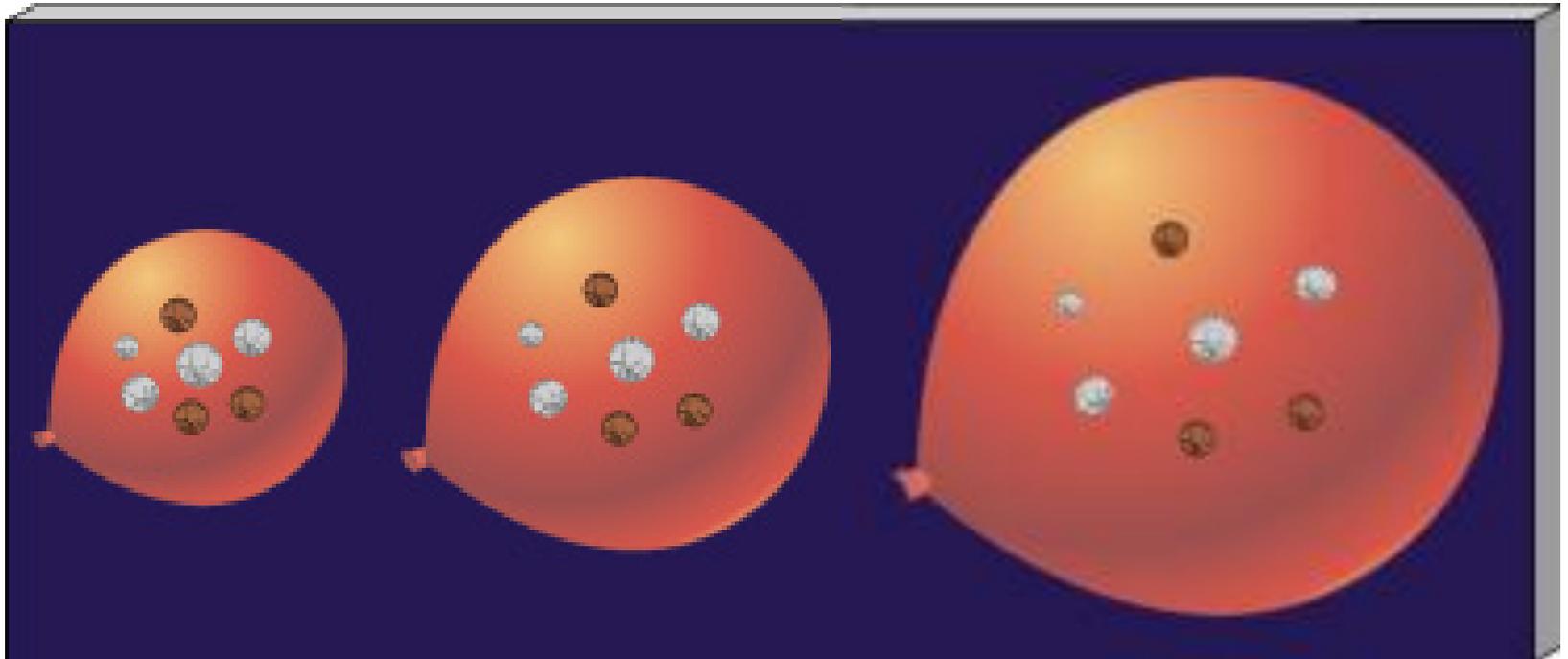


Conseqüência da lei de Hubble

universo não é estático e sim dinâmico

UNIVERSO ESTÁ EM EXPANSÃO

**Visualização da expansão do universo:
superfície do balão = visão bidimensional do universo
moedas = galáxias**



Atenção: como o próprio exemplo mostra, as galáxias não estão se expandindo internamente! As estrelas de cada uma delas estão ligadas pelas suas próprias forças internas (assim como estrelas, planetas, pessoas, átomos).

O REDSHIFT COSMOLÓGICO REINTERPRETADO

~~deslocamento
doppler~~

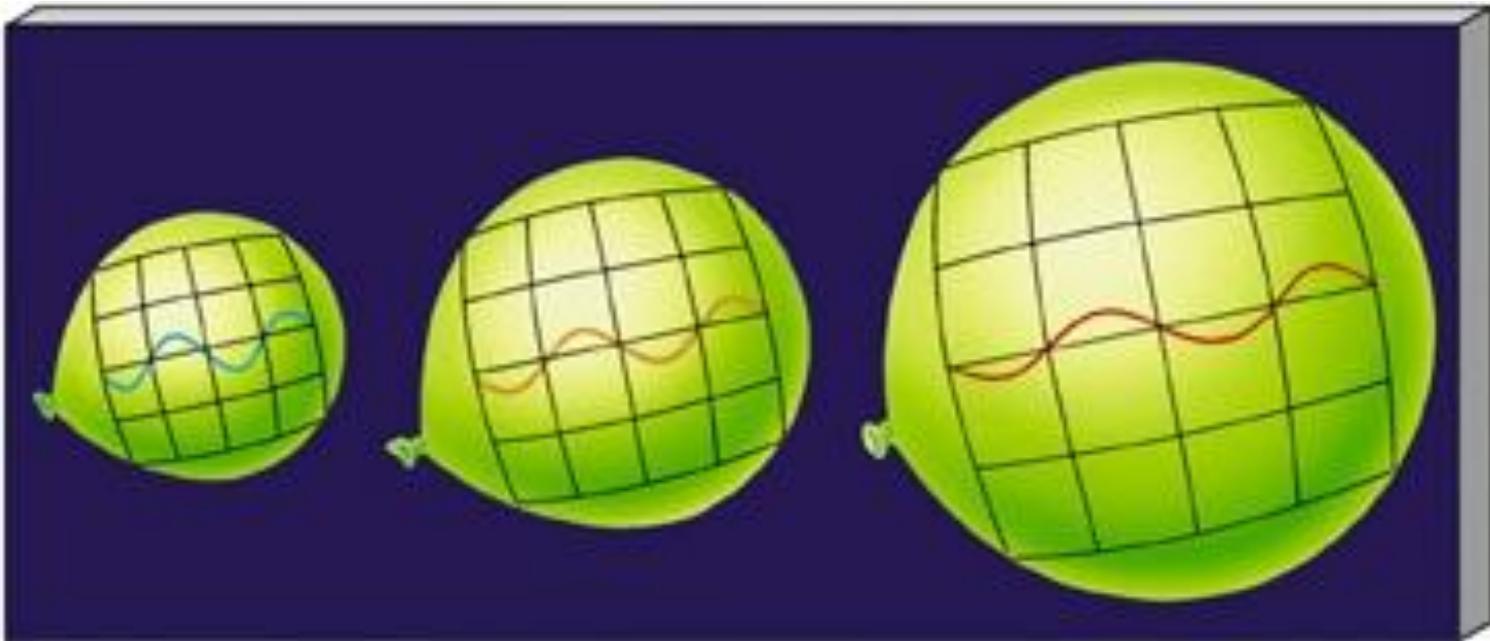
**Conceitualmente incorreto
falar em velocidade de
recessão de galáxias
apesar de se usar
frequentemente este
termo...**

**Galáxias se movem COM o universo e não
em relação ao mesmo**

**Redshift cosmológico -> é a mudança de
tamanho do universo (não relacionado com
velocidade!)**

Mas o que acontece com a luz então? Por que o aumento de comprimento de onda (redshift)?

Visão do que acontece com o fóton: o comprimento de onda também se expande



Na verdade o redshift de um fóton mede o quanto universo se expandiu desde que o fóton foi emitido!!!!

Exemplo: o redshift medido de um quasar é $z = 5$. Qual era o tamanho do universo na época em que este quasar emitiu a luz?

Expressão dada pela cosmologia relativística:

$$1+z = \frac{R_{\text{atual}}}{R}$$

$$R = \frac{R_{\text{atual}}}{6}$$

universo tinha $\sim 1/6$ do tamanho atual quando o fóton foi emitido.

- distância da galáxia quando a mesma emitiu a luz que observamos??
- distância atual?? (cálculo desta distância dependente do modelo cosmológico...)

Usa-se: **look back time**

ou
redshift

**Há quanto tempo o objeto
emitiu a radiação que
medimos hoje**

Costuma-se usar mais redshift para expressar tempo.

TABLE 25.1 Redshift and Recessional Velocity

REDSHIFT	v/c	PRESENT DISTANCE (Mpc)	LOOK-BACK TIME (10^6 y)	LOOK-BACK TIME (millions of years)
0.000	0.000	0	0	0
0.010	0.010	46	150	149
0.025	0.025	115	374	369
0.050	0.049	228	742	724
0.100	0.095	449	1460	1400
0.200	0.180	873	2850	2600
0.250	0.220	1080	3510	3140
0.500	0.385	2000	6520	5340
0.750	0.508	2790	9090	6930
1.000	0.600	3460	11,300	8100
1.500	0.724	4540	14,800	9680
2.000	0.800	5360	17,500	10,700
3.000	0.882	6540	21,300	11,800
4.000	0.923	7350	24,000	12,400
5.000	0.946	7950	25,900	12,700
6.000	0.960	8430	27,500	13,000
10.00	0.984	9620	31,400	13,400
50.00	0.999	12,130	39,600	13,800
100.0	1.000	12,770	41,600	13,900
∞	1.000	14,330	46,700	13,900

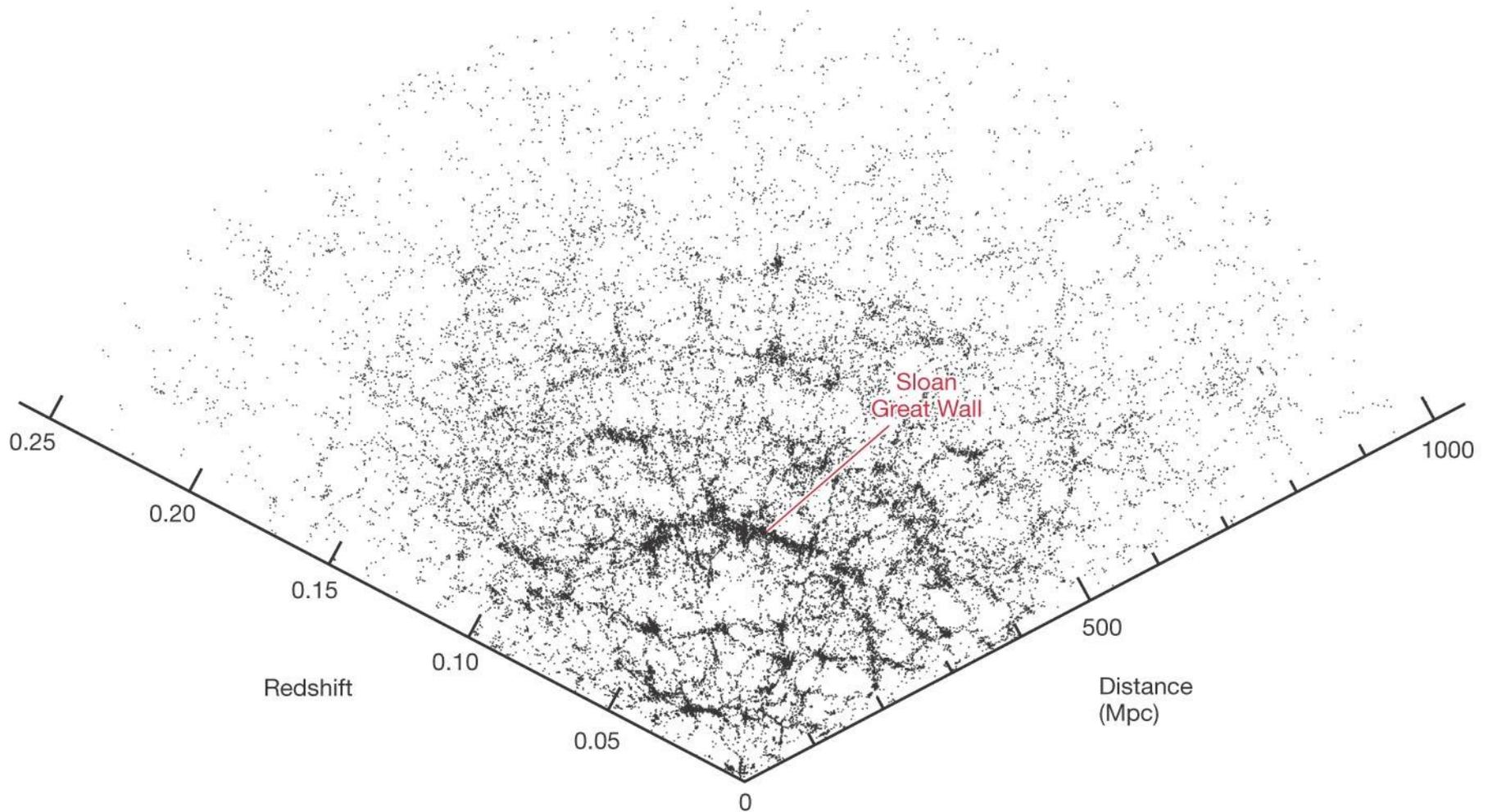
Para velocidades pequenas em relação a da luz:

distância atual(em anos-luz) ~ look-back time

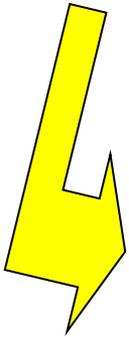
Para velocidades significativas em relação à da luz

Ex.: um objeto cuja luz leva 12.4 bilhões de anos para chegar até nós não está atualmente a uma distância de ~12.4 bilhões de anos-luz e sim de 24 bilhões de anos-luz.

O mapa mostra a maior estrutura conhecida no universo: o Sloan Great Wall. Nenhuma estrutura maior do que 300 Mpc é observada.

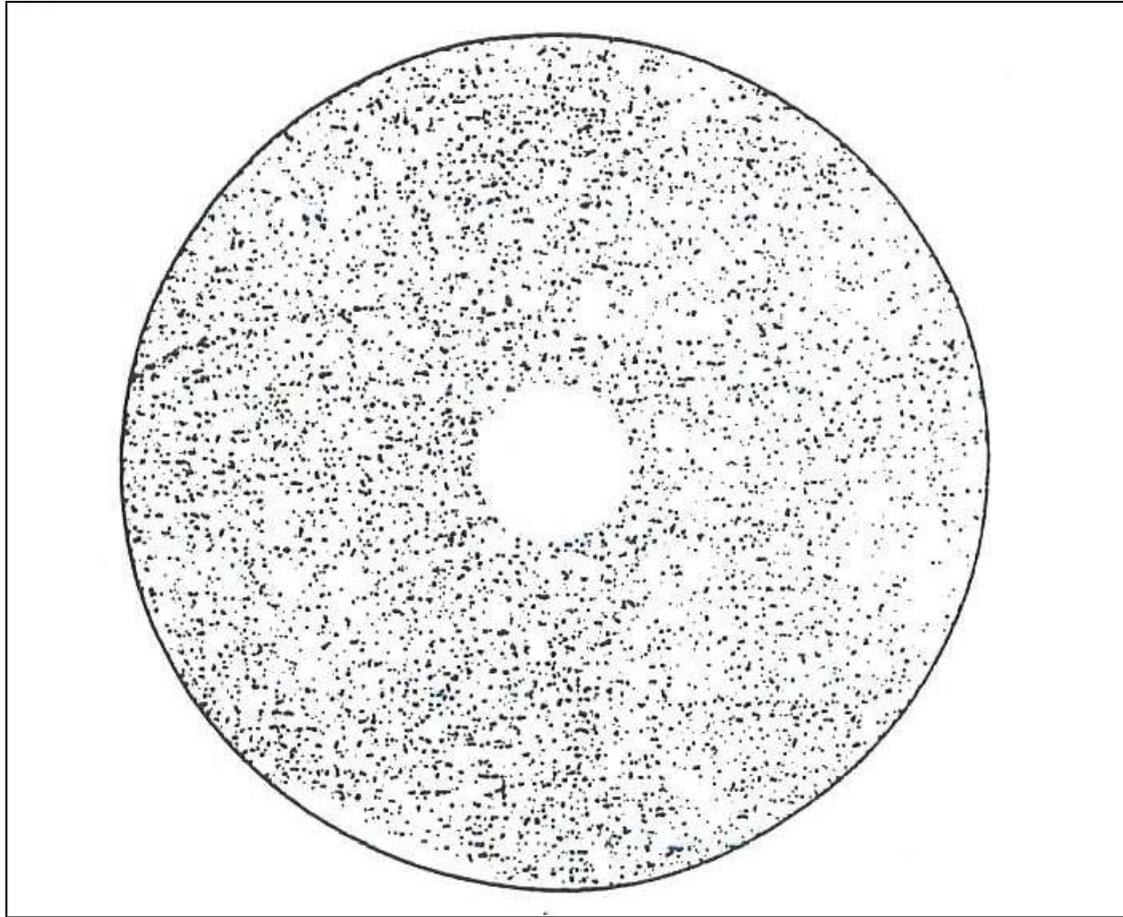


- **Esta distribuição de matéria observada termina em algum lugar???**
- **Há alguma escala em que o Universo pode ser observado sem estruturas ?**



deve-se obter estas respostas para se construir os modelos cosmológicos, pois eles necessariamente pressupõem o conhecimento da distribuição de matéria no universo

Mapa com ~31000 rádio-fontes mais brilhantes no hemisfério N



A maior parte das fontes neste mapa são quasares e galáxias à distâncias $d \sim c/H_0$ (comprimento de Hubble)

Em escalas comparáveis ao comprimento de Hubble a distribuição de galáxias parece ser homogênea

O Universo parece ser homogêneo :

**qualquer cubo de 300 Mpc parece ser igual a
qualquer outro cubo em outra posição em escalas
maiores do que 300 Mpc**

O Universo parece ser isotrópico:

em quaisquer direções tem as mesmas estruturas

O PRINCÍPIO COSMOLÓGICO

- Em escalas suficientemente grandes o Universo é **HOMOGÊNEO** e **ISOTRÓPICO**

Homogêneo:

o mesmo em qualquer posição no universo

Isotrópico:

o mesmo em qualquer direção no universo

Consequências da hipótese do princípio cosmológico

O universo não tem “bordas” \Rightarrow se o universo tivesse um “fim”, isto violaria o princípio da homogeneidade.

O universo não tem centro \Rightarrow ter um centro violaria o princípio da isotropia (o universo não seria o mesmo em posições não centrais).

A LEI DE HUBBLE E O PRINCÍPIO COSMOLÓGICO

Mesmo deduzida do nosso referencial, a lei de Hubble não viola o princípio cosmológico.

Cada observador em cada diferente galáxia vê as outras movendo-se segundo a lei de Hubble com a mesma constante de proporcionalidade H_0 .



IMPLICAÇÕES DA LEI DE HUBBLE

Redshift está relacionado com a distância

A lei de Hubble mostra muito mais do que a simples estimativa de distâncias...

- **Cálculo do TEMPO DE HUBBLE**

Assumindo que a taxa de expansão do universo permaneceu constante no tempo, podemos nos perguntar : quanto tempo levou para que todas as galáxias chegassem às distâncias atuais ??

Usando a lei de Hubble, estimamos este tempo por:

$$tempo = \frac{distância}{velocidade} = \frac{distância}{H_0 \times distância}$$

$$tempo = \frac{1}{H_0}$$

Idade máxima que o universo pode ter.

$$tempo = \frac{1}{H_0}$$

Usando $H_0=65-70$ km/s/Mpc, chega-se a: tempo = 15-14 x 10⁹ anos.

A lei de Hubble implica necessariamente que há ~ 15 bilhões de anos atrás , “todas as galáxias estavam reunidas” num dado ponto (se $v=0$, $d=v/H_0 \Rightarrow d=0$) num dado instante $t=0$.

Este ponto (SINGULARIDADE) expandiu-se num dado tempo, fazendo com que as galáxias adquirissem as velocidades relativas hoje observadas (redshift).

$$tempo = \frac{1}{H_0}$$

O tempo de 15 bilhões de anos pode ser considerado como uma estimativa da idade do universo. Isto implica que calculando-se H_0 através das medidas da velocidade das galáxias (redshifts) pode-se estimar a idade do universo.

Mas há um erro nesta estimativa de idade pois:

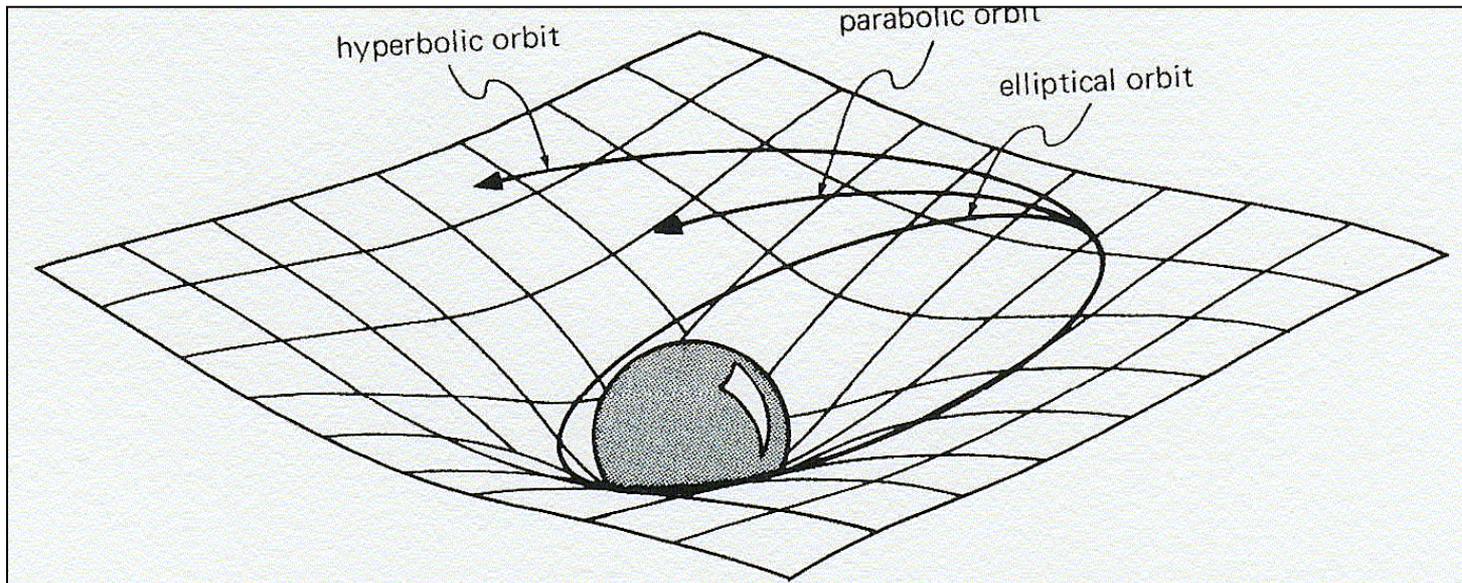
1. Incerteza no valor de H_0 .
2. Assume-se que a velocidade de cada galáxia permaneceu constante no tempo (não houve aceleração ou desaceleração), o que pode não ser verdade...

**Conceito mais importante a ser levado em conta:
A idade do universo é finita \Rightarrow o universo teve um começo**

A GEOMETRIA DO ESPAÇO

Idéias da Teoria da Relatividade Geral!

Não falamos em “intensidade da gravidade” e sim
GEOMETRIA



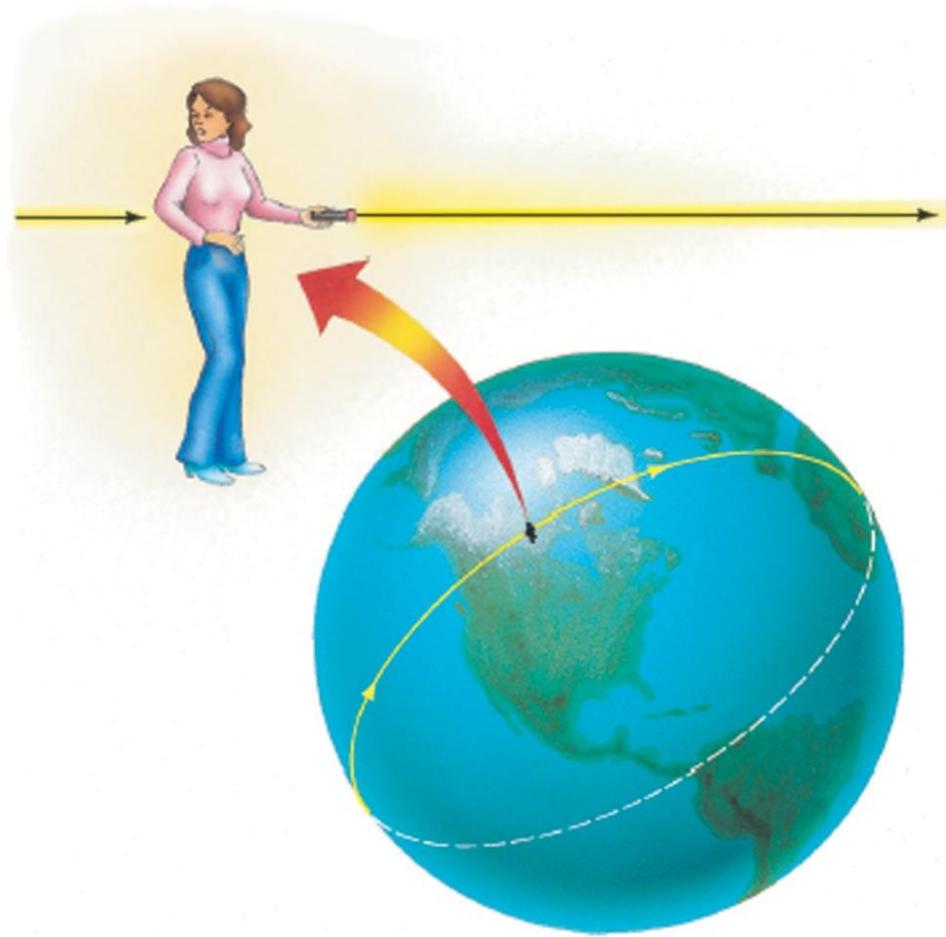
A CURVATURA ou GEOMETRIA do universo é determinada pela densidade total de matéria + energia

PRINCÍPIO COSMOLÓGICO = universo isotrópico e homogêneo \Rightarrow a curvatura deverá ser constante em cada ponto do espaço.

Então terá 3 possibilidades para a geometria do universo

Com $\rho > \rho_c$ o espaço será curvado de forma a se “dobrar sobre ele mesmo”. Universo finito em extensão mas sem “bordas”.

GEOMETRIA ESFÉRICA (RIEMANN)



**Universo fechado :
universo vai colapsar**

**Com $\rho = \rho_c$ o espaço será euclidiano em largas escalas.
Universo infinito em extensão.**

GEOMETRIA PLANA (EUCLIDIANA)

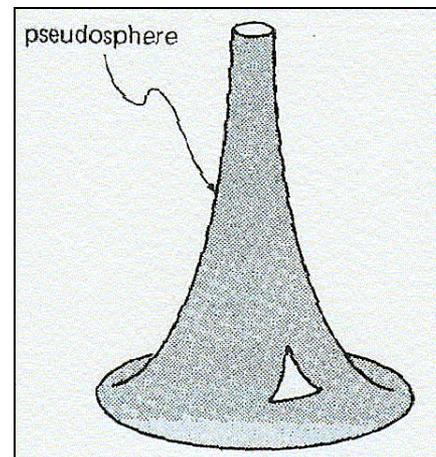
**Universo marginalmente ligado (em
expansão perpétua).**

Com $\rho < \rho_c$ o espaço será curvado tal que se dobra “para baixo” numa direção e “para cima” na outra. Universo infinito em extensão.

GEOMETRIA HIPERBÓLICA (LOBACHEVSKY)



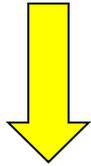
Universo aberto :
se expandirá para sempre



Modelo cosmológico relativístico

Medidas de distâncias dentro de espaços de geometrias diferentes (curvaturas diferentes)

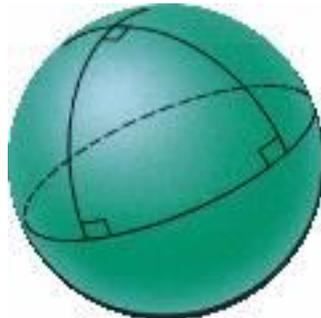
MÉTRICA DE ROBERTSON-WALKER (MRW)



Definição mais completa: distância entre dois eventos num E-T de 4 dimensões definidos pelas coordenadas de tempo e espaço

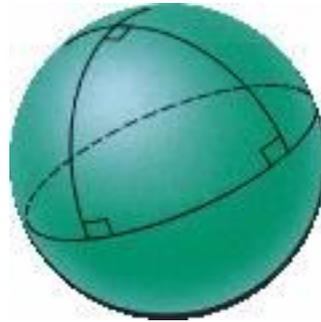
curvatura deve ser constante (princípio cosmológico)

Geometrias possíveis:



MÉTRICA DE ROBERTSON-WALKER (MRW)

Geometrias possíveis:

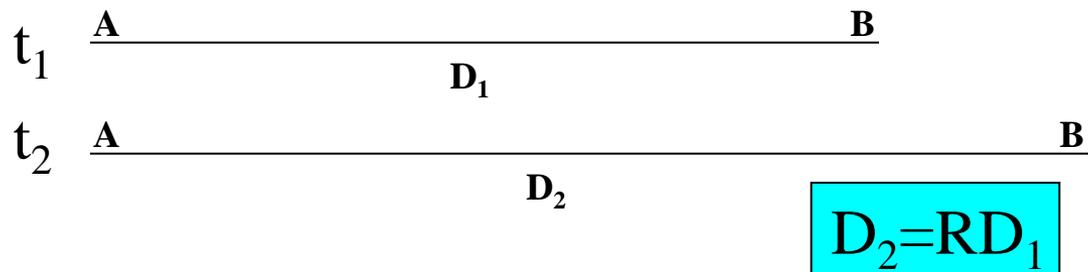


Distribuição de matéria + energia provoca uma curvatura no E-T que é descrita pelas equações de Einstein da relatividade geral

Modelo cosmológico relativístico

Universo está em movimento \Rightarrow num dado tempo o tamanho do universo é diferente

Definição de FATOR DE ESCALA (R) : variação nas escalas (por exemplo, distâncias entre as galáxias) produzidas pela expansão (ou contração) do universo



Suposições:

- universo como um fluido isotrópico e homogêneo : **fluido cosmológico**
- descrição da posição de um objeto no espaço: **coordenadas comóveis**

O fator de escala está associado à lei de Hubble

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \text{considerando:} \quad \frac{\vec{r}}{\vec{r}_1} = \frac{R(t)}{R(t_1)}$$

variação nas escalas produzida pela expansão ou contração do universo

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{\vec{r}_1}{R(t_1)} \frac{dR(t)}{dt} \quad \text{mas} \quad \vec{v} = H\vec{r}$$

$$\text{então:} \quad H\vec{r} = H \frac{R(t)}{R(t_1)} \vec{r}_1 = \frac{\vec{r}_1}{R(t_1)} \frac{dR(t)}{dt}$$

$$H = \frac{1}{R(t)} \frac{dR(t)}{dt} = \frac{\dot{R}}{R}$$

Modelo cosmológico relativístico

EQUAÇÕES DE FRIEDMANN-LEMAÎTRE

Equações de Einstein da TRG + MRW = equações fundamentais que regem a dinâmica do universo

Einstein: distribuição de matéria e energia relacionado com geometria

$$G_{ij} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ij}$$

G_{ij} = tensor de Einstein : descreve a geometria do universo

T_{ij} = tensor energia-momentum: descreve a distribuição de matéria e energia

Distribuição de matéria+energia provoca uma curvatura no E-T que é descrita pelas equações de Einstein

Em cosmologia T_{ij} vai depender de 2 funções: pressão $p(t)$ e densidade $\rho(t)$, onde $p(t)$ é a pressão exercida num fluido cosmológico devido à radiação + movimento peculiar das galáxias

pressão dinâmica



Modelo cosmológico relativístico

EQUAÇÕES DE FRIEDMANN-LEMAÎTRE

Equações de Einstein da TRG + MRW = equações fundamentais que regem a dinâmica do universo

Einstein: distribuição de matéria e energia relacionado com geometria

MRW: distância no E-T em função do fator de escala

$$G_{ij} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ij}$$

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t) \left\{ \frac{d\sigma^2}{1 - k\sigma^2} + \sigma^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right\}$$

$$\frac{8\pi G}{c^2} p(t) = -\frac{kc^2}{R(t)^2} - \frac{\dot{R}(t)^2}{R(t)^2} - 2\frac{\ddot{R}(t)}{R(t)} + \Lambda$$

R= fator de escala
k= curvatura = +1,0,-1

$$\frac{8\pi G}{3} \rho(t) = \frac{kc^2}{R(t)^2} + \frac{\dot{R}(t)^2}{R(t)^2} - \frac{\Lambda}{3}$$

dark energy

Λ → introduzida por Einstein para obter soluções para um universo em equilíbrio

Soluções estáticas ($R=cte$)

Combinando as duas equações:

$$\ddot{R} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho(t) + \frac{3p(t)}{c^2} \right) R(t) + \frac{1}{3} \Lambda R(t)$$

Equação do movimento que vai definir a expansão ou contração do universo

Estas equações nos dão: k (geometria) e R (escalas de distância) do universo, conhecendo-se ρ e p .

Obtemos a equação da evolução do universo $R(t) \times t$ para uma dada geometria

Se $\Lambda=0$ e $p=0 \Rightarrow$

$$\ddot{R} = -\frac{4\pi G}{3}\rho R$$

Vê-se que não existem soluções estáticas para $\Lambda=0$, isto é, $R=\text{cte}...$



por isso Einstein introduziu Λ

Considerando a desaceleração da expansão causada pela gravidade, para $\Lambda=0$ e uma geometria plana $k=0$

$$\frac{8\pi G}{3} \rho(t) = \frac{kc^2}{R^2} + \frac{\dot{R}}{R^2} \Rightarrow \dot{R}^2 = \frac{8\pi G \rho(t)}{3} R^2 \quad (1)$$

Devido à expansão, uma certa quantidade de matéria M , que num instante t_0 ocupava uma esfera de raio $R_0 \Rightarrow$ num instante t vai ocupar uma esfera de raio R

$$\rho(t_0) = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R_0^3} \Rightarrow \frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{R_0}{R} \right)^3$$

Então 1) fica:

$$\dot{R}^2 = \frac{8\pi G \rho_0}{3} \left(\frac{R_0}{R} \right)^3 R^2 \Rightarrow \dot{R} = \sqrt{\frac{8\pi G \rho_0 R_0^3}{3}} R^{-1/2}$$

Integrando:

$$\int_{R_1}^R \sqrt{R} dR = \sqrt{\frac{8\pi G \rho_0 R_0^3}{3}} \int_{t_1}^t dt \Rightarrow$$

$$\frac{2}{3} (R^{2/3} - R_1^{3/2}) = \sqrt{\frac{8\pi G \rho_0 R_0^3}{3}} (t - t_1)$$

Supondo c.i. = big-bang $t_1=0$ $R_1=0$

$$R(t) = (6\pi G \rho_0 R_0^3)^{1/3} t^{2/3}$$

$$\text{Sendo: } H = \frac{\dot{R}}{R}, \text{ então } H = \frac{(6\pi G \rho_0 R_0^3)^{1/2} \frac{2}{3} t^{-1/3}}{(6\pi G \rho_0 R_0^3)^{1/3} t^{2/3}} = \frac{2}{3t}$$