

Prova de Introdução à Cosmologia

Ronaldo E. de Souza

Dezembro 14, 2004

Responda a apenas 10 itens das seguintes 5 questões .

1. Suponha um modelo em que a matéria seja a contribuição dominante para a dinâmica do Universo.

A. Mostre que a densidade de massa deve variar com o fator de escala segundo a relação

$$\rho R^3 = \rho_0$$

onde ρ_0 é a densidade atual de massa.

B. Supondo que vivemos em um Universo plano, ou seja $\rho_0 = 9.21 \times 10^{-30} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ para $h = 0.7$, estime qual deveria ser a densidade de massa na era da recombinação quando $z = 1360$.

C. Como se compara esta densidade com a densidade de massa da nossa Galáxia ? ($M_{gal} = 10^{11} M_{\odot}$, $d = 30 \text{ Kpc}$)

D. Como podemos entender que nesta época as galáxias ainda não estavam formadas se a densidade era muito superior à densidade das atuais galáxias?

2. No contexto da era da radiação $\rho_r \gg \rho_m$ responda às seguintes questões :

A. Mostre que densidade total deve ser dada aproximadamente por,

$$\rho_r = \frac{3}{32\pi G t^2} = \frac{4.4723 \times 10^5}{t^2} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

B. Durante a fase da nucleossíntese primordial, $t \simeq 200$ s, qual era a densidade?

C. Como se compara esta densidade com a densidade solar média? ($M_\odot = 2 \times 10^{33}$ g, $r = 7 \times 10^{10}$ cm)

D. Por que razão o Sol não estava formado nesta época?

3. No contexto do modelo plano responda às seguintes questões:

A. Mostre que a dimensão angular de uma fonte comóvel de dimensão D é dada por

$$\theta = \frac{1+z}{1-(1+z)^{-1/2}} \frac{H_0 D}{2c}, \quad \Omega_0 = 1$$

B. Mostre que no Universo local, $z \simeq 0$, esta fórmula se reduz à aproximação euclidiana $\theta = D/d$, sendo $d = H_0/V$ a distância dada pela lei de Hubble.

C. Mostre que para redshifts mais elevados a dimensão angular passa por um valor mínimo quando $z = 5/4$ em cujo caso $\theta = 3.375 H_0 D/c$.

D. Qual é a sua interpretação deste valor mínimo?

4. Durante a época em que ocorreu a inflação

A. mostre que a expansão era determinada pela equação

$$\ddot{R} = -\frac{4\pi}{3} G \frac{\varepsilon_{fv} + 3p_{fv}}{c^2} R = \frac{8\pi G \varepsilon_{fv}}{3c^2} R$$

B. Supondo que a energia do falso vácuo era $\varepsilon_{fv} = 10^{95}$ erg \cdot cm⁻³ mostre que a solução da equação anterior é

$$R = R_i \exp t/\tau_i.$$

sendo $\tau_i = 10^{-34}$ s

C. Supondo que a expansão durou cerca de 10^{-32} s estime o fator de expansão durante o processo inflacionário.

D. Estime a dimensão do horizonte causal no início da inflação ($t_i = 10^{-34}$ s, e estime a dimensão do horizonte causal no final do processo.)