

# Prova de Introdução à Cosmologia

Ronaldo E. de Souza

Novembro 16, 2004

1. Considere o efeito da deflexão da luz, utilizando o princípio da equivalência em um evador acelerado, conforme ilustrado na figura 1.

A. Mostre pela construção geométrica apresentada que  $l \simeq \mathcal{R}\phi$  e que  $\mathcal{R} \simeq c^2/g$ . Explícite claramente as aproximações necessárias para obter esta expressão.

B. Utilize a expressão da deflexão da luz na relatividade geral

$$\Delta\phi = 4\frac{GM}{c^2b}$$

e estime a deflexão que deveria ser observada no caso do Sol.

C. Suponha que uma estrela anã branca fria, e portanto invisível, com massa igual à  $1 M_{\odot}$  e raio igual a 7000 Km, passe na frente de uma estrela de fundo. Qual seria a amplitude deste efeito? Como ele poderia ser detectado?

D. Um efeito semelhante ocorre quando a radiação cosmológica de fundo atravessa o poço de potencial dos aglomerados de galáxias, com massa da ordem de  $10^{14} M_{\odot}$  e dimensão comóvel da ordem de 2 Mpc. Qual seria a amplitude do efeito neste caso? Você seria capaz de antecipar o efeito coletivo que estas deflexões teriam na distribuição do fundo de radiação primordial?

2. Com os últimos resultados do WMAP acredita-se que  $|\Omega_0 - 1| < 0.04$  e  $H_0 = 72 \text{ Km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$ . Nesta circunstância estime o valor mínimo permitido para o raio de curvatura atual do Universo.

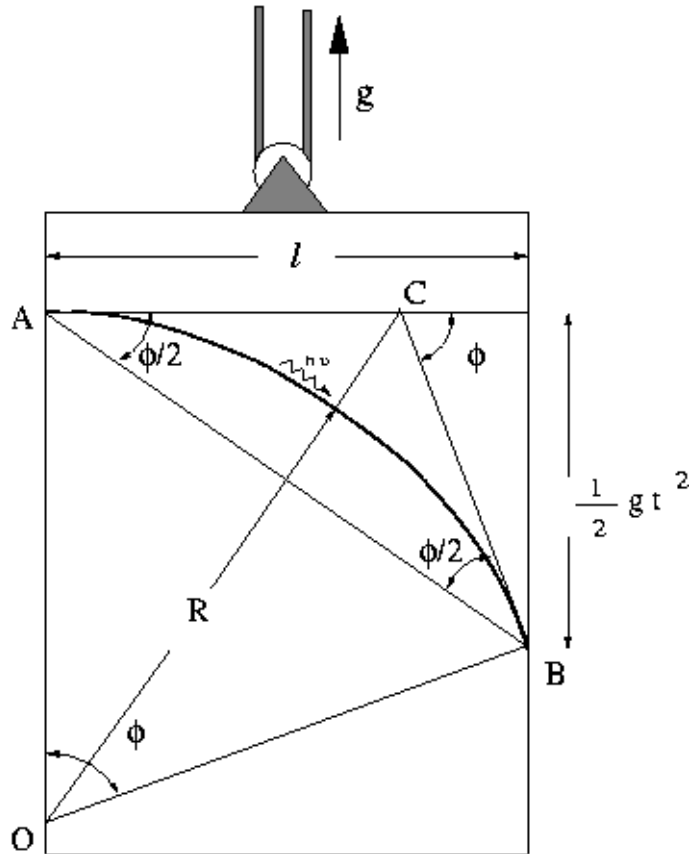


Fig 1: Efeito de curvatura de um raio de luz que de acordo com o princípio da equivalência seria percebido por um observador no interior de um elevador acelerado.

3. No caso do modelo plano, favorecido pelas observações do WMAP, a distância comóvel de um objeto com redshift  $z$  é dado por

$$r_*(z) = \frac{2c}{H_0}(1 - (1+z)^{-1/2}), \quad \Omega_0 = 1$$

A. Utilize o teorema da expansão binomial  $((1+x)^a \simeq 1 + ax + a(a-1)/2x^2 + \dots, \text{ para } x \ll 1)$ , para mostrar que de acordo com a relatividade geral a lei de Hubble no Universo local deveria ser alterada para

$$d \simeq \frac{V}{H_0}(1 - \frac{3}{4}z + \dots)$$

sendo  $V = cz$ .

B. No caso de uma galáxia cujo redshift observado é  $z = 0.1$  qual seria a distância comóvel correta, prevista pelo modelo plano, e o resultado desta aproximação ?

C. Para qual redshift a diferença entre estas duas aproximações difere por 10%? Como voce interpretaria esta distinção entre o modelo plano e a aproximação da lei de Hubble?

4. Refaça a questão anterior utilizando agora a distância percorrida pelo fóton no modelo plano

$$l(z) = c(t_0 - t_e) = \frac{2}{3} \frac{c}{H_0} (1 - (1+z)^{-3/2})$$

- A. Mostre que neste caso

$$d \simeq \frac{V}{H_0} (1 - \frac{5}{4}z + \dots)$$

- B. Explique os motivos para esta diferença entre os dois resultados.