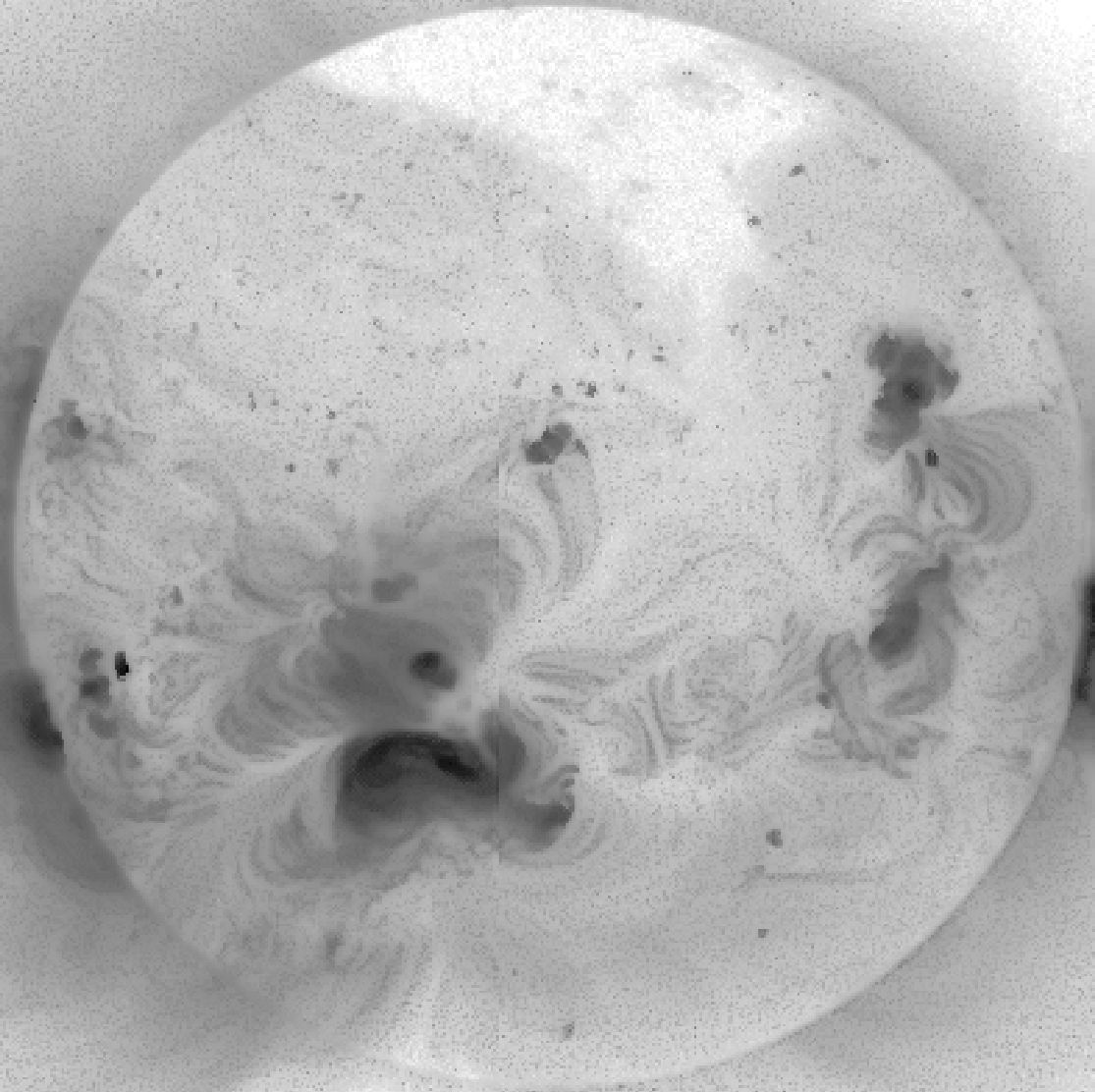


Astronomia do Sistema Solar
AGA292

Sol

Exercícios

Parte IV

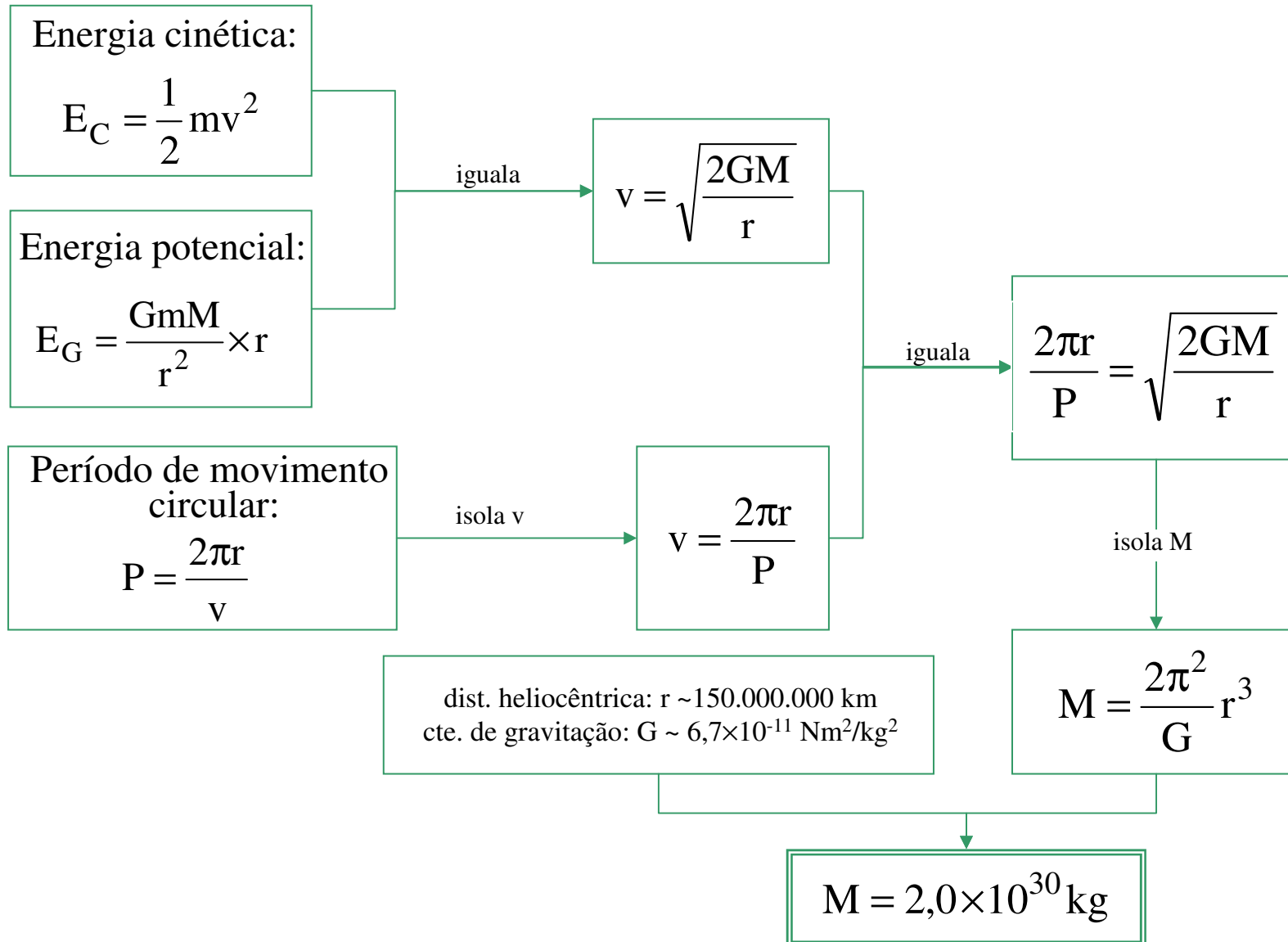


Yohkoh - NASA and ISAS.

Enos Picazzio
IAGUSP

Calculando a massa do Sol

Admitindo a órbita da Terra circular.



Calculando a temperatura efetiva do Sol, a partir da sua luminosidade (L_s) e do seu raio (R_s)

Fluxo bolométrico:

$$F = \sigma T_{\text{ef}}^4$$

Relação entre fluxo e luminosidade:

$$F_s = \frac{L_s}{A_s} = \frac{L_s}{4\pi R_s^2}$$

Obtendo a luminosidade:

$$L_s = 4\pi R_s^2 \sigma T_{\text{ef}}^4$$

Obtendo a temperatura:

$$T_{\text{ef}} = \left(\frac{L_s}{4\pi R_s^2 \sigma} \right)^{1/4}$$

$$T_{\text{ef}} = 5800 \text{ K}$$

$$\begin{aligned} L_s &= 3,91 \times 10^{33} \text{ erg/s} \\ R_s &= 6,96 \times 10^{10} \text{ cm} \\ \sigma &= 5,67 \times 10^{-5} \text{ erg/cm}^2 \text{ s K}^4 \end{aligned}$$

Calculando o comprimento de onda de máxima emissão solar, admitindo que sua fotosfera esteja na temperatura calculada anteriormente.

Lei de Wien:

$$\lambda_m T = 0,2898 \text{ cgs}$$

$$T = 5800 \text{ K}$$

$$\lambda_m = 5,084 \times 10^{-5} \text{ cm}$$

$$1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ cm}$$

$$\lambda_m = 5084 \text{ \AA}$$

Encontrando a intensidade bolométrica do disco solar

Intensidade monocromática de corpo negro:

$$B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}$$

ou

$$B_{\lambda}(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc/\lambda kT) - 1}$$

[energia/área × tempo × âng sólido × frequência]

O fluxo bolométrico emergente:

$$F = \pi \int_0^{\infty} B_{\nu}(T) d\nu = \sigma T^4$$

Portanto a intensidade bolométrica é:

$$\int_0^{\infty} B_{\nu}(T) d\nu = \frac{1}{\pi} \sigma T^4$$

[energia/área.tempo.âng sólido]

$$I_o = 1,9 \times 10^{10} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ strd}^{-1}$$

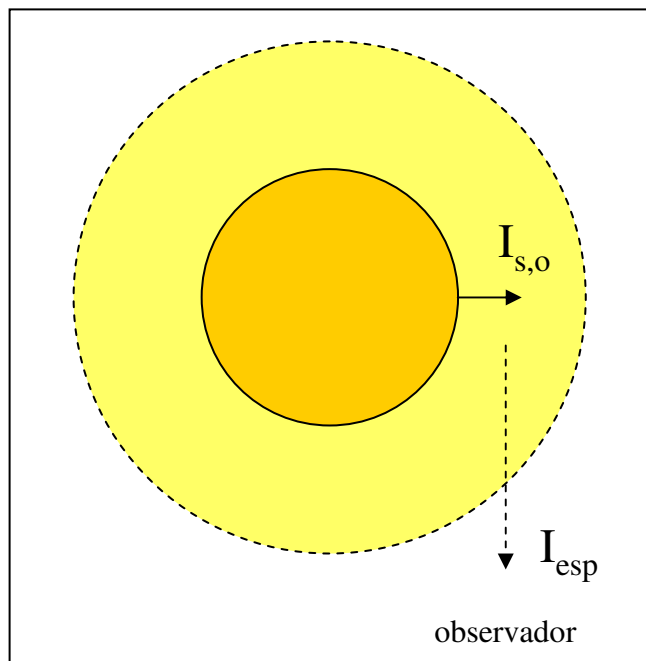
$$T = 5800 \text{ K}$$

$$\sigma = 5,67 \times 10^{-5} \text{ erg/cm}^2 \text{ s K}^4$$

Calculando a densidade eletrônica coronal a partir de um eclipse total

Informações adicionais:

- A intensidade da coroa na luz branca é cerca de 10^{-6} vezes a intensidade do disco.
- A secção eficaz do espalhamento Thomson (espalhamento por elétrons) é: $\sigma_e = 6,65 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$
- Supondo a espessura da coroa igual a 1 raio solar



$$I_{\text{esp}} = I_s \frac{\Omega_s}{4\pi} N_e \sigma_e R_s \cong I_s \frac{1}{4} N_e \sigma_e R_s$$

$$\frac{I_{\text{esp}}}{I_s} = 10^{-6}$$

$$R_s = 6,96 \times 10^{10} \text{ cm}$$

$$\sigma = 5,67 \times 10^{-5} \text{ erg/cm}^2 \text{ s K}^4$$

Isolando N_e

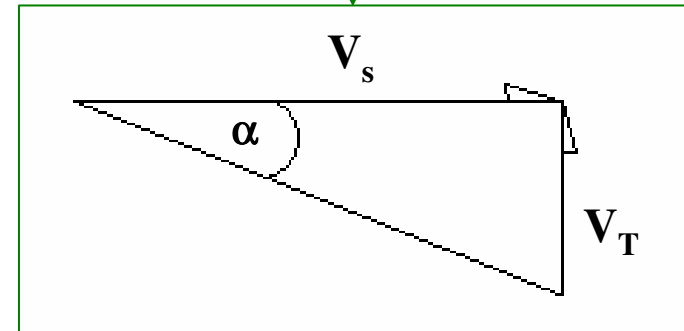
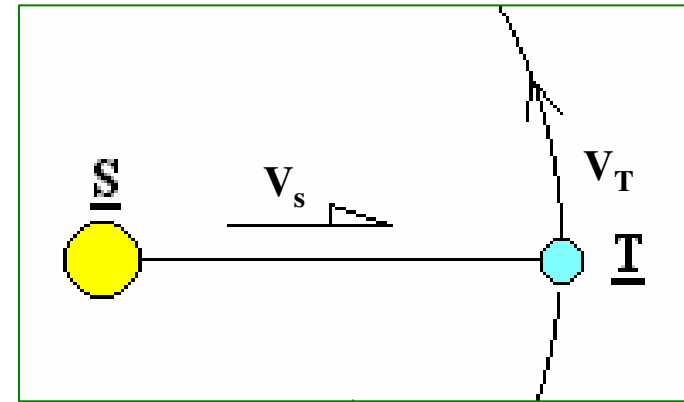
$$N_e = \frac{I_{\text{esp}}}{I_s} \frac{4}{\sigma_e R_s}$$

$$N_e = 9 \times 10^7 \text{ cm}^{-3}$$

Calculando o ângulo de aberração do vento solar observado da Terra

Dados:

- Aberração – desvio angular aparente na direção do observador, provocado pela composição de velocidades;
- Velocidade do vento solar (V_s) = 400 km/s
- Velocidade orbital média da Terra (V_T) = 29,8 km/s



$$\alpha = \arctan\left(\frac{V_s}{V_T}\right) \approx 4^{\circ},26$$

Obtendo a expressão, em coordenadas polares, das espirais de Arquimedes que delineiam as linhas de campo magnético do vento solar

Variáveis em coordenadas polares: ρ e θ

Definindo:

$$\rho = V_r \times t$$

$$\theta = \dot{\theta} \times t$$

isolando T

$$\rho(\theta) = V_R (\theta/\dot{\theta})$$

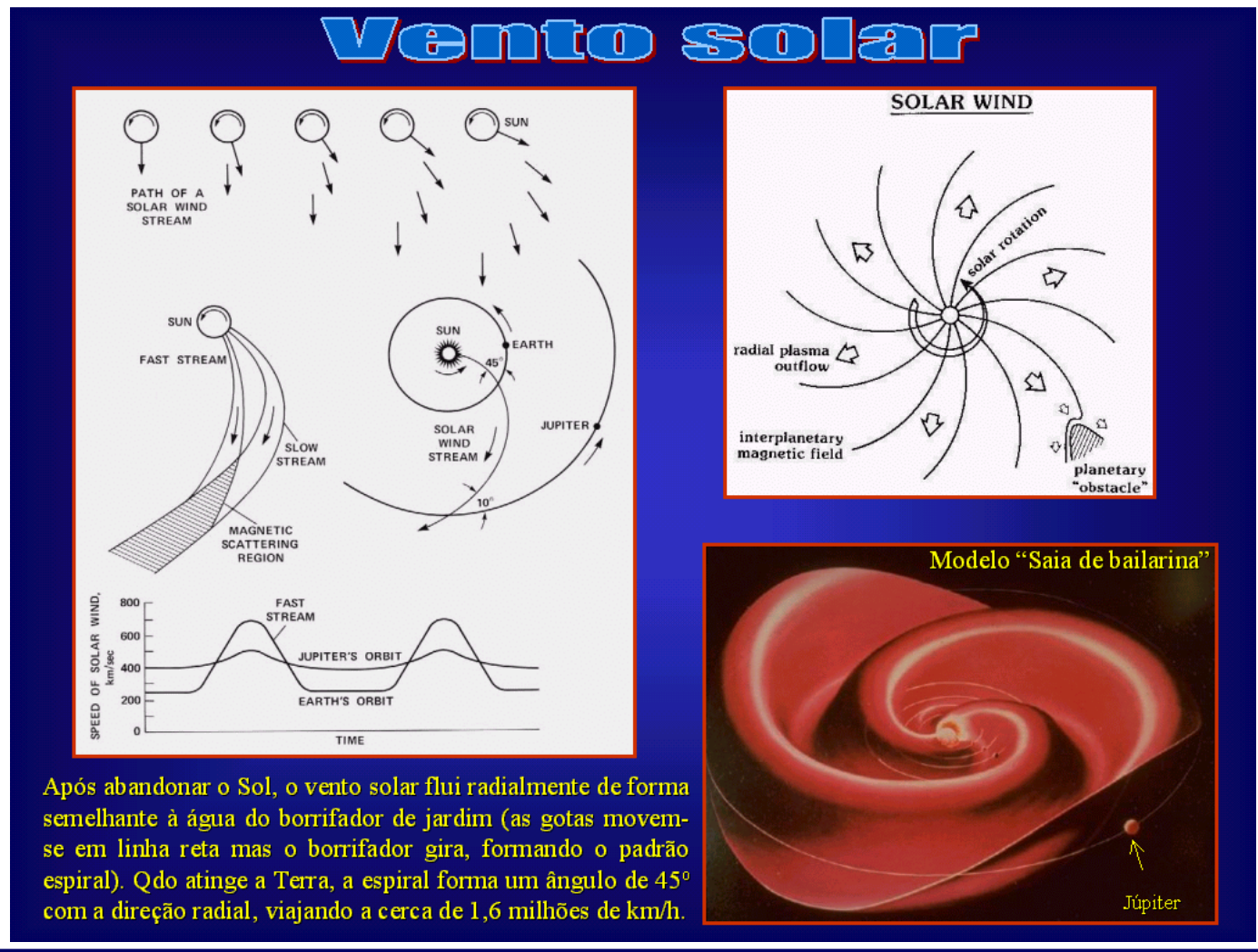
ρ – distância radial

V_r – velocidade radial

t – tempo

θ – ângulo

$\dot{\theta}$ – velocidade angular



Calculando a perda relativa de massa (massas solares / ano) devida ao vento solar

Consideremos que a 1 UA, a densidade de prótons seja 10 prótons/cc, e a velocidade do vento seja 400 km/s.

Perda de massa: quantidade de matéria que escapa do Sol, por unidade de tempo.

Lembrando: o vento solar é composto de núcleos de hidrogênio (o mais abundante), hélio e elementos mais pesados.

Sendo: n_p é a densidade de prótons $[L^{-3}]$,
 m_p é a massa o próton $[M]$,
 V_{vs} é a velocidade do vento solar $[LT^{-1}]$,
 $4\pi r^2$ é a área total do Sol $[L^2]$,

a perda de massa pode ser dada por:

$$\frac{dM}{dt} = n_p \times m_p \times V_{vs} \times 4\pi r^2$$

$$\begin{aligned} n_p &= 10 \text{ cm}^{-3} \\ m_p &= 1,67 \times 10^{-24} \text{ g} \\ V_v &= 400 \text{ km s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\dot{M} \sim 6 \times 10^{19} \text{ g/ano}$$

$$\dot{M} \sim 3 \times 10^{-14} M_s/\text{ano}$$

$$M_s = 1,99 \times 10^{33} \text{ g}$$

Calculando a energia (em unidade de luminosidade solar) associada ao vento solar

Sendo:	n_p é a densidade de prótons	(10 cm^{-3}) ,
	m_p é a massa o próton	$(1,67 \times 10^{-24} \text{ g})$,
	V_{vs} é a velocidade do vento solar	(400 km s^{-1}) ,
	$4\pi R_s^2$ é a área total do Sol,	
	T é a temperatura do vento, longe do Sol	$(3 \times 10^5 \text{ K})$,
	G é a cte de gravitação	$(6,67 \times 10^{-8} \text{ cgs})$,
	M_s é a massa do Sol	$(1,99 \times 10^{33} \text{ g})$,
	R_s é o raio do Sol	$(6,96 \times 10^{10} \text{ cm})$.

Podemos equacionar a luminosidade do vento:

luminosidade = fluxo $\times$ [en. térmica + en. cinética + en. potencial]

$$L_V = \underbrace{n_p \times V_v \times 4\pi R_s^2}_{1,13 \times 10^{16}} \left[\underbrace{3kT}_{1,24 \times 10^{-10}} + \underbrace{\frac{m_p V_v^2}{2}}_{1,34 \times 10^{-9}} + \underbrace{\frac{GM_s}{R_s} m_p}_{3,18 \times 10^{-1}} \right]$$

$$k = 1,38 \times 10^{-16} \text{ erg K}^{-1}$$

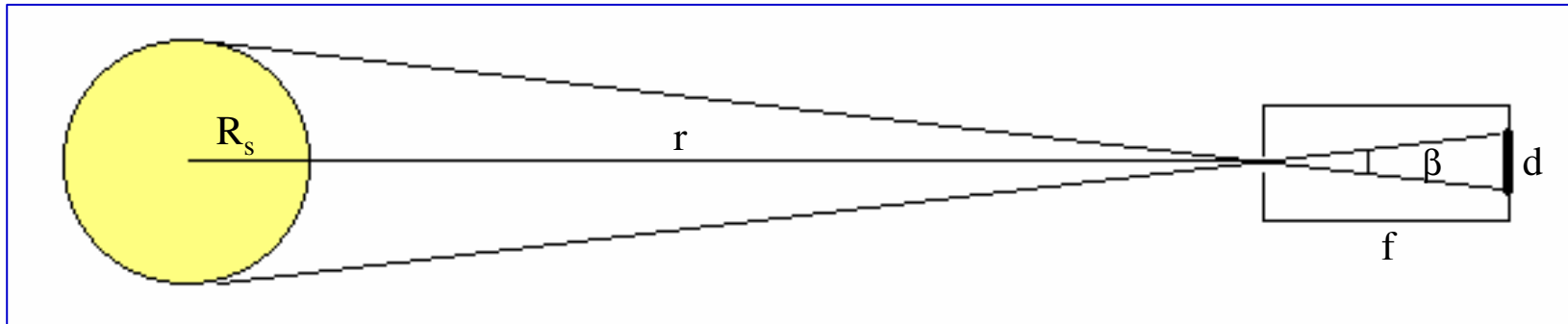
$$L_V = 5,24 \times 10^{27} \text{ erg s}^{-1} = 1,3 \times 10^{-6} L_S$$

Calculando o ângulo sólido do Sol (ω_s)

Definição de ângulo sólido: secção geométrica / (distância)²

$$\omega_s = \frac{\pi R_s^2}{r^2} = \frac{\pi(6,96 \times 10^{10} \text{ cm})^2}{(1,5 \times 10^{13} \text{ cm})^2} = 6,76 \times 10^{-5} \text{ strd}$$

Calculando o diâmetro do Sol numa imagem produzida por uma câmara de furo de 1 mm de diâmetro e distância focal de 1 m:



$$d = \beta \times 100 = \frac{2 \times 6,96 \times 10^{10}}{1,5 \times 10^{13}} \times 10^2 = 0,93 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} R_s &= 6,96 \times 10^{10} \text{ cm} \\ r &= 1,5 \times 10^{13} \text{ cm} \\ f &= 10^2 \text{ cm} \end{aligned}$$

Calculando a pressão central aproximada do Sol

Equilíbrio hidrostático: $\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2} \rho(r)$

Conservação da massa: $\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r)$

integra $\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2} \frac{dM(r)}{4\pi r^2 dr} = -\frac{GM(r)dM}{4\pi r^4 dr}$

$\int_r dP = -\int_r \frac{GM(r)dM(r)}{4\pi r^4} = -\frac{1}{4\pi r^4} \int_r GM(r)dM(r)$

Condições de contorno:

$$r = 0 \rightarrow P = P_c, \quad T = T_c, \quad \rho = \rho_c, \quad M = 0$$

$$r = R_O \rightarrow P = 0, \quad M = M_O;$$

$$-P_c = -\frac{GM_O^2}{4\pi R_O^4}$$

R_O, M_O = raio e massa do Sol

Calculando a temperatura central aproximada do Sol

Equação de estado: $P = nkT = \frac{\Re T}{\mu} \rho$

Pressão interna: $-P_c = -\frac{GM_O^2}{4\pi R_O^4}$

igualamos

$$\frac{\Re T_c \rho_c}{\mu} = \frac{GM_O^2}{4\pi R_O^4}$$

Isola Tc

Admitindo $\rho_c \approx \langle \rho \rangle$: $\rho_c \equiv \langle \rho \rangle = \frac{3M_O}{4\pi R_O^3}$

$$T_c = \frac{\mu GM_O^2}{4\pi R_O^4 \Re \rho_c}$$

$$T_c = \frac{\mu GM_O}{3\Re R_O} \approx 3,8 \times 10^6 \text{ K}$$

Teórica:
 $T_c \sim 1,6 \times 10^7 \text{ K}$

[$\Re$ é a cte universal dos gases (no. de Avogadro $\times$ cte de Boltzmann)
 $\Re = 8,3144 \text{ joule/mol K}$]