

**ASTRONOMIA DO
SISTEMA SOLAR
(AGA292)**

SOL
Parte III

NOTAS DE AULA - NÃO HÁ PERMISSÃO DE USO PARCIAL OU TOTAL DESTE MATERIAL PARA OUTRAS FINALIDADES.

Enos Picazzio
IAGUSP

Energy Flux

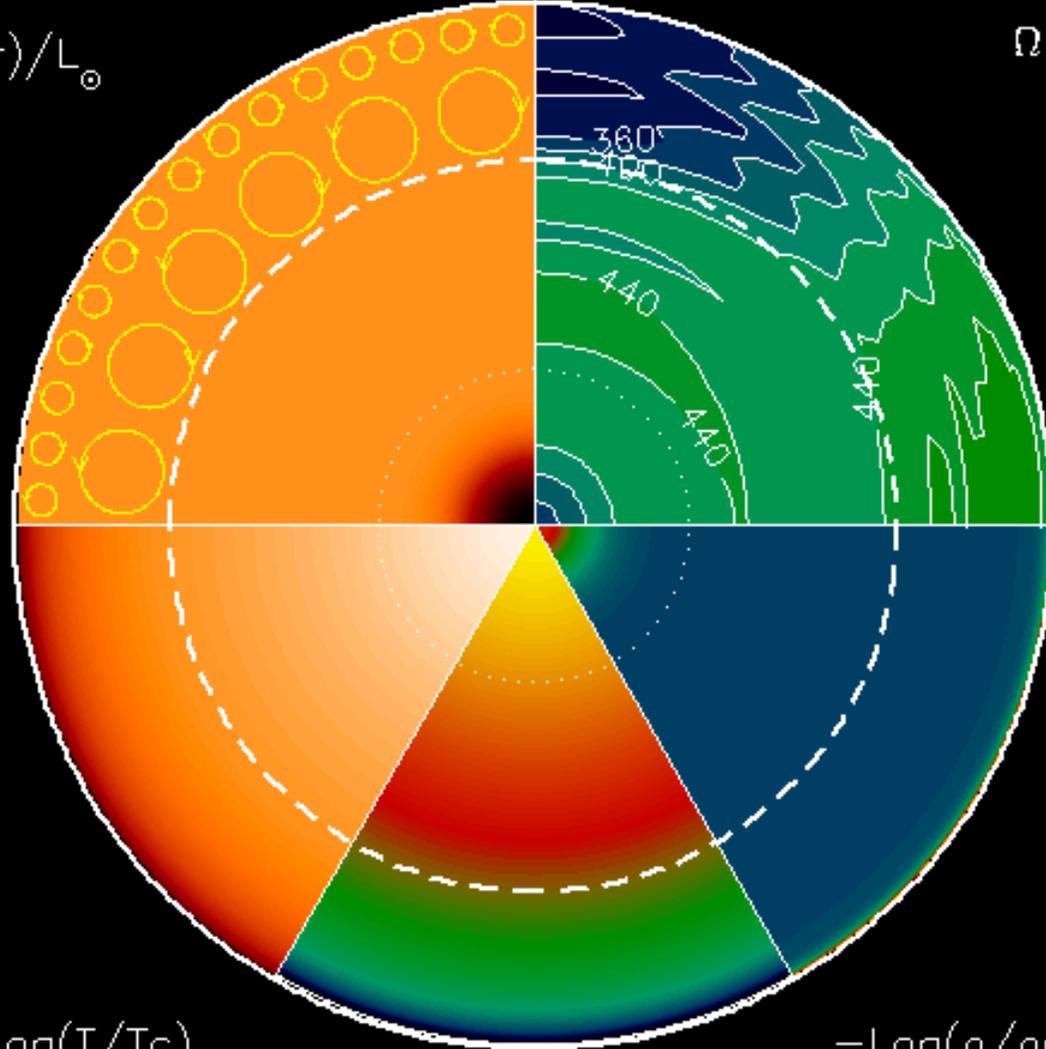
Rotation

$L(r)/L_{\odot}$



$-\text{Log}(T/T_c)$

Temperature



Ω (nHz)

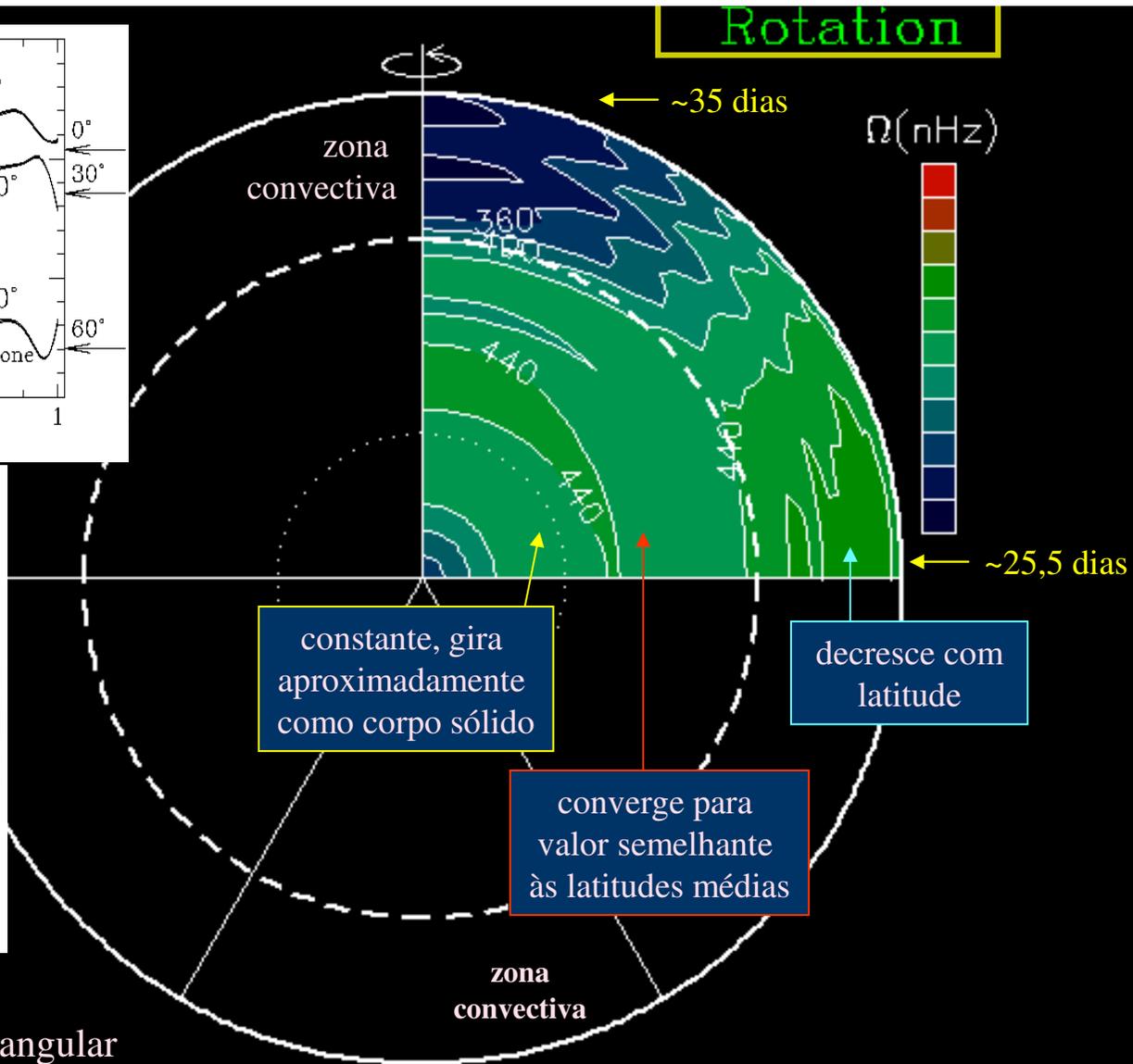
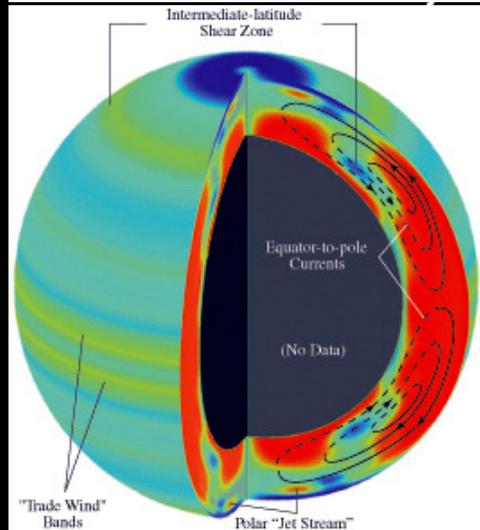
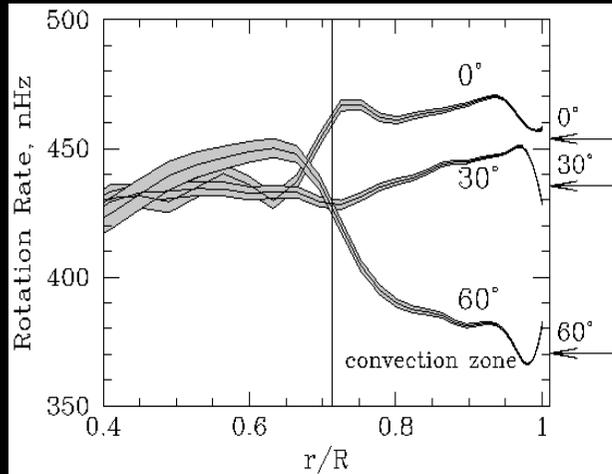


$-\text{Log}(\rho/\rho_c)$

Density Composition

Interior Solar

Rotation



Rotação

Contornos de velocidade angular
(em nanoHertz, com espaçamento de 10 nHz)

A forma exata da rotação diferencial tem consequências importantes para a geração de campos magnéticos pelo processo de dínamo.

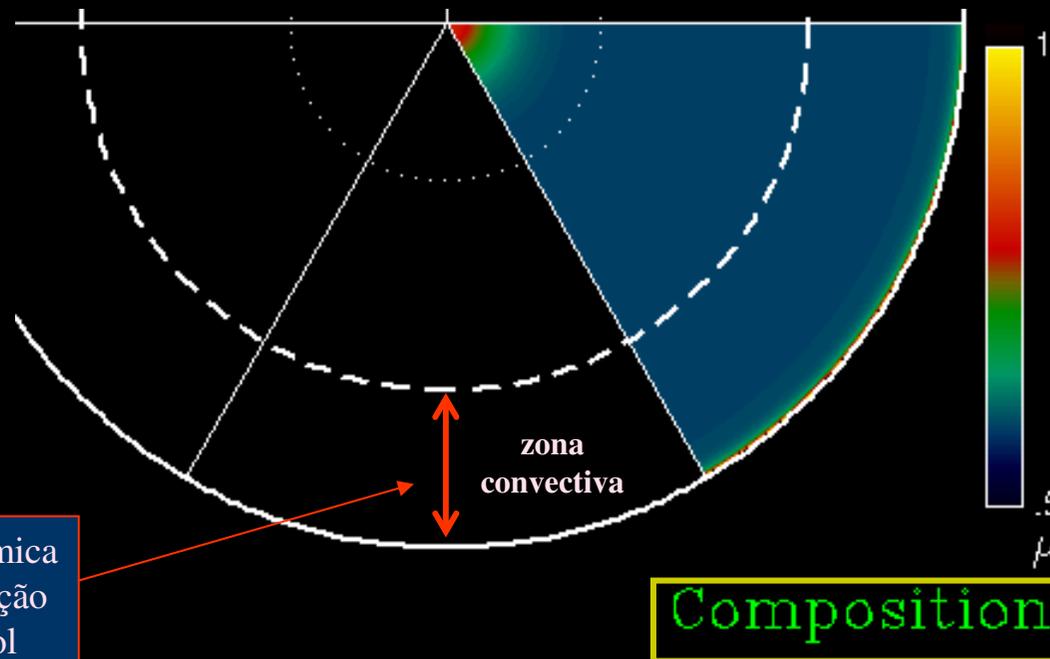
Composição química

Escala de cor representa o *peso molecular médio* (μ - uma medida da composição química e estado de ionização) $\mu = 0,5$ (gás de H puro, totalmente ionizado); $\mu = 0,75$ (gás de He puro, totalmente ionizado).

Antes de entrar na Sequência Principal o proto-Sol tinha estrutura totalmente convectiva, portanto com composição química homogênea (exceto poucos núcleos de Deutério, Lítio-6 e -7, Berílio-9 e Bóro-10). Na idade-zero, o Sol tinha 70% H, 28% He e 2% de elementos mais pesados; $\mu (*) = 0.605$. Mudanças posteriores na composição química (H \rightarrow He, $^{12}\text{C} \rightarrow ^{13}\text{C}$) alterou $\mu = \sim 0.85$ no centro.

Pode haver gradientes muito pequenos na composição química devido à migração de elementos mais pesados para o centro (fenômeno mais significativo para estrelas mais massivas).

região onde a composição química permanece inalterada pela reação nuclear durante a vida do Sol

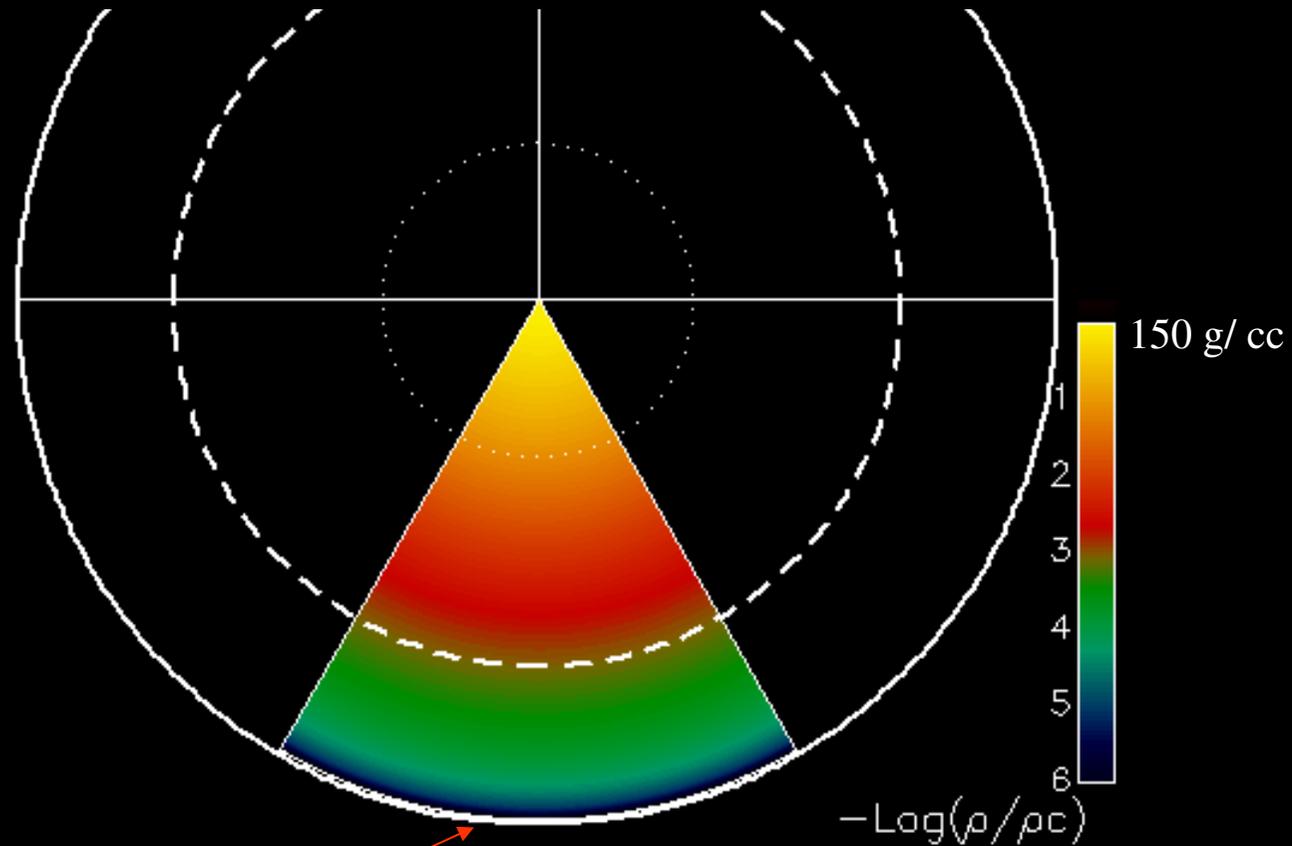


$$(*) \quad \mu = \frac{4}{2+6X+Y} = \frac{4}{2+6 \times 0,70+0,28} = 0,605$$

X \equiv H, Y \equiv He

Densidade

Cores representam densidade normalizada em relação ao centro, em escala logarítmica.



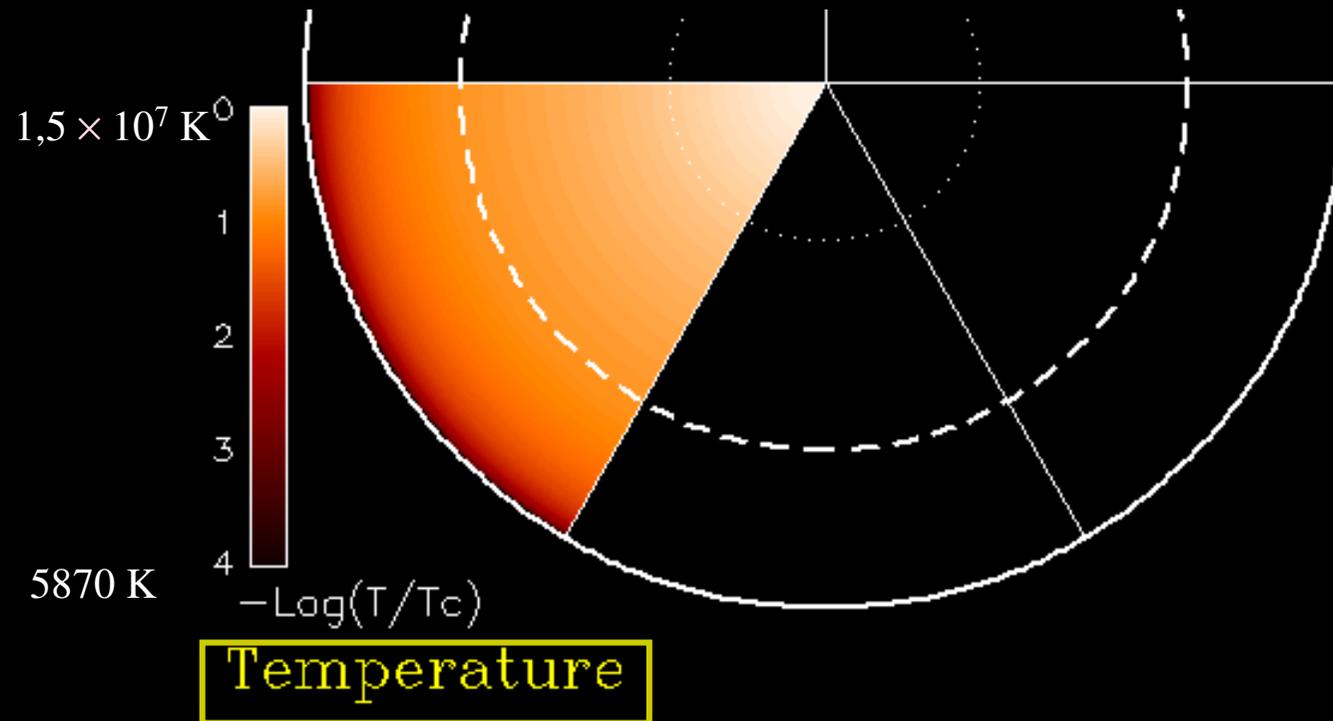
Density

Fotosfera: 10^{-7} g/cc
($< 0,1\%$ da densidade do ar ao nível do mar)

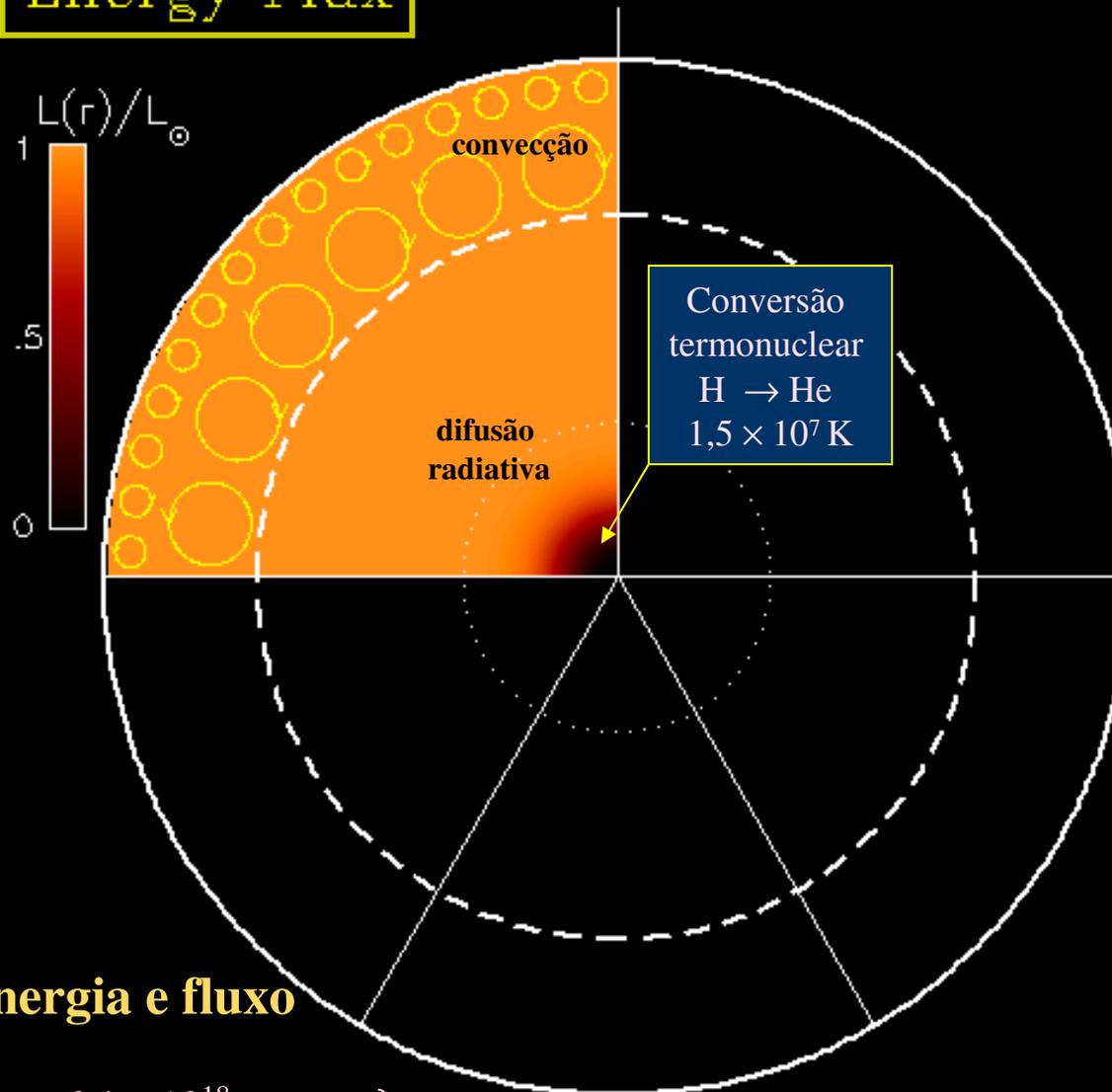
Distribuição de temperatura

Escala logarítmica de cores representa a temperatura normalizada relativamente ao centro.

No interior a energia viaja muito vagarosamente, assim o gradiente de temperatura é muito pequeno. Nas partes mais externas, a densidade diminui o suficiente para que a radiação possa escapar sem dificuldades, por isso a temperatura cai com o raio.



Energy Flux



Geração de energia e fluxo

Produção: $1 \text{ g (H)} \rightarrow 6,4 \times 10^{18} \text{ ergs}$

Luminosidade solar: $3,9 \times 10^{33} \text{ ergs/s}$

} São consumidos 609.000.000 ton. de H a cada segundo

**Isto já vem ocorrendo há quase 5 bilhões de anos...
e deve continuar ainda por mais outro tanto!**

Escala de tempo Kelvin-Helmholtz*

Determina o tempo em que:

- protoestrelas colapsam até atingirem a Sequência Principal;
- estrelas da Sequência Principal evoluem em gigantes .

A **energia potencial gravitacional** contida no Sol pode ser calculada por:

$$E_G = GM_S^2/R_S \quad [M_S, R_S - \text{respectivamente, massa e raio do Sol}] \quad (E_{GSOL} = 4 \times 10^{48} \text{ ergs})$$

Se não estivesse em equilíbrio, o Sol entraria em colapso gravitacional. A contração aquece o gás no interior e aumenta a pressão interna. Para que a contração persista, o gás deve perder sua energia senão a pressão interna aumenta e passa a suportar o colapso. Se a perda de energia ocorresse na taxa atual (luminosidade), o tempo necessário para irradiar essa energia pode ser obtido dividindo-se a energia total pela luminosidade (L_S), ou seja:

$$t_{KH} = E_G/L_S = GM_S^2/R_S L_S \quad t_{KH} = 4 \times 10^{48} \text{ ergs} / 4 \times 10^{33} \text{ ergs s}^{-1} = 30 \text{ Ma}$$

Esta é a **Escala de Tempo Kelvin-Helmholtz** e representa o tempo necessário para uma estrela irradiar sua energia térmica. Para a luminosidade solar atual $t_{KH} \sim 30$ milhões de anos. Se a fusão nuclear cessasse agora, o Sol continuaria a brilhar ainda por dezenas de milhões de anos

* Em homenagem ao irlandês *Lord William Thomson, Barão Kelvin (1824-1907)*, e ao alemão *Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz (1821-1894)*.

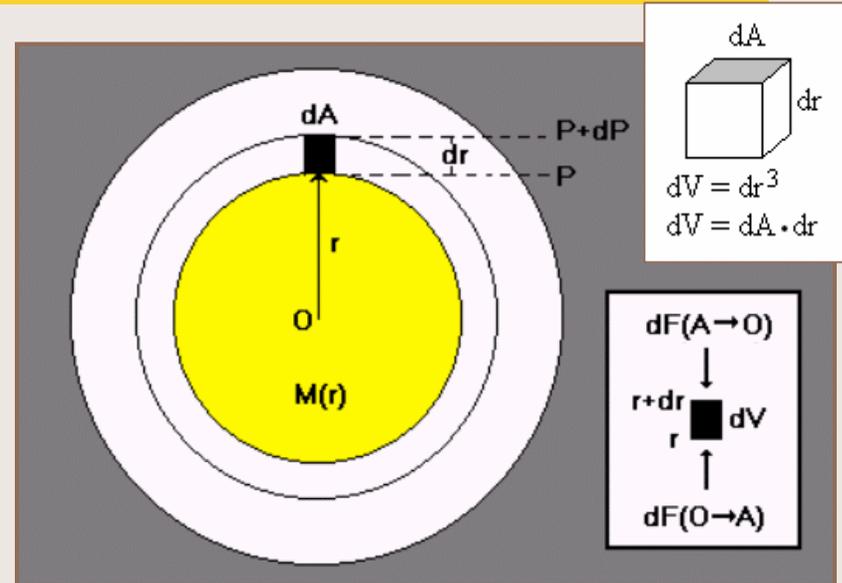
Equações de estado

•Equação de equilíbrio hidrostático

Considere um elemento de volume dV sob a ação das forças:

- $dF_{A \rightarrow O}$: força atuando no topo do volume dV (posição $r+dr$), direcionada ao centro;
- $dF_{O \rightarrow A}$: força atuando na base do volume dV (posição r), direcionada à superfície.

O volume dV entrará em equilíbrio quando as duas forças se compensarem.



$$dF_{A \rightarrow O} = dm \times g \Rightarrow dF = \rho(r) dV \frac{GM(r)}{r^2}$$

$$dF_{O \rightarrow A} = dP \times dA \Rightarrow dF = -dP \frac{dV}{dr}$$

Como :

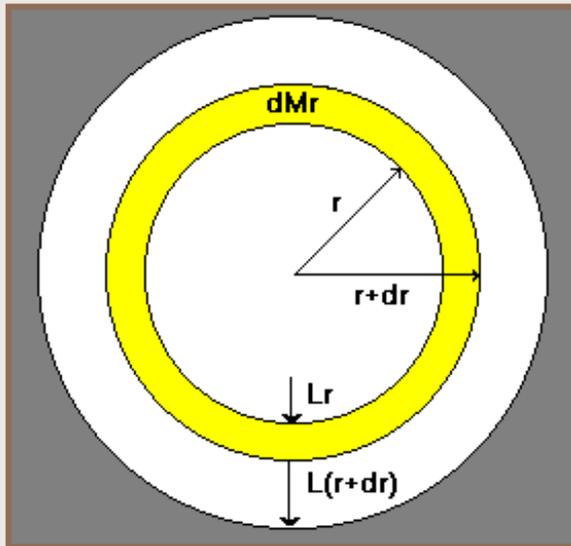
$$dF_{O \rightarrow A} = dF_{A \rightarrow O}$$

$$\frac{dP}{dr} = -\rho(r) \frac{GM(r)}{r^2}$$

•Equação da distribuição de massa

$$M(r) = \int_0^r 4\pi r^2 \rho(r) dr \Rightarrow \frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r)$$

•Equação da conservação de energia



$$L(r+dr) - L(r) = dL(r)$$

$$\text{mas } dL(r) = \epsilon(r)dM(r)$$

$\epsilon(r)$ = en. gerada/unid. massa

$$\frac{dL(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \epsilon(r)$$

• Gradiente de temperatura

(a) Transporte radiativo (difusão)

$$\left[\frac{dT}{dr} \right]_{\text{rad}} = -\frac{\kappa \rho(r)}{\beta T(r)} f(r) \quad \Rightarrow \quad \left[\frac{dT}{dr} \right]_{\text{rad}} = -\frac{\kappa \rho(r)}{\beta T(r)} \frac{L(r)}{4\pi r^2}$$

κ = coef. de opacid./un id. de massa; $\beta = \frac{4\sigma c}{3}$;

σ = cte. de Stefan - Boltzmann; c = veloc. da luz

f = fluxo de energia

(b) Transporte convectivo

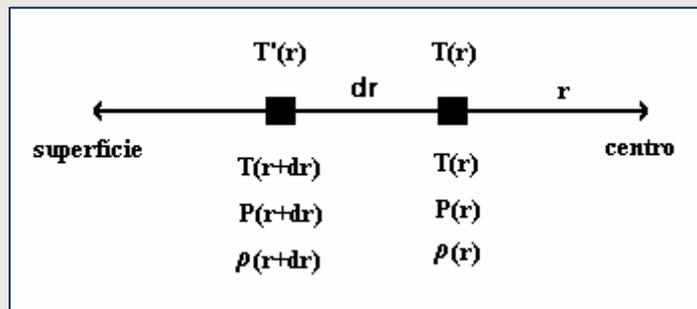
“a transformação deve ser adiabática”

$$\text{condição: } \left| \frac{dT}{dr} \right|_* > \left| \frac{dT}{dr} \right|_{\text{adiab.}}$$

$$\left[\frac{dT}{dr} \right]_{\text{ad.}} = \frac{dP}{dr} \frac{T}{P} \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right)$$

deduzida adiante

$$\gamma = \frac{c_P}{c_V} \quad (\text{calor específico})$$



condição p/ transf. de energia
na transformação adiabática :

$$T'(r) > T(r + dr)$$

Então :

$$T'(r) = T(r) - dT_{\text{ad}} = T(r) - \left(\frac{dT}{dr} \right)_{\text{ad}} dr$$

$$T(r + dr) = T(r) - dT_* = T(r) - \left(\frac{dT}{dr} \right)_* dr$$

Combinando \Rightarrow

$$\left| \frac{dT}{dr} \right|_* > \left| \frac{dT}{dr} \right|_{\text{adiab.}}$$

Condição oposta \rightarrow estabilidade

Dedução do gradiente adiabático

Eq. hidrostático: $\rho = -\frac{dP}{g dr}$ (1)

Gás perfeito: $\rho = \frac{\mu m_H}{k} \frac{P}{T}$ (2)

$$-\frac{dP}{dr} = \frac{g \mu m_H}{k} \frac{P}{T} \quad (3)$$

$$\times \frac{dT}{dP} \quad \left[-\frac{dP}{dr} \times \frac{dT}{dP} = \frac{g \mu m_H}{k} \frac{P}{T} \times \frac{dT}{dP} \right]$$

$$-\frac{dT}{dr} = \frac{g \mu m_H}{k} \frac{dT}{T} \frac{P}{dP} \quad (4)$$

Se a transferência é adiabática:

$\rho = \text{cte } P^{1/\gamma}$ e $\gamma = \frac{c_P}{c_V}$ } $\left[\text{cte } P^{1/\gamma} = \frac{\mu m_H}{k} \frac{P}{T} \right]$
 como $\rho = \frac{\mu m_H}{k} \frac{P}{T}$ } $P^{1-1/\gamma} = \frac{\text{cte } k T}{\mu m_H} \quad (5a)$

isolando $P^{1/\gamma}$

derivando

$$\frac{1}{P^{1/\gamma}} = \frac{\text{cte } k T}{P \mu m_H} \quad (5b)$$

$$\frac{(1-1/\gamma)dP}{P^{1/\gamma}} = \frac{\text{cte } k dT}{\mu m_H} \quad (5c)$$

continuando

$$\frac{1}{P^{1/\gamma}} = \frac{\text{cte } k T}{P \mu m_H} \quad (5b)$$

$$\frac{(1-1/\gamma)dP}{P^{1/\gamma}} = \frac{\text{cte } k dT}{\mu m_H} \quad (5c)$$

$$\frac{dP}{P} = \frac{dT}{(1-1/\gamma)T} \quad (6)$$

lembrando que:

$$-\frac{dT}{dr} = \frac{g\mu m_H}{k} \frac{dT}{T} \frac{P}{dP} \quad (4)$$

$$-\frac{dT}{dr} = \frac{g\mu m_H}{k} (1-1/\gamma) \quad (7);$$

lembrando que:

$$\frac{g\mu m_H}{k} = -\frac{dP}{dr} \frac{T}{P} \quad (3)$$

$$\left[\frac{dT}{dr} \right]_{ad} = \frac{dP}{dr} \frac{T}{P} \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right)$$

Calculando a temperatura central aproximada do Sol

Equilíbrio hidrostático:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2} \rho(r) \quad (8a)$$

Conservação da massa:

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \quad (8b)$$

Equação de estado:

$$P = nkT = \frac{\mathfrak{R}T}{\mu} \rho \quad (8c)$$

[\mathfrak{R} é a cte universal dos gases (no. de Avogadro \times cte de Boltzmann)
 $\mathfrak{R} = 8,3144$ joule/mol K]

$$\frac{dP}{dr} \times \frac{r^2}{GM(r)} = \frac{dM(r)}{4\pi r^2 dr}$$

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2} \frac{dM(r)}{4\pi r^2 dr} = -\frac{GM(r)dM(r)}{4\pi r^4 dr}$$

$$\int_r dP = -\int_r \frac{GM(r)dM(r)}{4\pi r^4} = -\frac{1}{4\pi r^4} \int GM(r)dM(r)$$

Qdo:

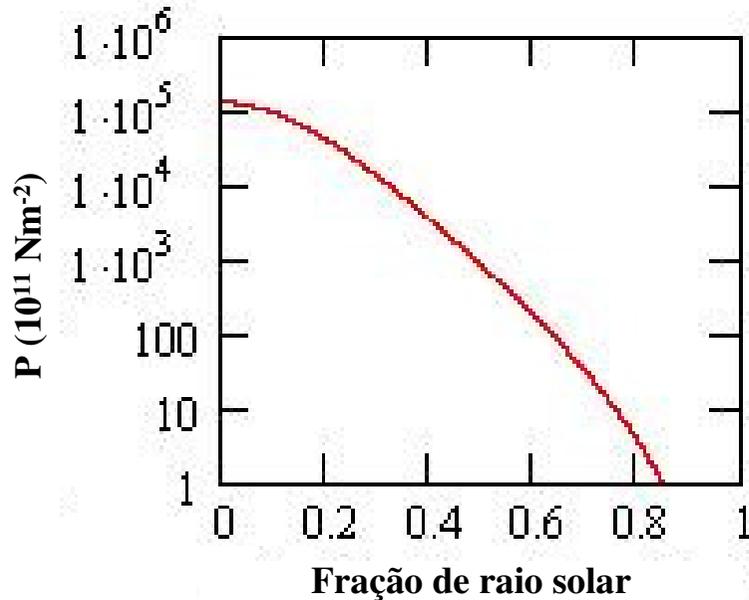
$$\begin{aligned} r=0 &\rightarrow P=P_c, T=T_c, \rho=\rho_c, M=0 \\ r=R_0 &\rightarrow P=0, M=M_0; \end{aligned}$$

$$(8d) \quad -P_c = -\frac{GM_0^2}{4\pi R_0^4}$$

$R_0, M_0 =$ raio e massa do Sol

Calculando a temperatura central aproximada do Sol

Equilíbrio hidrostático:



$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2} \rho(r) \quad (8a)$$

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \quad (8b)$$

$$P = nkT = \frac{\mathfrak{R}T}{\mu} \rho \quad (8c)$$

(\mathfrak{R} = cte de Boltzmann)

$$-\frac{dP}{dr} \times \frac{r^2}{GM(r)} = \frac{dM(r)}{4\pi r^2 dr}$$

$$\frac{dM(r)}{r^2 dr} = -\frac{GM(r)dM(r)}{4\pi r^4 dr}$$

$$M(r) = -\frac{1}{4\pi r^4} \int GM(r)dM(r)$$

$$P_c \sim 9,3 \times 10^{13} \text{ Nm}^{-2}$$

Teórica:

$$P_c \sim 2,5 \times 10^{17} \text{ Nm}^{-2}$$

(8d)

$$-P_c = -\frac{GM_0^2}{4\pi R_0^4}$$

Qdo:

$$r=0 \rightarrow P=P_c, T=T_c, \rho=\rho_c, M=0$$

$$r=R_0 \rightarrow P=0, M=M_0;$$

R_0, M_0 = raio e massa do Sol

Calculando a temperatura central do Sol

$$(8c) \quad P = nkT = \frac{\mathfrak{R}T}{\mu} \rho$$

$$(8d) \quad -P_c = -\frac{GM_o^2}{4\pi R_o^4}$$

$$\frac{\mathfrak{R}T_c \rho_c}{\mu} = \frac{GM_o^2}{4\pi R_o^4} \Rightarrow T_c = \frac{\mu GM_o^2}{4\pi R_o^4 \mathfrak{R} \rho_c}$$

$$\mathfrak{R} = \frac{nk\mu}{\rho}$$

Admitamos que $\rho_c \approx \langle \rho \rangle$:

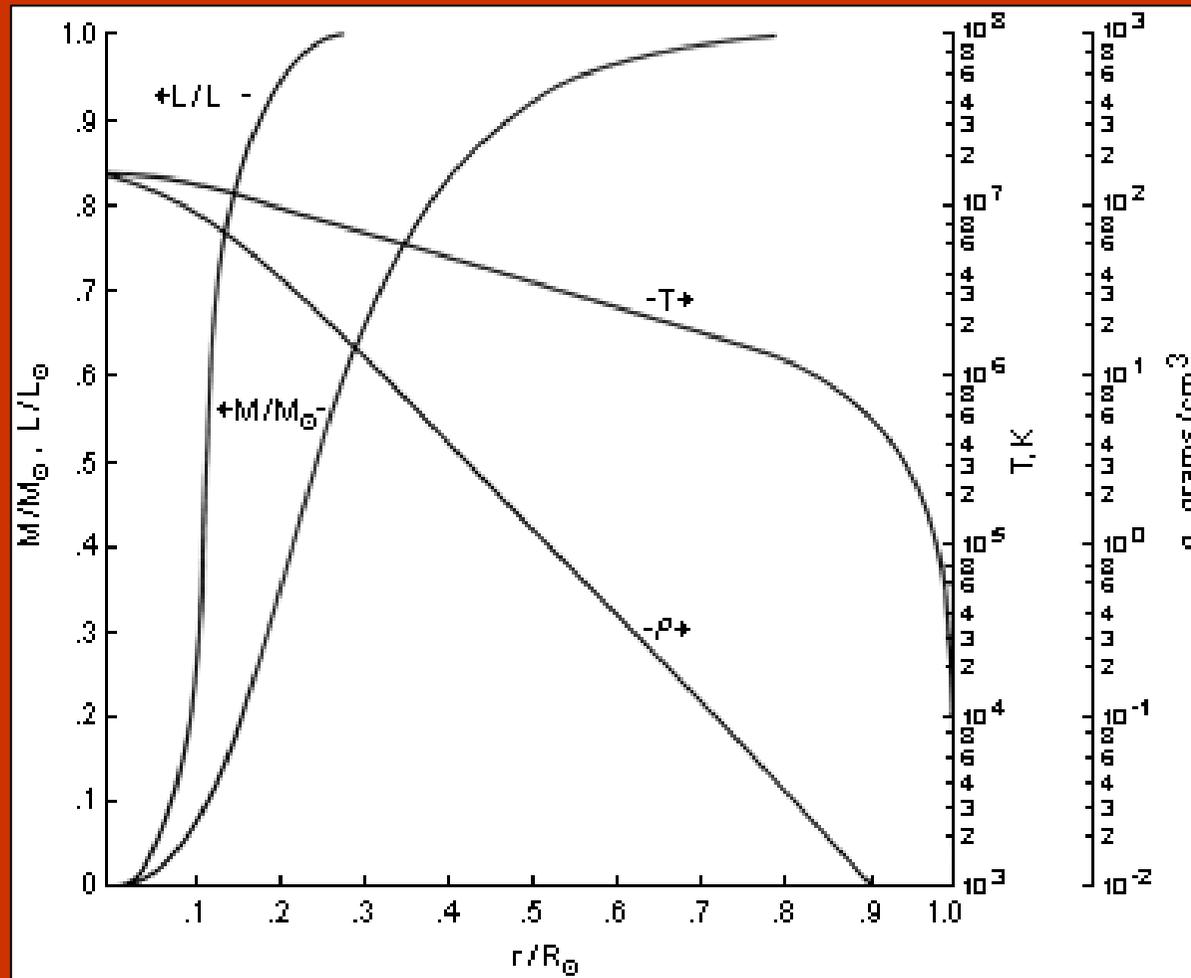
$$\rho_c \cong \langle \rho \rangle = \frac{3M_o}{4\pi R_o^3}$$

Teórica:
 $T_c \sim 1,6 \times 10^7 \text{ K}$

$$T_c = \frac{\mu GM_o}{3\mathfrak{R}R_o} \approx 3,8 \times 10^6 \text{ K}$$

obs.: foi utilizado $\mu = \frac{4}{2+6X+Y} = \frac{4}{2+6 \times 0,71+0,27} = 0,61$,

com X e Y representando, respectivamente, as frações em massa de hidrogênio e hélio.



Modelo padrão do interior solar:

$X = 0.708, Y = 0.272, Z = 0.0020, \rho_c = 158 \text{ gcm}^{-3}, T_c = 1.57 \times 10^7 K.$

<http://www.columbia.edu/~ah297/un-esa/sun/sun-chapter1.html>

Fonte de energia solar

- Em meados de 1800, von Helmholtz e Kelvin propuseram a conversão de energia gravitacional (contração lenta) como a origem da energia solar.
- Problema: esse mecanismo manteria a potência luminosa solar por apenas algumas centenas de milhões de anos.

Fonte de energia solar

- No início do séc. 20, geólogos concluíram que a Terra tinha bilhões de anos, período 10 vezes maior que o previsto para o Sol se este fosse abastecido de energia gravitacional proveniente da contração.
- Einstein propôs em 1905 a conversão entre massa e energia.
- Durante a década de 1930 físicos trabalharam na teoria de reação nuclear.

Reações Nucleares no Sol

Núcleo do átomo de Hidrogênio (H): 1 próton

Núcleo do átomo de Hélio (He): 2 prótons + 2 nêutrons

Fusão: 4 núcleos de H são fundidos para formar um núcleo de He

$4 \text{ H} \rightarrow \text{He}$

4 H: $4 \times 1,0080 \text{ uma} = 4,0320 \text{ uma}$ (*unidade de massa atômica* = $1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$)

1 He: $= 4,0026 \text{ uma}$

diferença de massa: $0,0294 \text{ uma}$ (0,7%; $0,0294 / 1,0080 = 0,007$)

Energia liberada em cada reação:

$E = m \times c^2 = 0,0294 \text{ uma} \times 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg} \times (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 4 \times 10^{-12} \text{ joules/reação}$

Taxa de ocorrência de reações:

Taxa = Luminosidade solar (potência) / Energia de cada reação:

Luminosidade solar = $4 \times 10^{26} \text{ watts (joules/segundo)}$

Taxa = $(4 \times 10^{26} \text{ joules/segundo}) / (4 \times 10^{-12} \text{ joules/reação}) = 1 \times 10^{38} \text{ reações/segundo}$

Reações Nucleares no Sol

Massa solar: $M_S = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$

Apenas 10% dela está sob elevada densidade e temperatura para provocar a fusão, logo a **massa disponível para fusão** será:

$$M_F = 0,1 \times (2 \times 10^{30}) \text{ kg} = 2 \times 10^{29} \text{ kg}$$

Desta massa disponível, apenas 0,007 será convertida em energia; portanto a **massa disponível para conversão** em energia será:

$$M_C = 0,007 \times (2 \times 10^{29}) \text{ kg} = 1,4 \times 10^{27} \text{ kg}$$

e a **energia disponível para conversão** será:

$$E_C = M_C \times c^2 = 1,4 \times 10^{27} \text{ kg} \times (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 1,3 \times 10^{44} \text{ joules}$$

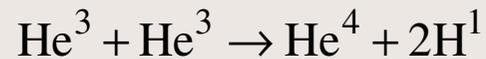
Tempo de vida do Sol = Energia disponível para conversão / Potência de energia do Sol (Luminosidade) :

$$T_V = E_C / L_S = 1,3 \times 10^{44} \text{ joules} / 4 \times 10^{26} \text{ joules/seg} = 3,2 \times 10^{17} \text{ seg}$$

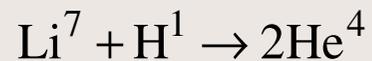
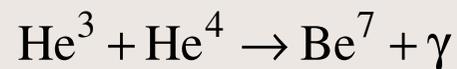
$$T_V \sim 10 \text{ bilhões de anos}$$

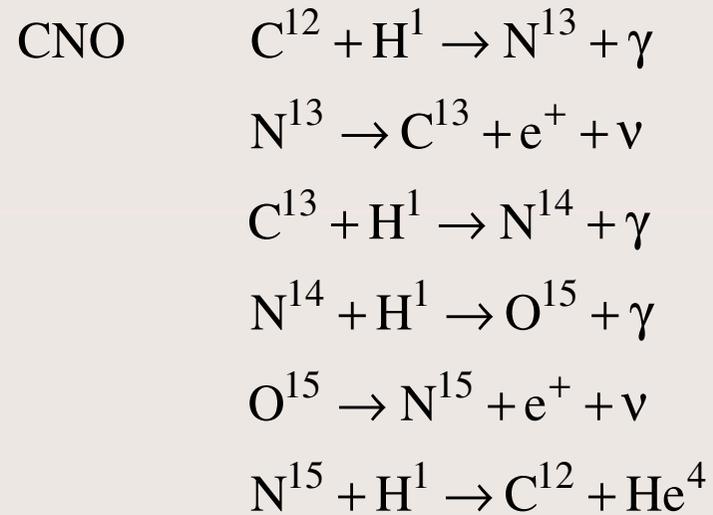
O Sol tem cerca de 4,6 bilhões de anos. Está na metade de sua vida

Geração de energia



podendo acontecer ($\approx 0.015\%$):





Taxas: $\rho \epsilon_{pp} = \epsilon_0 (pp) \rho^2 X^2 T^4$

$$\rho \epsilon_{cno} = \epsilon_0 (cno) X X_{cno} \rho^2 T^{16}$$

onde: $\epsilon_0 =$ ctes de proporcionalidade

$X =$ fração de hidrogênio (por massa)

$X_{cno} =$ fração de (carbono + nitrogênio)

conversão de 1 proton gera 6 MeV

$$T_{\text{vida}} = \frac{M_{\text{sol}} \times 6 \text{ MeV}}{M_{\text{H}} L_{\text{sol}}}$$

onde :

$$M_{\text{sol}} = 2 \times 10^{33} \text{ g}$$

$$M_{\text{H}} = 1,67 \times 10^{-24} \text{ g}$$

$$L_{\text{sol}} = 4 \times 10^{33} \text{ erg}$$

$T_{\text{vida}} \approx 10^{11}$ anos (tempo para $\text{H} \rightarrow \text{He}$),
"se toda a massa fosse convertida"

Opacidade

$$\kappa_{\nu}(\text{total}) = \kappa_{\nu}(\text{b-f}) + \kappa_{\nu}(\text{f-f}) + \kappa_{\nu}(\text{e})$$

b = “bound”, f = “free”

onde: $\kappa_{\nu}(\text{b-f})$ = transição ligado-livre (a mais importante)

$\kappa_{\nu}(\text{f-f})$ = transição livre-livre

$\kappa_{\nu}(\text{e})$ = espalhamento Thomson (eletrons)

$$\kappa_{\nu}(\text{b-f}) \approx 4.10^{25} \frac{\langle g \rangle}{t} Z(1+X) \frac{\rho}{T^{3.5}}$$

$\langle g \rangle \equiv$ fator de Gaunt médio (≈ 1)

$t \equiv$ fator de corte (~ 1 a 10)

$Z \equiv$ fração elem. pesados (por massa)

p/ Sol: $(\langle g \rangle / t) \approx 1/3$

Ionização

Equação de Saha :

$$\frac{N_{i-1}}{N_i} = \frac{2}{N_e} \frac{g_{i-1}}{g_i} \frac{(2\pi m_e kT)^{3/2}}{h^3} e^{-\chi_i / kT}$$

N_i = dens. numérica de íons com "i" elétrons

g_i = peso estatístico

χ_i = potencial de ionização

N_e = dens. numérica de elétrons

m_e = massa do elétron

h = constante de Planck

k = constante de Boltzmann

interior solar: $T \approx 10^7 \text{ k} \rightarrow$ elementos \sim ionizados

dens. numérica:
$$N = \left(2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}Z \right) \frac{\rho}{m_{\text{H}}}$$

peso molecular médio:
$$\mu = \left(2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}Z \right)^{-1}$$

onde:

$X \rightarrow \text{H}$

$Y \rightarrow \text{He}$

$Z \rightarrow$ elementos pesados

Tempo de evolução até a Sequência Principal

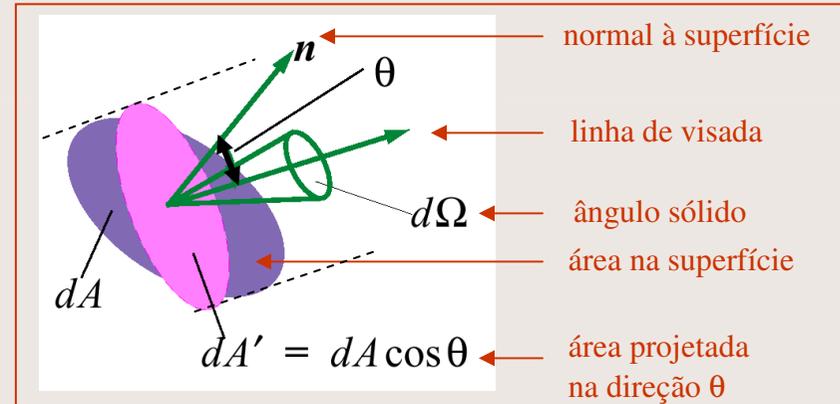
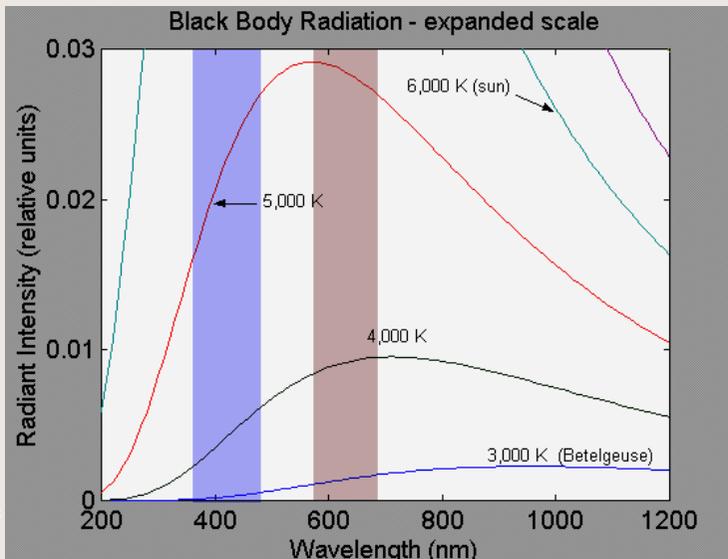
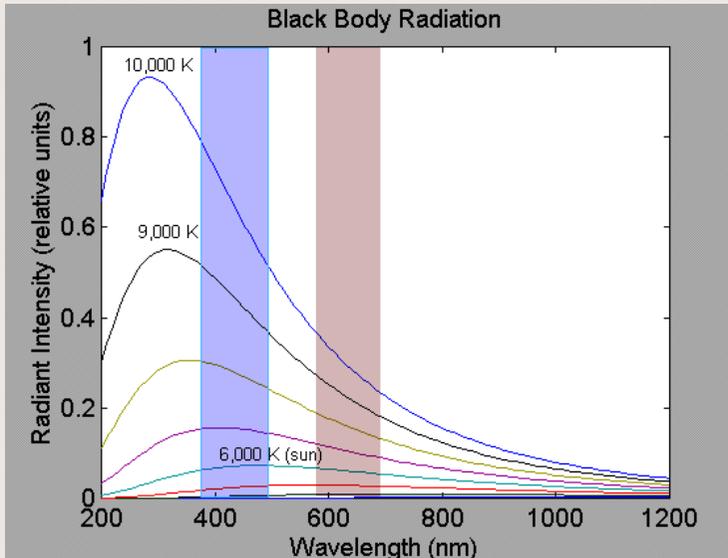
Massa (sol)	Tipo	Tempo p/ S.P. (anos)
30	O6	30.000
10	B3	300.000
4	B8	1.000.000
2	A4	8.000.000
1	G2	30.000.000
0.5	K8	100.000.000
0.2	M5	1.000.000.000

Longevidade na Sequência Principal

Massa (sol)	Tempo de vida na S.P.
60	2 milhões
30	5 milhões
10	25 milhões
3	350 milhões
1.5	1.6 bilhão
1	9 bilhões
0.1	trilhões

$$T \approx 10^{10} / M^2 \text{ anos}$$

Intensidade monocromática de um corpo negro



$$B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu / kT) - 1}$$

(função de Planck):

ν = frequência

$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ (cte de Planck)

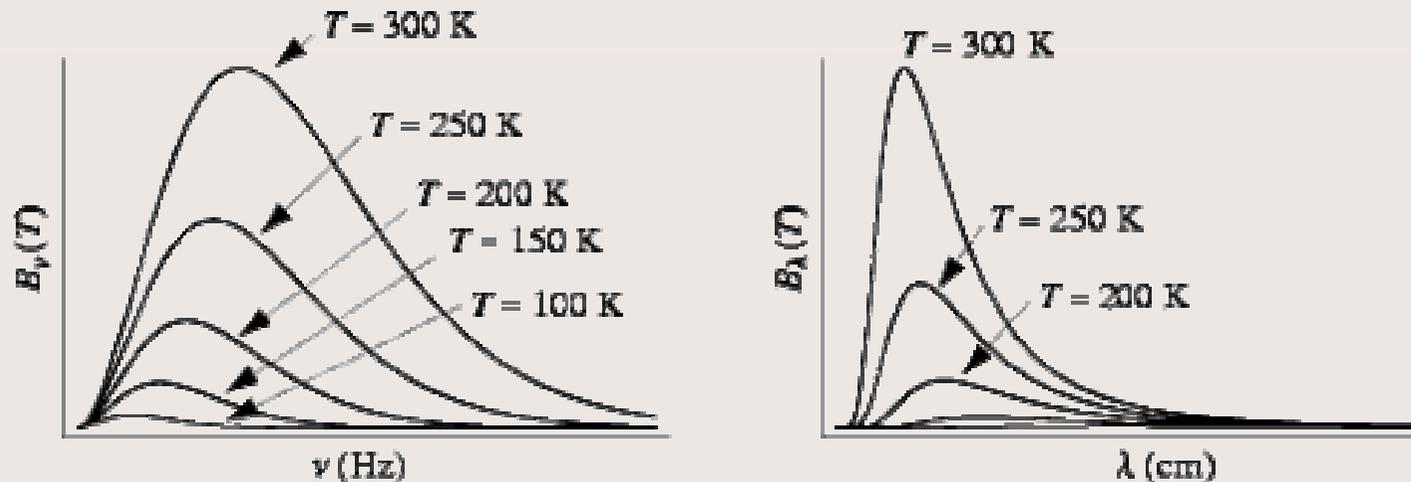
$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ (veloc. da luz)

$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ (cte de Boltzmann)

T = temperatura em K

$$B_{\nu} \equiv \frac{\text{energia}}{\text{área} \times \text{tempo} \times \text{âng. sólido} \times \text{frequência}}$$

Intensidade monocromática de um corpo negro



$$B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1} \quad \left[\frac{\text{energia}}{\text{área} \times \text{tempo} \times \text{âng. sólido} \times \text{frequência}} \right]$$

Como " $c = \nu \times \lambda$ " e a energia integrada se conserva :

$$B_{\lambda} d\lambda = B_{\nu} d\nu = B_{\nu} \left| d\left(\frac{c}{\lambda}\right) \right| = \frac{c}{\lambda^2} B_{\nu} d\lambda \quad (\text{relação entre } B_{\lambda} \text{ e } B_{\nu})$$

$$B_{\lambda}(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc/\lambda kT) - 1} \quad \left[\frac{\text{energia}}{\text{área} \times \text{tempo} \times \text{âng. sólido} \times \text{compr. de onda}} \right]$$

$$\text{Fluxo} \equiv \frac{\text{energia}}{\text{área} \times \text{tempo}}$$

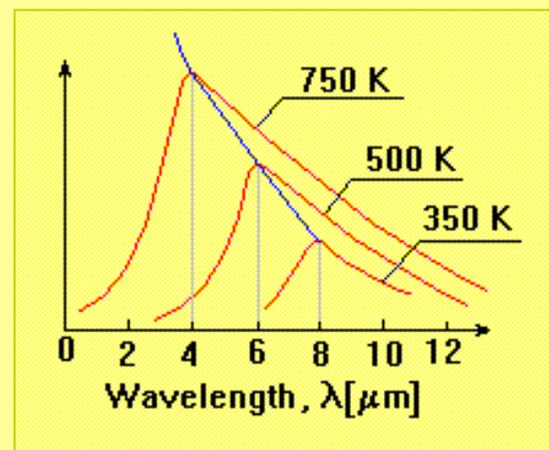
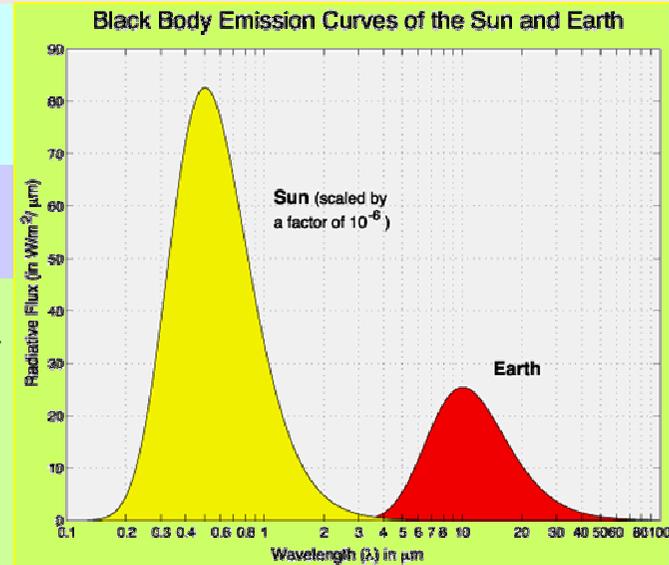
$$\text{Fluxo monocromático: } F_{\nu} = \pi B_{\nu}(T)$$

$$\text{Fluxo bolométrico: } F = \pi \int_0^{\infty} B_{\nu}(T) d\nu = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4 \text{ (cte de Stefan-Boltzmann)}$$

Lei de Stefan-Boltzmann: a energia irradiada de um corpo negro, por unidade de área e de tempo, é proporcional à 4a. potência de T, ou seja: $E = \sigma T^4$

$$\text{Luminosidade: (área)} \times (\text{energia por unid. de área}): L = 4\pi R^2 \times \sigma T^4$$



Lei de Wien: descreve o comprimento de onda do máximo da curva de Planck. Para λ em cm e T em K, ela é escrita como:

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{0,2898}{T}$$

$$\text{Fluxo} \equiv \frac{\text{energia}}{\text{área} \times \text{tempo}}$$

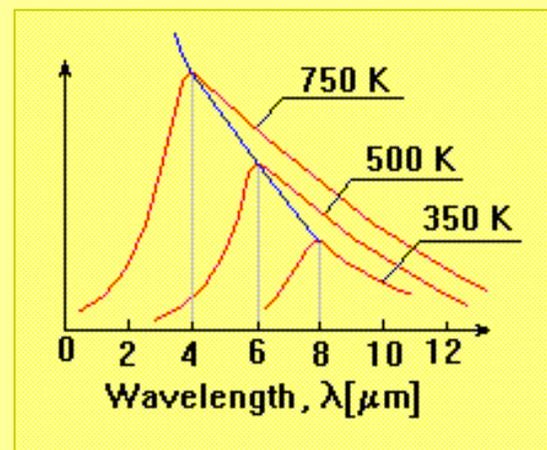
$$\text{Fluxo monocromático: } F_{\nu} = \pi B_{\nu}(T)$$

$$\text{Fluxo bolométrico: } F = \pi \int_0^{\infty} B_{\nu}(T) d\nu = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4 \text{ (cte de Stefan-Boltzmann)}$$

Lei de Stefan-Boltzmann: a energia irradiada de um corpo negro, por unidade de área e de tempo, é proporcional à 4a. potência de T, ou seja: $E = \sigma T^4$

$$\text{Luminosidade: (área)} \times (\text{energia por unid. de área}): L = 4\pi R^2 \times \sigma T^4$$



Lei de Wien: descreve o comprimento de onda do máximo da curva de Planck. Para λ em cm e T em K, ela é escrita como:

$$\lambda_{\max} = \frac{0,2898}{T}$$

fluxo de corpo negro emergente:

$$F_{\text{CN}} = \int_0^{2\pi} d\Omega \int_{-1}^1 I(\mu) \mu d\mu = 2\pi \int_{-1}^1 I(\mu) \mu d\mu =$$

$$= 2\pi B_{\nu}(T) d\nu \int_0^1 \mu d\mu = \pi B_{\nu}(T)$$

$$\mu = \cos \theta$$

fluxo total:

$$\int_0^{\infty} F_{\text{CN}}(\nu) d\nu = \pi \int_0^{\infty} B_{\nu}(T) d\nu = \sigma T^4$$

Referências

- Zeilik, Astronomy: The Evolving Universe
- Astronomy magazine, August 1997
- <http://sohowww.nascom.nasa.gov>
- <http://umbra.gsfc.nasa.gov/images/latest.html>
- [http://nssdc.gsfc.nasa.gov/photo_gallery/
photogallery-solar.html](http://nssdc.gsfc.nasa.gov/photo_gallery/photogallery-solar.html)
- <http://ie.lbl.gov/education/glossary/glossaryf.htm>