Lista de Atmosferas Estelares (AGA5724) - I

prof. Marcos Diaz 2º semestre, 2020

1. Considerando a intensidade específica $I_\nu = f_i$ h.ν.c, onde f_i é a função de distribuição para fótons, e c a velocidade da luz, escreva a equação de transferência radiativa como um caso especial da equação cinética de Boltzmann dada abaixo.

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) f_i + (\mathbf{F} \cdot \nabla_p) f_i = \left(\frac{\mathrm{D} f_i}{\mathrm{D} t} \right)_{\mathrm{coll}}$$

onde f_i é a função de distribuiçao de momento p das partículas, u sua velocidade e F uma força externa

2. Demonstre a invariância da intensidade específica com a distância na ausência de fontes ou perdas no meio.

3. Considere que uma estrela esférica de raio R_* a uma distância r emite radiação com intensidade específica I_* constante em todas as direções. Mostre que o fluxo observado a essa distância é dado por:
$F = \pi \; I_* \, (R_*/r)^2$

4. Deduza a equação de transferência radiativa em coordenadas esféricas. Qual a forma dessa equação para um meio com simetria esférica.

5. Em quais condições astrofísicas a equação acima é aplicada em oposição à geometria plano-paralela?

6. Qual o significado físico da função fonte S_υ ?

7. Qual o significado da intensidade média J_ν ?

8. Escreva a equação de transferência radiativa no caso plano-paralelo em termos da profundidade linear (z) e profundidade óptica (τ). Obtenha soluções para a intensidade específica (I) nos seguintes casos:

i. Encontre I(z) quando $\chi=\eta=0$. (onde χ e η são os coeficientes de absorção e emissividade por unidade de comprimento, respectivamente).

ii. Encontre $I(\tau,\mu)$ quando $\eta=0$ e $\chi\neq0$ s abendo que a intensidade específica na superfície é $I(0,\mu)$.

Encontre $I(z,\mu)$ quando $\eta\neq0$ e $\chi=0$ sabendo que a intensidade específica na superfície é $I(0,\mu)$ e a emissividade como função da profundidade é $\eta(z)=a$=cte.

9. Sabendo que a solução formal da equação de transferência no caso plano-paralelo é dada por:

$$I(\tau_1)=I(\tau_2)e^{\frac{-(\tau_2-\tau_1)}{\mu}}+\frac{1}{\mu}\int_{\tau_1}^{\tau_2} S_\nu(\tau')e^{\frac{-(\tau'-\tau_1)}{\mu}}d\tau'$$

Calcule:

i. A intensidade específica emergente de uma atmosfera opticamente espessa ($\tau_2 >> \tau_1$) finita com função fonte constante $S(\tau) = S_0$.

ii. A intensidade específica emergente de uma atmosfera opticamente fina ($\tau_2 << 1$) finita com função fonte constante $S(\tau) = S_0$.

iii. Mostre que no caso de uma atmosfera semi-infinita a intensidade emergente é a transformada de Laplace da função fonte $S(\tau)$.

Lista de Atmosferas Estelares (AGA5724) - II

prof. Marcos Diaz 2º semestre, 2020

1. Uma nuvem esférica opticamente fina de raio R e temperatura T é observada de uma distância D>>R. Sabendo que essa nuvem emite radiação térmica com uma emissividade j_ν calcule:
   i. a intensidade específica no centro da nuvem.
   ii. o fluxo emitido.
   iii. a temperatura efetiva.
   iv. compare a intensidade específica com a função de Planck quando a profundidade óptica é τ_ν.

2. De acordo com um modelo para o interior solar, a densidade central é 1.53×10^5 kg m^{-3} e o coeficiente de opacidade de Rosseland no centro é 0.22 $m^2 kg^{-1}$.
   i. calcule o caminho livre médio de um fóton no centro do Sol.
   ii. calcule o tempo médio que um fóton produzido no centro demora para escapar, se esse caminho livre médio for constante até a superfície.

3. Considere uma atmosfera semi-infinita na qual ocorre espalhamento, absorção verdadeira e emissão. Assuma que o meio é isotérmico e homogêneo e que o espalhamento é isotrópico.

   i. Usando a equação de transferência radiativa para um regime difusivo encontre as expressões para a intensidade média $J_\nu(\tau)$ e para o fluxo emergente $F_\nu(0)$. Use condições de contorno de duas correntes.
   ii. Mostre que a intensidade média tende a B_ν quando a profundidade óptica $\tau_* = (3\tau_a(\tau_a+\tau_s))^{1/2}$. Onde τ_a e τ_s são as profundidades ópticas de absorção pura e espalhamento, respectivamente.

4. Um objeto esférico opaco emite como um corpo negro a uma temperatura T_c. Esse objeto esta envolto por uma atmosfera também esférica e isotérmica com $T = T_s$. Considere que o coeficiente de absorção é nulo para o contínuo e se torna muito grande em uma linha espectral centrada em $\nu=\nu_0$ ($\kappa_{\nu 0} \gg \kappa_{\nu cont.}$).

   i. Assumindo que $T_c > T_s$, em qual freqüência o fluxo será máximo quando o observador mede em: A. uma direção que contém o objeto central visto através da envoltória; B. uma direção ao lado do objeto central que contém apenas a envoltória.
   ii. Em qual frequência o fluxo será máximo se $T_c > T_s$. Dê sua resposta para as direções A e B definidas acima.

5. Considere uma atmosfera plano-paralela composta por hidrogênio na aproximação de Eddington. A densidade de massa é nula na superfície ($\tau = 0$). Considerando uma opacidade constante $\kappa = 0.4$ cm^2/g , uma temperatura efetiva = T_{ef} e uma gravidade constante $g = GM_* / R^2_*$, com massa e raio solar, encontre a temperatura e densidade dessa atmosfera nas profundidades ópticas τ = 1, 1/3, 2/3, 10 e 100. Considere Prad = 0 e eq. hidrostático.

6. Considere uma região emissora plano-paralela horizontal de espessura L que apresenta temperatura constante na posição e no tempo. Assuma que o gás tem profundidade óptica $\tau_{\lambda,0}$ e $\tau_\lambda = 0$ na superfície. Não há radiação incidente.

   Use a solução formal da eq. de transferência:

$$I_\lambda(0) = I_{\lambda,0} e^{-\tau_{\lambda,0}} - \int_{\tau_{\lambda,0}}^{0} S_\lambda e^{-\tau_\lambda} d\tau_\lambda,$$

   para mostrar que olhando para a região temos um espectro de corpo negro se $\tau_{\lambda,0} >> 1$ linhas de emissão se $\tau_{\lambda,0} << 1$. Assuma uma emissividade na linha j_λ maior que a emissividade no contínuo no comprimento de onda central da linha λ_0 , ETL em $\tau_{\lambda,0} >> 1$ e função fonte constante com τ.

7. Obtenha uma expressão genérica para a razão de fluxos entre o lado esquerdo e direito da descontinuidade de Balmer sabendo que na aproximação de Eddington temos a seguinte expressão para o fluxo emitido:

$$F_\lambda = \frac{4}{3k_\lambda} \frac{dB_\lambda}{dt}$$

   Encontre uma forma simplificada dessa razão para altas temperaturas (10000 K < T < 30000 K) considerando a(s) fonte(s) de opacidade mais importante(s) nesse caso. Justifique cada aproximação envolvida.

8. Descreva qualitativamente como a ocorrência do efeito Stark nos átomos de hidrogênio nos permite estimar a densidade eletrônica na região de formação das linhas de Balmer. Considere as linhas próximas do limite da série (Diagnóstico de Inglis-Teller). Comente as relações fundamentais utilizadas nesse método, bem como as aproximações envolvidas.

9. Identifique os mecanismos de alargamento e ordene pela sua contribuição relativa

para a largura (FWHM) das linhas de Balmer (i), das linhas de metais neutros (ii) e/ou ionizados (iii) observadas em uma estrela:
a. de tipo B na sequência principal com vsini = 150 km/s
b. de tipo M no ramo das gigantes com vsini = 20 km/s

10. Considerando uma estrela esférica em rotação com alargamento local muito menor que a velocidade de rotação.

i. Mostre que regiões de mesma velocidade radial na superfície de uma estrela em rotação são descritas por cordas paralelas projetadas no plano do céu. Obtenha o valor do "FWZI" ou largura total da linha em profundidade zero (no nível do contínuo) de uma linha alargada por rotação centrada em λ como função da inclinação do eixo de rotação (i), do raio da estrela (R_*) e da velocidade angular de rotação (Ω).

ii. Identificando o meridiano (na atmosfera, contido entre o centro da estrela e o observador) e o limbo estelar, descreva qualitativamente o perfil de linha gerado por rotação pura no caso de um perfil local constante e ausência de escurecimento de bordo.

Lista de Atmosferas Estelares (AGA5724) - III

prof. Marcos Diaz 2º semestre, 2020

1. Discuta qualitativamente a origem das 3 regiões em uma curva de crescimento teórica.
   i. Comente sobre a relação dessas regiões como o alargamento Doppler térmico, a velocidade de microturbulência, a função fonte no contínuo em $\tau=0$ e a constante de amortecimento da linha.
   ii. Considere um perfil de linha em absorção de Voigt, com intensidade mínima igual à função fonte no contínuo em tau(cont)=0 e intensidade nas asas distantes igual à função fonte em tau(cont)=1. Descreva qualitativamente a forma do perfil de linhas nas principais regiões da curva de crescimento

2. Observamos a linha ressonante de sódio NaID λ5890 Å, excitada a partir do estado fundamental do sódio neutro. Sabendo que a profundidade óptica no centro da linha $\tau = 0.1$ encontre a densidade colunar de sódio nessa atmosfera. Assuma que a secção de choque para a formação da linha é constante com a profundidade geométrica. Considere que a largura equivalente observada está na região linear da curva de crescimento. A força de oscilador da linha é $f = 0{,}655$.

3. Uma linha de absorção com freqüência central ν_0 é formada em uma atmosfera opticamente fina, fria e de espessura geométrica Δl. A profundidade óptica desse meio pode ser descrita por: $\tau_\nu = N.\Delta l.\alpha_0.\phi_0$. onde N é a densidade numérica de partículas responsáveis pela formação da linha, ϕ_0 é o perfil de linha e α_0 é o coeficiente de absorção linear no centro da linha.
   i. Mostre que a largura equivalente de uma linha opticamente fina é dada por $N.\Delta l.\alpha_0$.
   ii. Suponha que uma linha fortemente alargada por efeito Doppler tem absorção constante ($\tau_\nu = 0.3$) desde o centro ν_0 até $\nu_0 \pm 2\ \Delta\nu_D$. Mostre como a largura equivalente depende da densidade numérica de partículas.
   iii. Para um perfil Lorentziano de uma linha opticamente espessa ($\tau_\nu \geq 1$) até $3\times$HWHM (meia largura à meia altura) encontre como a largura equivalente depende da densidade numérica de partículas.

4. Escreva a equação de transferência radiativa completa (eq. de Milne-Eddington) na presença de:

   - absorção verdadeira na linha e no contínuo.

   - espalhamento na linha e no contínuo.

- emissão térmica na linha em LTE (balanceamento detalhado).

- emissão térmica no contínuo.

Considere que o coeficiente de absorção total na linha l_ν é composto apenas por absorção pura e espalhamento. Escreva essa equação em termos da:

- razão entre absorção total na linha e no contínuo (η_ν) e

- da razão entre o espalhamento no contínuo e absorção total no contínuo (ρ_ν).

5. A partir da aplicação da teoria dos ventos impulsionados pela radiação ao caso de estrelas quentes, é obtida uma correlação entre a quantidade de movimento do vento modificada, $(dM/dt).v(\infty).(R_*)^{1/2}$ e a luminosidade da estrela L_* dada por :

   $$\log [(dM/dt).v(\infty).(R_*/R_\odot)^{1/2}] = -1.37 + 2.07 \log (L_* / 10^6 L_\odot)$$

   onde a taxa de perda de massa está em $M_\odot$/ano, a velocidade terminal $v(\infty)$ está em km/s. A quantidade de movimento modificada depende fracamente da massa da estrela, de modo que a relação acima não inclui esta dependência. A estrela ε Ori tem tipo espectral B0Ia, temperatura efetiva T_{ef} = 28000 K e raio R_* = 33 $R_\odot$. Apresenta um vento intenso, cuja velocidade terminal, estimada a partir de perfis espectrais do tipo P Cygni, $v(\infty)$ = 1500 km/s. (a) Estime a taxa de perda de massa da estrela. (b) Suponha que a velocidade terminal é alcançada em r ~ $2R_*$. Qual é a densidade do gás circunstelar nesta região?

6. Considere a equação de Euler para um envoltório estelar com simetria esférica acelerado por radiação com aceleração constante g_r ao longo de um deslocamento radial Δr. Considere $\Delta r >> R_*$. Além desse raio a interação se torna ineficiente e $g_r = 0$. Suponha uma velocidade efetiva para o envoltório como sendo a média entre a velocidade inicial $v(R_*)$ e a velocidade terminal do vento $v(\infty)$, com aceleração radial média $dv/dr = v(\infty)/(2\Delta r)$. Mostre que no caso de $v(R_*) << v(\infty)$ o vento é acelerado com $(\Delta r)^{1/2}$. Considere constantes o gradiente de pressão e a densidade do envoltório.

7. Mostre que em um vento esfericamente simétrico, opticamente fino no contínuo e acelerado pela radiação em linhas, a transferência de momento dos fótons na linha para o envoltório ocorre em uma casca esférica, dentro da aproximação de Sobolev. Considere um perfil de alargamento local com largura térmica Δv_{th}. constante.