

A Distribuição de Galáxias

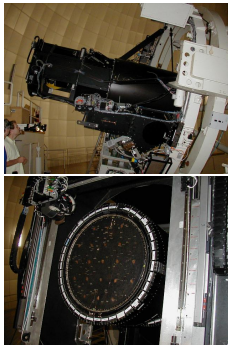
Laerte Sodré Jr.

August 31, 2011

1. 2dFGRS
2. função de correlação
3. dimensão fractal
4. campo de densidades
5. viés
6. espectro de potências
7. espectro de potências primordial
8. função de transferência

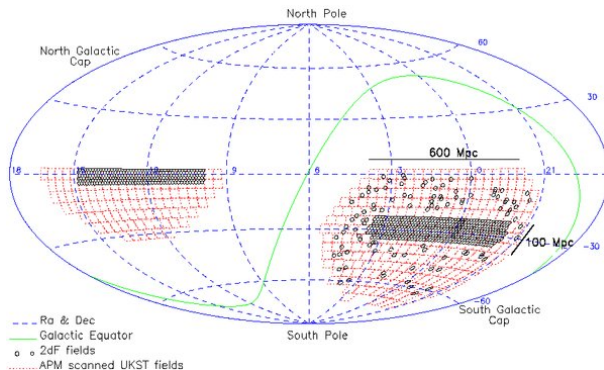
The 2dF Galaxy Redshift Survey (2dFGRS)

- ▶ <http://www2.aao.gov.au/2dFGRS/>
- ▶ realizado com o espectrógrafo multi-objetos 2dF do Anglo-Australian Observatory
- ▶ 2dF: permite medir 400 espectros simultaneamente

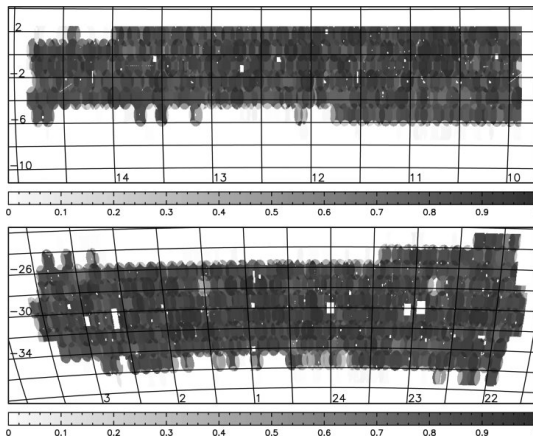


The 2dF Galaxy Redshift Survey (2dFGRS)

- ▶ 2dFGRS: espectros para 221414 galáxias mais brilhantes que $b_J = 19.45$
amostra limitada em magnitudes
- ▶ área do survey: aproximadamente 1500 graus quadrados - a maior parte em 2 faixas, nos polos galácticos N e S

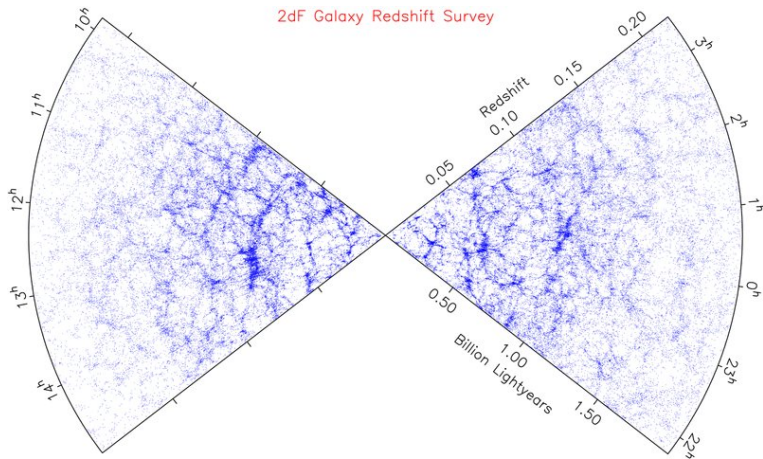


The 2dF Galaxy Redshift Survey (2dFGRS)



Redshift completeness as a function of position for the simulated galaxies. The top and bottom panels are for the NGP and SGP strips, respectively. The horizontal axis represents the RA (in hours) and the vertical axis is the Dec. (in degrees). The completeness, between 0 and 1, is represented by different levels of intensity, with darker regions representing regions of higher completeness, following the scale shown below the strips (Mateus & Sodr  2004).

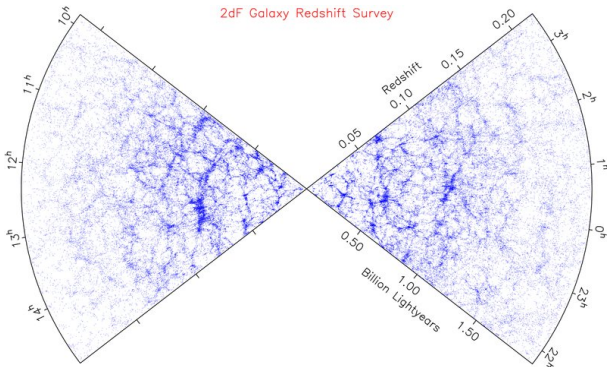
The 2dF Galaxy Redshift Survey (2dFGRS)



NB: amostra limitada em magnitudes

Estatística da distribuição de galáxias

- ▶ as galáxias não estão distribuídas uniformemente:
devido à atração gravitacional é mais provável encontrar uma galáxia perto de outra que numa localização arbitrária



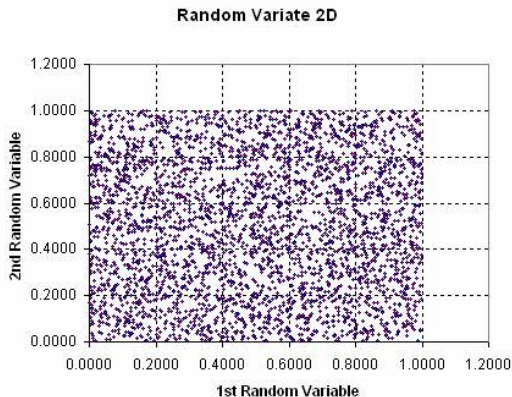
Estatística da distribuição de galáxias

- ▶ as galáxias não estão distribuídas uniformemente: como descrever a distribuição estatisticamente?
- ▶ usamos as funções de correlação ou suas variantes: medem o grau de aglomeração (*clustering*) das galáxias
 - ▶ $\xi(r)$: função de correlação espacial
 - ▶ $\omega(\theta)$ função de correlação angular
 - ▶ $P(k)$: espectro de potências do campo de densidades
 - ▶ bi-espectro: função de correlação de tres pontos
 - ▶ ...
- ▶ essas funções podem ser **previstas** pelas teorias de formação das estruturas em grandes escalas e confrontadas com as observações

a função de correlação espacial

- ▶ $\bar{n}$: densidade numérica média (galáxias Mpc^{-3})
- ▶ probabilidade de encontrar uma galáxia em um elemento de volume dV_1 numa posição $\mathbf{x}$:

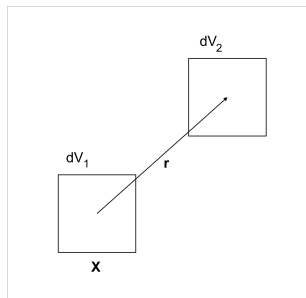
$$P_1 = \bar{n}dV_1$$



a função de correlação espacial

- ▶ função de correlação de 2 pontos ξ :
probabilidade conjunta de achar duas galáxias, uma em dV_1 (no ponto $\mathbf{x}$) e outra em dV_2 , separadas por uma distância $\mathbf{r}$:

$$d^2P = \bar{n}^2[1 + \xi(\mathbf{x} + \mathbf{r})]dV_1dV_2$$



a função de correlação espacial

- ▶ função de correlação de 2 pontos ξ :

$$d^2P = \bar{n}^2[1 + \xi(\mathbf{x} + \mathbf{r})]dV_1dV_2$$

- ▶ como consideramos o universo estatisticamente homogêneo, ξ não pode depender de $\mathbf{x}$ e $\mathbf{x} + \mathbf{r}$ individualmente, mas apenas da distância entre as duas galáxias, $\mathbf{r}$
- ▶ devido à isotropia do universo, ξ não pode depender da direção, apenas do módulo da distância entre as galáxias:

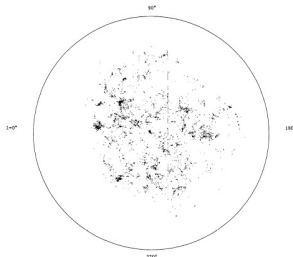
$$\xi = \xi(r)$$

a função de correlação espacial

- ▶ dada uma galáxia, o número médio de galáxias dentro de uma distância r dela será:

$$N(< r) = \int \bar{n}[1 + \xi(r)]dV = \frac{4}{3}\pi r^3 \bar{n} + 4\pi \bar{n} J_3,$$

$$J_3(r) \equiv \int_0^r r'^2 \xi(r') dr'$$



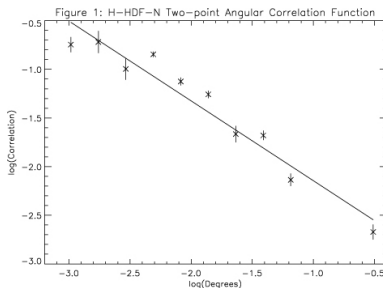
distribuição de galáxias mais brilhantes que $b=19$ no hemisfério N (Shane & Wirtanen, 1967)

a função de correlação angular

- ▶ probabilidade conjunta de se achar galáxias em dois elementos de ângulos sólidos $d\Omega_1$ e $d\Omega_2$ separados por um ângulo θ em uma amostra com densidade superficial média $\bar{\Sigma}$:

$$d^2P = \bar{\Sigma}^2 [1 + \omega(\theta)] d\Omega_1 d\Omega_2$$

- ▶ útil para se analisar a distribuição de galáxias projetada no céu



Função de correlação angular do Hawaii-Hubble Deep Field-North

determinação da função de correlação de um conjunto de pontos

- ▶ Hamilton (1993): gera-se aleatoriamente um conjunto de pontos (R) uniformemente distribuídos na mesma região que os dados (D)

$$1 + \xi(r) = \frac{\langle DD \rangle \langle RR \rangle}{\langle DR \rangle^2}$$

- ▶ $\langle \rangle$: valores médios de pares de pontos separados por r (considerando a função de seleção da amostra)
- ▶ leva em conta efeitos de borda dos *surveys*

observações da função de correlação de galáxias

- ▶ para um grande intervalo de raios a função de correlação espacial pode ser aproximada por:

$$\xi(r) \simeq (r/r_0)^{-\gamma}$$

- ▶ nesse caso, a função de correlação angular, num universo homogêneo e isotrópico, fica:

$$\omega(\theta) = A\theta^{1-\gamma}$$

(usando a equação de Limber, que relaciona as funções de correlação em 2 e em 3 dimensões)

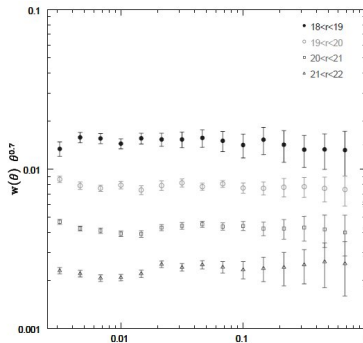
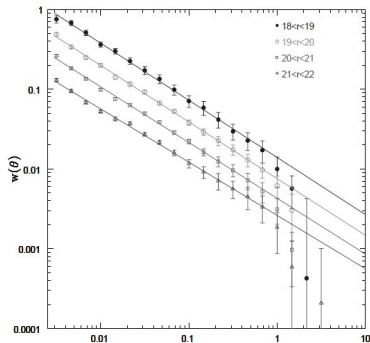
A depende da “profundidade da amostra”, devido à diluição da aglomeração por efeitos de projeção .

Galaxy Positions: Sloan Digital Sky Survey



← 550 Mpc →

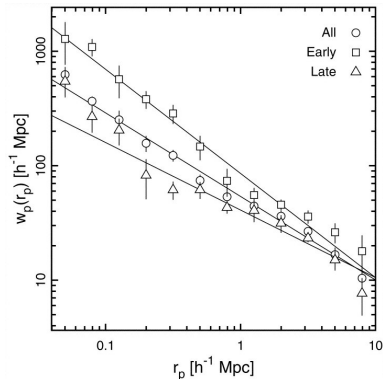
observações da função de correlação de galáxias



Função de correlação angular do SDSS: $w \propto \theta^{-0.7}$; a amplitude de w aumenta com o fluxo;

quebra em 1-2 graus? (Connolly et al. 2002)

observações da função de correlação de galáxias



Projected comoving correlation function $w_p(r_p)$ for objects with $M_R < -20$ and $0.12z < 0.51$, from all SED classes and the early- and late-type SED classes individually (CNOC survey, Shepherd et al. 2001).

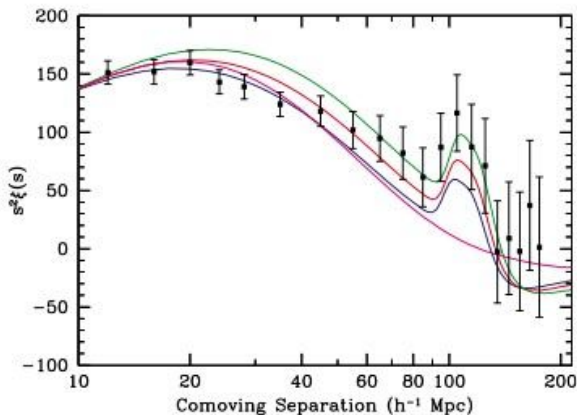
$$\xi(r) \simeq (r/r_0)^{-\gamma}$$

a correlação aumenta com a escala:

- ▶ correlação galáxia-galáxia: $\gamma \simeq 1.8$, $r_0 \simeq 5h^{-1}$ Mpc
- ▶ resultados do 2dFGRS (Hawkins et al. 2003):
 $r_0 = 5.05 \pm 0.26 h^{-1}$ Mpc, $\gamma = 1.67 \pm 0.03$
- ▶ correlação aglomerado-aglomerado: $\gamma \simeq 1.8$, $r_0 \simeq 20h^{-1}$ Mpc
- ▶ normalizado pela distância média entre as estruturas d :

$$\xi(r/d) \simeq 0.2 \left(\frac{r}{d}\right)^{-1.8}$$

observações da função de correlação de galáxias



Detecção de BAOs na função de correlação das galáxias vermelhas do SDSS. As várias curvas mostram ajustes teóricos onde se varia a abundância dos bárions.

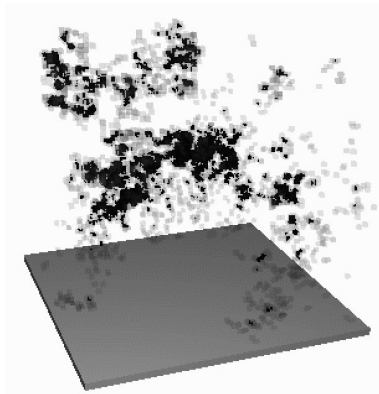
a dimensão fractal

será que a distribuição de galáxias é fractal?



a dimensão fractal

será que a distribuição de galáxias é fractal?



Modelo fractal de nuvens interestelares (Hetem & Lépine 1993, A&A, 270, 451)

- ▶ se a distribuição de galáxias for puramente fractal:

$$N(< r) \propto r^{D_2}$$

D_2 : dimensão fractal (constante)

- ▶ distribuição uniforme: $D_2 = 3$
- ▶ calculando $N(< r)$ com a função de correlação:
 - se $\xi(r) \ll 1$, $D_2 \simeq 3$
 - se $\xi(r) \gg 1$, $D_2 \simeq 3 - \gamma$
- ▶ observações : a distribuição de galáxias não é puramente fractal e torna-se uniforme em grandes escalas

Dimensão Fractal D_2

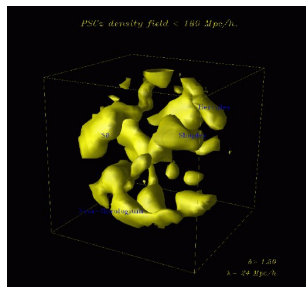
amostra	profundidade (h^{-1} Mpc)	D_2
SA Pisces-Perseus	1.0 - 3.5	1.2
galáxias próximas (CfA)	1.0 - 30	2.0
Stromlo-APM	30 - 60	2.8
ESO Slice Project	300 - 400	2.93
radiação X de fundo	~ 500	$3 - D_2 \simeq 10^{-4}$
radiação de fundo em microondas	~ 1000	$3 - D_2 \simeq 2 \times 10^{-5}$

Campo de densidades

- ▶ seja $n(\mathbf{r})$ a densidade numérica de galáxias no ponto $\mathbf{r}$
- ▶ flutuações de densidade:

$$\delta(\mathbf{r}) = \frac{n - \bar{n}}{\bar{n}} = \frac{\delta n}{\bar{n}}$$

$$n(\mathbf{r}) = \bar{n}[1 + \delta(\mathbf{r})]$$

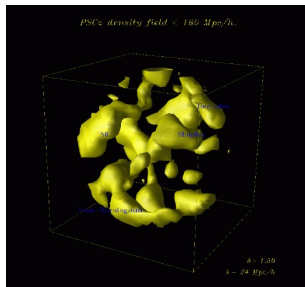


Campo de densidades

- ▶ flutuações de densidade:

$$\delta(\mathbf{r}) = \frac{n - \bar{n}}{\bar{n}} = \frac{\delta n}{\bar{n}}$$

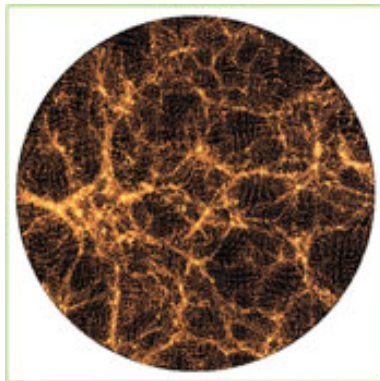
- ▶ num universo homogêneo e isotrópico espera-se que as propriedades estatísticas de δ também sejam homogêneas (embora δ seja usado justamente para caracterizar a homogeneidade!)



Campo de densidades

- ▶ valores médios:

$$\langle A \rangle = \frac{1}{V} \int A(\mathbf{r}) dV$$
$$\bar{n} = \langle n \rangle$$



a função de correlação e o campo de densidades

- ▶ definição alternativa da função de correlação :

$$\xi(\mathbf{x}, \mathbf{x} + \mathbf{r}) = \langle \delta(\mathbf{x})\delta(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle$$

- ▶ função de autocorrelação : $\langle n(\mathbf{x})n(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle$

$$\langle n(\mathbf{x})n(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle = \bar{n}^2[1 + \langle \delta(\mathbf{x})\delta(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle] = \bar{n}^2[1 + \xi(\mathbf{x}, \mathbf{x} + \mathbf{r})]$$

- ▶ assumindo homogeneidade e isotropia:

$$\xi(\mathbf{r}, \mathbf{x} + \mathbf{r}) = \xi(|(\mathbf{x} + \mathbf{r}) - \mathbf{r}|) = \xi(|\mathbf{r}|) = \xi(r)$$

- ▶ o mesmo tipo de análise se aplica ao campo de densidades em massa: $\rho(\mathbf{x})$ ($M_{\odot} \text{ Mpc}^{-3}$)

Campo de densidades: o viés (*bias*)

- ▶ o mesmo tipo de análise se aplica ao campo de densidades em massa: $\rho(\mathbf{x})$ ($M_{\odot} \text{ Mpc}^{-3}$)
- ▶ *viés* entre a distribuição de galáxias e o campo de densidades:
 - ▶ muitas vezes medimos a distribuição de galáxias $n(\mathbf{x})$, mas gostaríamos de conhecer a distribuição de massa $\rho(\mathbf{x})$, dominada pela matéria escura
 - ▶ note que enquanto as flutuações de matéria escura evoluem por ação da gravidade, as de bárions envolvem também dissipação de energia
 - ▶ em consequência, a distribuição das galáxias pode ser muito diferente da de massa

Campo de densidades: o viés

- ▶ uma suposição simples é supor que, em grandes escalas, onde as flutuações de densidade são pequenas, a distribuição de galáxias e a de massa se relacionam como

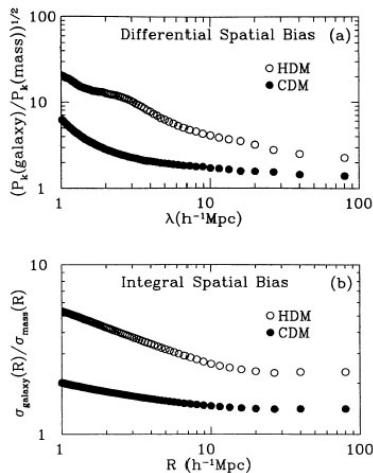
$$\frac{\delta n}{\bar{n}} = b \frac{\delta \rho}{\bar{\rho}}$$

onde b é o parâmetro de *bias*

- ▶ esta hipótese é denominada "viés (*bias*) linear"
- ▶ exemplos:
 - ▶ $b = 1$: as distribuições de massa e de galáxias são iguais
 - ▶ $b > 1$: as galáxias estão mais concentradas que a massa
 - ▶ $b < 1$: as galáxias estão menos concentradas que a massa

Campo de densidades: o viés

simulações numéricas: o modelo de viés linear é inadequado em escalas pequenas e intermediárias e, em geral, o viés depende da escala



o espectro de potências do campo de densidades

- ▶ consideremos a transformada de Fourier do campo de flutuações de densidade de massa $\delta(\mathbf{x})$ dentro de uma caixa de largura L (e volume $V = L^3$):

$$\delta(\mathbf{k}) = \left(\frac{1}{L}\right)^3 \int \delta(\mathbf{x}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} d^3x$$

e, de maneira equivalente, a transformada inversa é

$$\delta(\mathbf{x}) = \left(\frac{L}{2\pi}\right)^3 \int \delta(\mathbf{k}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} d^3k$$

- ▶ a escala de uma flutuação, λ , se relaciona com o número de onda k como $k = 2\pi/\lambda$

o espectro de potências do campo de densidades

- ▶ transformada de Fourier do campo de flutuações de densidade de massa:

$$\delta(\mathbf{k}) = \frac{1}{V} \int \delta(\mathbf{x}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} d^3x$$

transformada inversa

$$\delta(\mathbf{x}) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int \delta(\mathbf{k}) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} d^3k$$

- ▶ espectro de potências:

$$P(k) \equiv \langle \delta(\mathbf{k}) \delta^*(\mathbf{k}) \rangle = \langle |\delta(\mathbf{k})|^2 \rangle$$

- ▶ lembrem-se que há várias maneiras de se definir a transformada de Fourier e, portanto, o espectro de potências

o espectro de potências do campo de densidades

- ▶ a função de correlação pode ser definida como:

$$\xi(\mathbf{r}) = \langle \delta(\mathbf{x})\delta(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle$$

- ▶ ou,

$$\xi(\mathbf{r}) = \frac{1}{V} \int d^3x \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3k \int d^3k' \delta(\mathbf{k})\delta(\mathbf{k}') e^{-i(\mathbf{k}+\mathbf{k}')\cdot\mathbf{x} - i\mathbf{k}'\cdot\mathbf{r}}$$

- ▶ daí vem que

$$\xi(\mathbf{r}) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int |\delta(\mathbf{k})|^2 e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d^3k$$

isto é, a função de correlação pode ser calculada a partir do espectro de potências

o espectro de potências do campo de densidades

- ▶ a função de correlação é a transformada de Fourier do espectro de potências:

$$\xi(\mathbf{r}) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int |\delta(\mathbf{k})|^2 e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d^3k$$

- ▶ em um universo homogêneo e isotrópico o espectro de potências também deve ser isotrópico: $\langle |\delta(\mathbf{k})|^2 \rangle = |\delta(k)|^2$ e tem-se que

$$\xi(r) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int P(k) \frac{\sin(kr)}{kr} 4\pi k^2 dk$$

- ▶ ou,

$$P(k) = \frac{4\pi}{V} \int_0^\infty \xi(r) \frac{\sin(kr)}{kr} r^2 dr$$

o espectro de potências do campo de densidades

- ▶ frequentemente se expressa o espectro de potências numa forma adimensional:

$$\Delta^2(k) = \frac{V}{(2\pi)^3} 4\pi k^3 P(k) = \frac{2}{\pi} k^3 \int_0^\infty \xi(r) \frac{\sin(kr)}{kr} r^2 dr$$

o espectro de potências primordial

- ▶ paradigma atual para a formação de estruturas em grandes escalas: pequenas flutuações de densidade primordiais são amplificadas pela gravidade
- ▶ a origem das flutuações primordiais é incerta, mas supõe-se que possam ser flutuações quânticas amplificadas pela inflação
- ▶ devido à nossa ignorância, assume-se que o espectro de potências primordial não tem nenhuma escala preferencial (se tem, temos que explicá-la!)
- ▶ por isso supõe-se que ele deve ter a forma de uma lei de potências:

$$P(k) \propto k^n$$

o espectro de potências primordial

$$P(k) \propto k^n$$

- ▶ o índice n governa o balanço entre a potência em pequenas e grandes escalas
- ▶ se

$$\xi(r) = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-\gamma}$$

então,

$$\Delta^2(k) = \frac{2}{\pi} (kr_0)^\gamma \Gamma(2 - \gamma) \sin\left(\frac{(2 - \gamma)\pi}{2}\right) = \beta(kr_0)^\gamma$$

onde

$$\gamma = n + 3$$

o espectro de potências primordial

$$P(k) \propto k^n$$

- ▶ $n = 0$: “ruído branco” - a mesma potência em todas as escalas
corresponde a um campo de densidades com uma distribuição uniforme de pontos
- ▶ $n = 1$: espectro de Harrison-Zeldovich
 - ▶ espectro invariante por escala: as flutuações do potencial gravitacional são constantes e não dependem da escala
 - ▶ como as flutuações de potencial afetam a curvatura do espaço-tempo (ET), um espectro invariante por escala corresponde a um fractal: o ET tem o mesmo grau de “rugosidade” em todas as escalas

o espectro de potências primordial: a inflação

flutuações primordiais:

- ▶ as minúsculas flutuações quânticas que existiriam logo após o big bang podem ser amplificadas pela inflação e se constituírem nas “flutuações primordiais”
- ▶ imagina-se que logo após a inflação o espectro de potências tenha aproximadamente $n = 1$ - o espectro de Harrison-Zeldovich
- ▶ na verdade, os modelos de inflação prevêm uma ligeira dependência com a escala (o *tilt*) devido tanto a flutuações gaussianas quanto às tensoriais, produzidas por ondas gravitacionais
- ▶ as perturbações tensoriais são uma assinatura única da inflação e são a melhor maneira de se estudar a física deste fenômeno

o espectro de potências primordial: a inflação

$$P(k) \propto k^n$$

- descrição empírica:

$$P(k) = A_s \left(\frac{k}{k_0} \right)^{n(k)}$$

onde

$$n(k) = n_s + \frac{1}{2} \frac{dn}{d \ln k} \ln \left(\frac{k}{k_0} \right)$$

o espectro de potências primordial: a inflação

- ▶ descrição empírica:

$$P(k) = A_s \left(\frac{k}{k_0} \right)^{n(k)}$$

onde

$$n(k) = n_s + \frac{1}{2} \frac{dn}{d \ln k} \ln \left(\frac{k}{k_0} \right)$$

- ▶ resultados do WMAP+BAO+SN (Hinshaw et al. 2009), assumindo $k_0 = 0.002 \text{ Mpc}^{-1}$:
 - ▶ $n_s = 0.960 \pm 0.013$
 - ▶ $dn/d \ln k = 0.028 \pm 0.020$
 - ▶ razão entre as potências nos modos escalar e tensorial:
 $r \equiv P_s(k_0)/P_t(k_0) < 0.22$ (95% CL)

o espectro de potências primordial: a inflação

- ▶ análise da RCF (mapas de 5 anos do WMAP; Hinshaw et al. 2009):
... the WMAP measurement of the primordial power spectrum of matter fluctuations constrains the physics of inflation, our best model for the origin of these fluctuations. Specifically, the 5 year data provide the best measurement to date of the scalar spectrum amplitude and slope, and place the most stringent limits to date on the amplitude of tensor fluctuations. However, it should be noted that these constraints assume a smooth function of scale, k . Certain models with localized structure in $P(k)$, and hence additional parameters, are not ruled out, but neither are they required by the data...

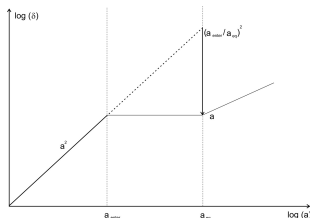
o espectro de potências: a função de transferência

- ▶ após a inflação, as flutuações de densidade evoluem, devido à auto-gravidade, às forças restauradoras da pressão e a processos de amortecimento
- ▶ esses efeitos modificam a forma do espectro de potências primordial, expressa por uma *função de transferência* $T(k, z)$:

$$P(k, z) = P_0(k)T(k, z)$$

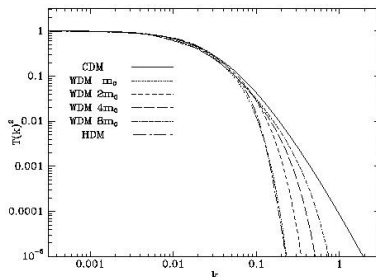
o espectro de potências: a função de transferência

- ▶ a evolução de uma flutuação de densidade, δ , depende de sua escala, L
- ▶ durante a era radiativa, se L for maior que o raio do horizonte do universo r_H ($\sim ct$), ele cresce por autogravidade: $\delta \propto a^2$
- ▶ o horizonte cresce e a flutuação “entra” no horizonte ($r_H \sim L$): δ praticamente para de crescer pois a densidade é dominada pela radiação
- ▶ mas depois de t_{eq} ($\rho_r = \rho_m$) δ pode crescer novamente
- ▶ isso implica que $L_o = r_H(t_{eq})$ é uma escala “especial”

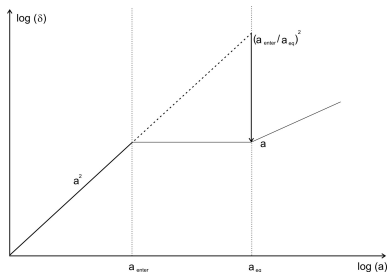


o espectro de potências: a função de transferência

- ▶ o espectro de potências deve se modificar em $k \sim 1/L_0$
- ▶ qualitativamente:
 - ▶ para $k \ll 1/L_0$ (escalas muito grandes): $T(k) \simeq 1$
espectro primordial
 - ▶ para $k \gg 1/L_0$ (escalas muito pequenas): $T(k) \propto k^{-2}$
(pois $\delta \propto a^2$)- espectro “evoluido”



o espectro de potências: a função de transferência



Uma flutuação de densidade que entra no horizonte durante a era radiativa para de crescer até que a matéria começa a dominar. Comparada com uma perturbação que entra no horizonte mais tarde, na era da matéria, a amplitude da perturbação é suprimida por um fator $(a_{eq}/a_{enter})^2$, o que explica o comportamento qualitativo da função de transferência.

o espectro de potências: a função de transferência

- ▶ raio do horizonte:

$$r_{H,com}(t) = \int_0^t \frac{cdt}{a(t)}$$

- ▶ raio do horizonte em z_{eq} :

$$r_{H,com}(z_{eq}) \simeq \frac{c}{H_0} \frac{1}{\sqrt{2\Omega_m(1+z_{eq})}}$$

onde $z_{eq} \simeq 23900\Omega_m h^2$. Logo,

$$r_{H,com}(z_{eq}) \simeq 12(\Omega_m h^2)^{-1} \text{ Mpc}$$

o espectro de potências: a função de transferência

- ▶ a função de transferência depende de $r_{H,com}$ que, por sua vez, depende de $\Omega_m h^2$
- ▶ como as distâncias (ou escalas) medidas com redshifts são expressas em unidades de h^{-1} Mpc, a forma da função de transferência (e portanto do espectro de potências) depende de $\Gamma = \Omega_m h$
- ▶ $\Gamma = \Omega_m h$: parâmetro de forma (*shape parameter*)

o espectro de potências: a função de transferência

- ▶ função de transferência:

$$P(k, z) = P_0(k) T(k, z)$$

- ▶ a função de transferência pode ser calculada se o conteúdo material do universo é especificado, e depende da natureza da matéria escura (ME)

o espectro de potências: a função de transferência

- ▶ matéria escura quente (HDM) e matéria escura fria (CDM): depende da velocidade térmica das partículas da ME em t_{eq}
 - ▶ CDM: $mc^2 \gg k_B T(t_{eq}) \simeq k_B \times 2.73(1 + z_{eq})$
como $z_{eq} \simeq 23900 \Omega_m h^2$, vem que $mc^2 \gg 6 \Omega_m h^2 \text{ eV}$
Ex.: WIMPs - *weakly interacting massive particles*
 - ▶ HDM: $mc^2 \ll 6 \Omega_m h^2 \text{ eV}$
Ex.: neutrinos massivos

- ▶ Carroll S.M., Press W.H., Turner E.L., 1992, ARA&A, 30, 499
- ▶ Dodelson - Modern Cosmology (2003)
- ▶ Hamilton, 1993, ApJ, 417, 19
- ▶ Hinshaw et al., 2009, ApJS, 180, 225
- ▶ Peacock - Cosmological Physics (1999)
- ▶ Percival et al., 2001, MNRAS, 327, 1297
- ▶ Schneider : Extragalactic Astronomy and Cosmology (2006)