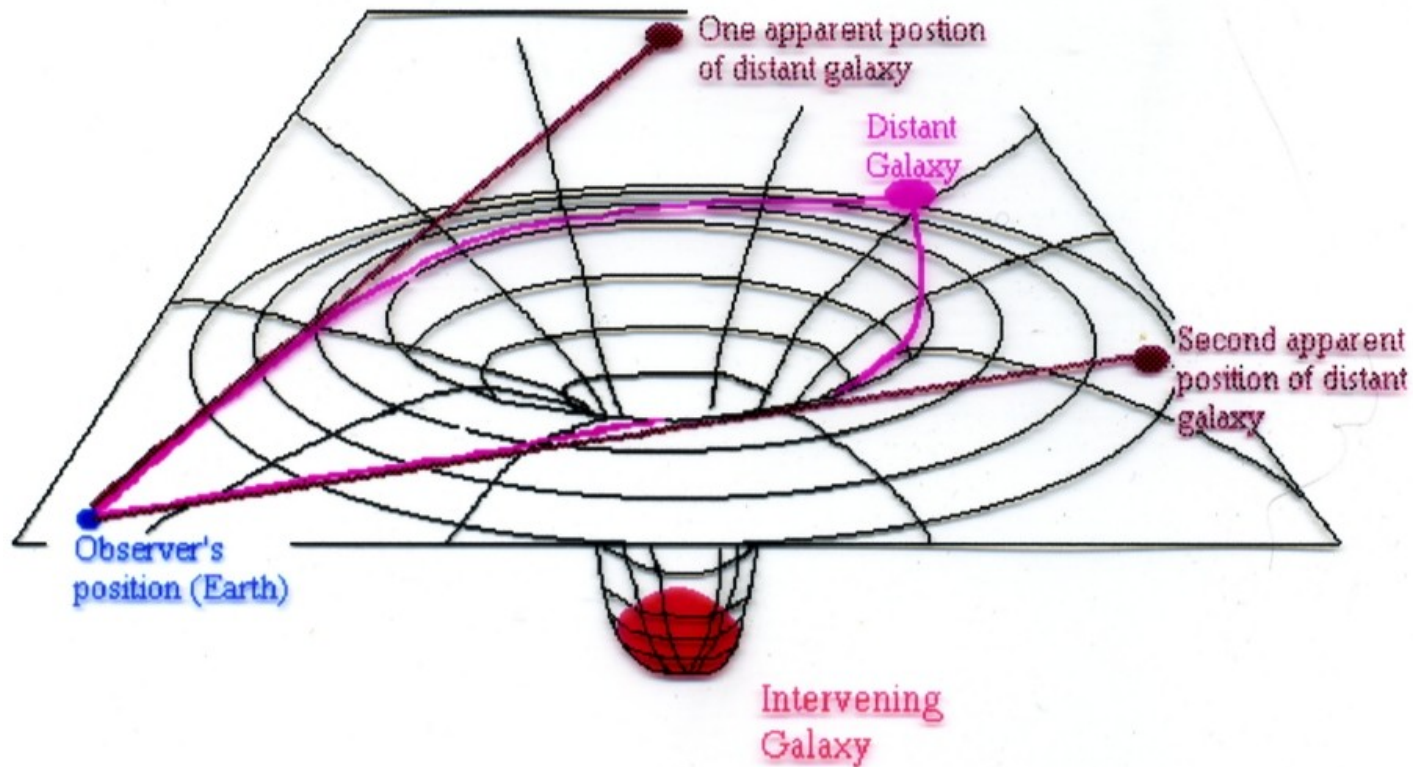


# 18. Lentes gravitacionais



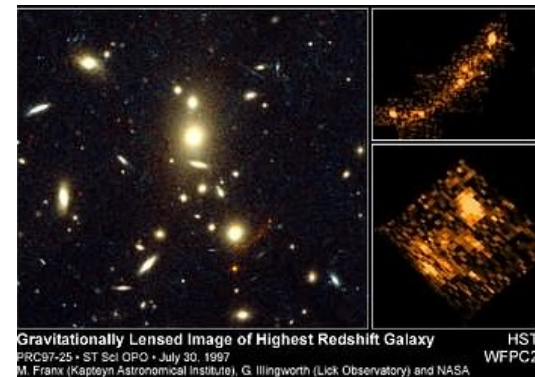
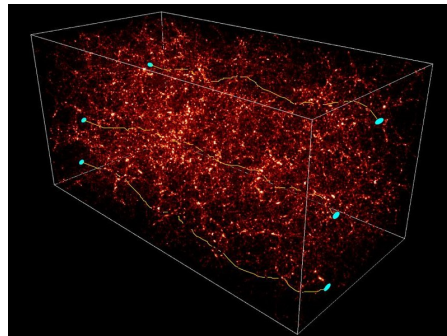
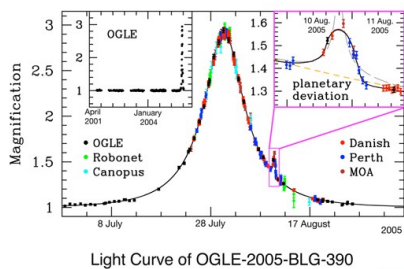
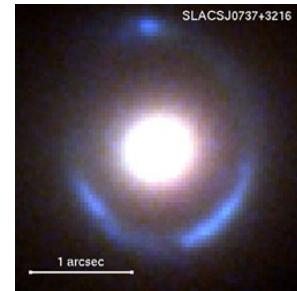
# lentes gravitacionais

- a gravitação afeta a propagação da luz, criando o efeito de lentes gravitacionais



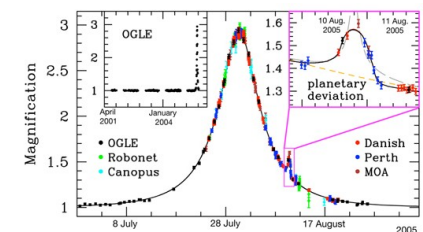
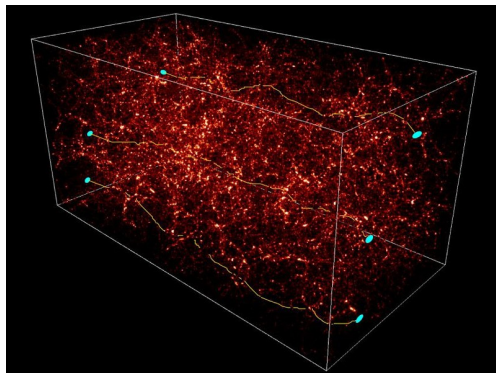
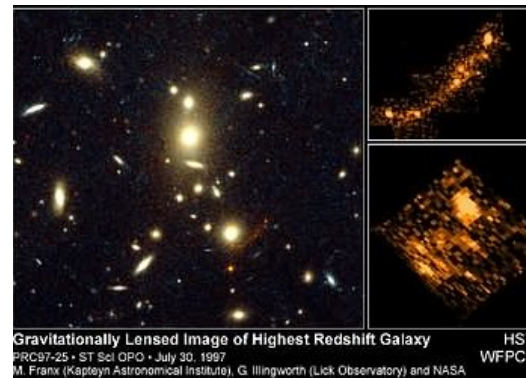
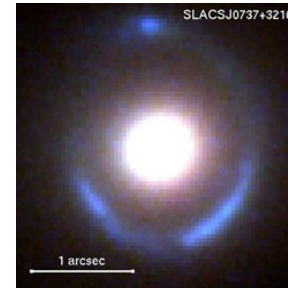
# lentes gravitacionais

- há muitos efeitos, em 2 regimes:
  - lentes fortes: arcos, imagens múltiplas, anel de Einstein, microlentes
  - lentes fracas: distorções estatísticas, shear cósmico



# lentes gravitacionais

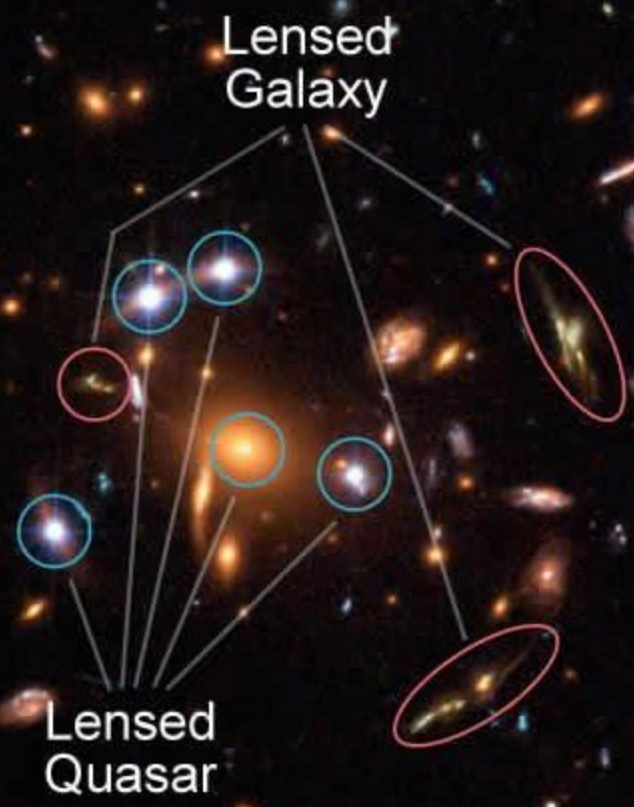
- muitas aplicações:
  - determinação de massa
  - estudo da natureza da matéria escura
  - descoberta de planetas
  - telescópios gravitacionais
  - cosmologia



Light Curve of OGLE-2005-BLG-390



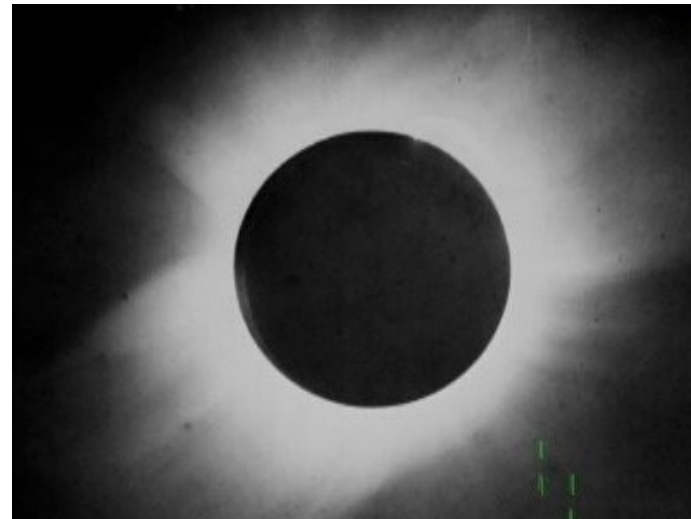
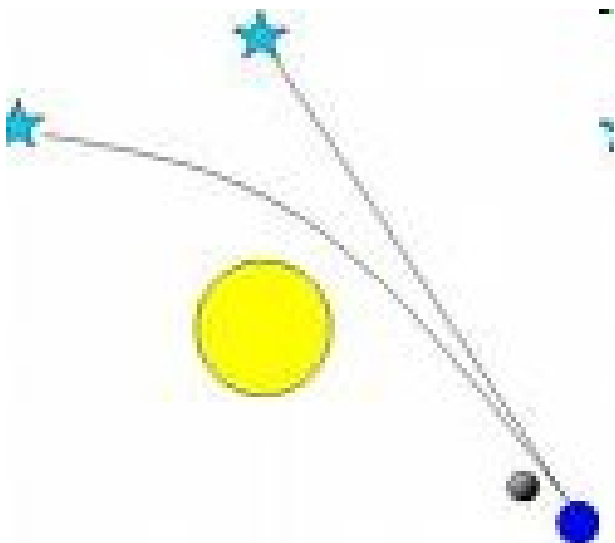
Galaxy Cluster SDSS J1004+4112  
HST ACS/WFC



10''

# Deflexão da luz das estrelas pelo Sol

- história da deflexão da luz
  - suspeitada por Newton, Laplace...
  - cálculo do ângulo de deflexão (newtoniano): Soldner (1804)
  - cálculo via princípio da equivalência: Einstein (1911)
  - cálculo via teoria da relatividade geral: Einstein (1916)
- este efeito foi observado pela primeira vez em Sobral, no Ceará, e na Ilha de Príncipe, na costa da África, durante o eclipse solar de 1919



Zürich, 14. X. 13.

Aus  
 Hoch geehrter Herr Kollege!

Eine einfache theoretische Überlegung macht die Annahme plausibel, dass Lichtstrahlen in einem Gravitationsfeld eine Deviation erfahren.

An Sonnensande müsste diese Ablenkung  $0,84''$  betragen und mit  $\frac{1}{2}$  abnehmen (auf  $\frac{1}{2}$  der Entfernung vom Sonnenmittelpunkt).

Es wäre deshalb von grösstem Interesse, bis zu einer grossen Sonnenhöhe gewisse Fixsterne bei Annäherung der stärksten Vergrösserungen bei Tage (ohne Sonnenfinsternis) gesehen werden können.

Auf den Rat meines Kollegen, H. Koenig Prof. Hauser bitte ich Sie deshalb, mir mitzutheilen, was Sie nach Ihrer reichen Erfahrung in diesen Dingen für mit dem heutigen Mittel erreichbar halten.

Mit aller Hochachtung  
 Ihr ganz ergebener  
 A. Einstein

Technische Hochschule  
 Zürich.

Prof. Dr.  
 Messrs. Henry Starks for a friendly reply  
 to Mr. Professor A. Einstein, honorable  
 College of the Polytechnical School.  
 14. X. 13  
 Yours truly  
 Hauser

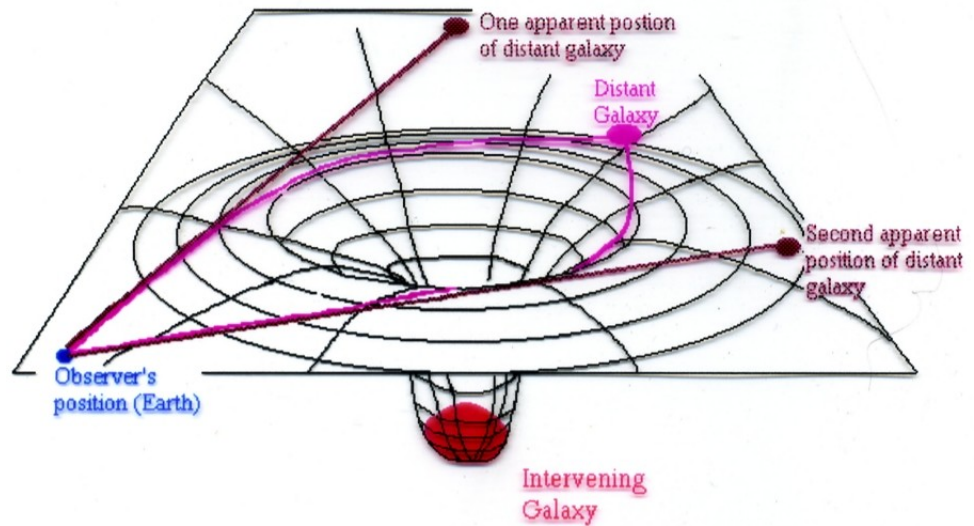
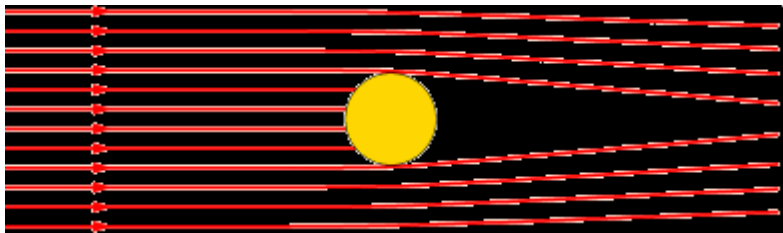
manuscrito de Einstein de 1913 onde ele apresenta o resultado de seu cálculo da deflexão da luz de uma estrela pelo Sol

note o valor que ele obteve para a deflexão: 0.84 arcsec, metade do valor correto

# Deflexão da luz das estrelas pelo Sol

- a deflexão da luz:

a gravitação altera a propagação da luz



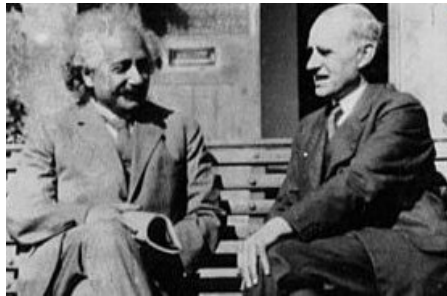
física newtoniana:  
a força gravitacional altera  
a propagação da luz

teoria da relatividade geral:  
a curvatura do espaço-tempo  
altera a propagação da luz



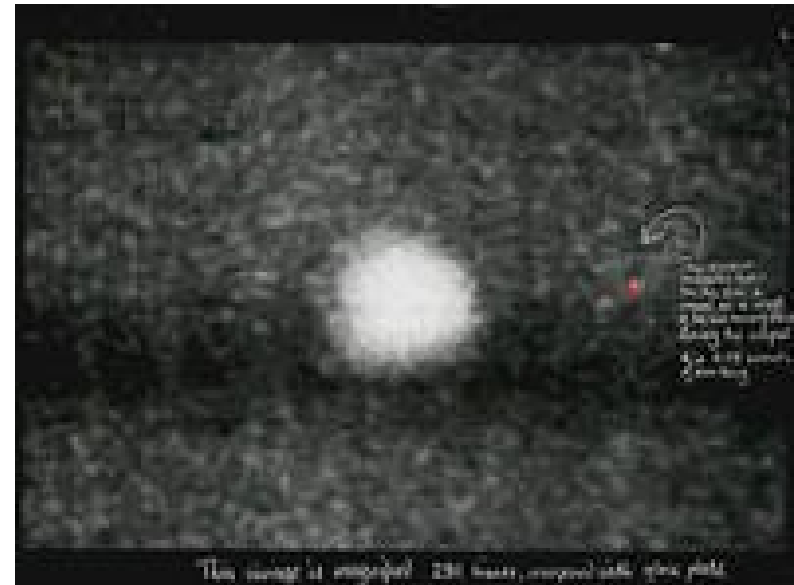
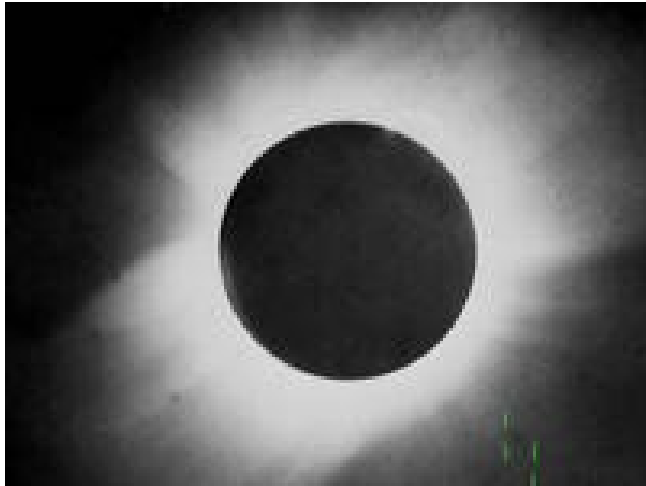
# Deflexão da luz das estrelas pelo Sol

- eclipse solar de 1919, Sobral, Ceará  
o resultado das observações foi apresentado por Eddington em Londres, numa reunião da Royal Society, divulgado pelo Times no dia seguinte, e depois por jornais de todo o mundo, tornando Einstein uma verdadeira *superstar* da ciência



(Eclipse total do Sol, em 29 de maio de 1919, em Sobral, fotografado por Henrique Morize, ex-diretor e astrônomo do Observatório Nacional)

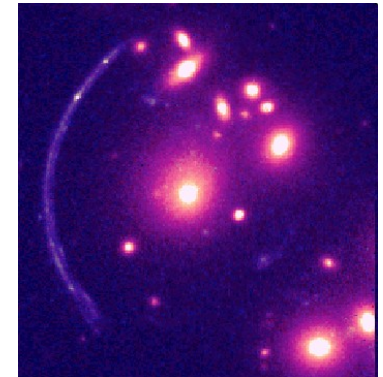
# Sobral, CE, 1919



*A questão que minha mente formulou  
foi respondida pelo radiante céu do  
Brasil (Einstein, 1925)*

# história das lentes

- sugeridas por Eddington (1920)
- Einstein (1912, 1936) discute lentes estelares: conclui que a deflexão é muito pequena
- Zwicky (1937): aglomerados de galáxias como lentes discute também telescópios gravitacionais, probabilidade de lentes,...
- Walsh, Carswell & Weymann (1979): descoberta do primeiro quasar duplo: QSO0957+561: 2 imagens separadas por 6 arcsec
- Lynds & Petrosian e Soucaill et al. (1987): detecção de arcos gravitacionais
- detecção do primeiro anel de Einstein (1988): MG1131+0456 (Hewitt et al.)
- efeito de lentes fracas: primeira detecção em 1990 (Tyson & Valdes)
- microlensing (1993): projetos MACHO e EROS
- shear cósmico: Whittman et al. (2000)

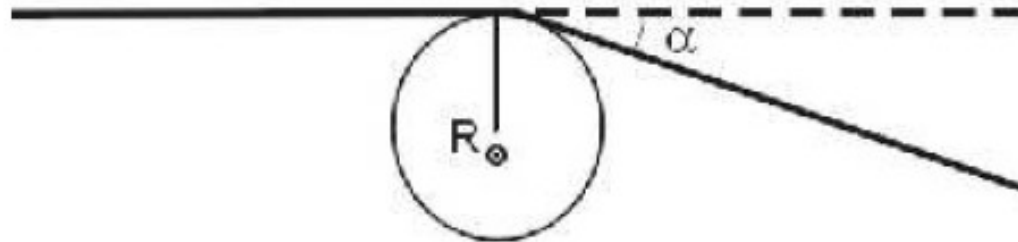


# deflexão da luz na gravitação newtoniana

- consideremos um raio de luz que passa rasante ao Sol
- vamos supor que, quando passa próximo ao Sol, o raio é atraído com aceleração  
 $g \sim GM / R_{\odot}^2$   
durante um intervalo de tempo  $\Delta t \sim 2R_{\odot}/c$
- assim, o fóton vai ganhar uma componente transversal de velocidade  
 $v_{\perp} \sim g \Delta t \sim 2GM / (R_{\odot} c)$

de modo que o ângulo de deflexão resultante fica

$$\sin \alpha \approx \alpha \approx v_{\perp}/c \approx 2GM / (R_{\odot} c^2)$$

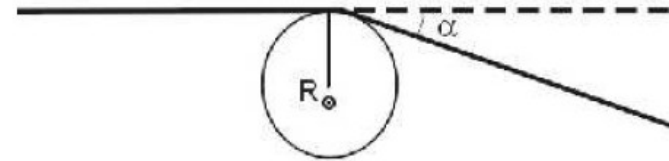
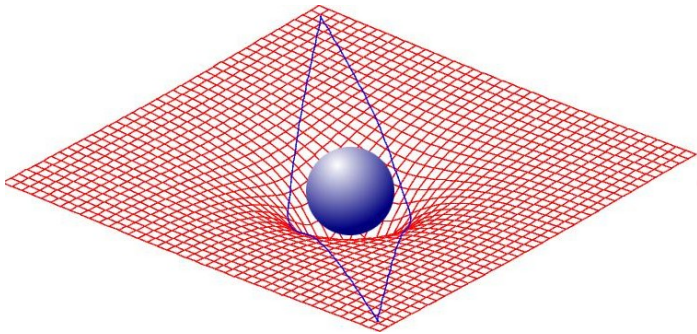


# deflexão da luz na teoria da relatividade geral

- na TRG o valor de  $\alpha$  é **duas vezes** o que se obtém usando a gravitação newtoniana:

$$\alpha = 4 G M / (R_{\odot} c^2)$$

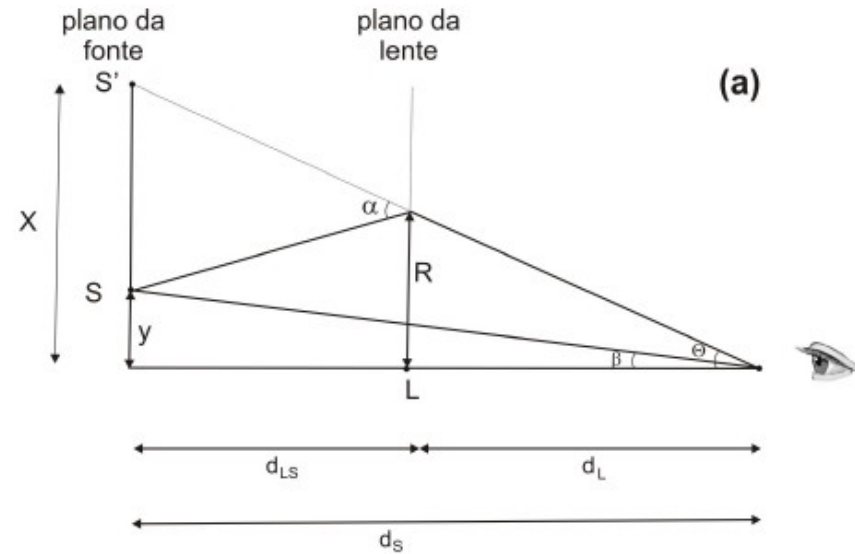
- a deflexão da luz de uma estrela observada rasante ao disco solar será de 1.7 arcsec





# Equação da lente

- vamos considerar uma massa  $M$  no ponto  $L$  que serve de lente para a fonte
- sejam  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\theta$  o ângulo de deflexão, o ângulo em que a fonte seria observada na ausência da lente e o ângulo em que a fonte é observada, respectivamente
- sejam  $d_L$ ,  $d_S$ ,  $d_{LS}$  as distâncias (de diâmetro) à lente, à fonte e entre a lente e a fonte, respectivamente note que  $d_{LS} \neq d_S - d_L$ !
- a equação da lente relaciona os ângulos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\theta$  com as distâncias da lente e da fonte



# Equação da lente

- na ausência da lente uma estrela seria observada em S, formando um ângulo (supondo  $d_S \gg y$ )

$$\beta \approx y / d_S$$

com a direção da lente

- devido à deflexão gravitacional, a estrela é observada em S'; se a deflexão é pequena,

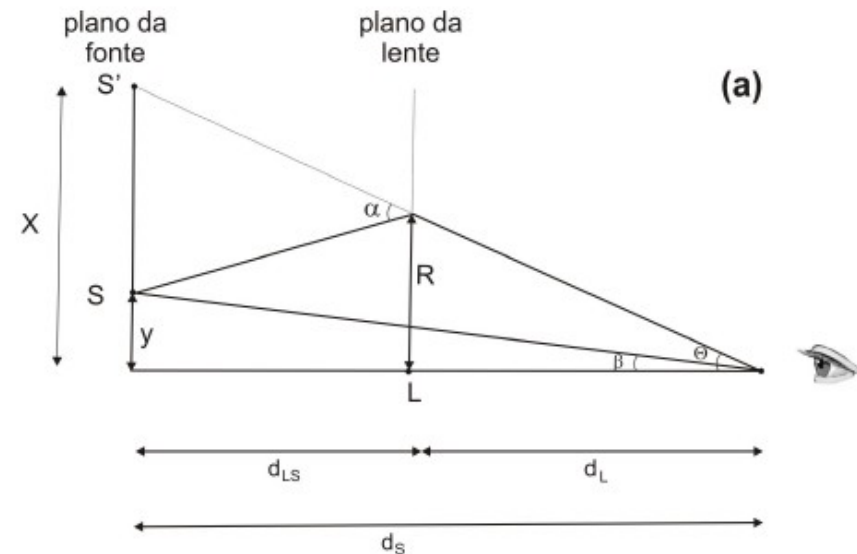
$$\alpha \approx (x - y) / d_{LS}$$

- supondo  $\theta$  pequeno,

$$\theta \approx x / d_S \quad e \quad \theta \approx R / d_L$$

- daí se obtém a equação da lente:

$$\theta - \beta = \alpha d_{LS} / d_S$$



# Equação da lente

- equação da lente:

$$\theta - \beta = \alpha d_{LS} / d_S$$

onde  $\alpha = 4 G M / (R c^2)$

- definindo o *raio de Einstein* como

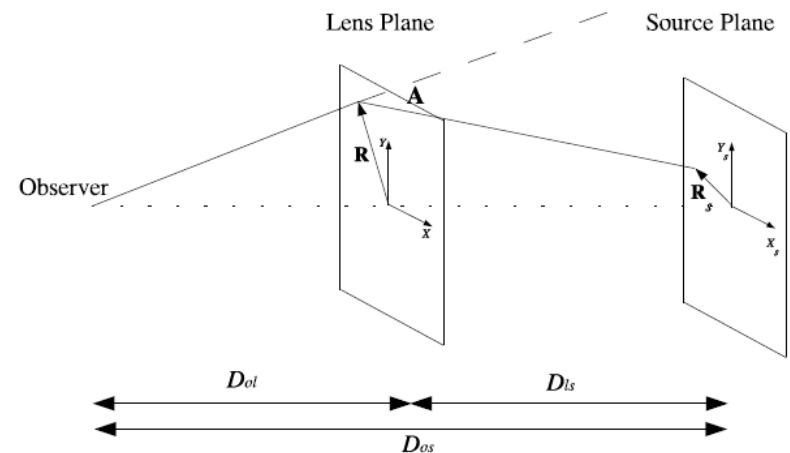
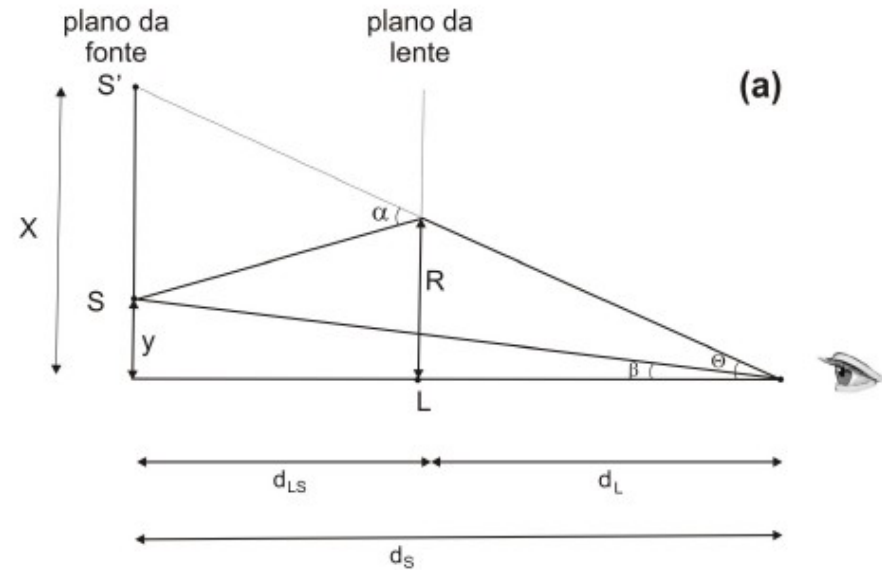
$$\theta_E = [(4 G M / c^2) d_{LS} / (d_S d_L)]^{1/2}$$

e com  $R = \theta d_L$ , a equação da lente fica:

$$\theta - \beta = \theta_E^2 / \theta$$

- a relação entre a posição das imagens e a da fonte pode ser generalizada para uma lente com distribuição de massa não-si

$$\frac{d_{LS}}{d_S} \vec{\alpha} \equiv \vec{\theta} - \vec{\beta}$$



# O anel de Einstein

- equação da lente:

$$\theta - \beta = \theta_E^2 / \theta$$

vamos supor que  $\beta = 0$ : alinhamento entre fonte, lente e o observador

nesse caso,

$$\theta = \theta_E$$

onde

$$\theta_E = [(4 G M / c^2) d_{LS} / (d_S d_L)]^{1/2}$$

- forma-se um anel em torno da lente- o *anel de Einstein*- com raio  $\theta_E$



# imageamento de fonte puntual por lente puntual

- equação da lente:

$$\theta - \beta = \theta_E^2 / \theta$$

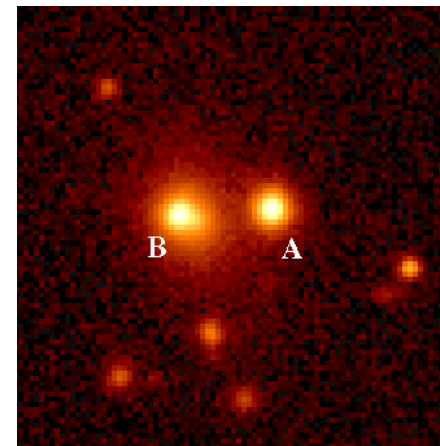
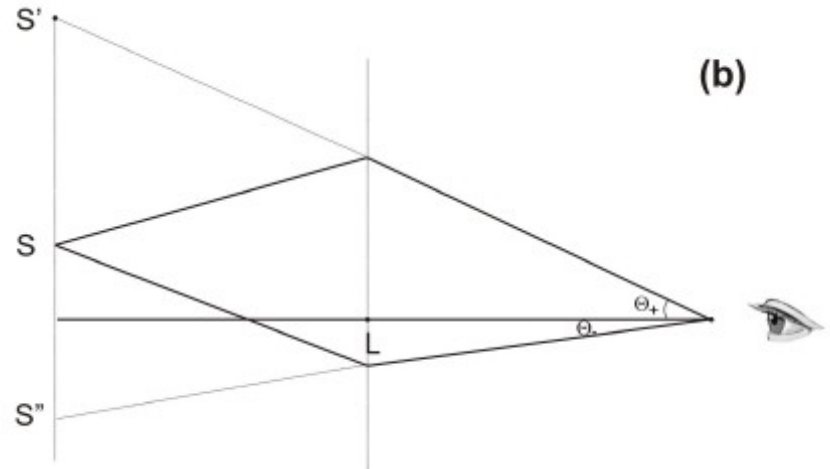
ou

$$\theta^2 - \beta \theta - \theta_E^2 = 0$$

- solução:

$$\theta_{\pm} = \frac{\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2}}{2}$$

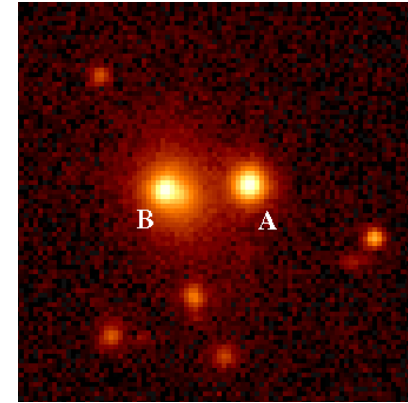
- uma solução tem  $\beta$  positivo e a outra  $\beta$  negativo  
a luz chega “por cima” e “por baixo” da fonte
- um caminho passa por dentro e o outro por fora do anel de Einstein: formam-se *imagens duplas*





# imageamento de fonte puntual por lente puntual

$$\theta_{\pm} = \frac{\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2}}{2}$$



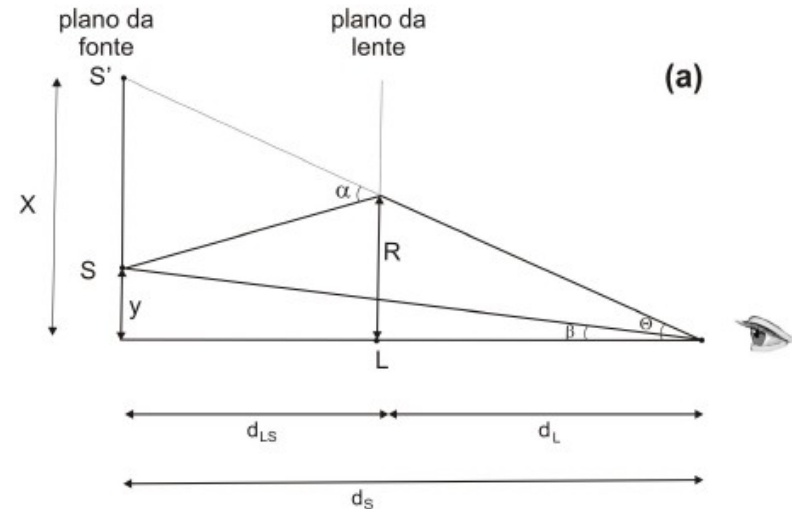
- separação entre as imagens:

$$\Delta\theta = [\beta^2 + 4\theta_E^2]^{1/2}$$

ou

$$\Delta\theta = \beta \text{ se } \beta \gg \theta_E$$

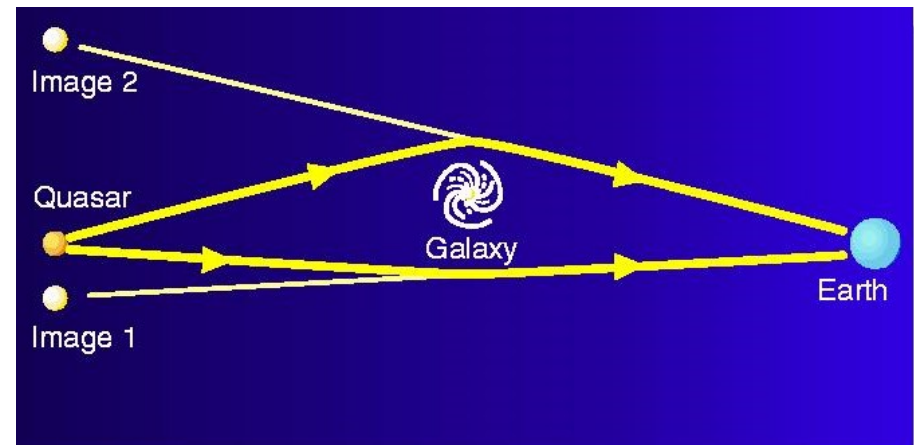
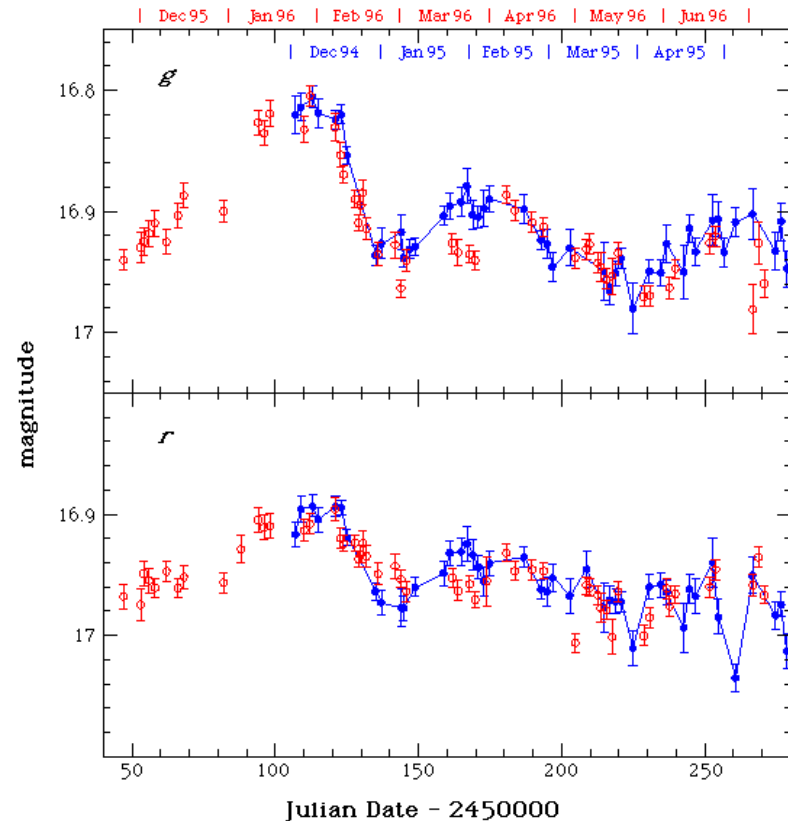
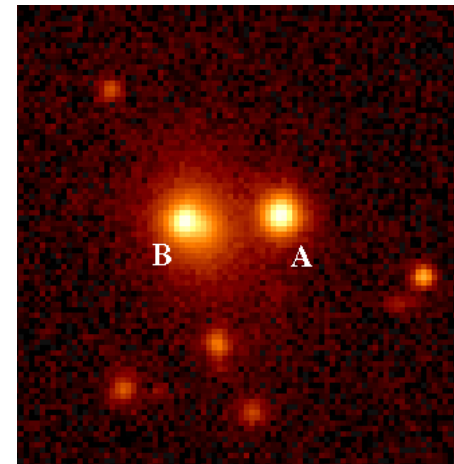
$$\Delta\theta = 2\theta_E \text{ se } \beta \ll \theta_E$$



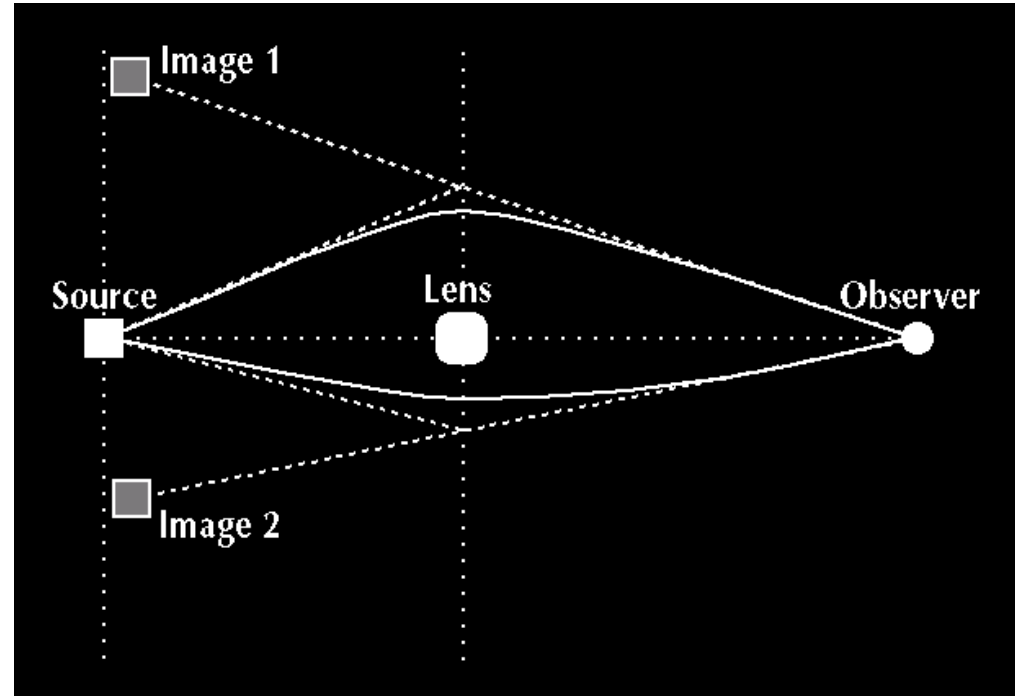
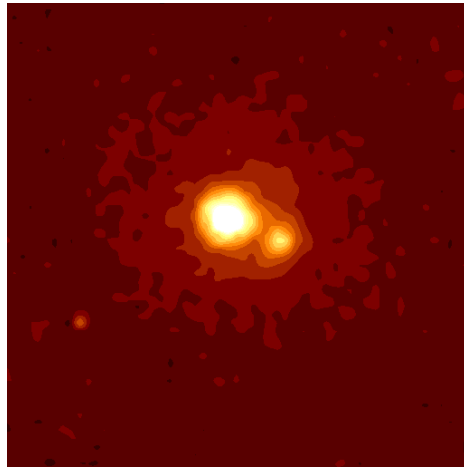
# imageamento de fonte puntual por lente puntual

- note que a luz leva tempos diferentes para chegar ao observador percorrendo cada um dos dois caminhos

$\Delta t \approx 418$  dias



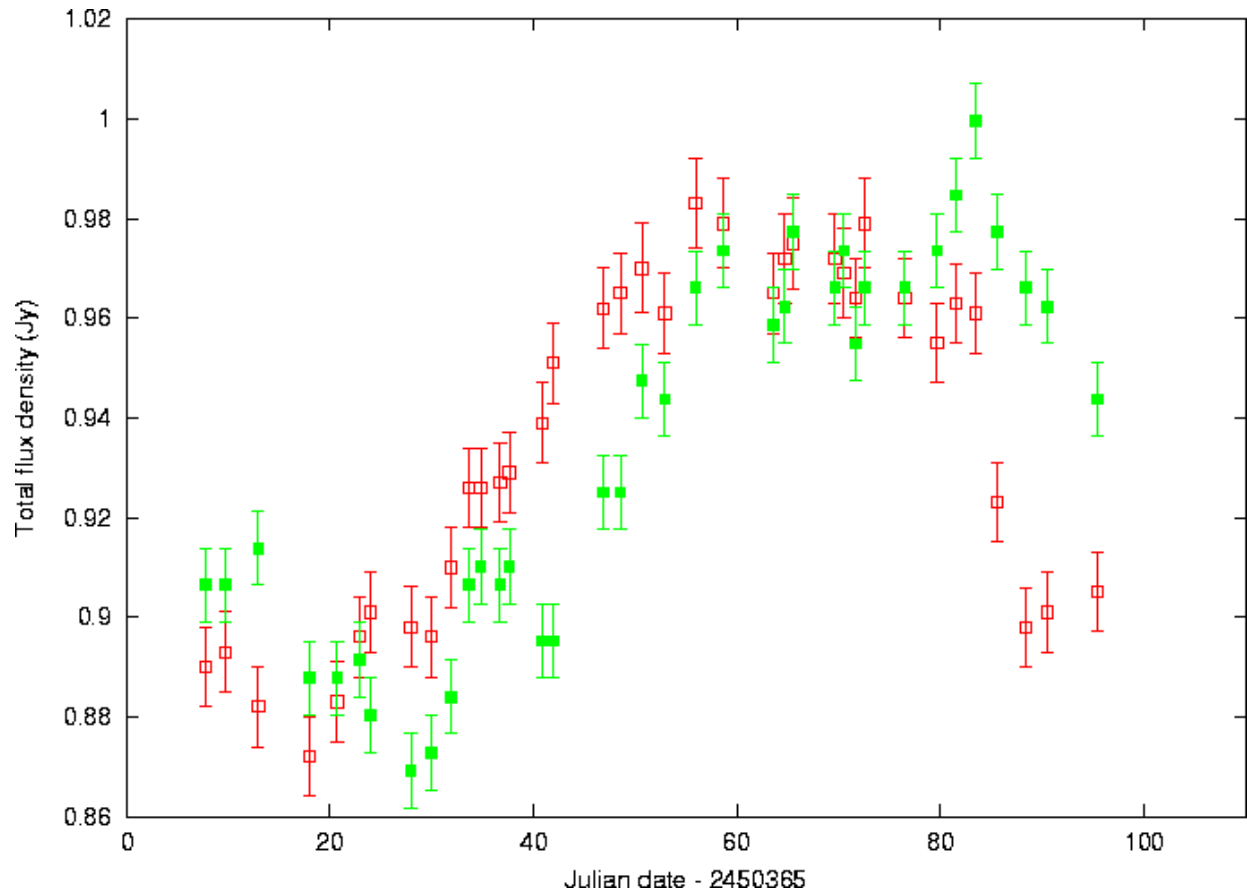
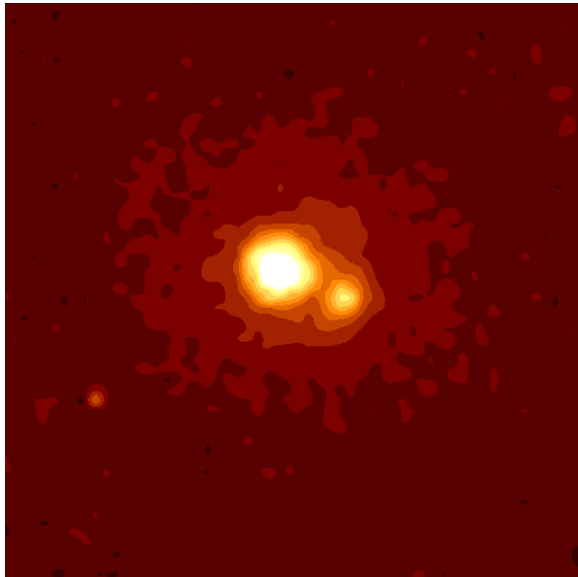
# Atraso Temporal



- A luz leva tempos diferentes para ir da fonte ao observador por cada um dos dois caminhos

# B0218+357

- B0218+357  
z=0.68  
 $\Delta t = 10.5 \pm 0.4$  dias



# O anel de Einstein

$$\theta_E = [(4 G M / c^2) d_{LS} / (d_S d_L)]^{1/2}$$

-exemplos do raio de Einstein:

- deflexão da luz de uma estrela pelo Sol:  
 $d_{LS} \approx d_S$  e  $d_L = 1 \text{ UA}$ :  $\theta_E = 40 \text{ arcsec}$

impossível de se observar: bem menor que o diâmetro do disco solar:  $\sim 30 \text{ arcmin}$

- raio de Einstein de uma estrela na Galáxia:  
vamos supor que  $M = 1 M_\odot$  e  $d_L = 10 \text{ kpc}$   
se  $d_{LS} \approx d_S \gg d_L$ , então  
 $\theta_E \approx 0.001 \text{ arcsec}$

muito pequeno para se detectar no ótico – associado ao efeito de *microlentes*



# O anel de Einstein

- lente galáxia – galáxia: o anel de Einstein ER0047-2808  
Wayth et al (2005, MNRAS 360, 1333)
  - $\theta_E = 1.17 \text{ arcsec}$
  - $z_l = 0.485$
  - $z_s = 3.67$

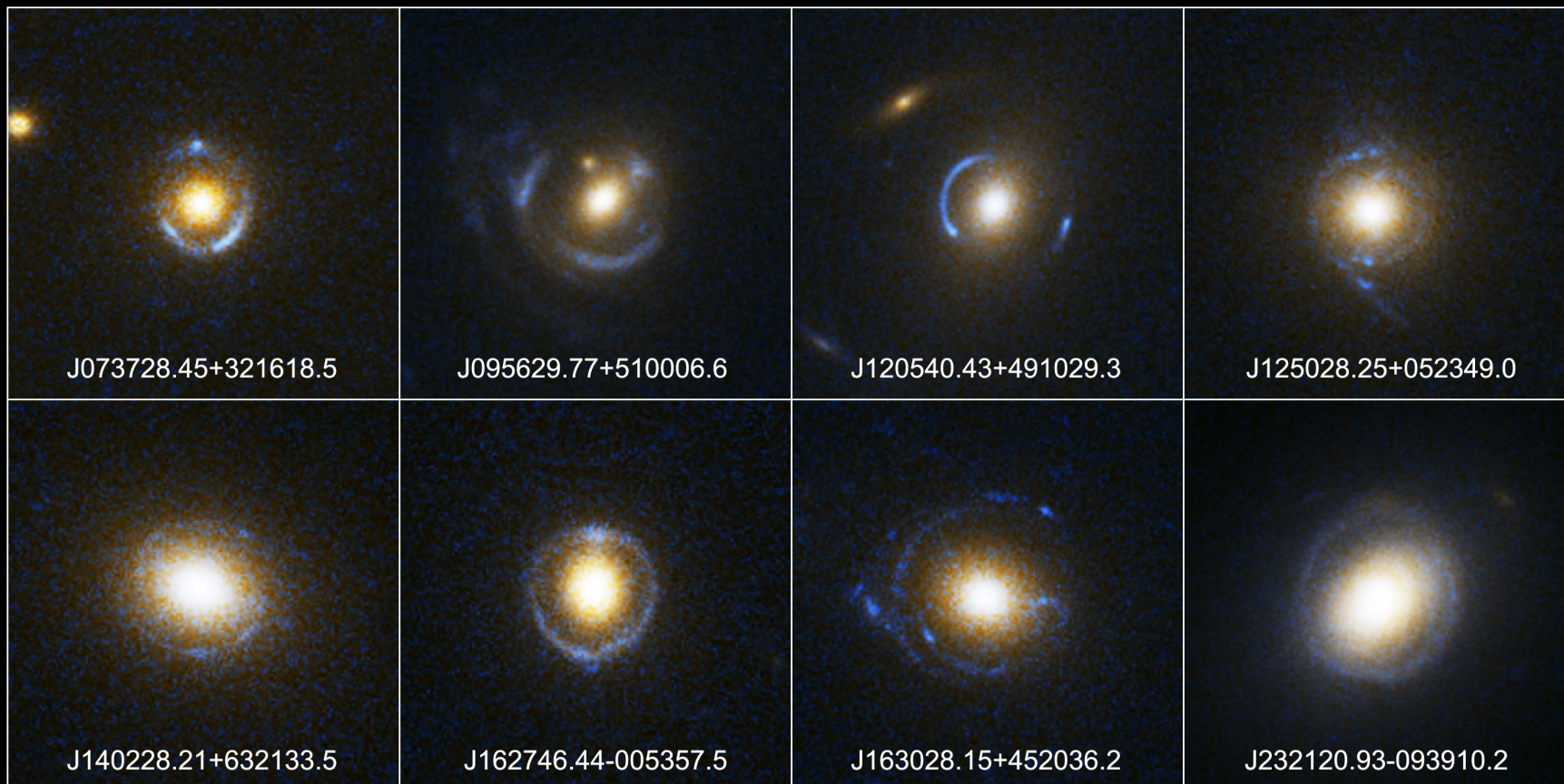
daí (usando  $h=0.65$ ,  $\Omega_m=0.3$ ,  $\Omega_\Lambda=0.7$ ):

- $d_l = 1335 \text{ Mpc}$
- $d_s = 1599 \text{ Mpc}$
- $d_{ls} = 1175 \text{ Mpc}$

logo,

- $R_E = \theta_E d_l = 7.6 \text{ kpc}$
- $M(< R_E) = 3.1 \times 10^{11} h_{65} M_\odot$
- $M_B(\text{lente}) = -22.2$
- $M / L_B \approx 5 h_{65} M_\odot / L_\odot$

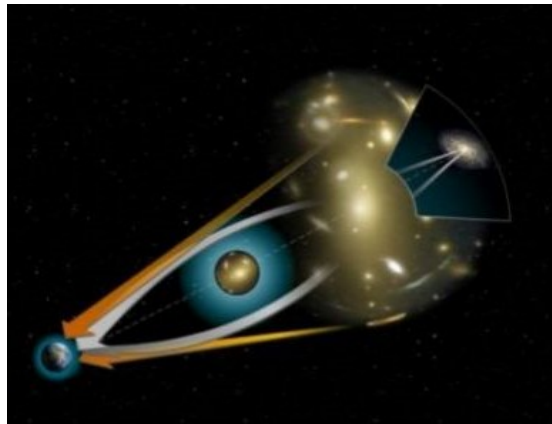




**Einstein Ring Gravitational Lenses**  
*Hubble Space Telescope • Advanced Camera for Surveys*

# A magnificação

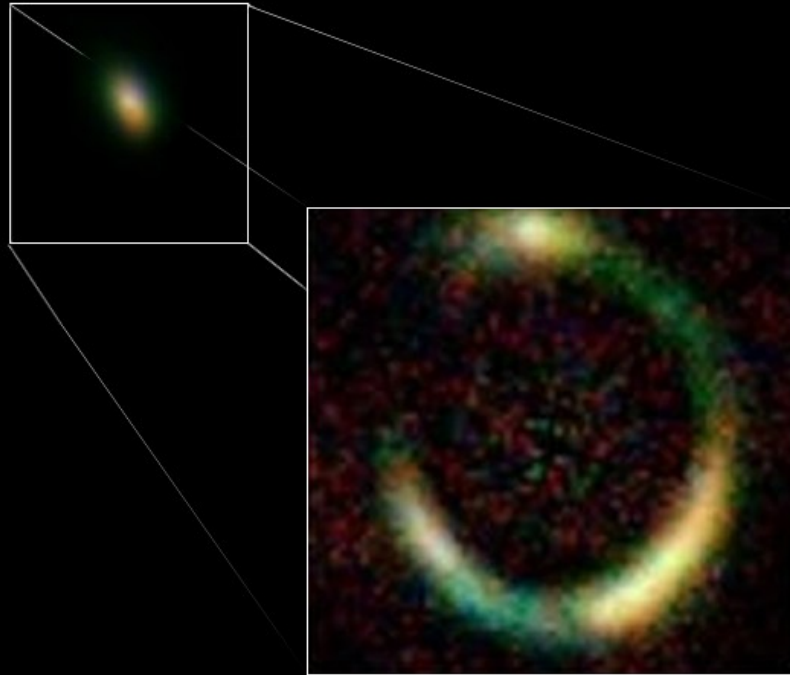
- o campo gravitacional não só modifica a trajetória de um raio de luz mas também de um feixe de luz
- como a deflexão gravitacional não esta ligada a emissão ou absorção de luz, o brilho superficial se conserva: é idêntico ao que seria observado da fonte na ausência da lente
- se o ângulo sólido da fonte é  $\Omega_s$  e o da imagem é  $\Omega_i$ , como o brilho superficial se conserva, a razão entre o fluxo da imagem e o da fonte- a *magnificação*- é:  
$$\mu = \Omega_i / \Omega_s$$
- essa magnificação permite observar objetos tão distantes que, se não fosse pelo efeito da lente, não seriam observáveis: as lentes agem como *telescópios gravitacionais*



# um telescópio gravitacional:



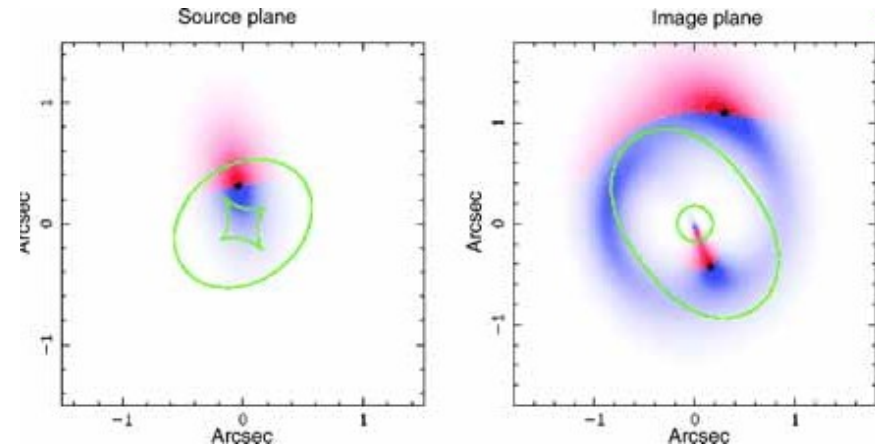
Reconstructed background  
galaxy SDSS J0737+3216



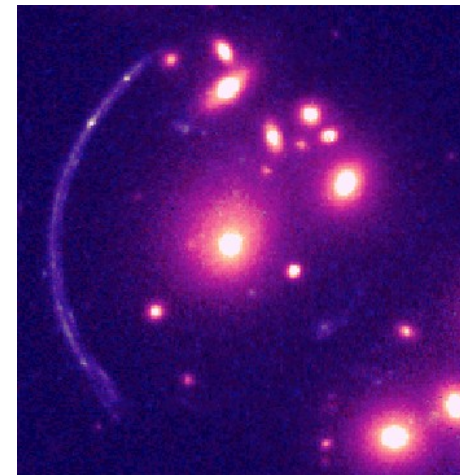
Gravitationally lensed galaxy SDSS J0737+3216  
with foreground lensing source removed

# Curvas críticas e cóusticas

- a magnificação fica máxima para certas posições da fonte em relação à lente
- os pontos onde isso ocorre no plano da lente (isto é, o plano das imagens) formam as *curvas críticas*, enquanto que no plano da fonte são as *cóusticas*
- o *anel de Einstein* é uma curva crítica, mas pode haver outras, dependendo da forma da distribuição de massa da lente
- imagens próximas às curvas críticas podem ser bastante magnificadas e distorcidas, produzindo os arcos gravitacionais
- então, a posição dos arcos é próxima da dos anéis de Einstein



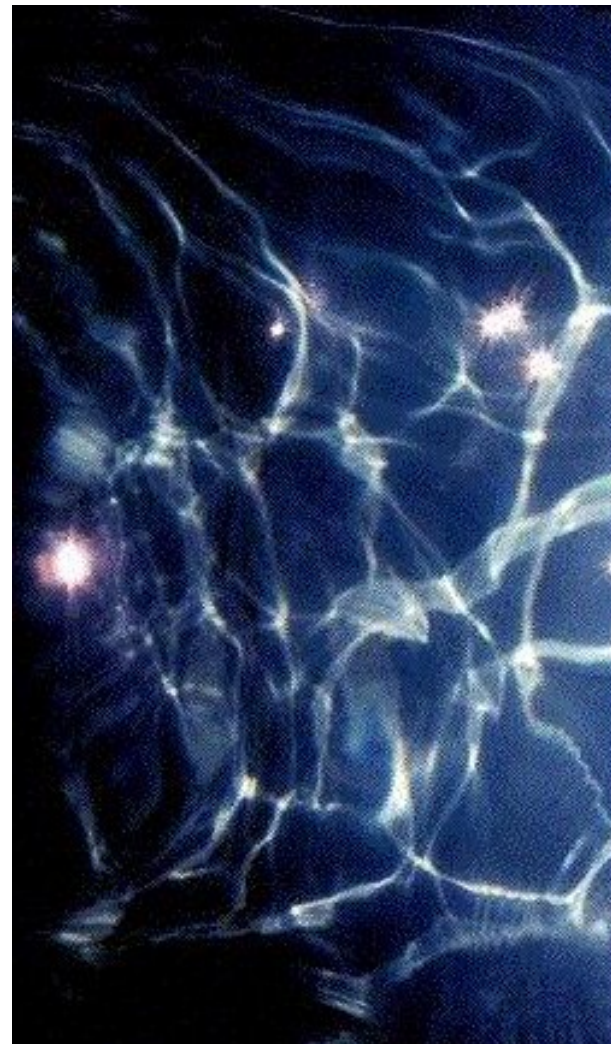
modelo para a emissão de CO em PSS J2322+1944



C12244-02



exemplo de cáustica



produção de imagens múltiplas em cáusticas

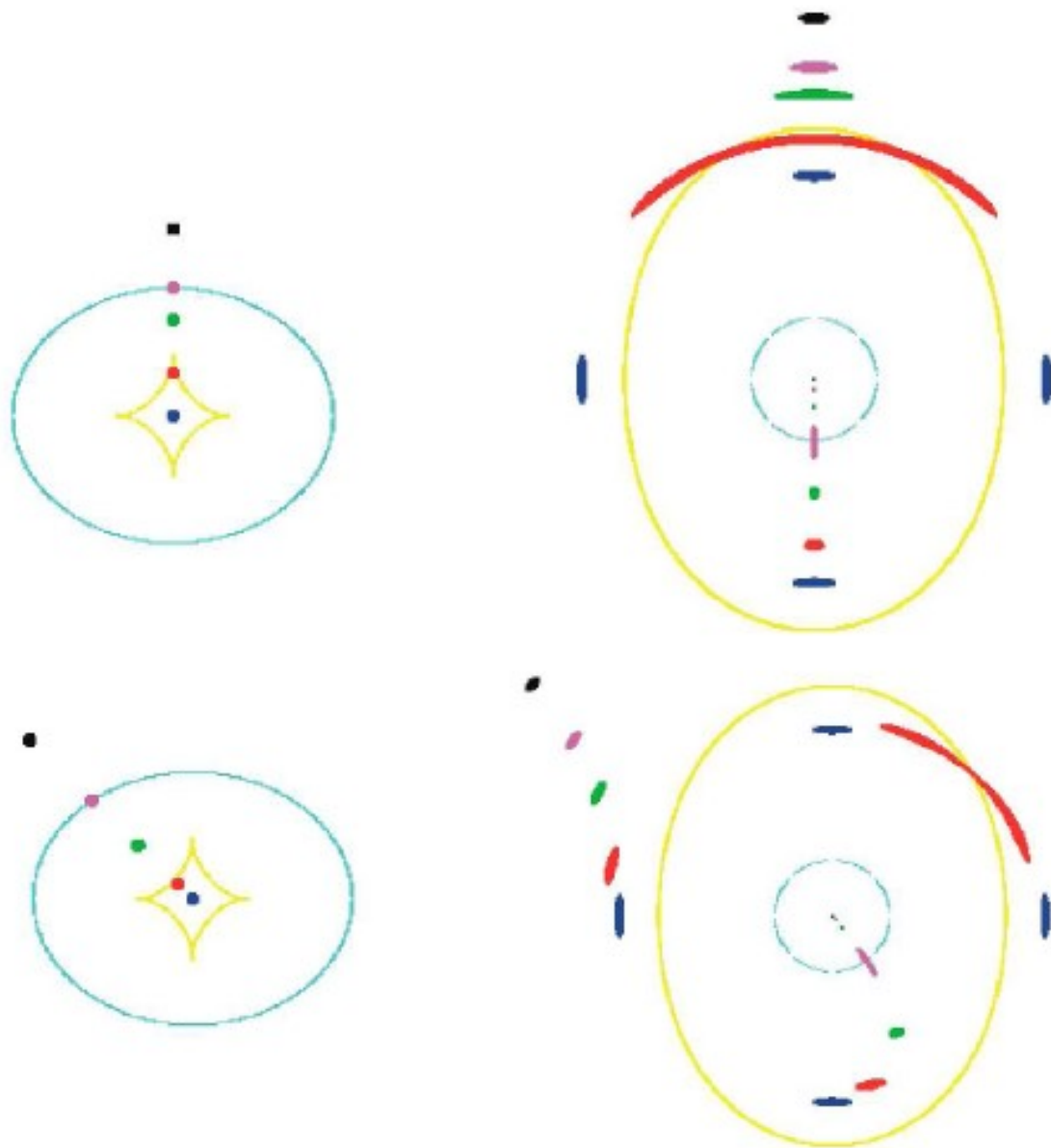


Figure 5: Efeito de lentes produzido por um potencial elíptico mostrando as cáusticas (no plano da fonte, a esquerda) e as curvas críticas (no plano da imagem, a direita).



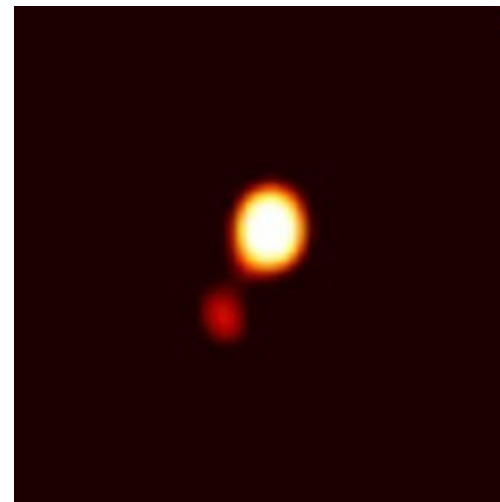
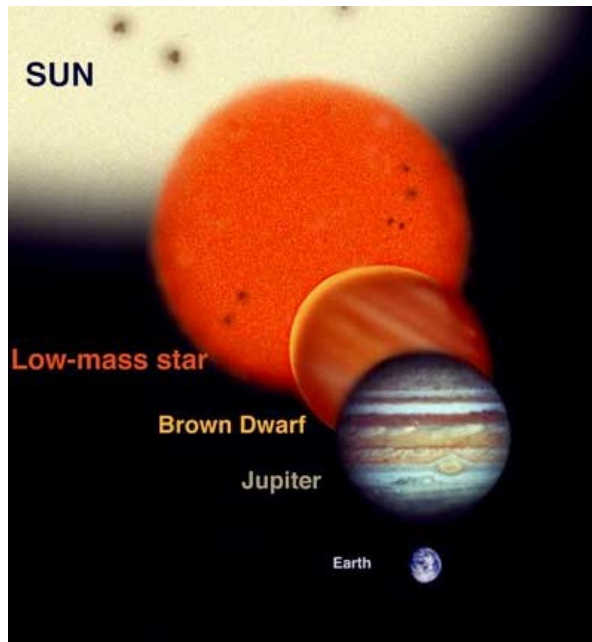
Lensing Galaxy



# Microlentes

- Microlentes: magnificação de objetos mais distantes (estrelas, planetas, anãs marrons, buracos negros...) por estrelas da Galáxia
- este fenômeno foi aplicado na procura de objetos compactos de baixa luminosidade no halo da Galáxia:  
MACHOs: *massive compact halo objects*
- MACHOs: anãs marrons, planetas

*será que a matéria escura é constituída por MACHOs?*



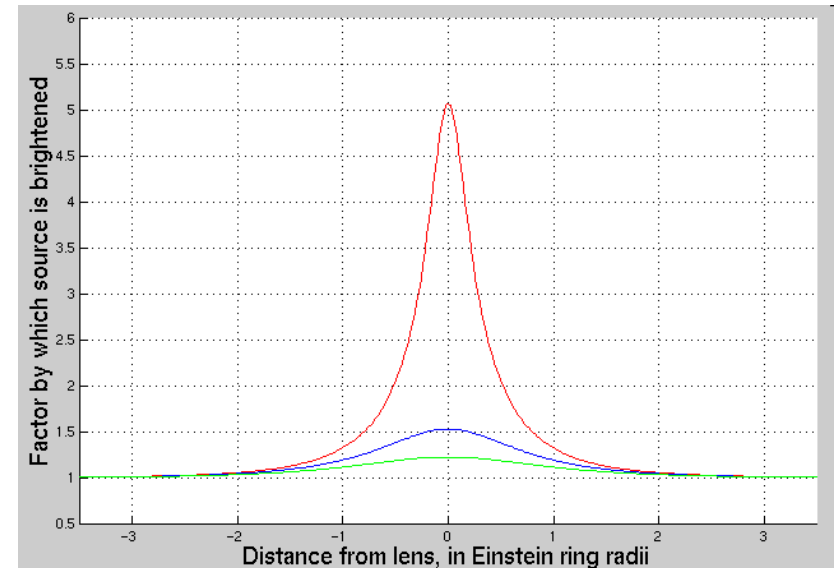
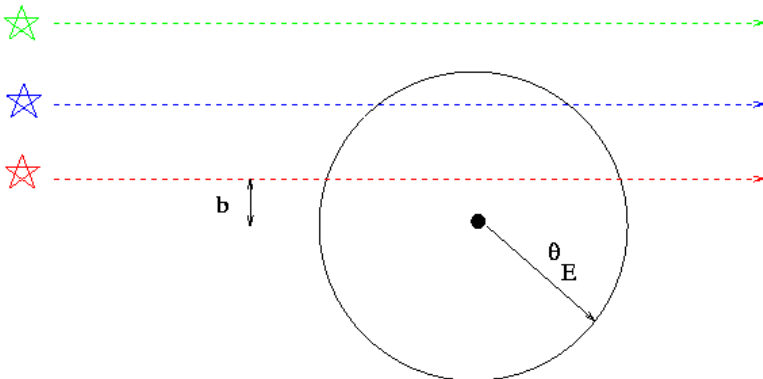
anã marrom em torno da estrela LHS 2397A observada com o Gemini Norte

# Microlentes

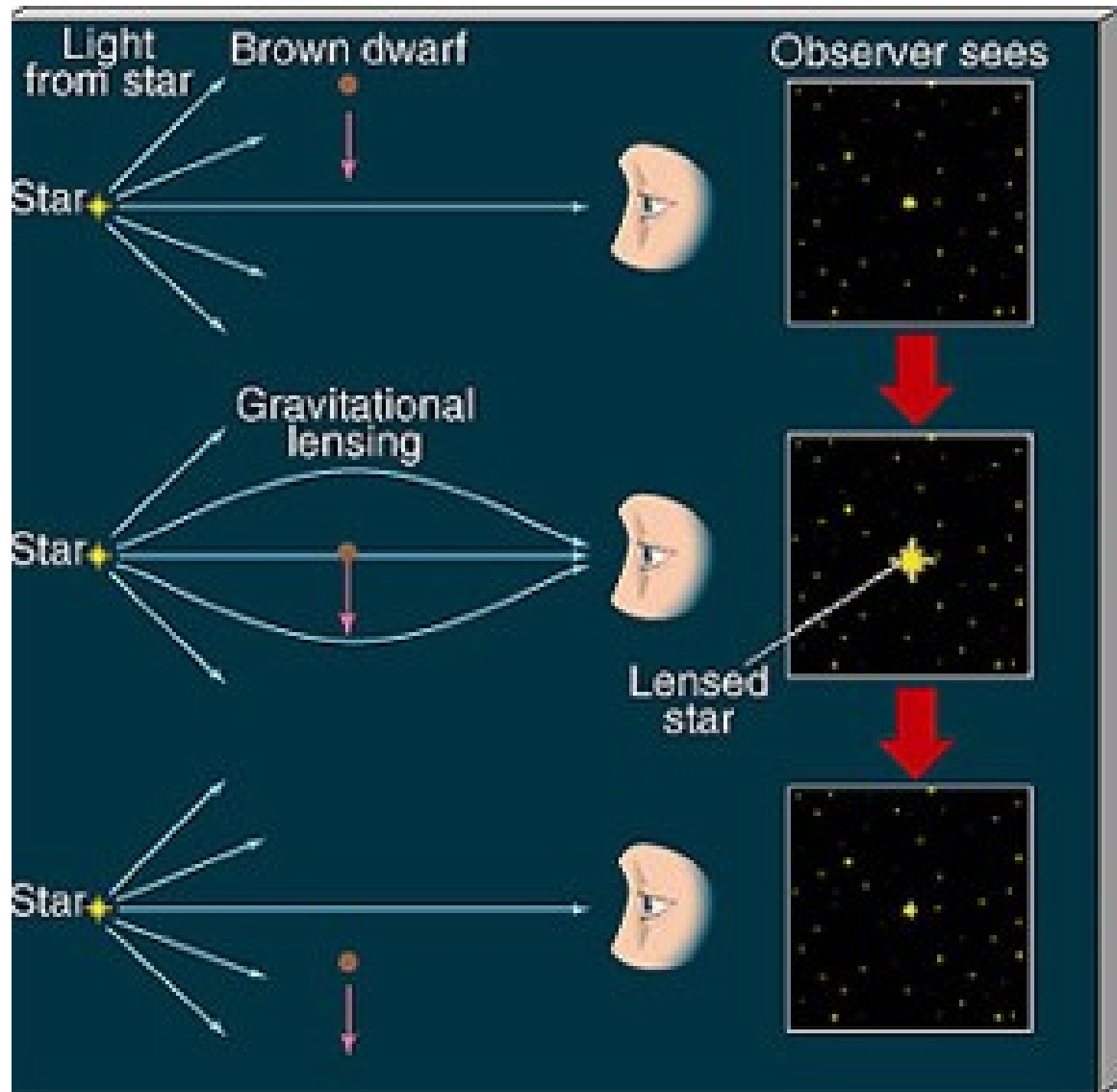
- Microlentes: magnificação de objetos mais distantes (estrelas, planetas, anãs marrons, buracos negros...) por estrelas da Galáxia
- o raio de Einstein é muito pequeno:  
exemplo- lente: estrela de  $M = 1 M_{\odot}$  e  $d_S = 2 d_L$   
então  $\theta_E \approx 0.001 \text{ arcsec}$

as duas imagens ficarão muito próximas

- mas o fenômeno pode ser observado porque a imagem da fonte pode ser muito magnificada!

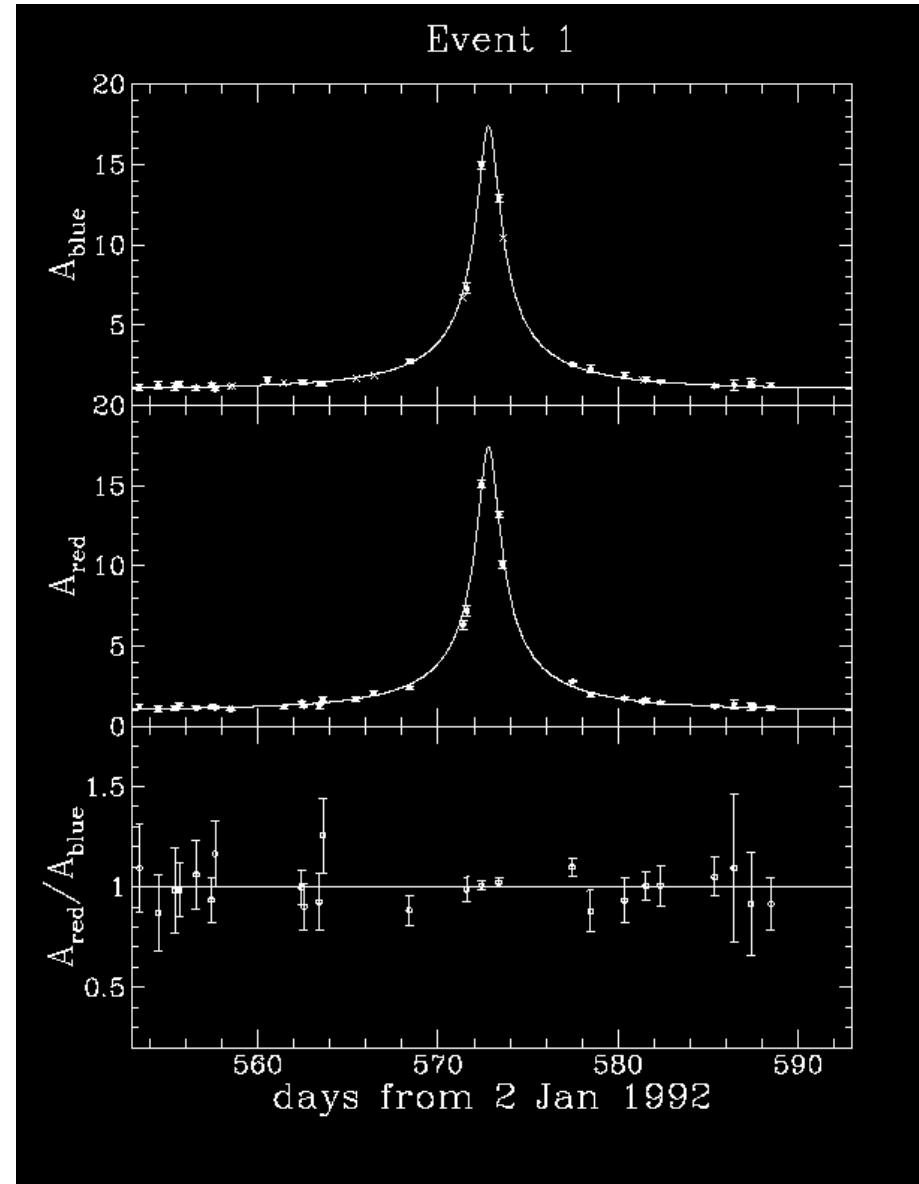


# Microlentes



# microlentes

- a variação de brilho é *acromática*: não depende do comprimento de onda em que é observada
- esta propriedade permite distinguir o efeito de microlentes do de estrelas variáveis

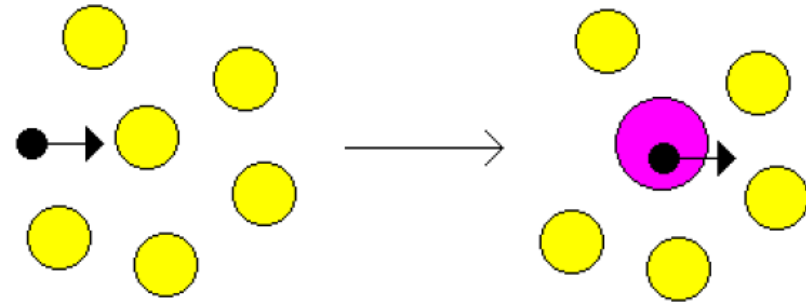


# microlentes

- probabilidade de eventos de microlentes: muito pequena!

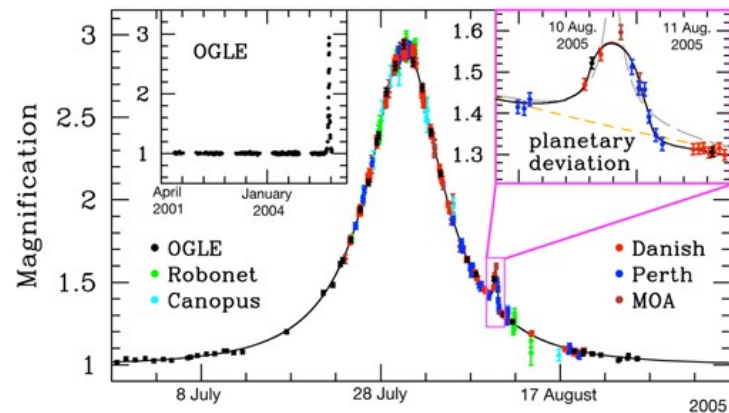
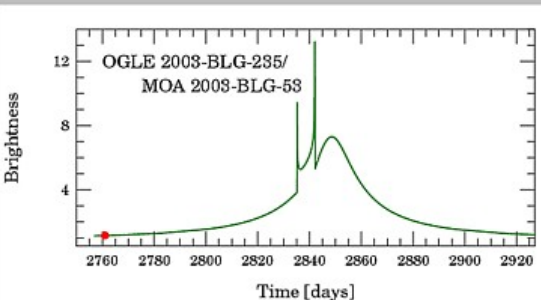
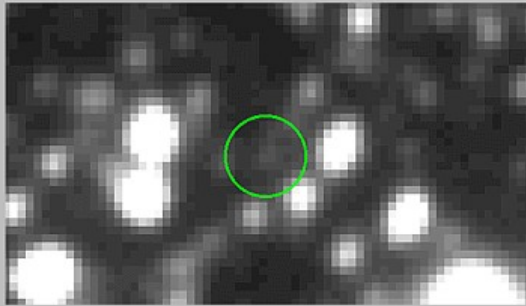
$$p \sim 10^{-6}$$

- é necessário monitorar milhões de estrelas para se observar um evento de microlentes:  
projetos MACHO, OGLE, MOA, EROS, etc



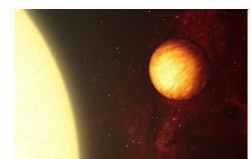
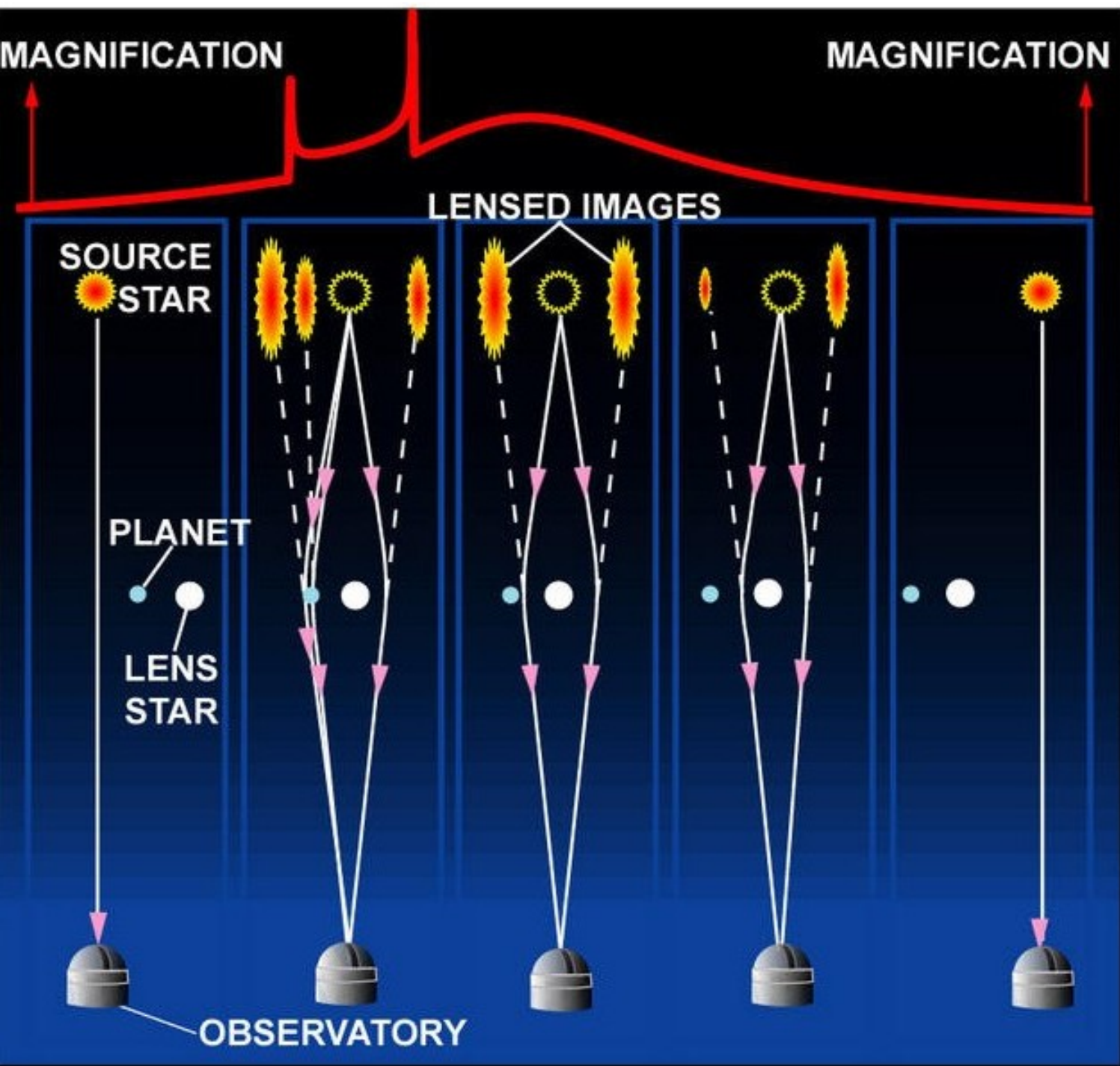
# microlentes

- um dos objetivos iniciais dos projetos de busca de microlentes era verificar se o halo de nossa Galáxia poderia ser constituído por MACHOs
- resultado: menos da metade da massa do halo escuro pode ser explicada por MACHOs
- uma descoberta inesperada: exoplanetas em eventos de microlentes!



Light Curve of OGLE-2005-BLG-390





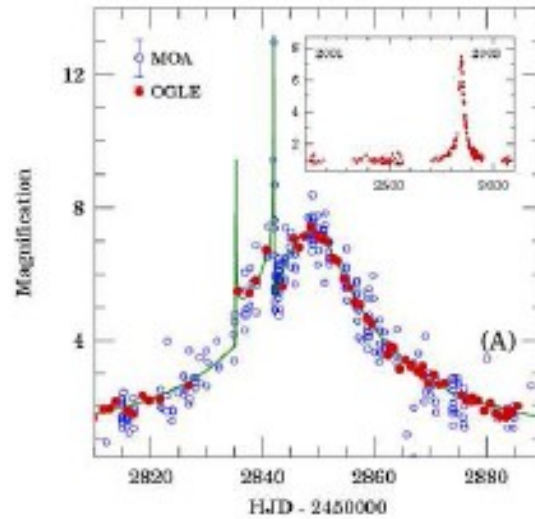
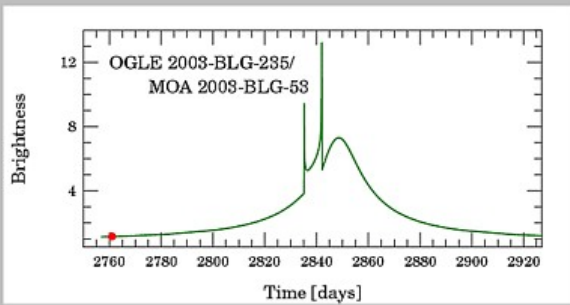
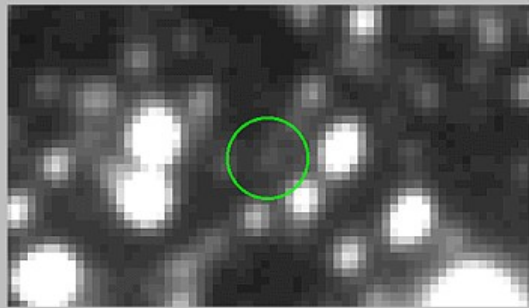
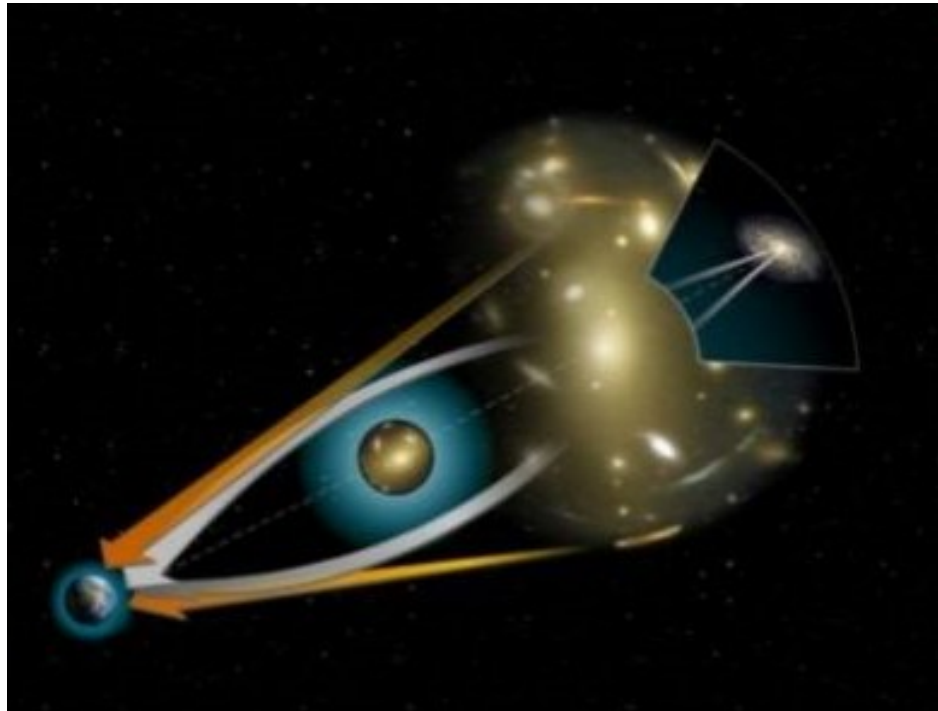


Figure 8: Detecção de um planeta extrasolar por microlentes: OGLE 2003-BLG-235/MOA 2003-BLG-53. A forma da curva de luz é a esperada quando a lente é um sistema binário, mas seu modelamento revelou que a componente mais leve tem 0.4% da massa da componente mais massiva, devendo ser um planeta.

# Lentes Gravitacionais em Aglomerados de galáxias

- aglomerados podem ser lentes fortes, amplificando e distorcendo a luz de galáxias



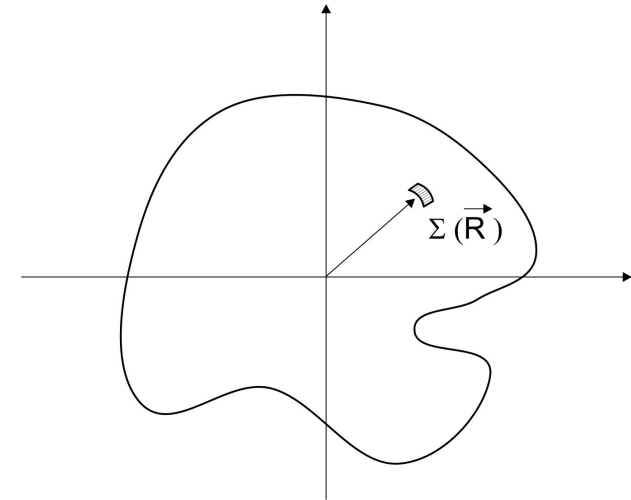
# Equação da lente para lentes extensas

- para uma *fonte puntual*:  
 $\alpha = 4 G M / (R c^2)$
- suponhamos agora que a distribuição de massa da lente é *extensa* e que pode ser caracterizada por uma densidade superficial  $\Sigma(\mathbf{R})$  na posição  $\mathbf{R}$  (em relação ao centro da lente) no plano do céu
- podemos decompor a distribuição de massa em pequenos elementos de massa  $dm_i$  (na posição  $\mathbf{R}_i$ ), e a deflexão total será

$$\alpha(\vec{R}) = \frac{4G}{c^2} \sum_i dm_i \frac{(\vec{R} - \vec{R}_i)}{|\vec{R} - \vec{R}_i|^2}$$

- no limite contínuo,  $dm = \Sigma(\mathbf{R}) d^2R$ , onde  $d^2R$  é o elemento de área no plano da lente e, então,

$$\vec{\alpha}(\vec{R}) = \frac{4G}{c^2} \int d^2R' \Sigma(\vec{R}') \frac{(\vec{R} - \vec{R}')}{|\vec{R} - \vec{R}'|^2}$$



onde a integral é sobre o plano da lente

# Equação da lente para lentes extensas

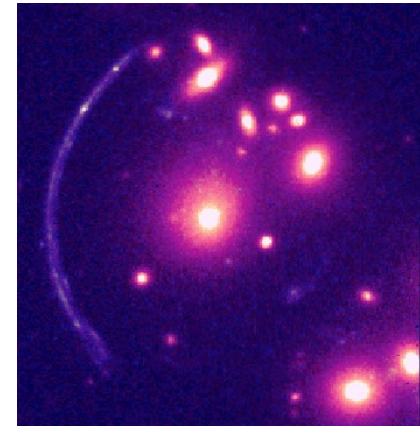
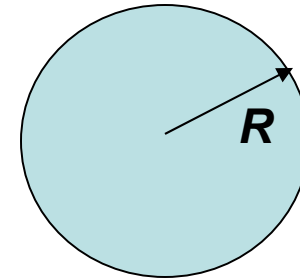
- no caso de simetria circular,

$$\alpha(R) = 4 G M(<R) / (R c^2)$$

onde

$$M(<R) = 2\pi \int_0^R \Sigma(R') R' dR'$$

é a massa projetada dentro de um raio  $R$



- compare  $\alpha(R)$  com o de uma fonte puntual de massa  $M$ :  
 $\alpha(R) = 4 G M / (R c^2)$

# Equação da lente para lentes extensas

- no caso de simetria circular,  
 $\alpha(R) = 4 G M(<R) / (R c^2)$

e a equação da lente

$$\theta - \beta = \alpha(R) d_{LS} / d_S$$

pode ser reescrita como:

$$\beta = \theta ( 1 - \langle \Sigma(R) \rangle / \Sigma_c )$$

onde

$\langle \Sigma(R) \rangle = M(< R) / (\pi R^2)$ : densidade superficial média de massa dentro do raio  $R$

$\Sigma_c = c^2 / (4 \pi G) \times d_S / (d_L d_{LS})$ : densidade crítica da lente

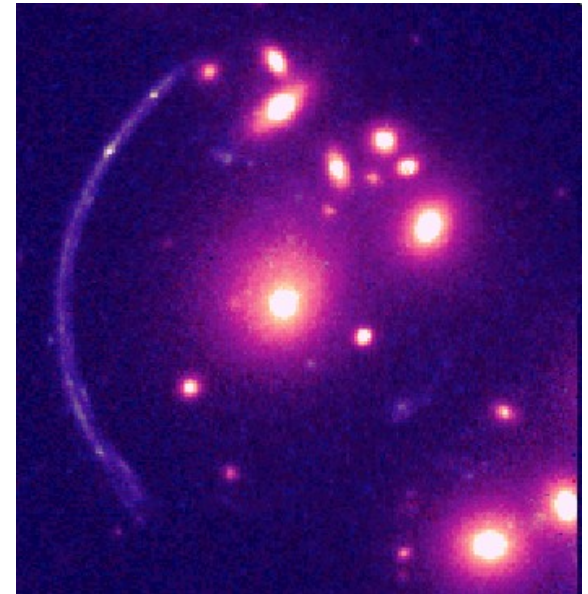


# Equação da lente para lentes extensas

$$\beta = \theta ( 1 - \langle \Sigma(R) \rangle / \Sigma_c )$$

$\Sigma_c = c^2 / (4 \pi G) \times d_s / (d_L d_{LS})$ :  
densidade crítica da lente

- no raio de Einstein ( $\beta = 0$ ):  $\Sigma = \Sigma_c$
- os arcos são observados onde a densidade superficial média é igual à densidade crítica da lente





# Lentes Gravitacionais em Aglomerados de galáxias

CL2244-02

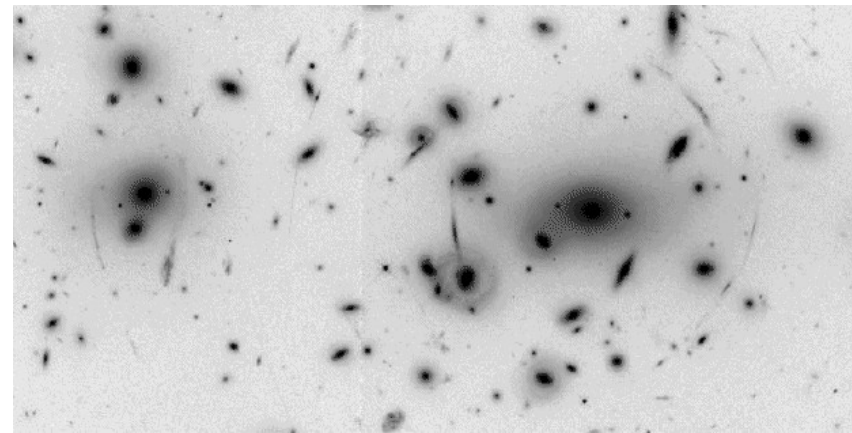
**aplicação : estimativa da massa central de um aglomerado**

- vamos supor que se observa um arco em um aglomerado e que este arco esteja em  $\theta_E$
- vamos supor que  $d_{LS} \sim d_S \gg d_L$  (aglomerado próximo e/ou fonte distante)
- nesse caso,

$$\Sigma_c \approx 2 \times 10^4 (100 \text{ Mpc} / d_L) M_\odot \text{ pc}^{-2}$$

- a massa projetada dentro de  $\theta_E$  é (lembrando que  $\theta_E = R_E / d_L$ )

$$M(< \theta_E) \approx 10^{10} (d_L / 100 \text{ Mpc}) (\theta_E / 1 \text{ arcsec})^2 M_\odot$$



A2218

# Lentes Gravitacionais em Aglomerados de galáxias

aplicação : esfera isotérmica singular

- pode-se verificar que, nesse caso,

$$\Sigma(R) = \sigma_v^2 / (2 G R)$$

e, portanto, a massa projetada dentro do raio  $R$  será

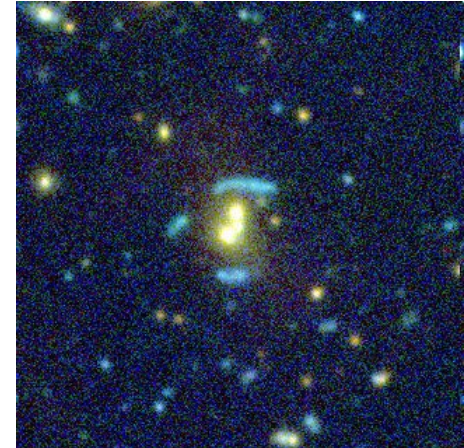
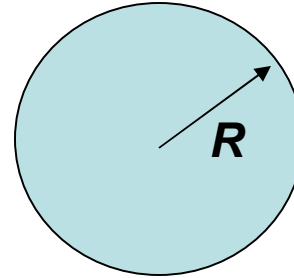
$$M(< R) = \int_0^R 2 \pi R' \Sigma(R') dR' = \pi \sigma_v^2 R / G$$

- nesse modelo  $\alpha$  é constante:

$$\alpha = 4 \pi \sigma_v^2 / c^2$$

e o raio de Einstein é

$$\theta_E = \alpha d_{LS} / d_S$$



RCS0224-0002, z=0.773





# Lentes Gravitacionais em Aglomerados de galáxias

aplicação : esfera isotérmica singular

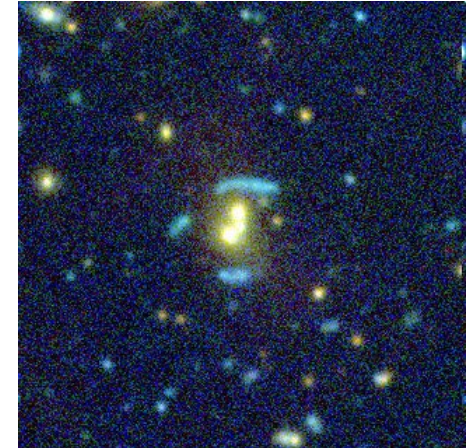
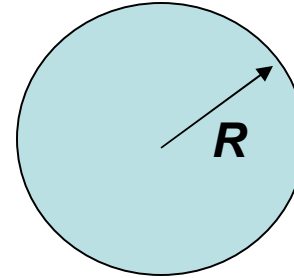
- $\alpha$  é constante:

$$\alpha = 4 \pi \sigma_v^2 / c^2 \approx 29 \text{ arcsec } (\sigma_v / 1000 \text{ km/s})^2$$

e o raio de Einstein é

$$\theta_E = \alpha d_{LS} / d_S$$

- este valor de  $\alpha$  mostra a ordem de grandeza esperada em aglomerados



RCS0224-0002,  $z=0.773$

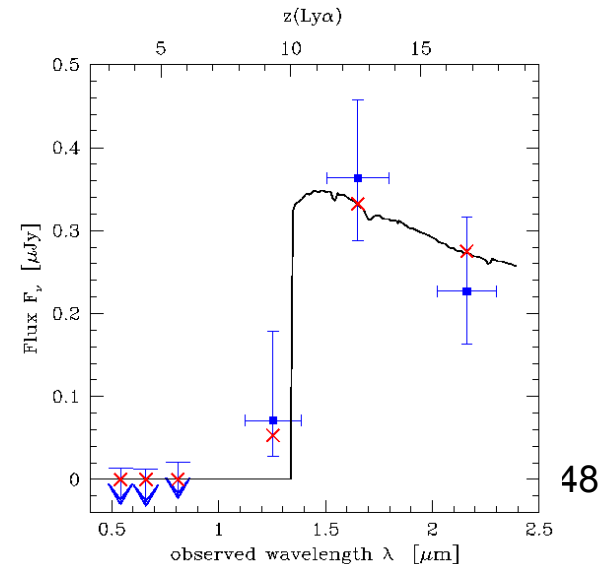
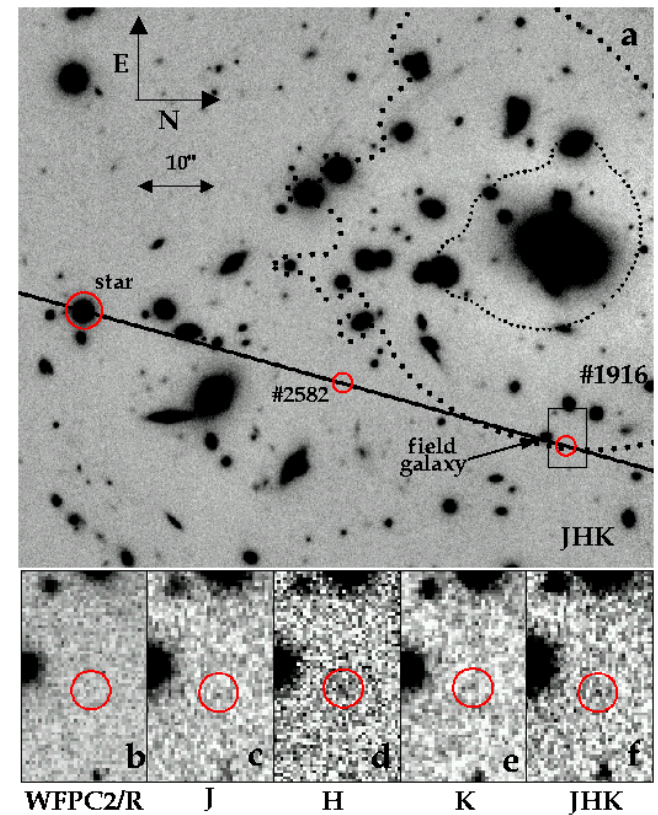


# Telescópios gravitacionais

- O raio de Einstein depende das distâncias da lente e da fonte

$$\theta_E \approx [4GM(<\theta_E)/c^2 d_{LS}/(d_S d_L)]^{1/2}$$

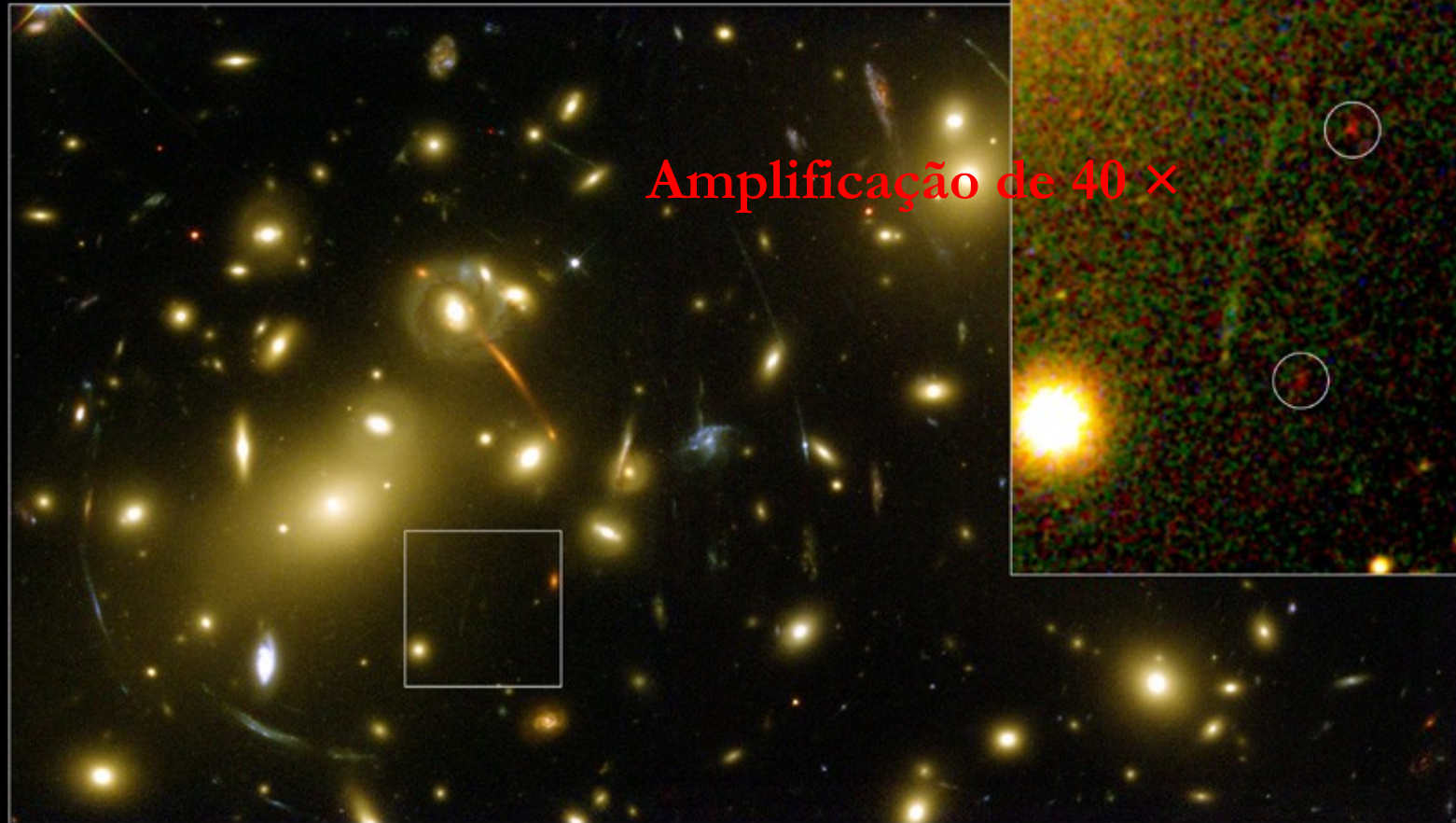
- Conhecendo-se a distribuição de massa do aglomerado é possível estimar onde seria o raio correspondente a um certo redshift  $z$  e procurar nesse raio imagens magnificadas de fontes nesse redshift
- Ex.: galáxia em  $z=10$  no campo de A1835 (Pelló et al. 2004)



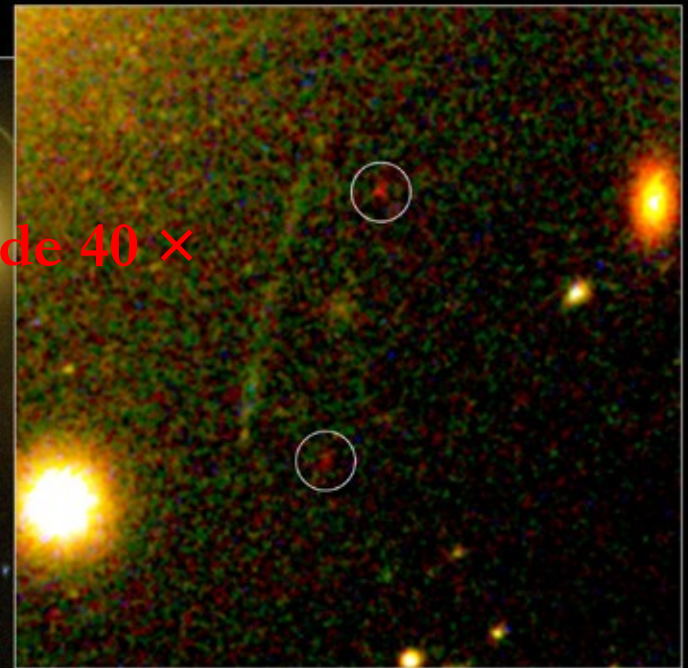


$z = 5.6$

HEIC0113



Amplificação de 40 ×

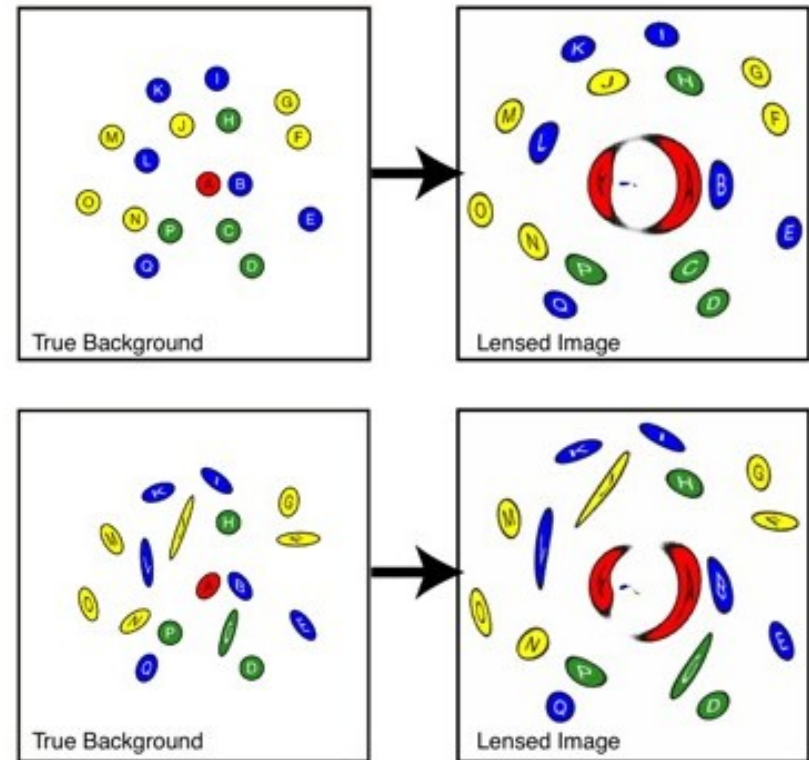


WFPC2

# Lentes Gravitacionais em Aglomerados de galáxias

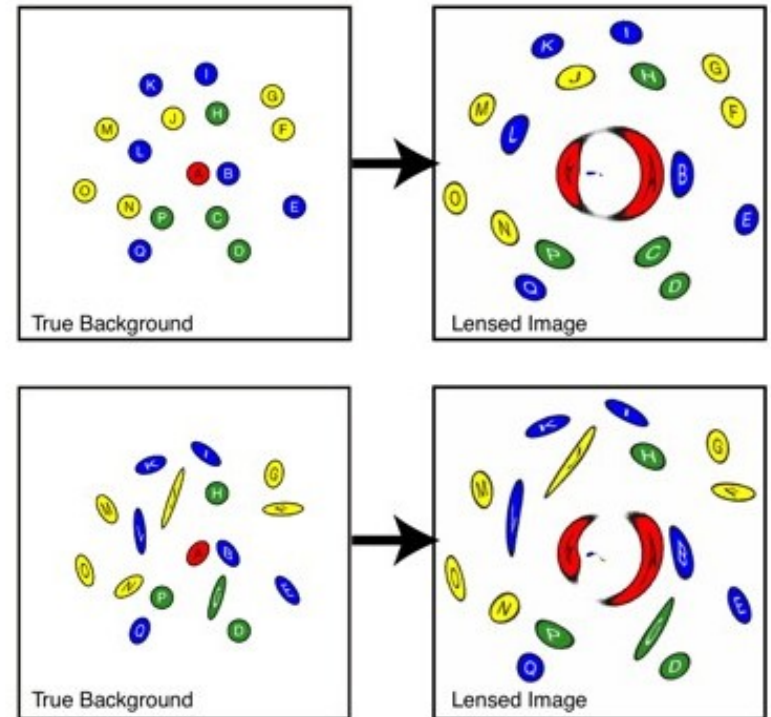
há 2 tipos de efeitos de lentes gravitacionais em aglomerados:

- lentes fortes: arcos gravitacionais- ampliação e distorção forte de galáxias de fundo próximas ao raio de Einstein
- lentes fracas: distorção da forma das galáxias de fundo pelo campo gravitacional do aglomerado



# Lentes Gravitacionais em Aglomerados de galáxias

- lentes fracas: distorção da forma das galáxias de fundo pelo campo gravitacional do aglomerado
- as galáxias longe do centro da distribuição de massa não formam arcos, mas são ligeiramente deformadas
- essa deformação não pode ser determinada individualmente para uma galáxia, mas pode ser determinada estatisticamente para um conjunto de galáxias de fundo

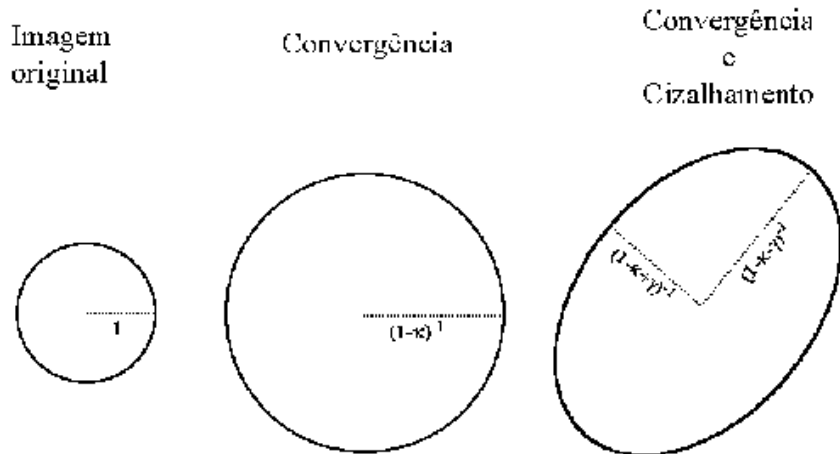
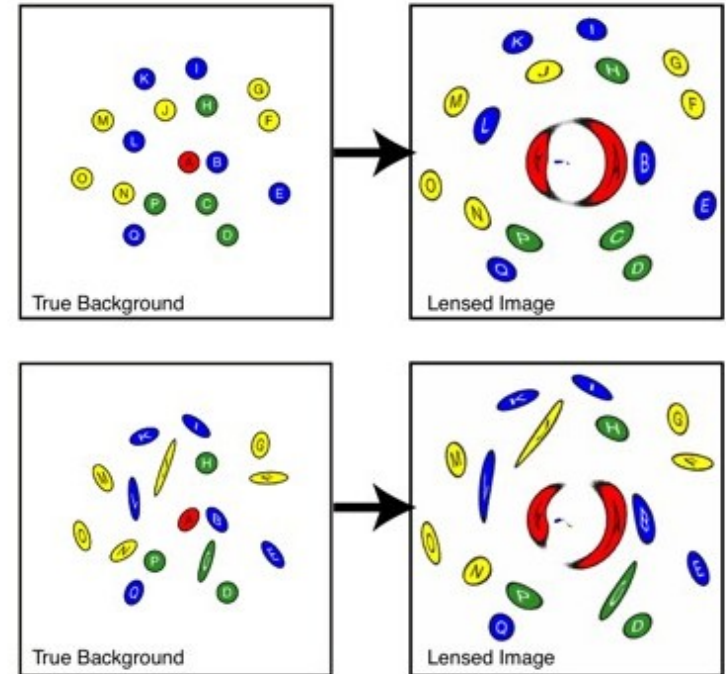




# Lentes Gravitacionais em Aglomerados de galáxias

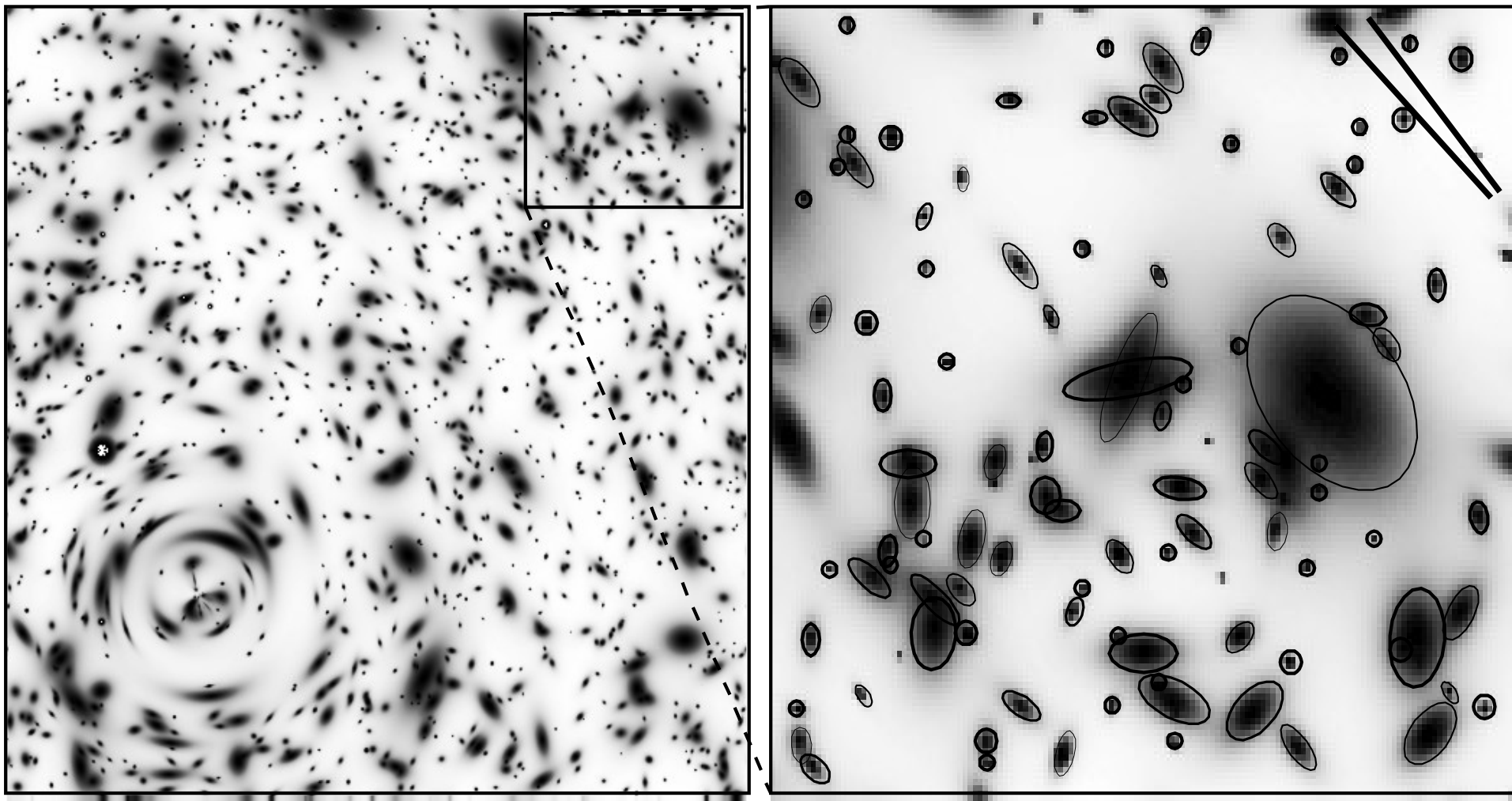
a distorção gravitacional tem duas componentes: a convergência e o *shear* (cizalhamento)

- *convergência*: produz uma magnificação na imagem
- *shear*: produz uma distorção (astigmatismo) alinhada com as equipotenciais do campo gravitacional



# Lentes fracas e fortes em aglomerados

Mellier 99



o campo gravitacional do aglomerado introduz uma distorção global que produz uma deformação nas galáxias atrás do aglomerado

# Lentes fracas e fortes em aglomerados

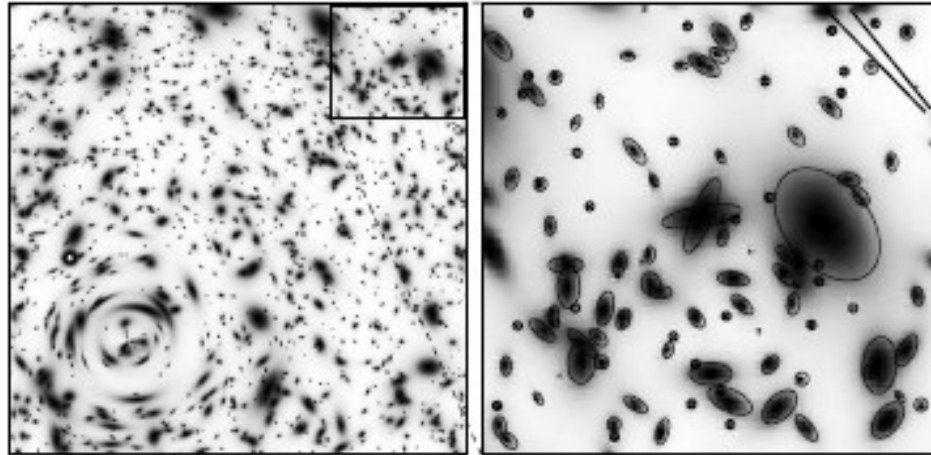
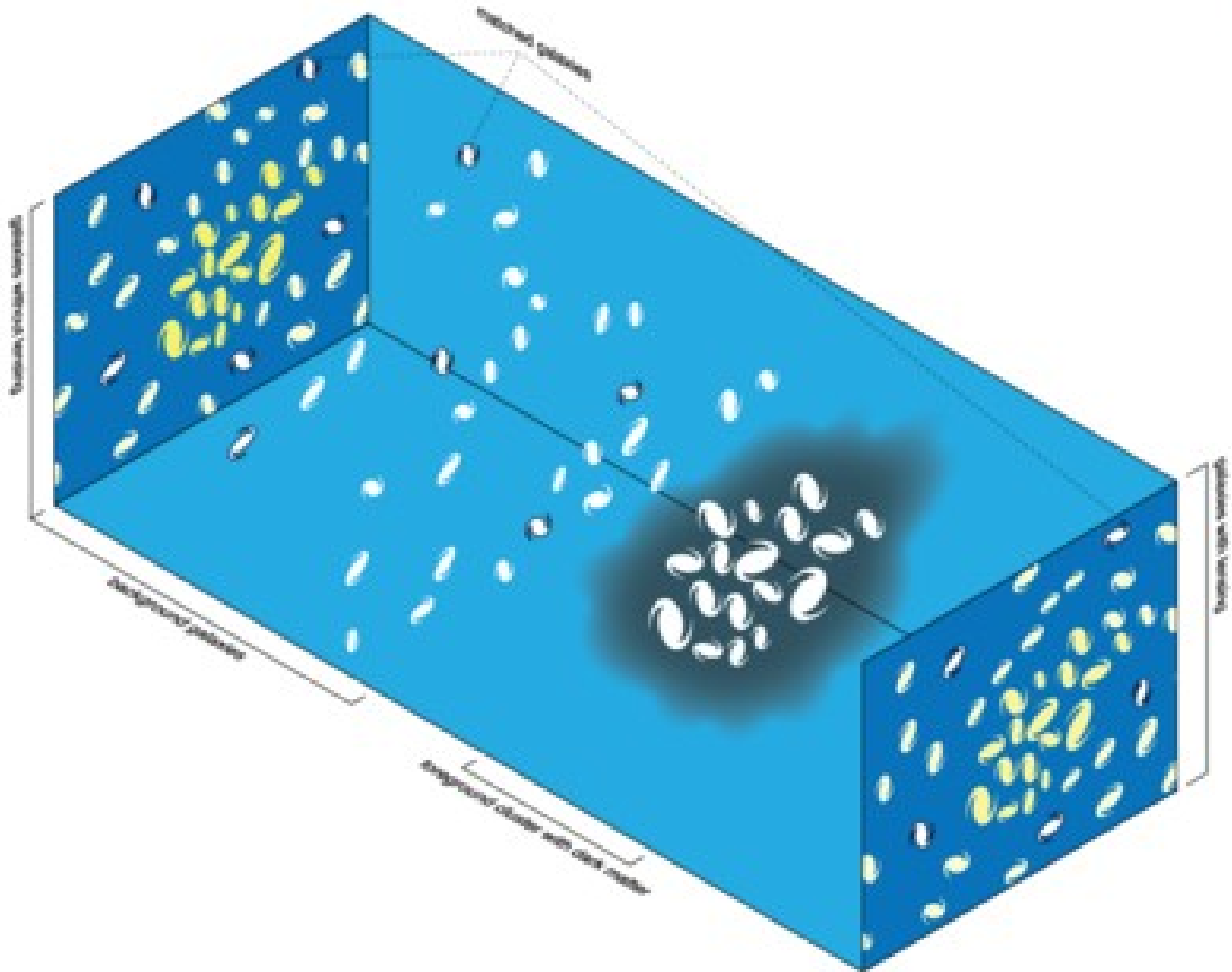


Figure 13: Simulação dos efeitos de lentes fortes e fracas. Na região central os efeitos de lentes fortes (arcos) são evidentes. Nas regiões mais distantes do centro detecta-se o efeito de lentes fracas. O quadro da direita é uma ampliação da região superior direita do quadro da esquerda e mostra a elipticidade ajustada à forma das galáxias. Os dois segmentos de reta correspondem à tangente ao centro do aglomerado e à orientação média do eixo-maior das galáxias nesta região.



# Lentes Gravitacionais em Aglomerados de galáxias

- a análise do campo de distorções permite mapear diretamente a distribuição de massa do aglomerado

- parâmetro de distorção ("elipticidade"):

$$\varepsilon = (a-b)/(a+b)$$

$a$  e  $b$ : eixos maior e menor da galáxia

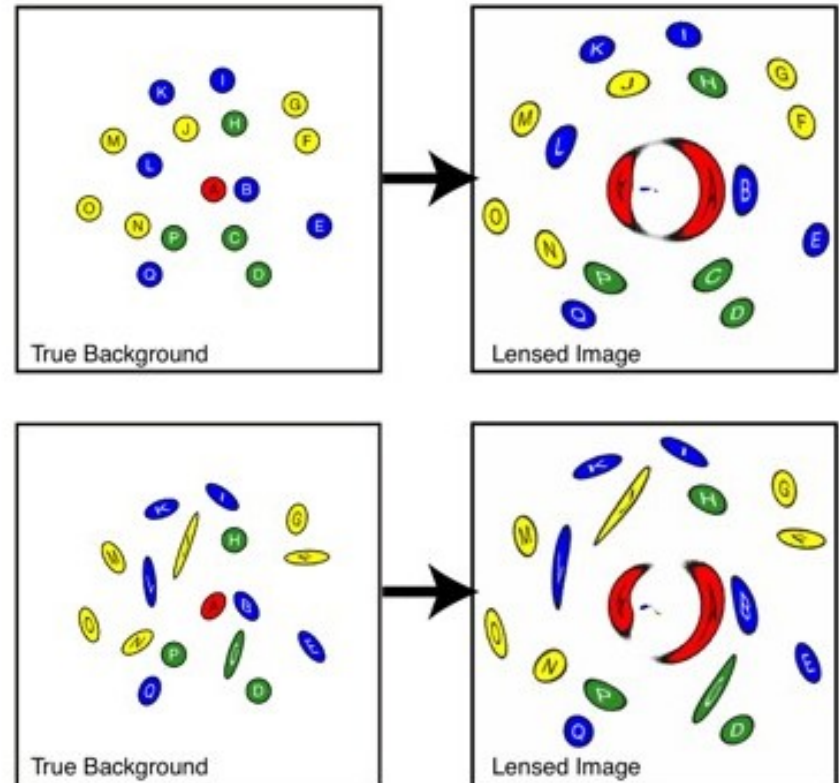
- para uma *esfera isotérmica singular*:

$$\varepsilon = 2\gamma / (1+\gamma^2)$$

onde  $\gamma$  é o módulo do shear,

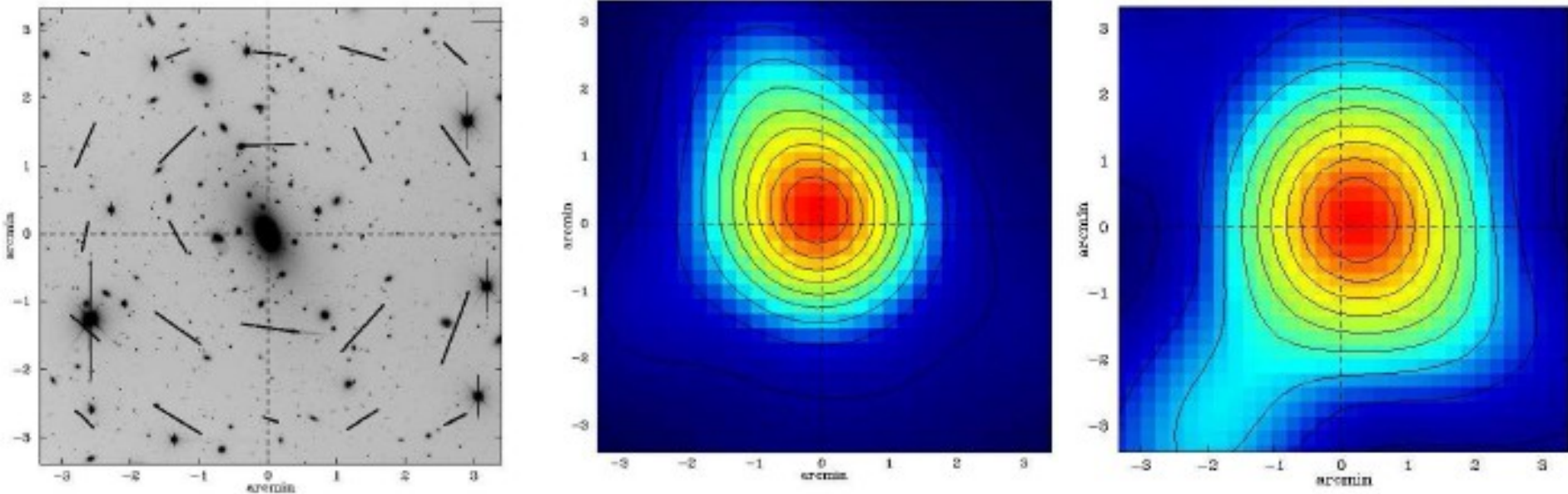
$$\gamma = \theta_E / (2\theta)$$

- logo, conhecendo-se  $\varepsilon(x,y)$  determina-se a distribuição de massa



# Lentes Gravitacionais em Aglomerados de galáxias

- a análise do campo de distorções permite mapear diretamente a distribuição de massa do aglomerado

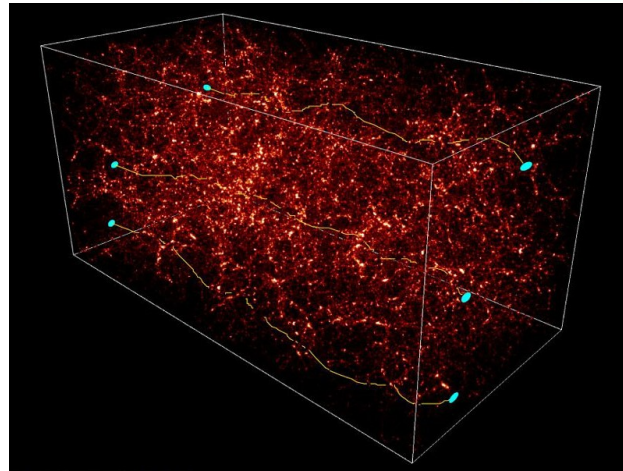
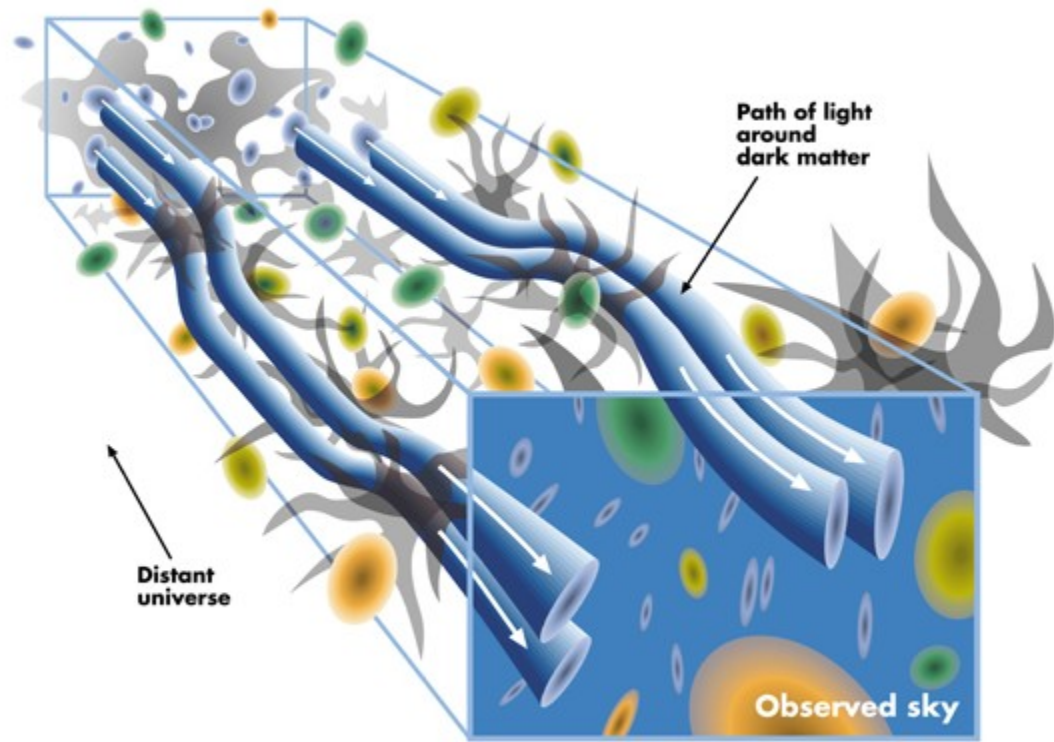


A2029: da esquerda para a direita: mapas de elipticidade média, distribuição de luz e distribuição de massa



# cosmologia com lentes fracas

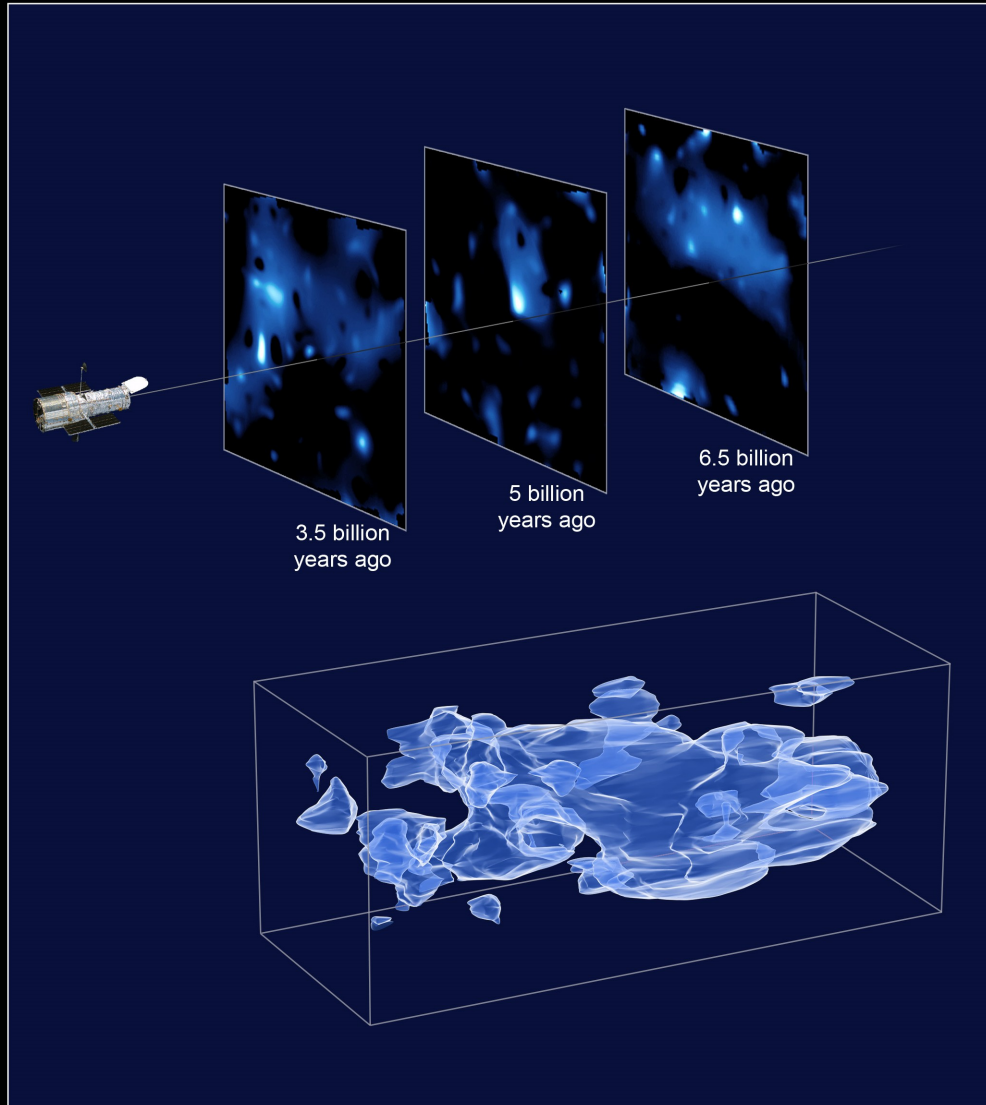
- o efeito de lentes fracas em grandes escalas- o shear cósmico- permite mapear a distribuição da matéria escura
- *tomografia* com lentes fracas da estrutura em grandes escalas: mapa em 3D da distribuição de matéria escura
- o estudo da distribuição da matéria escura em função do redshift permite colocar vínculos sobre a energia escura





# Distribution of Dark Matter

HST ■ ACS/WFC



NASA, ESA, and R. Massey (California Institute of Technology)

STScI-PRC07-01a

# as lentes e a existência da matéria escura *o aglomerado bala*

-Choque de aglomerados: o fenômeno mais energético conhecido  $\sim 10^{56}$  erg

-Choque: Mach 3.2,  $\sim 4500$  km/s



vermelho: gás  
azul: matéria escura

# o aglomerado bala

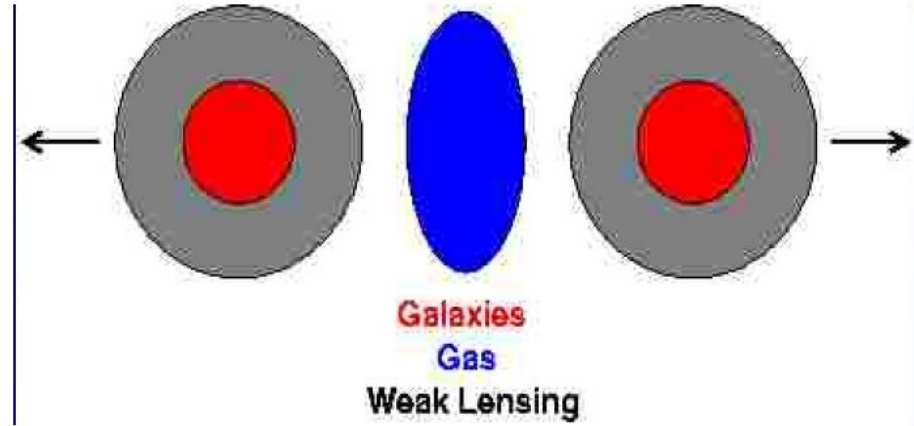
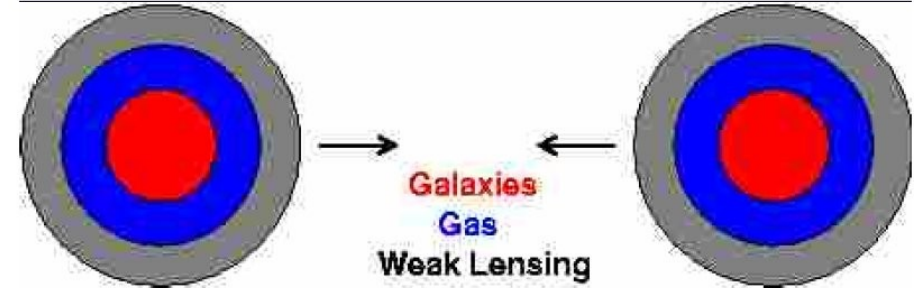


curvas de nível da densidade projetada de massa obtida com o método de lentes fracas; em vermelho a distribuição de gás quente

# O que esperar numa colisão?

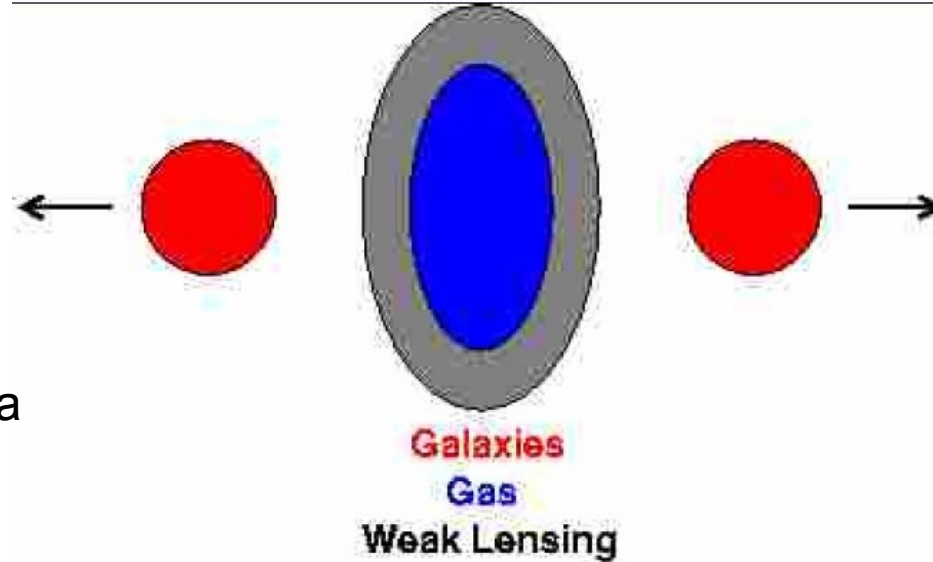
o gás é colisional e perde energia numa colisão, enquanto que as galáxias e a matéria escura são não-colisionais

ME →



MOND →

gravitação newtoniana modificada (sem matéria escura)



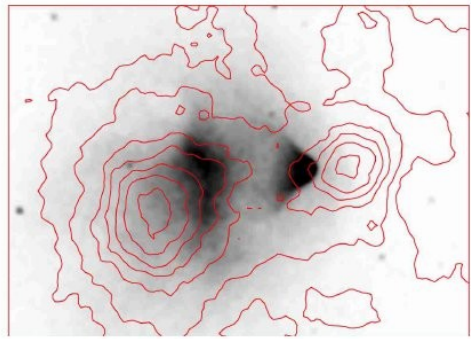
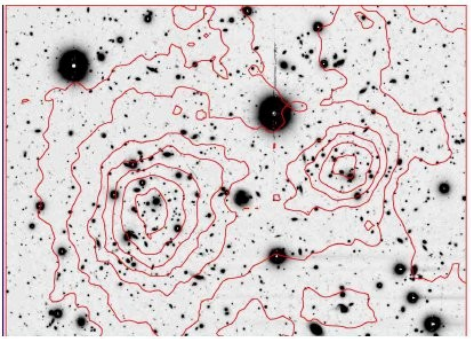
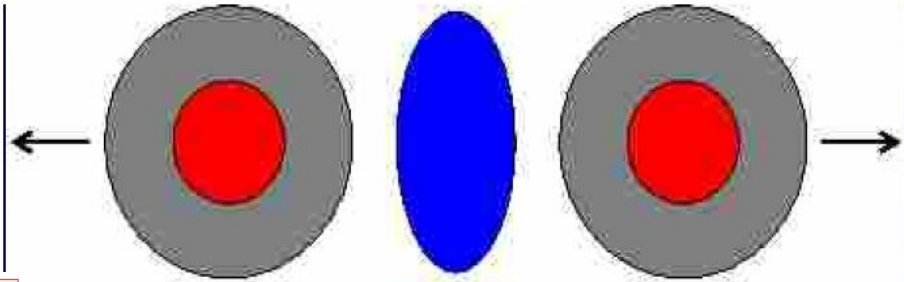
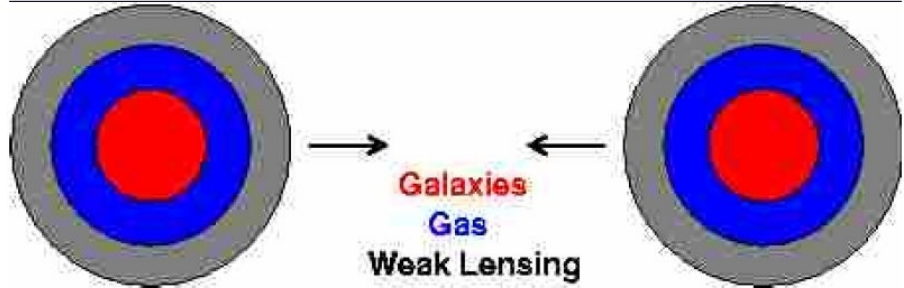


# O que esperar numa colisão?

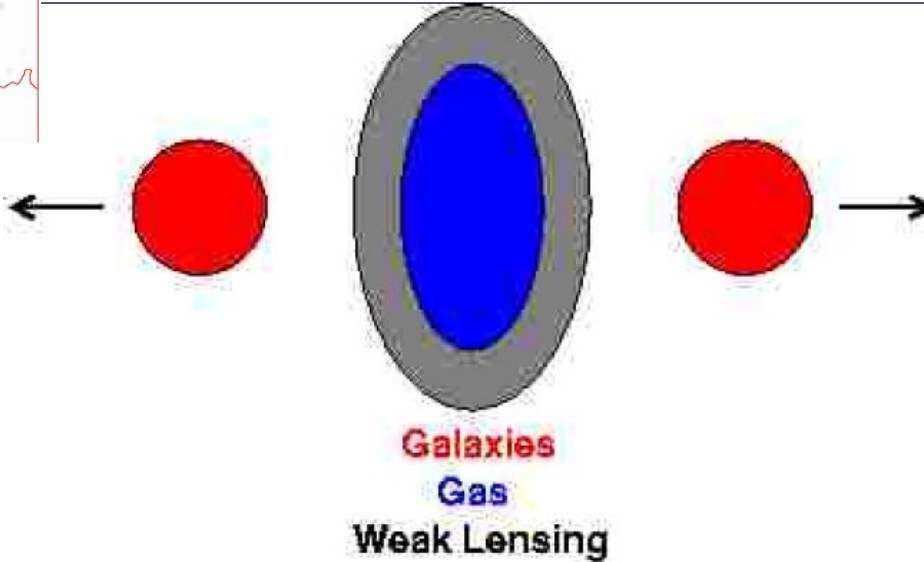
## a prova da existência da matéria escura!



ME



MOND



observações consistentes com ME!

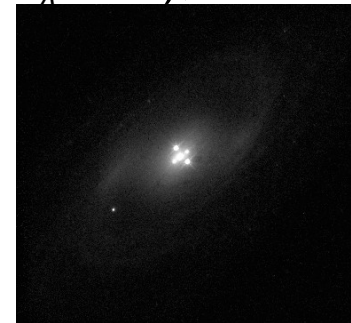
# Aglomerado MACS J0025.4-1222





# Exercícios

1. Mostre que se a distância da fonte é fixa, a área dentro do anel de Einstein,  $\pi d_L^2 \theta_E^2$ , é máxima quando  $d_S = 2 d_L$  (suponha que a lente e a fonte estão próximas, de modo que  $d_{LS} = d_S - d_L$ )
2. Mostre que a equação da lente pode ser escrita como  $\theta - \beta = \theta_E^2 / \theta$
3. Mostre que o ângulo de deflexão  $\alpha$  é constante para uma esfera isotérmica singular.
4. A Cruz de Einstein é um conjunto de 5 imagens de um quasar em  $z = 1.695$  brilhando através de uma galáxia em  $z = 0.039$ . Calcule  $d_L$  e  $\Sigma_c$  para a lente. Quatro das imagens estão em aproximadamente um círculo com raio 0.9 arcsec. Tomando esse valor par  $\theta_E$ , calcule  $R_E$  e  $M(< R_E)$ . Se  $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  e supondo um universo com  $(\Omega_m = 0.3, \Omega_\Lambda = 0.7)$ , as distâncias  $d_L$ ,  $d_S$  e  $d_{LS}$  são, respectivamente,



Cruz de Einstein

# Exercícios

5. Sendo  $d = d_L d_{LS} / d_S$  a *distância efetiva* da lente, mostre que

$$\Sigma_c = 0.35 \text{ g cm}^{-2} (d / 1 \text{ Gpc})^{-1}$$

6. Visite o Point Gravitational Lens Simulator:

[www.astrophysicsspectator.com/topics/generalrelativity/GravitationalLensPointSim.html](http://www.astrophysicsspectator.com/topics/generalrelativity/GravitationalLensPointSim.html)

e se convença que os arcos ficam sempre no raio de Einstein da lente.