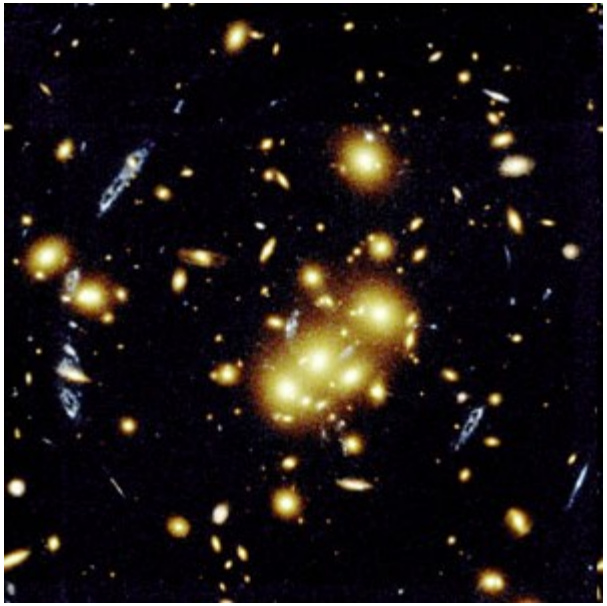
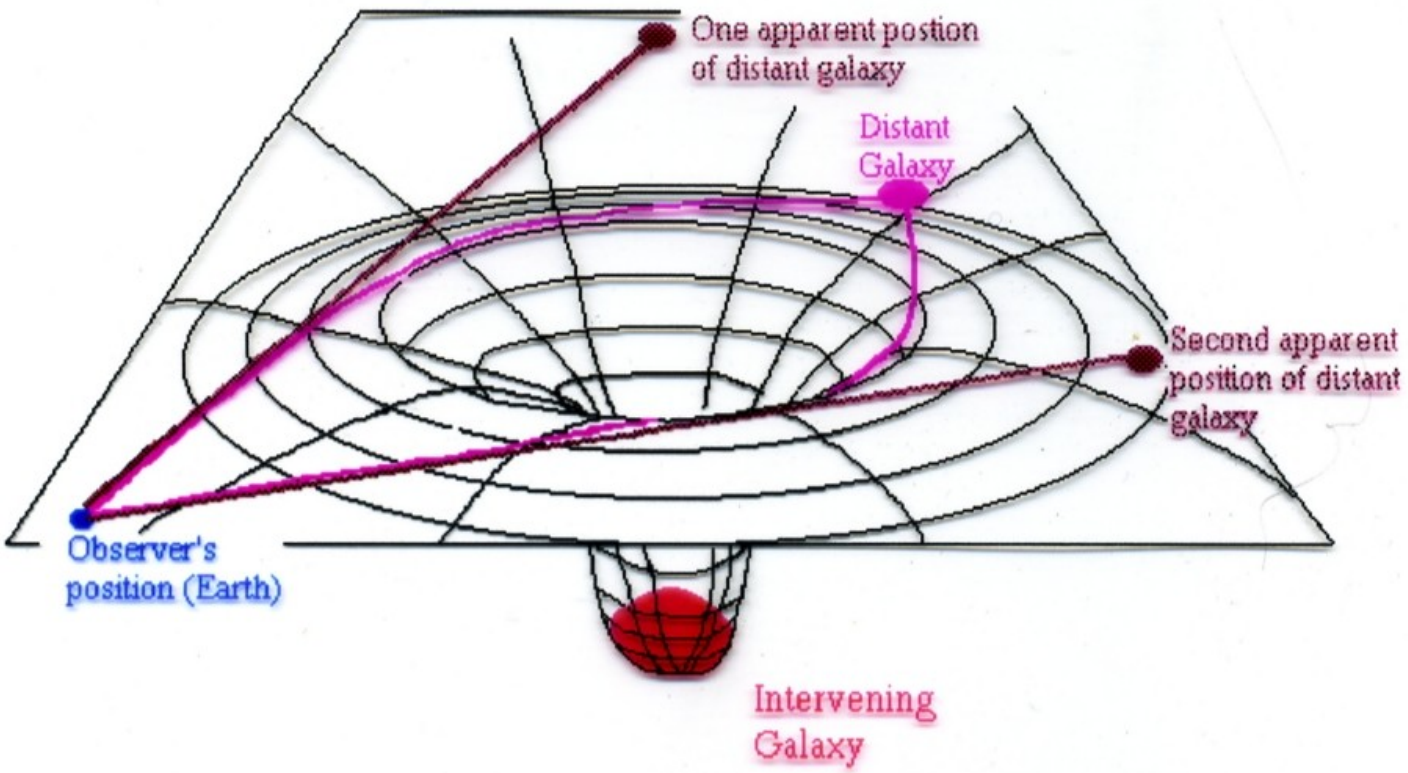
17. Lentes gravitacionais



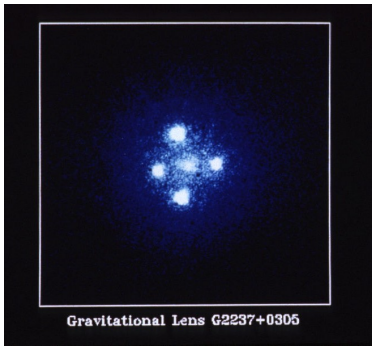
lentes gravitacionais

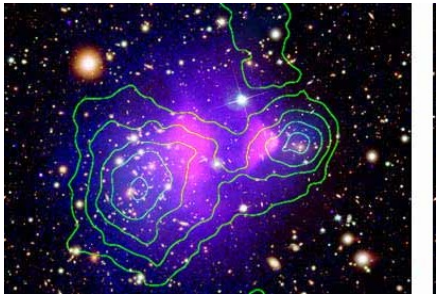
- a gravitação afeta a propagação da luz, criando o efeito de lentes gravitacionais

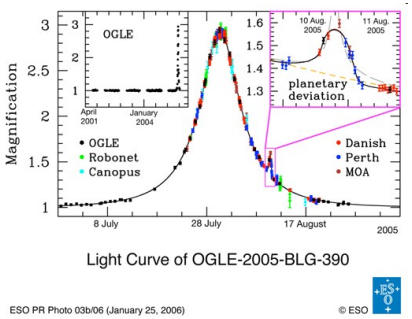


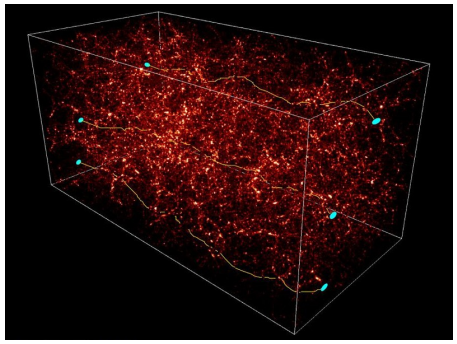
lentes gravitacionais

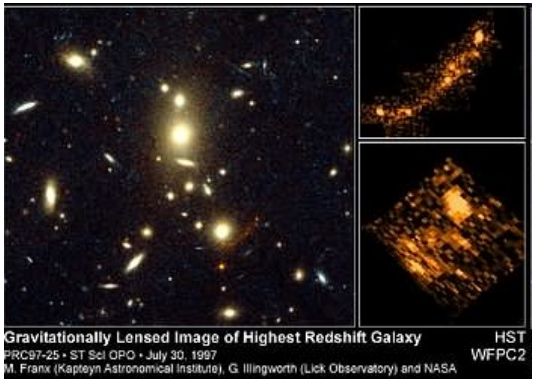
- há muitos efeitos, em 2 regimes:
  -*lentes fortes*: arcos, imagens múltiplas, anel de Einstein, microlentes
  -*lentes fracas*: distorções estatísticas, shear cósmico





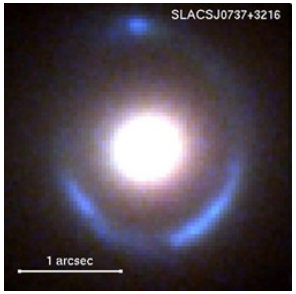


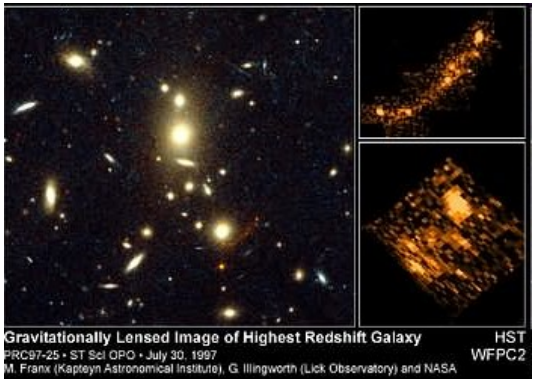


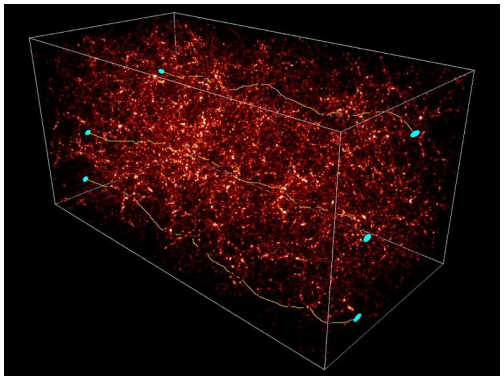


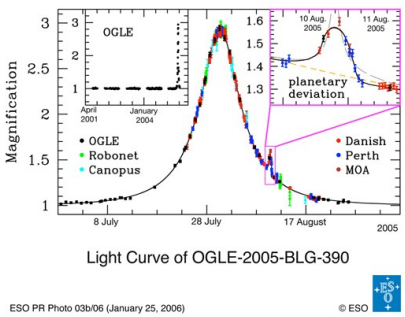
lentes gravitacionais

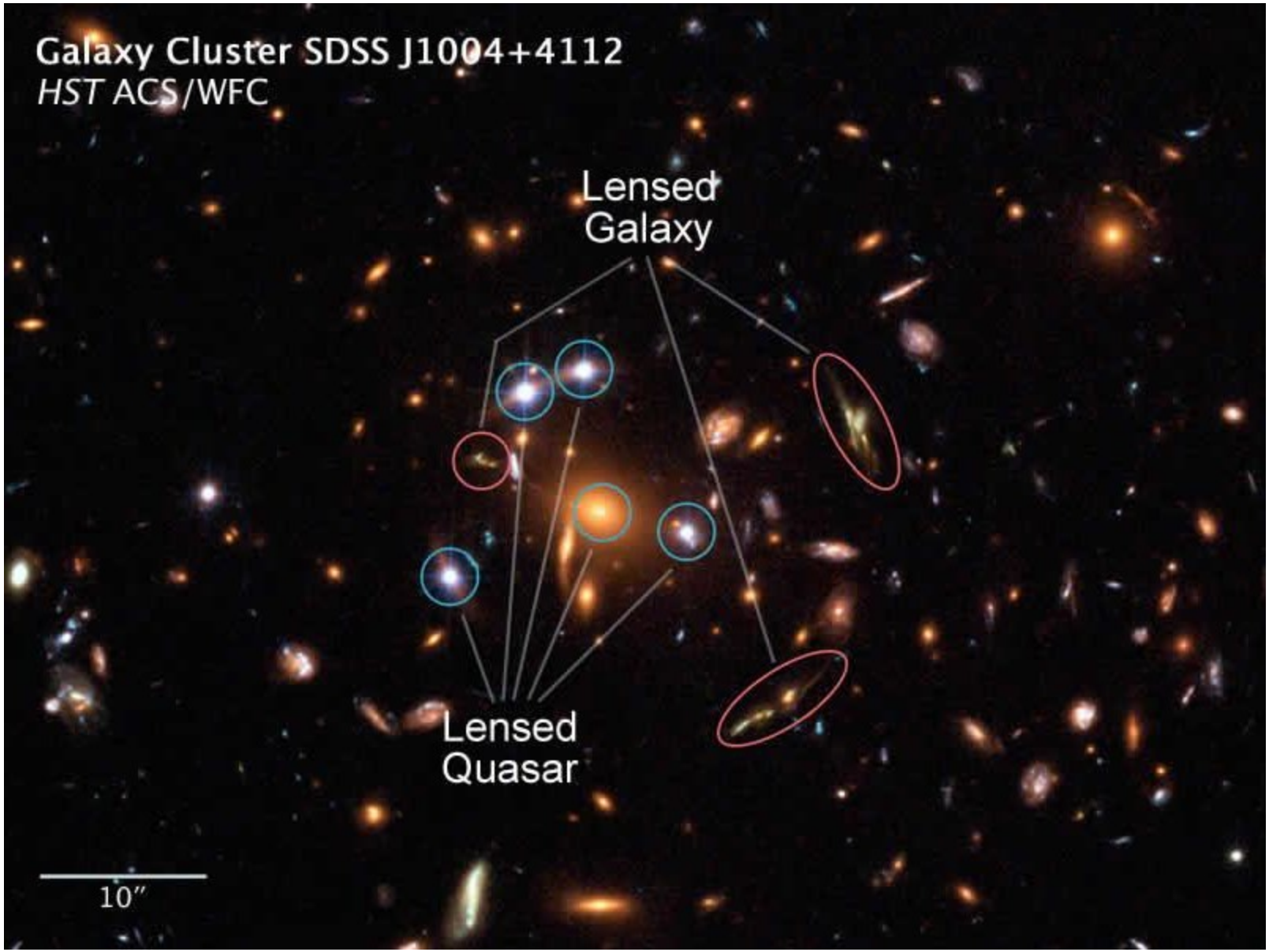
- muitas aplicações:
  -determinação de massa
  -estudo da natureza da matéria escura
  -descoberta de planetas
  -telescópios gravitacionais
  -cosmologia







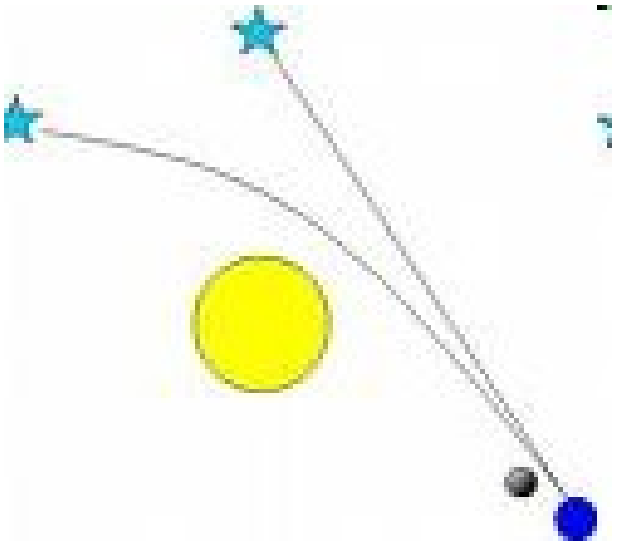


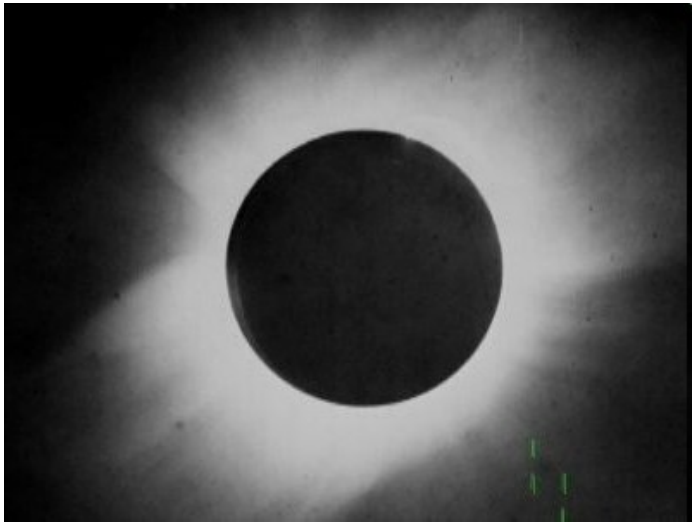

Galaxy Cluster SDSS J1004+4112
HST ACS/WFC
Lensed Galaxy
Lensed Quasar
10″

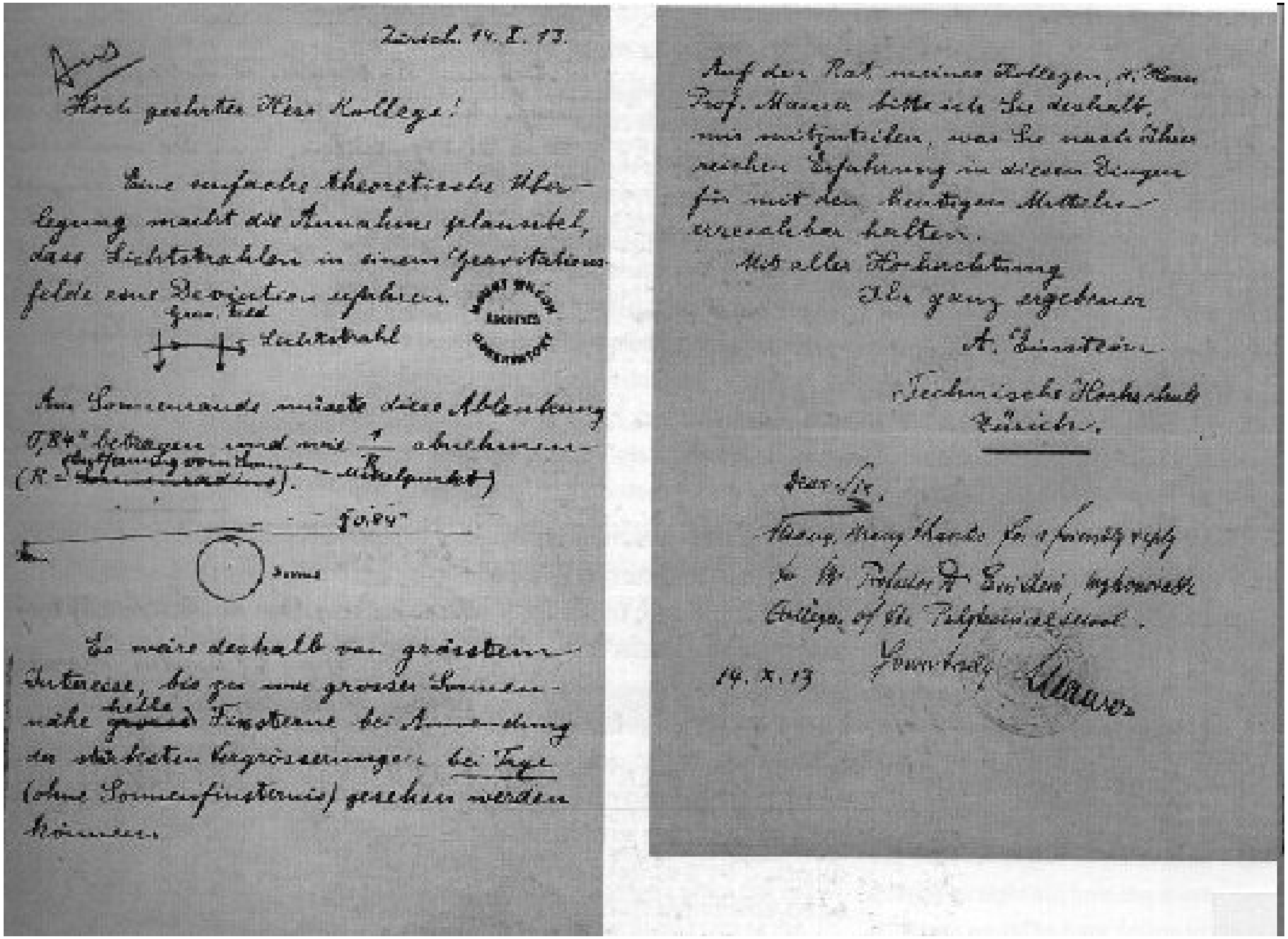
Deflexão da luz das estrelas pelo Sol

- história da deflexão da luz
  -suspeitada por Newton, Laplace...
  -cálculo do ângulo de deflexão (newtoniano): Soldner (1804)
  -cálculo via princípio da equivalência: Einstein (1911)
  cálculo via teoria da relatividade geral: Einstein (1916)

  -este efeito foi observado pela primeira vez em Sobral, no Ceará, e na Ilha de Príncipe, na costa da África, durante o eclipse solar de 1919







Zürich. 14. X. 13.

Hoch geehrter Herr Kollege!

Eine einfache theoretische Überlegung macht die Annahme plausibel, dass Lichtstrahlen in einem Gravitationsfelde eine Deviation erfahren.

Grav. feld — Lichtstrahl

Am Sonnenrande müsste diese Ablenkung 0,84" betragen und wie $\frac{1}{R}$ abnehmen (R = Abstand vom Sonnenmittelpunkt).

0,84"

Erde — Sonne

Es wäre deshalb von grösstem Interesse, bis zu wie grosser Sonnennähe helle Fixsterne bei Anwendung der stärksten Vergrösserungen bei Tage (ohne Sonnenfinsternis) gesehen werden können.

Auf den Rat meines Kollegen, d. Herrn Prof. Maurer bitte ich Sie deshalb, mir mitzuteilen, was Sie nach Ihrer reichen Erfahrung in diesen Dingen für mit den heutigen Mitteln erreichbar halten.

Mit aller Hochachtung

Ihr ganz ergebener

A. Einstein

Technische Hochschule Zürich.

Dear Sir,

Many, many thanks for a friendly reply to the Professor Dr Einstein, my honourable colleague of the Polytechnical school.

14. X. 13

Yours truly

Maurer

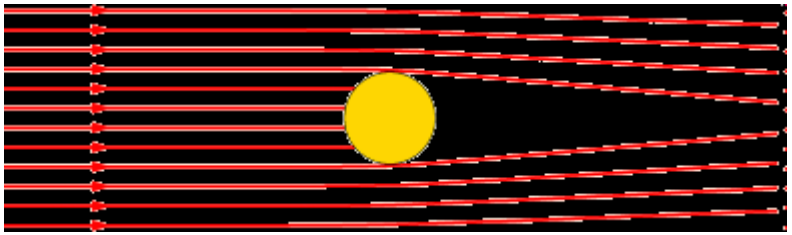
manuscrito de Einstein de 1913 onde ele apresenta o resultado de seu cálculo da deflexão da luz de uma estrela pelo Sol

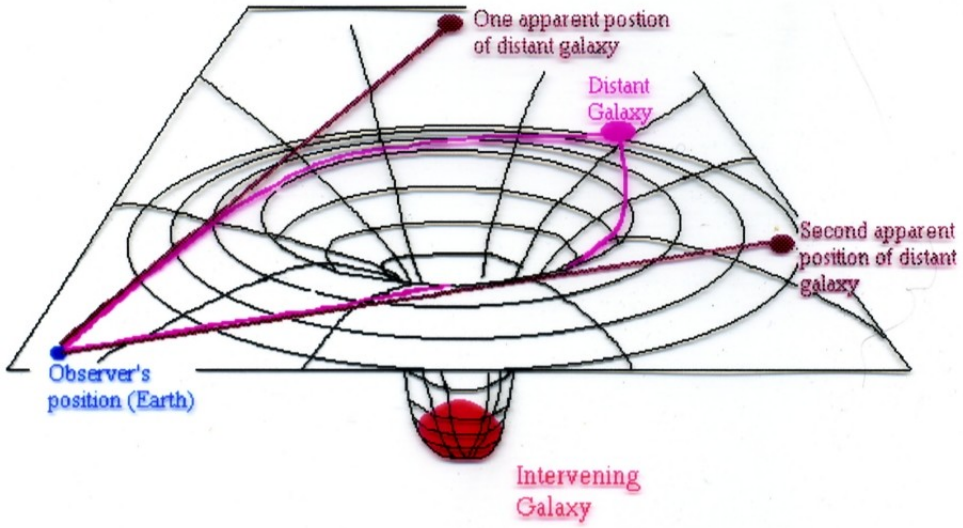
note o valor que ele obteve para a deflexão: 0.84 arcsec, metade do valor correto

Deflexão da luz das estrelas pelo Sol

- a deflexão da luz:

  a gravitação altera a propagação da luz





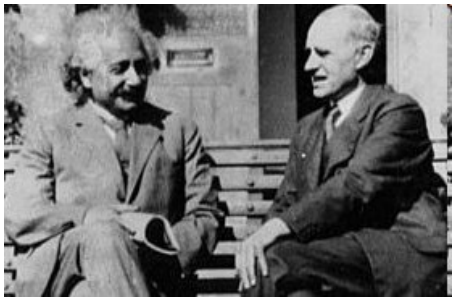
física newtoniana:
a força gravitacional altera
a propagação da luz

teoria da relatividade geral:
a curvatura do espaço-tempo
altera a propagação da luz

Deflexão da luz das estrelas pelo Sol

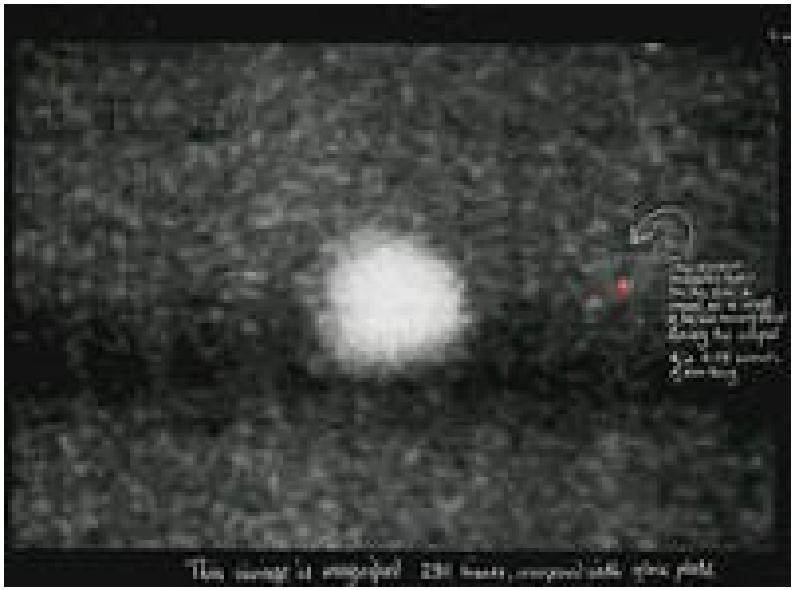
- eclipse solar de 1919, Sobral, Ceará

  o resultado das observações foi apresentado por Eddington em Londres, numa reunião da Royal Society, divulgado pelo Times no dia seguinte, e depois por jornais de todo o mundo, tornando Einstein uma verdadeira *superstar* da ciência



(Eclipse total do Sol, em 29 de maio de 1919, em Sobral, fotografado por Henrique Morize, ex-diretor e astrônomo do Observatório Nacional)

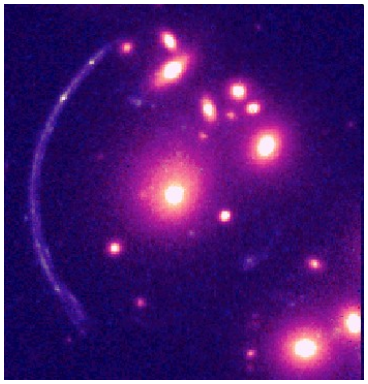
Sobral, CE, 1919



A questão que minha mente formulou foi respondida pelo radiante céu do Brasil **(Einstein, 1925)**

história das lentes

- sugeridas por Eddington (1920)
- Einstein (1912, 1936) discute lentes estelares: conclui que a deflexão é muito pequena
- Zwicky (1937): galáxias como lentes
  discute também telescópios gravitacionais, probabilidade de lentes,...
- Walsh, Carswell & Weymann (1979): descoberta do primeiro quasar duplo:
  QSO0957+561: 2 imagens separadas por 6 arcsec
- Lynds & Petrosian e Soucail et al. (1987): detecção de arcos gravitacionais
- detecção do primeiro anel de Einstein (1988):
  MG1131+0456 (Hewitt et al.)
- efeito de lentes fracas: primeira detecção em 1990 (Tyson & Valdes)
- microlensing (1993): projetos MACHO e EROS
- shear cósmico: Whittman et al. (2000)



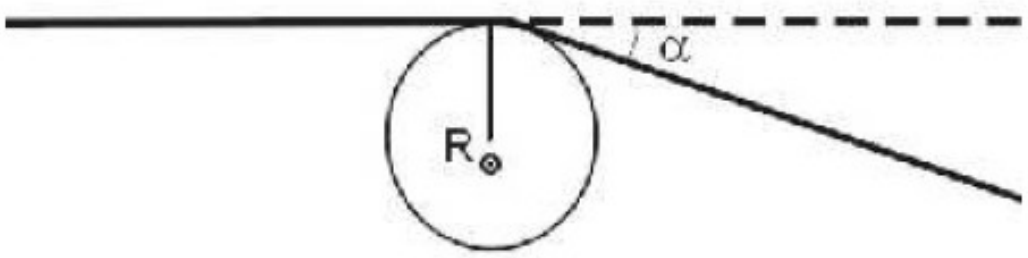
deflexão da luz na gravitação newtoniana

- consideremos um raio de luz que passa rasante ao Sol

- vamos supor que, quando passa próximo ao Sol, o raio é atraído com aceleração
  $g \sim GM / R_\odot^2$
  durante um intervalo de tempo $\Delta t \sim 2R_\odot/c$

- assim, o fóton vai ganhar uma componente transversal de velocidade
  $v_\perp \sim g \ \Delta t \sim 2 G M / (R_\odot c)$

  de modo que o ângulo de deflexão resultante fica
  $\sin \alpha \approx \alpha \approx v_\perp/c \approx 2 G M / (R_\odot c^2)$

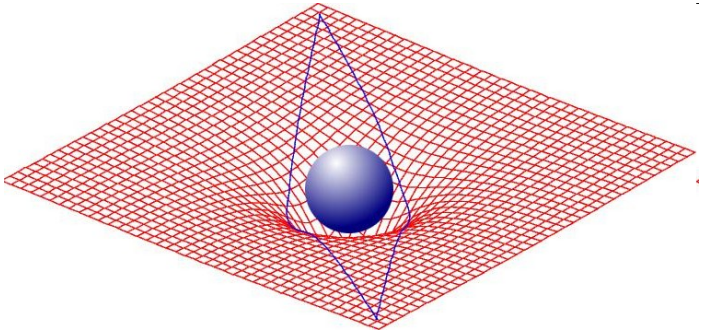


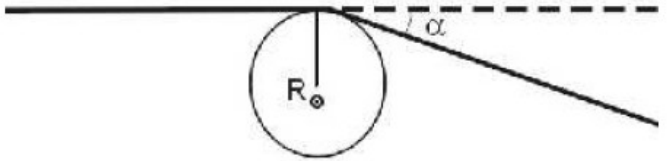
deflexão da luz na teoria da relatividade geral

- na TRG o valor de α é ***duas vezes*** o que se obtém usando a gravitação newtoniana:

  $\alpha = 4\ G\ M\ /\ (R_{\odot}\ c^2)$

- a deflexão da luz de uma estrela observada rasante ao disco solar será de 1.7 arcsec





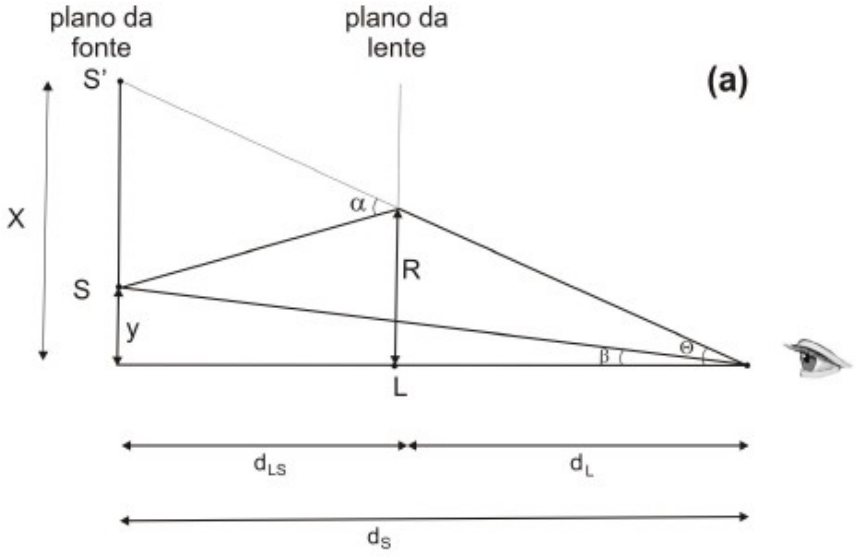
Equação da lente

- vamos considerar uma massa M no ponto L que serve de lente para a fonte

- sejam α, β e θ o ângulo de deflexão, o ângulo em que a fonte seria observada na ausência da lente e o ângulo em que a fonte é observada, respectivamente

- sejam d_L , d_S , d_{LS} as distâncias (de diâmetro) à lente, à fonte e entre a lente e a fonte, respectivamente note que $d_{LS} \neq d_S - d_L$!

- a equação da lente relaciona os ângulos α, β e θ com as distâncias da lente e da fonte



Equação da lente

- na ausência da lente uma estrela seria observada em S, formando um ângulo

  $\beta \approx y / d_S$

  (se $d_S >> y$) com a direção da lente

- devido à deflexão gravitacional, a estrela é observada em S'; se a deflexão é pequena,

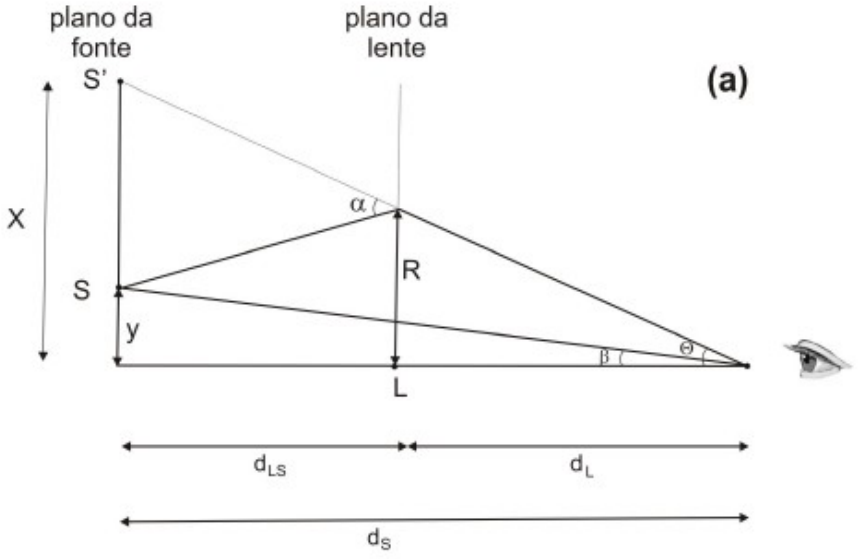
  $\alpha \approx (x - y) / d_{LS}$

- supondo θ pequeno,

  $\theta \approx x / d_S \quad e \quad \theta \approx R / d_L$

- daí se obtém a *equação da lente*:

  $\boldsymbol{\theta - \beta = \alpha\, d_{LS} / d_S}$



Equação da lente

- equação da lente:

  $\theta - \beta = \alpha\, d_{LS} / d_S$

- definindo o *raio de Einstein* como

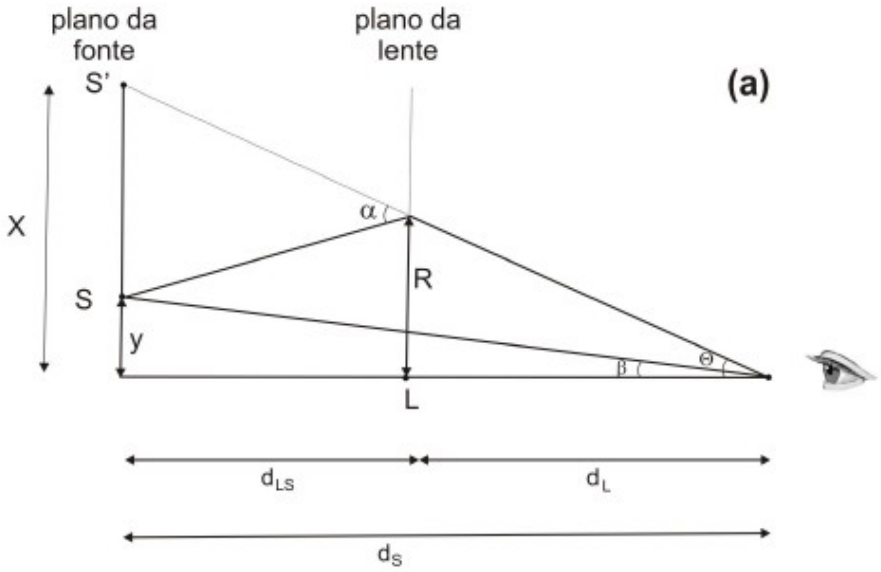
  $\theta_E = [(4\, G\, M / c^2)\, d_{LS} / (d_S\, d_L)]^{1/2}$

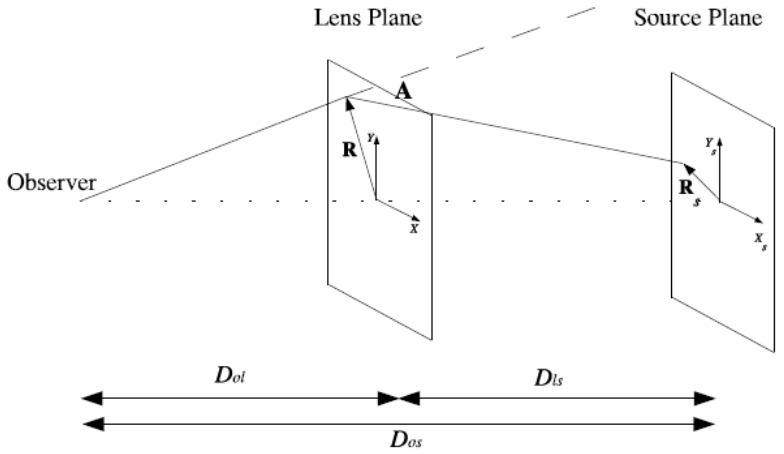
  a equação da lente fica:

  $\theta - \beta = \theta_E^2 / \theta$

- a relação entre a posição das imagens e a da fonte pode ser generalizada para uma lente com distribuição de massa não-simetrica:

$$\frac{d_{LS}}{d_S}\vec{\alpha} \equiv \vec{\theta} - \vec{\beta}$$





O anel de Einstein

- equação da lente:

  $\theta - \beta = \theta_E^2 / \theta$

  vamos supor que $\beta = 0$: alinhamento entre fonte, lente e o observador

  nesse caso,

  $\theta = \theta_E$

  onde

  $\theta_E = [(4\ G\ M / c^2)\ d_{LS} / (d_S\ d_L)]^{1/2}$

- forma-se um anel em torno da lente- *o anel de Einstein*- com raio θ_E

imageamento de fonte puntual por lente puntual

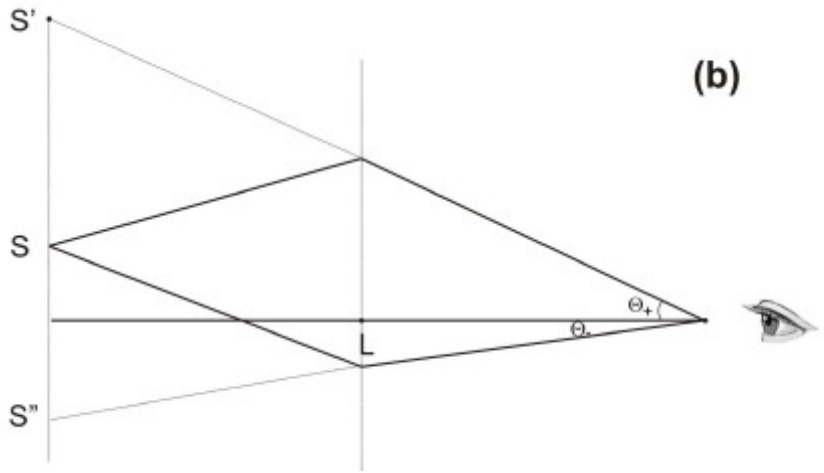
- equação da lente:

  $\theta - \beta = \theta_E^2 / \theta$

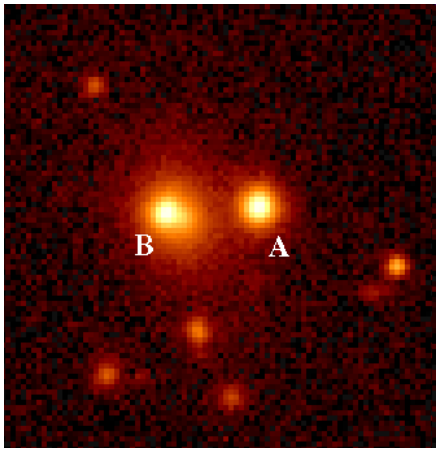
  ou

  $\theta^2 - \beta\,\theta - \theta_E^2 = 0$
- solução:

$$\theta_\pm = \frac{\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2}}{2}$$

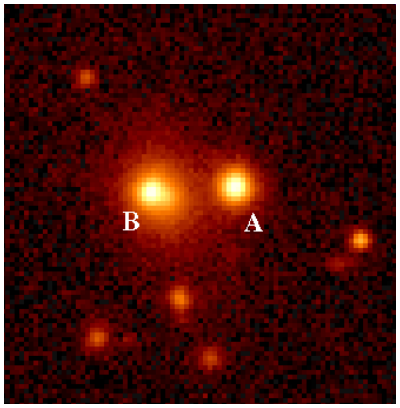


- uma solução tem β positivo e a outra β negativo
  a luz chega “por cima" e “por baixo" da fonte
- um caminho passa por dentro e o outro por fora do anel de Einstein: formam-se *imagens duplas*



imageamento de fonte puntual por lente puntual

$$\theta_{\pm} = \frac{\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2}}{2}$$



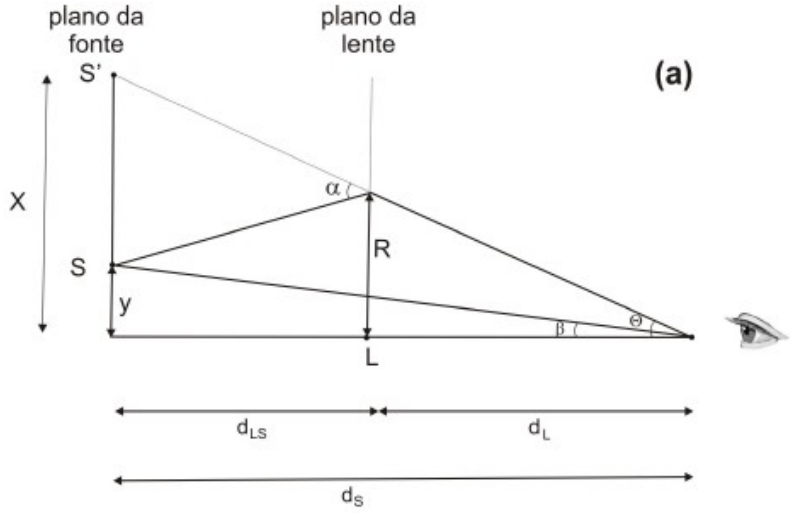
- separação entre as imagens:

$\Delta\theta = [\beta^2 + 4\,\theta_E{}^2]^{1/2}$

ou

$\Delta\theta = \beta$ se $\beta >> \theta_E$

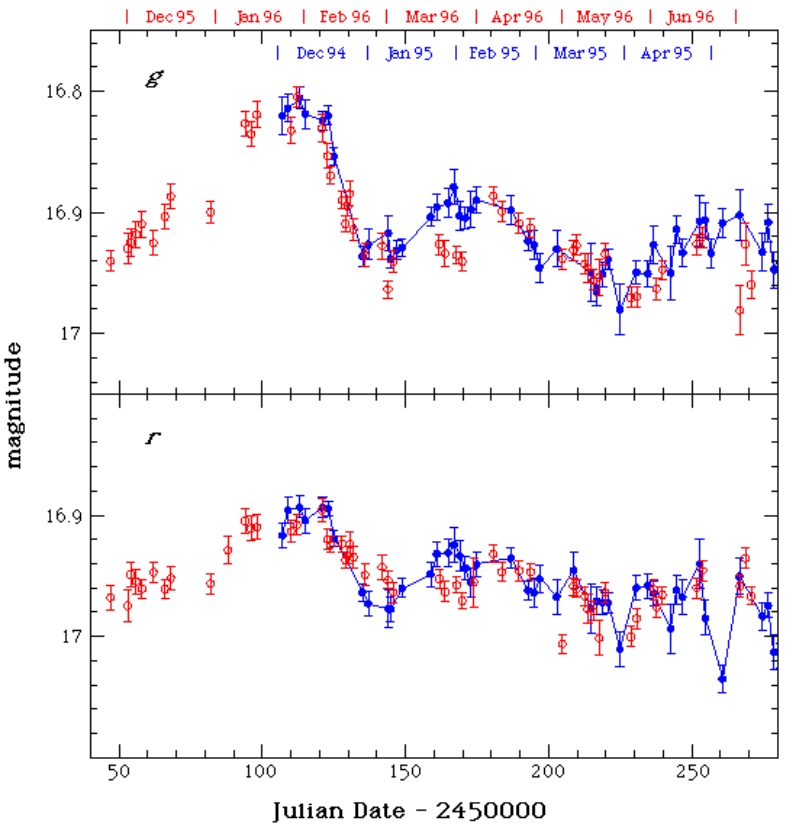
$\Delta\theta = 2\,\theta_E$ se $\beta << \theta_E$

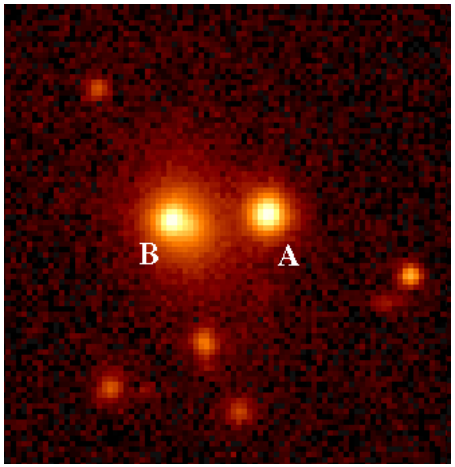


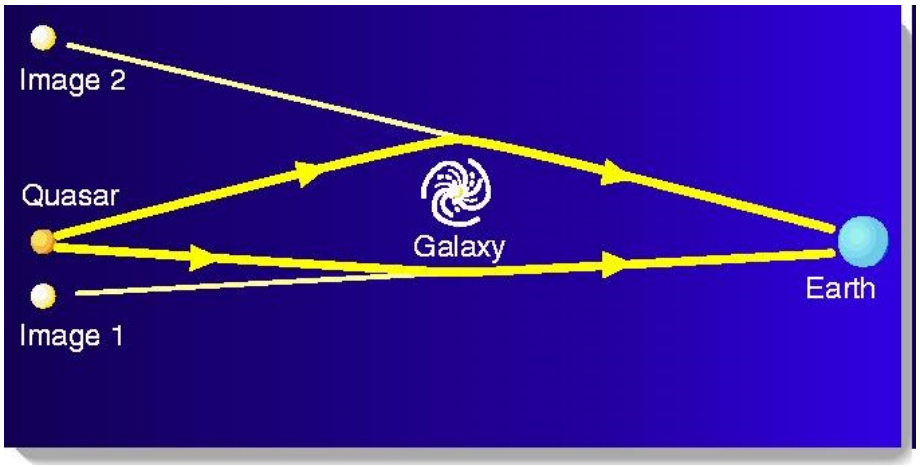
imageamento de fonte puntual por lente puntual

- note que a luz leva tempos diferentes para chegar ao observador percorrendo cada um dos dois caminhos

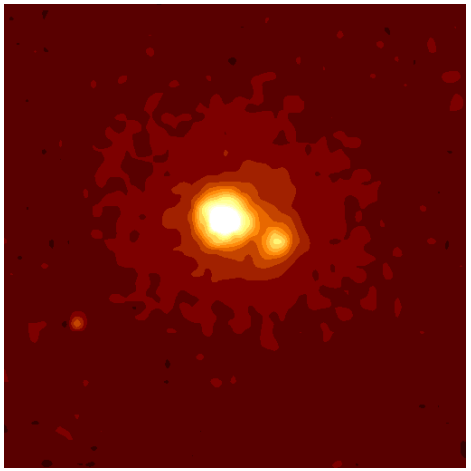
$\Delta t \approx 418$ dias

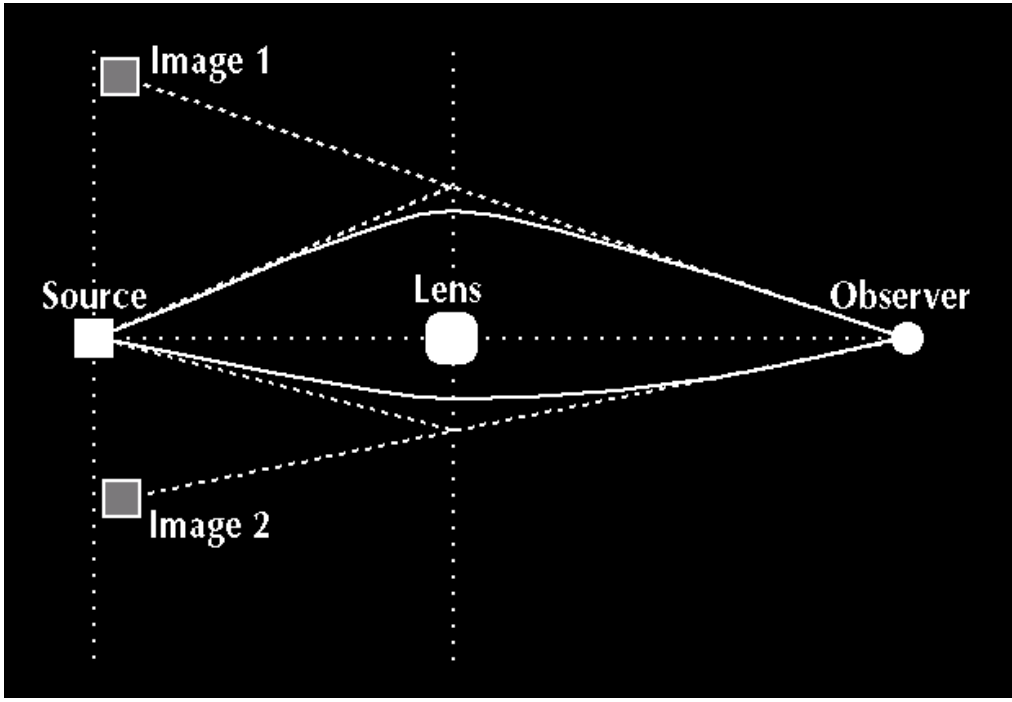






Atraso Temporal

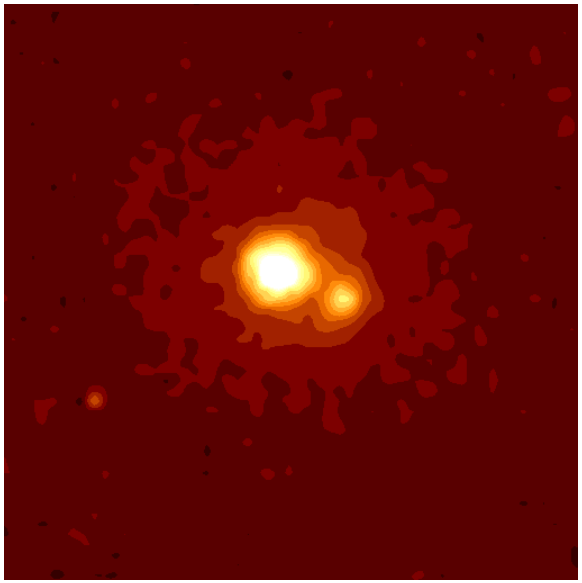


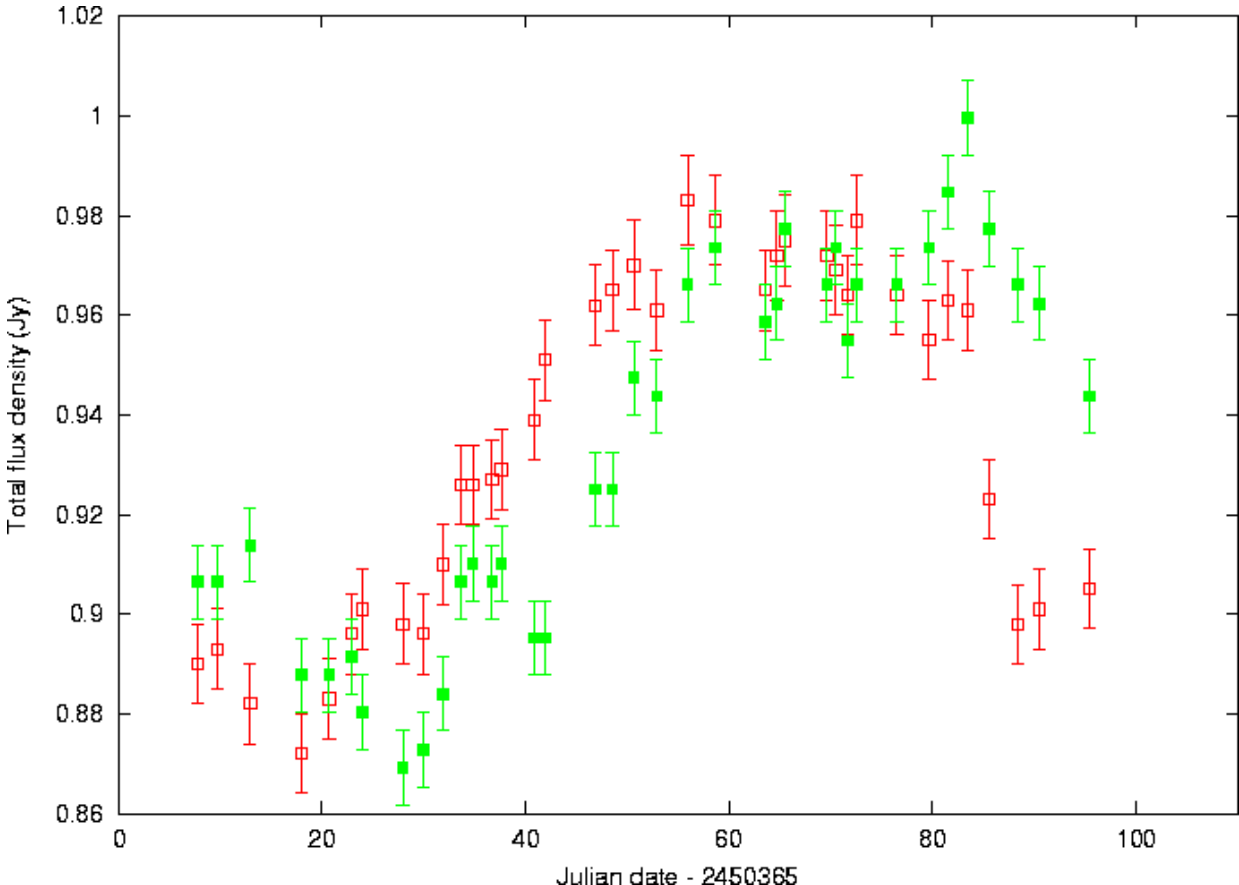


- A luz leva tempos diferentes para ir da fonte ao observador por cada um dos dois caminhos

B0218+357

- B0218+357
  z=0.68
  Δt = 10.5 ± 0.4 dias





O anel de Einstein

$\theta_E = [(4\,G\,M / c^2)\, d_{LS} / (d_S\, d_L)]^{1/2}$

-exemplos do raio de Einstein:

- deflexão da luz de uma estrela pelo Sol:
  $d_{LS} \approx d_S$ e d_L = 1 UA: $\theta_E = 40$ *arcsec*

  impossível de se observar: bem menor que o diâmetro do disco solar: ~30 arcmin

- raio de Einstein de uma estrela na Galáxia:
  vamos supor que $M = 1\ M_o$ e $d_L = 10$ *kpc*
  se $d_{LS} \approx d_S >> d_L$, *então*
  $\theta_E \approx 0.001$ *arcsec*

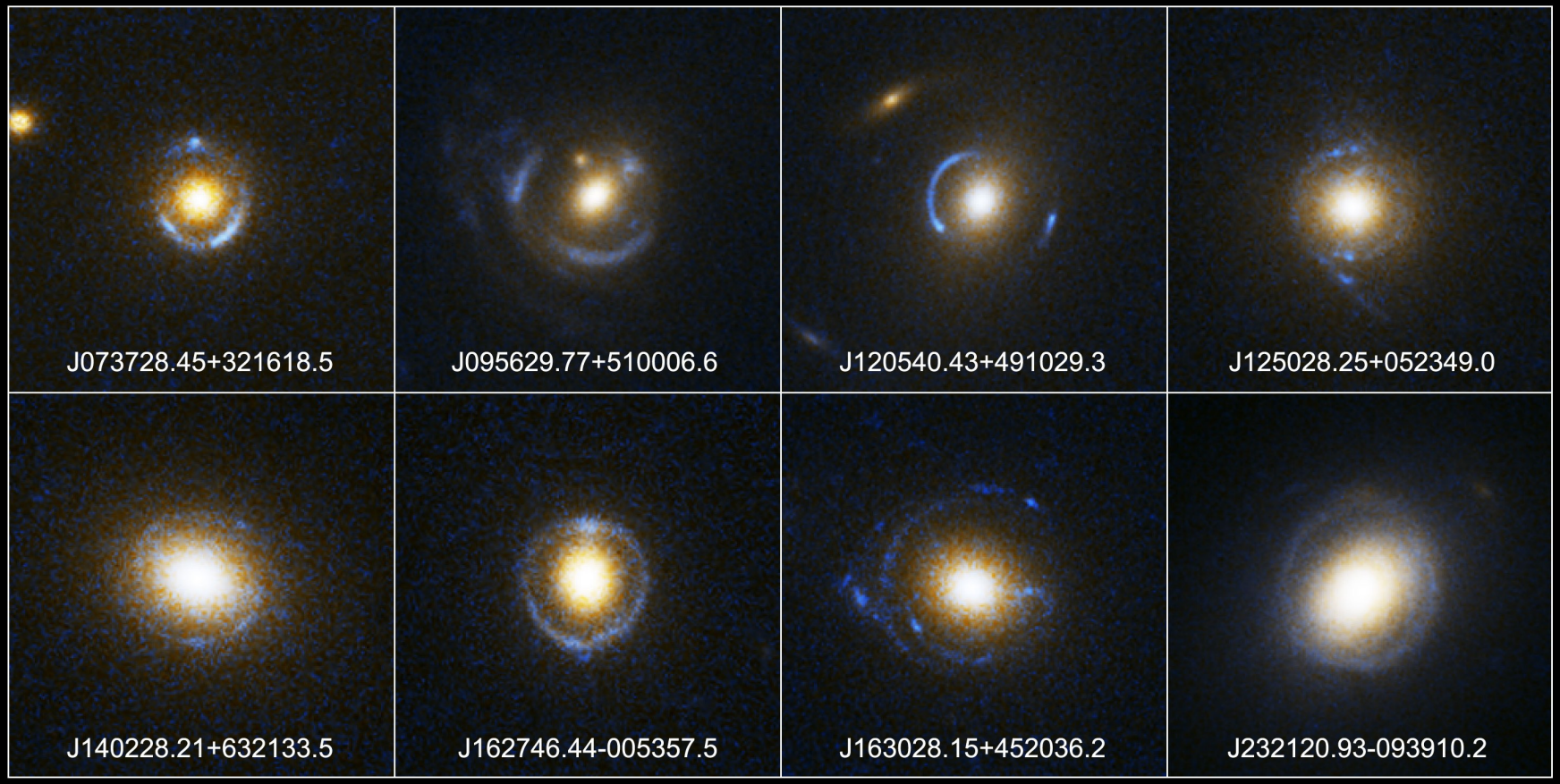
  muito pequeno para se detectar no ótico – associado ao efeito de *microlentes*

O anel de Einstein

- lente galáxia – galáxia: o anel de Einstein ER0047-2808
  Wayth et al (2005, MNRAS 360, 1333)
  - θ_E =1.17 arcsec
  - z_l = 0.485
  - z_s = 3.67

  daí (usando *h=0.65*):
  - d_l = 1335 Mpc
  - d_s = 1599 Mpc
  - d_{ls} = 1175 Mpc

  logo,
  - $R_E = \theta_E d_l$ = 7.6 kpc
  - $M(< R_E) = 3.1 \times 10^{11} h_{65} M_\odot$
  - M_B(lente)=-22.2
  - $M / L_B \approx 5 h_{65} M_\odot / L_\odot$



Einstein Ring Gravitational Lenses

Hubble Space Telescope • Advanced Camera for Surveys

NASA, ESA, A. Bolton (Harvard-Smithsonian CfA), and the SLACS Team

STScI-PRC05-32

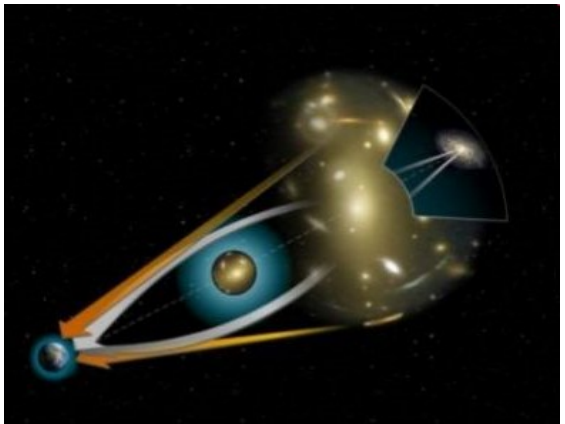
A magnificação

- o campo gravitacional não só modica a trajetória de um raio de luz mas também de um feixe de luz

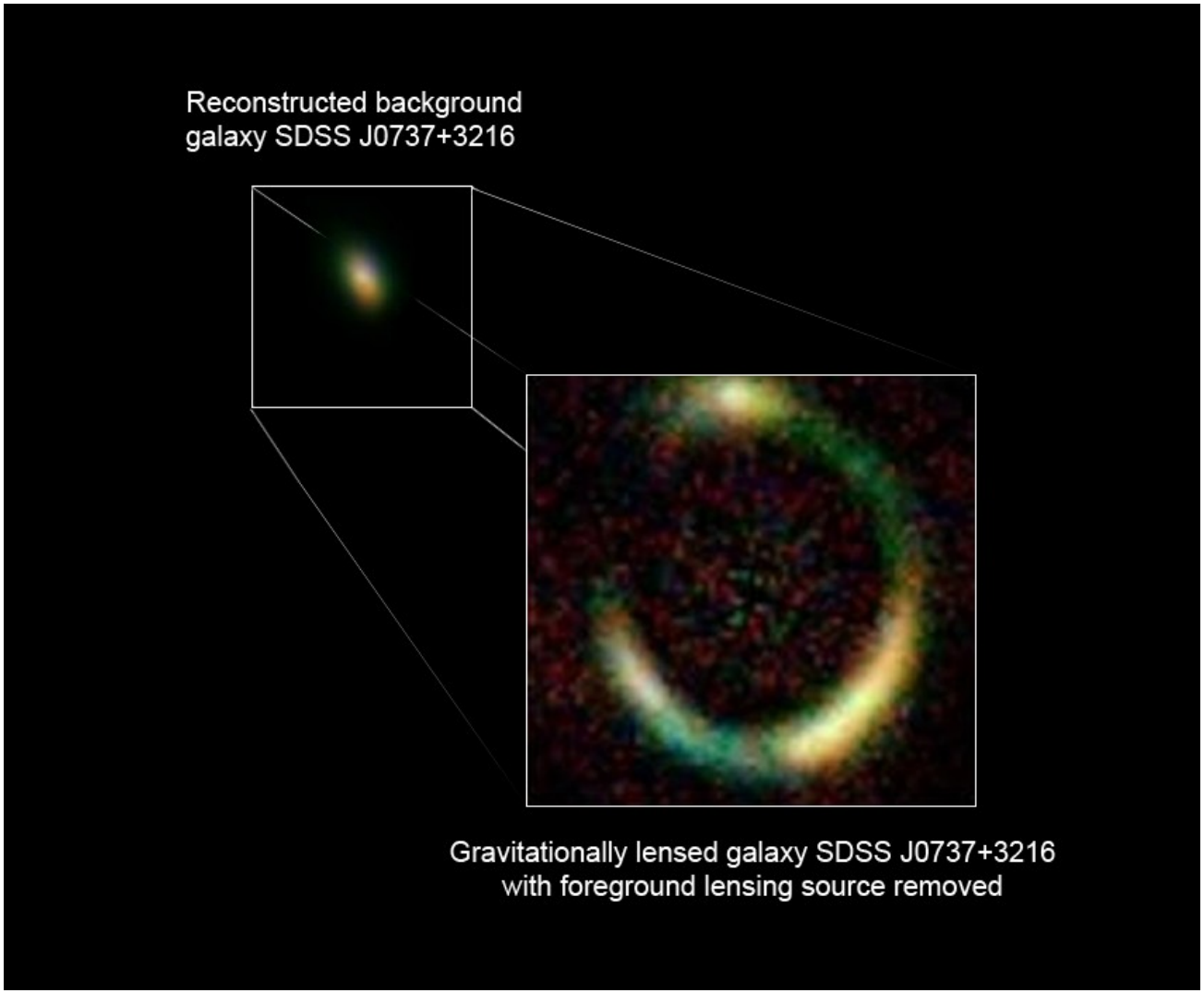
- como a deflexão gravitacional não esta ligada a emissão ou absorção de luz, o brilho supercial se conserva: é idêntico ao que seria observado da fonte na ausência da lente

- se o ângulo sólido da fonte é Ω_s e o da imagem é Ω_i, como o brilho supercial se conserva, a razão entre o fluxo da imagem e o da fonte- a *magnificação*- é:
  $\mu = \Omega_i / \Omega_s$

- essa magnificação permite observar objetos tão distantes que, se não fosse pelo efeito da lente, não seriam observáveis: as lentes agem como *telescópios gravitacionais*



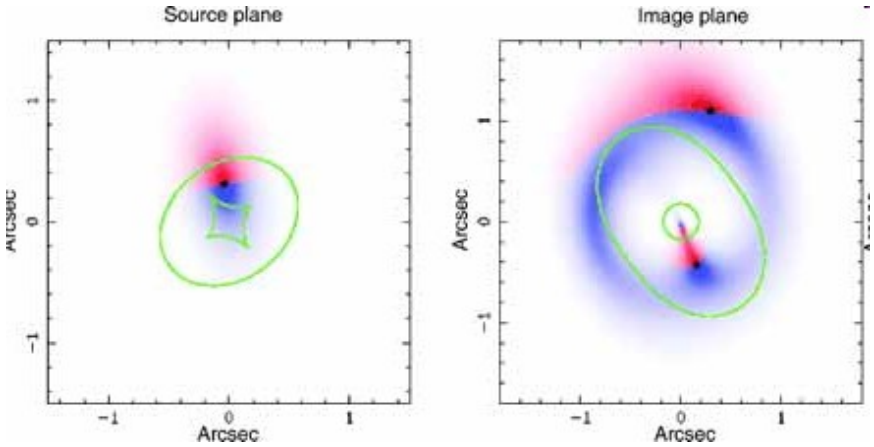
um telescópio gravitacional:



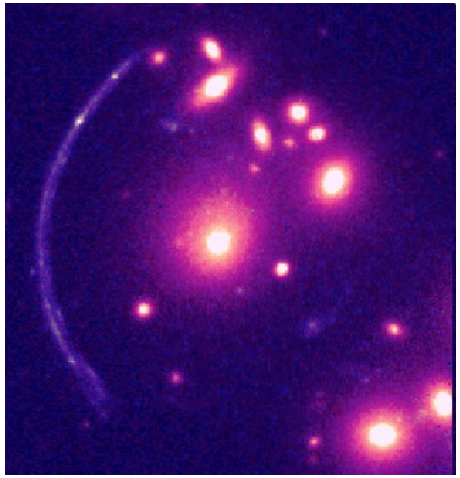
Curvas críticas e cáusticas

- a magnicação fica máxima para certas posições da fonte em relação à lente
- on pontos onde isso ocorre no plano da lente (isto é, o plano das imagens) formam as *curvas críticas*, enquanto que no plano da fonte são as *cáusticas*
- o *anel de Einstein* é uma curva crítica, mas pode haver outras, dependendo da forma da distribuição de massa da lente
- imagens próximas às curvas críticas podem ser bastante magnificadas e distorcidas, produzindo os arcos gravitacionais

- então, a posição dos arcos é próxima da dos anéis de Einstein

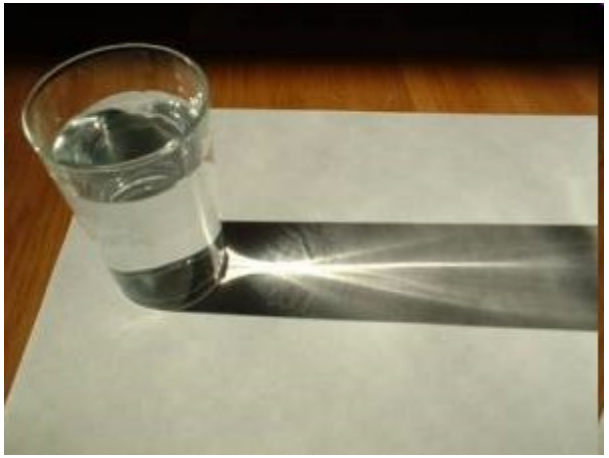


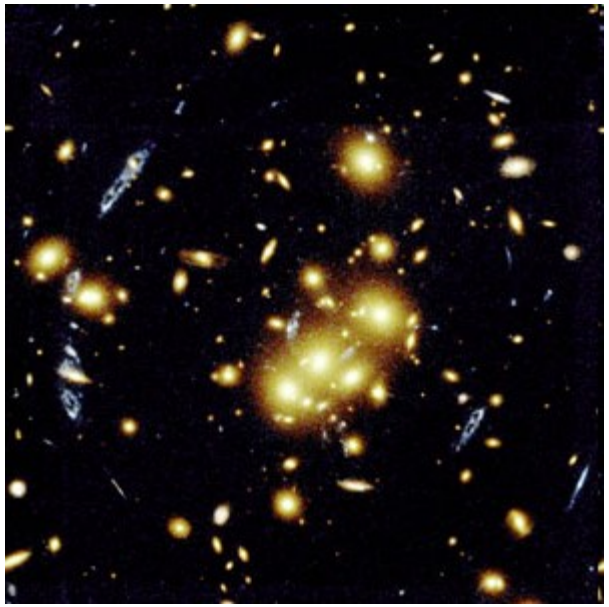
modelo para a emissão de CO em PSS J2322+1944



C12244-02

exemplo de cáustica





produção de imagens múltiplas em cáusticas

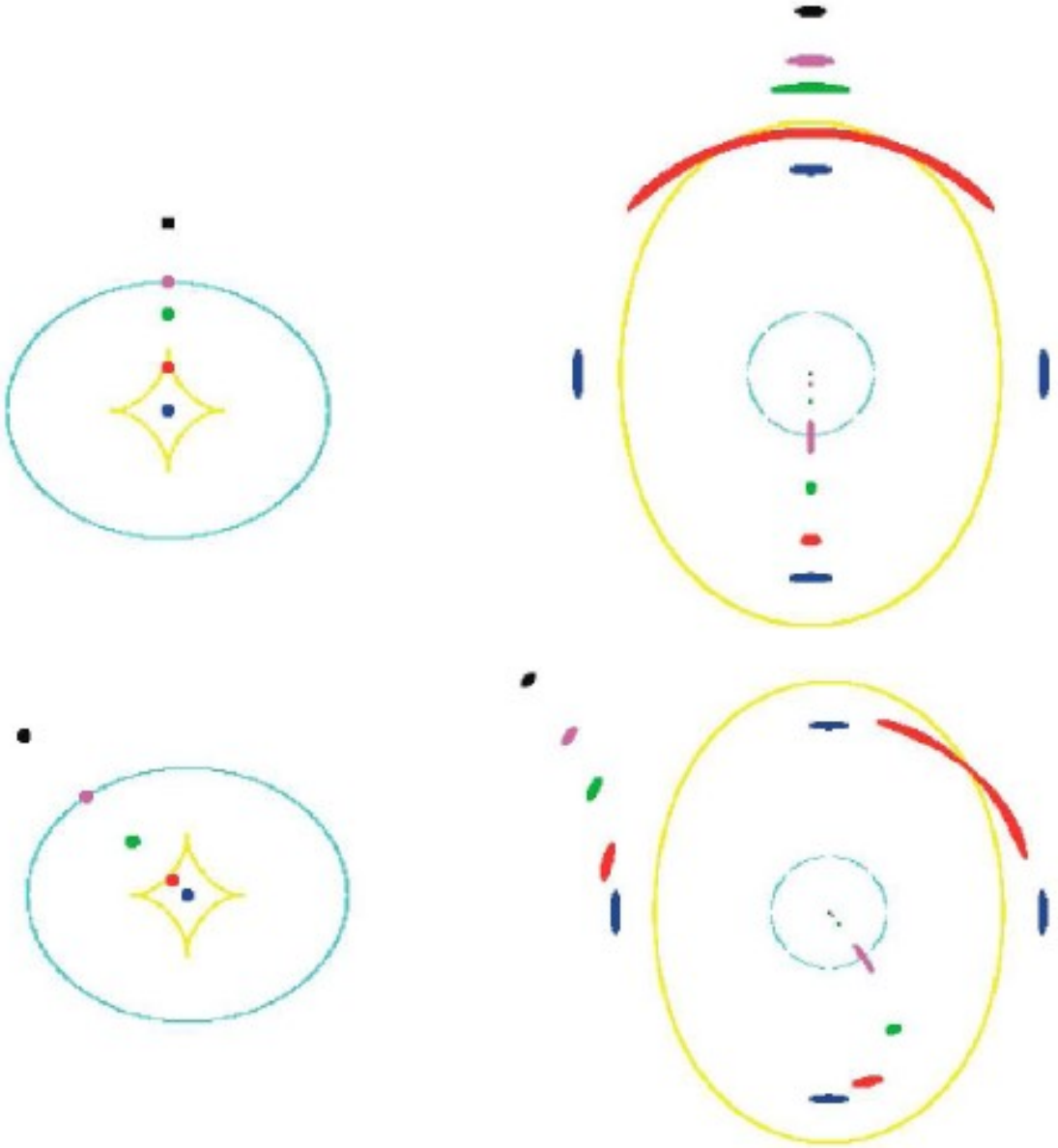


Figure 5: Efeito de lentes produzido por um potencial elíptico mostrando as cáusticas (no plano da fonte, a esquerda) e as curvas críticas (no plano da imagem, a direita).

Lensing Galaxy

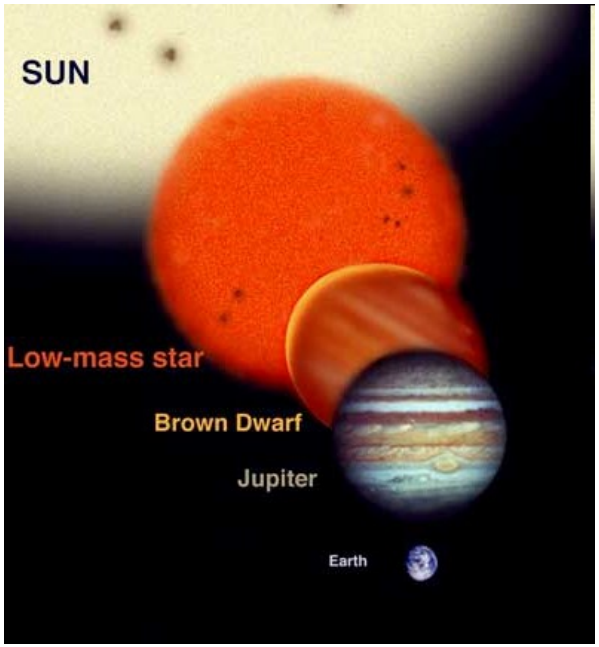
Microlentes

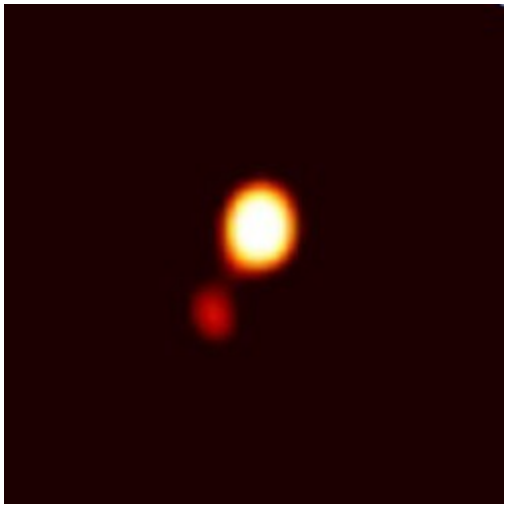
- Microlentes: magnificação de objetos mais distantes (estrelas, planetas, anãs marrons, buracos negros...) por estrelas da Galáxia

- este fenômeno foi aplicado na procura de objetos compactos de baixa luminosidade no halo da Galáxia:
  MACHOs: *massive compact halo objects*

- MACHOs: anãs marrons, planetas

  será que a matéria escura é constituída por MACHOs?





anã marrom em torno da estrela LHS 2397A observada com o Gemini Norte

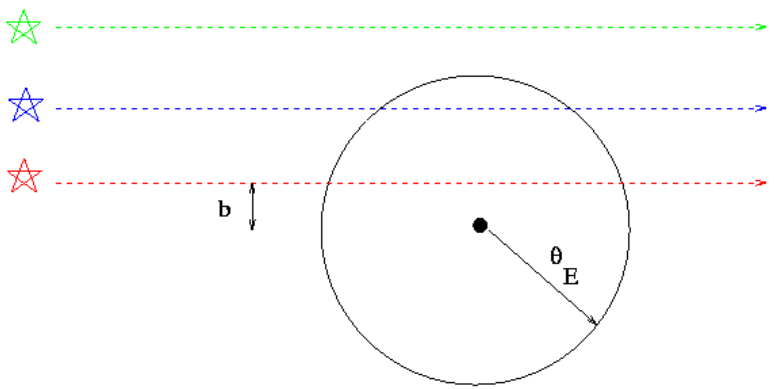
Microlentes

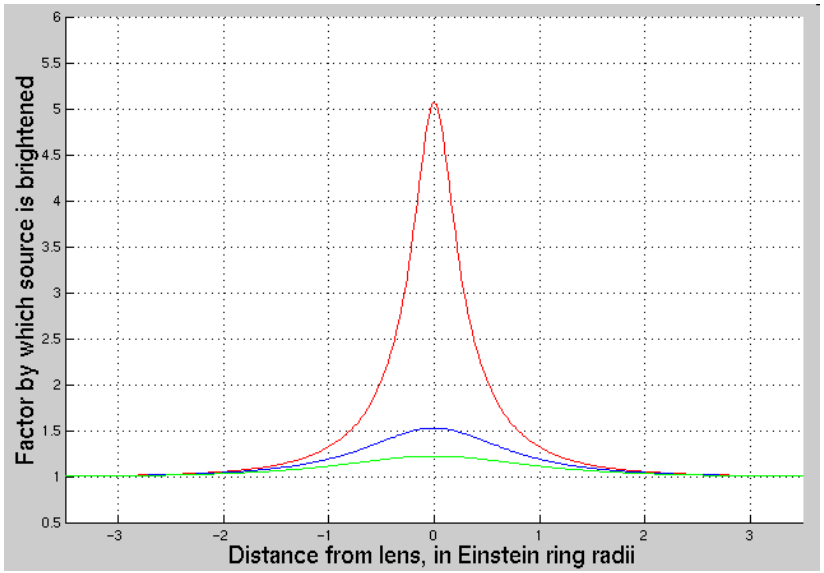
- Microlentes: magnificação de objetos mais distantes (estrelas, planetas, anãs marrons, buracos negros...) por estrelas da Galáxia

- o raio de Einstein é muito pequeno:
  exemplo- lente: estrela de $M = 1\ M_O$ e $d_S = 2\ d_L$
  então $\theta_E \approx 0.001$ *arcsec*

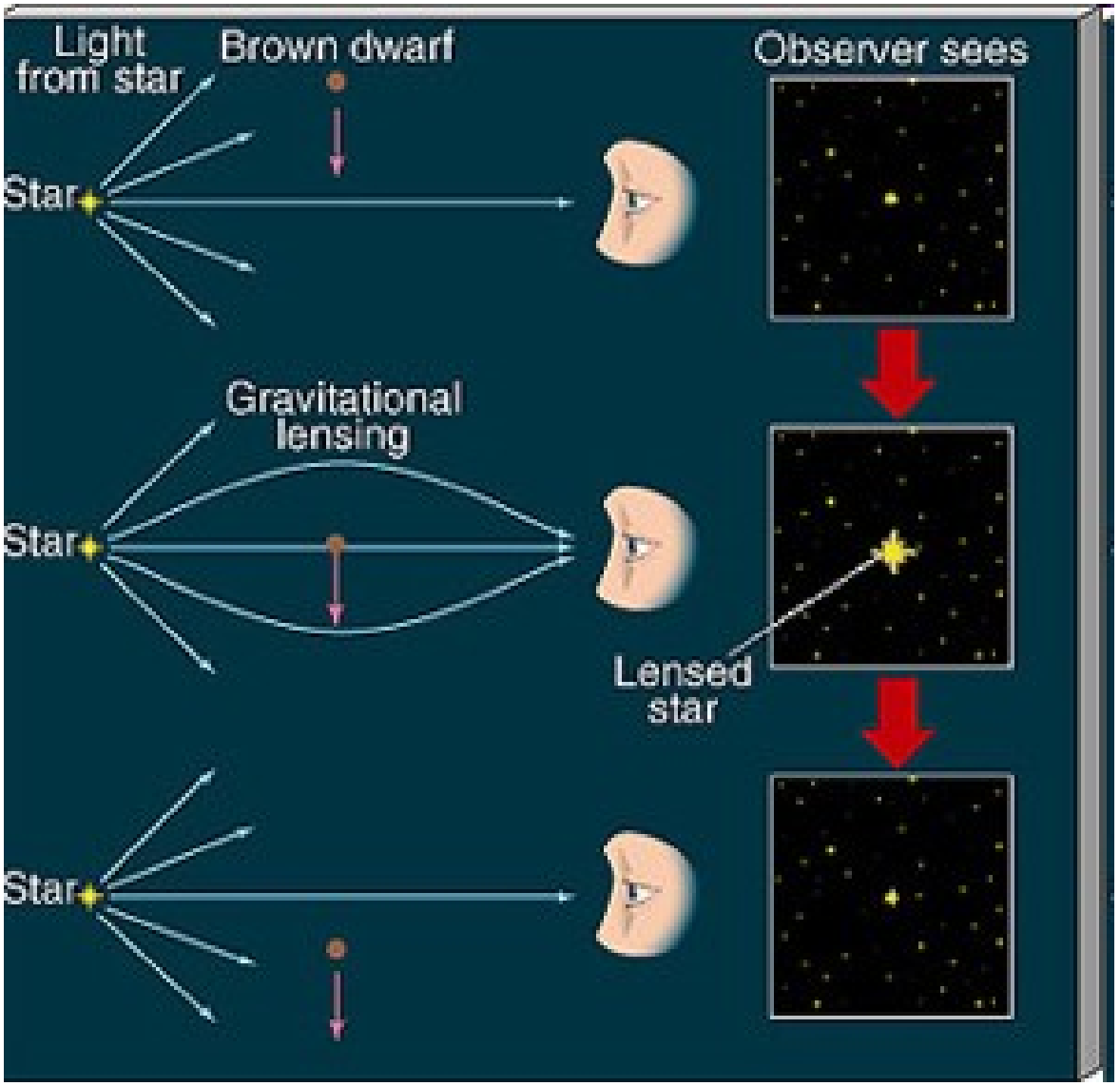
  as duas imagens ficarão muito próximas

- mas o fenômeno pode ser observado porque a imagem da fonte pode ser muito magnificada!





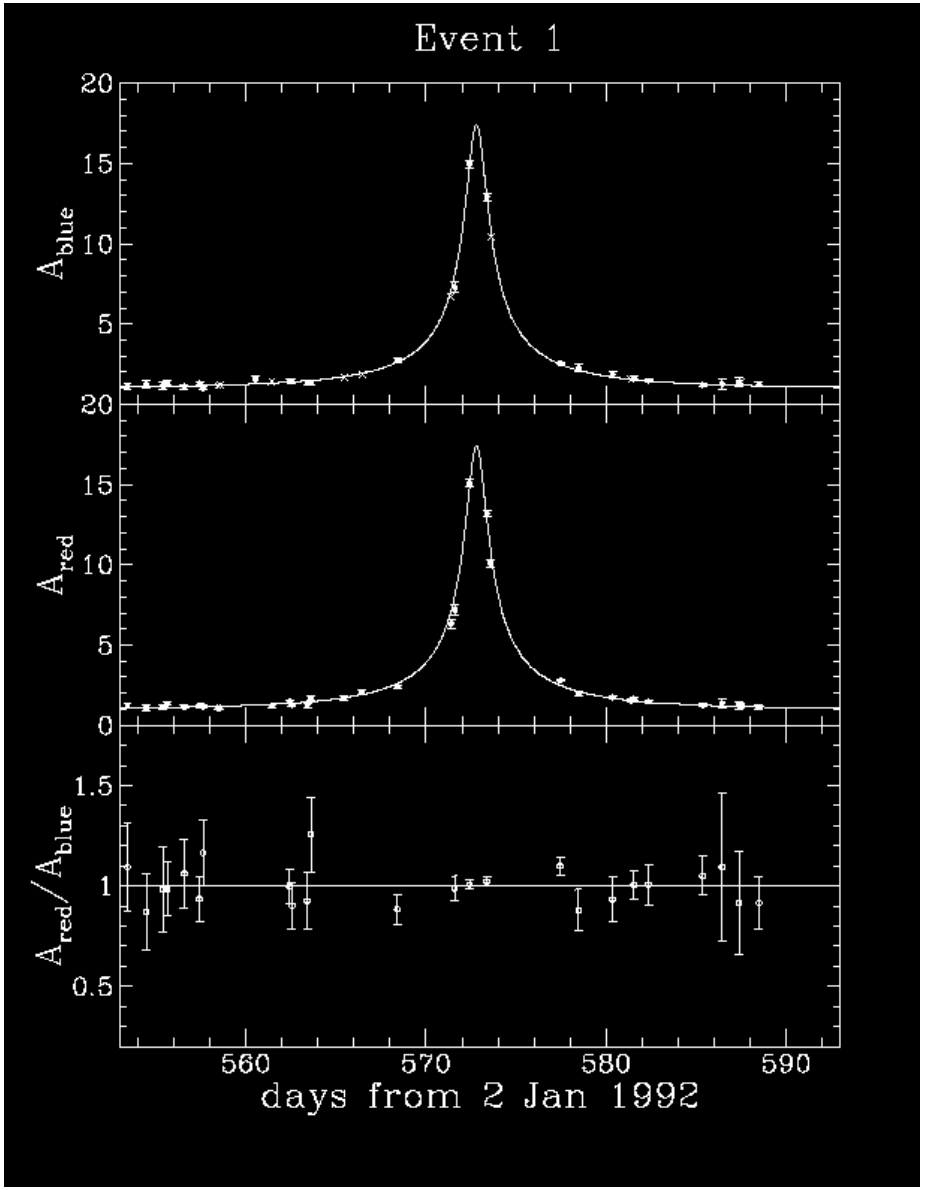
Microlentes



microlentes

- a variação de brilho é *acromática*: não depende do comprimento de onda em que é observada

- esta propriedade permite distinguir o efeito de microlentes do de estrelas variáveis

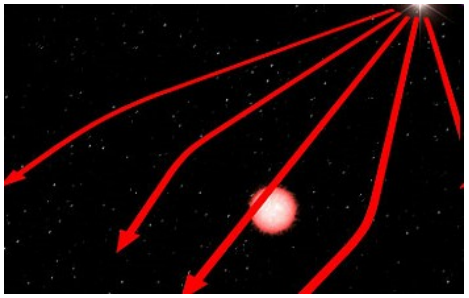


microlentes

probabilidade de eventos de microlentes:

- vamos supor que o halo escuro da Galáxia e formado por MACHOs que podem amplificar a luz de uma estrela na LMC (lentes na Galáxia; fontes na LMC)

- vamos considerar uma área na LMC com densidade estelar $\sim 1\ pc^{-2}$ (semelhante à vizinhanca solar): se a LMC está a $d = 50\ kpc$ de distância, $1\ pc$ corresponde a $\theta \approx 2x10^{-5}\ rad$ e um quadrado de $1\ pc$ de lado na LMC ocupa um ângulo sólido $\Omega \approx 4x10^{-10}\ rad^2$



microlentes

probabilidade de eventos de microlentes:

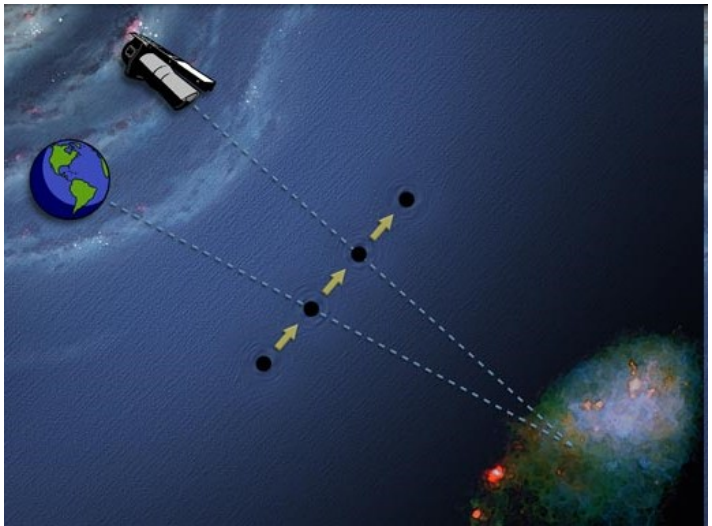
- vamos supor que o halo da Galáxia (onde estão as lentes) pode ser descrito como uma esfera isotérmica singular:

  $M(< r) = 2\,\sigma_v^2\, r / G$

  com dispersão de velocidades $\sigma_v = 220$ km/s

  nesse caso, a massa do halo dentro do ângulo sólido Ω até a distância da LMC é $M(<d)\,\Omega / 4\pi \sim 35\,M_\odot$

  se cada MACHO tem $0.1M_\odot$, há $N \sim 300$ MACHOs dentro de Ω

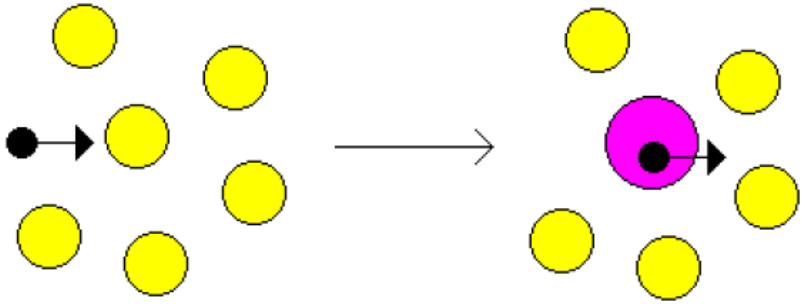


microlentes

probabilidade de eventos de microlentes:

- anel de Einstein de cada MACHO, supondo $d_L = 10\ kpc$ e $d_{LS} \sim d_S$:

  $\theta_E^2 \sim 4\ G\ M / (c^2\ d_L) \approx 2x10^{-18}\ rad^2$



- probabilidade de uma estrela da LMC cair dentro do anel de Einstein de um MACHO:

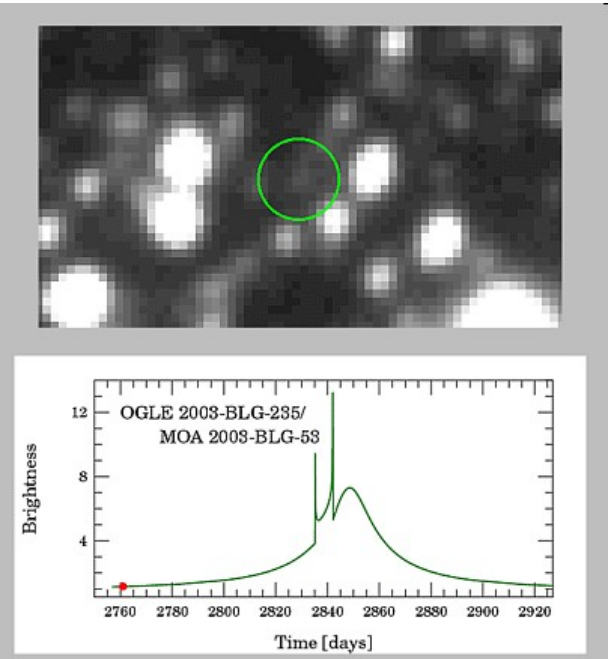
  $\boldsymbol{p \sim N\ \theta_E^2 / \theta^2 \sim 10^{-6}}$

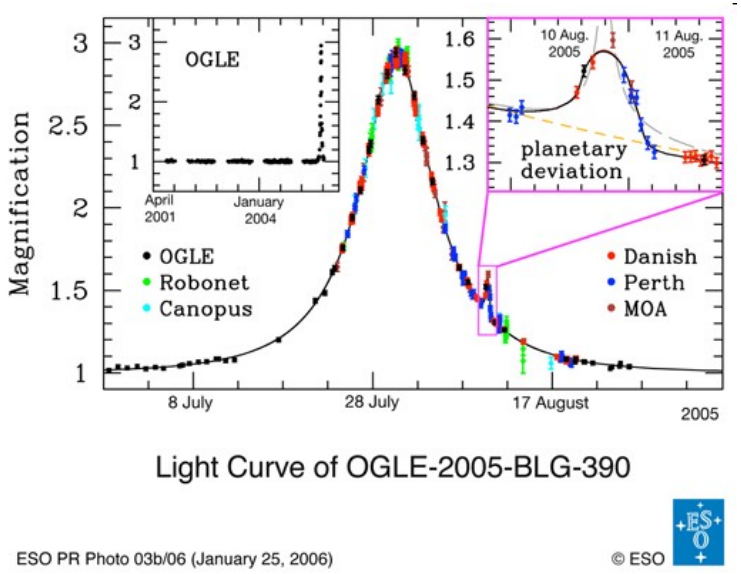
- logo, e necessario monitorar-se milhões de estrelas para observar um evento de microlentes:

  projetos MACHO, OGLE, MOA, EROS, etc

microlentes

- um dos objetivos iniciais dos projetos de busca de microlentes era verificar se o halo de nossa Galáxia poderia ser constituído por MACHOs
- resultado: menos da metade da massa do halo escuro pode ser explicada por MACHOs
- mas uma descoberta inesperada: exoplanetas em eventos de microlentes!

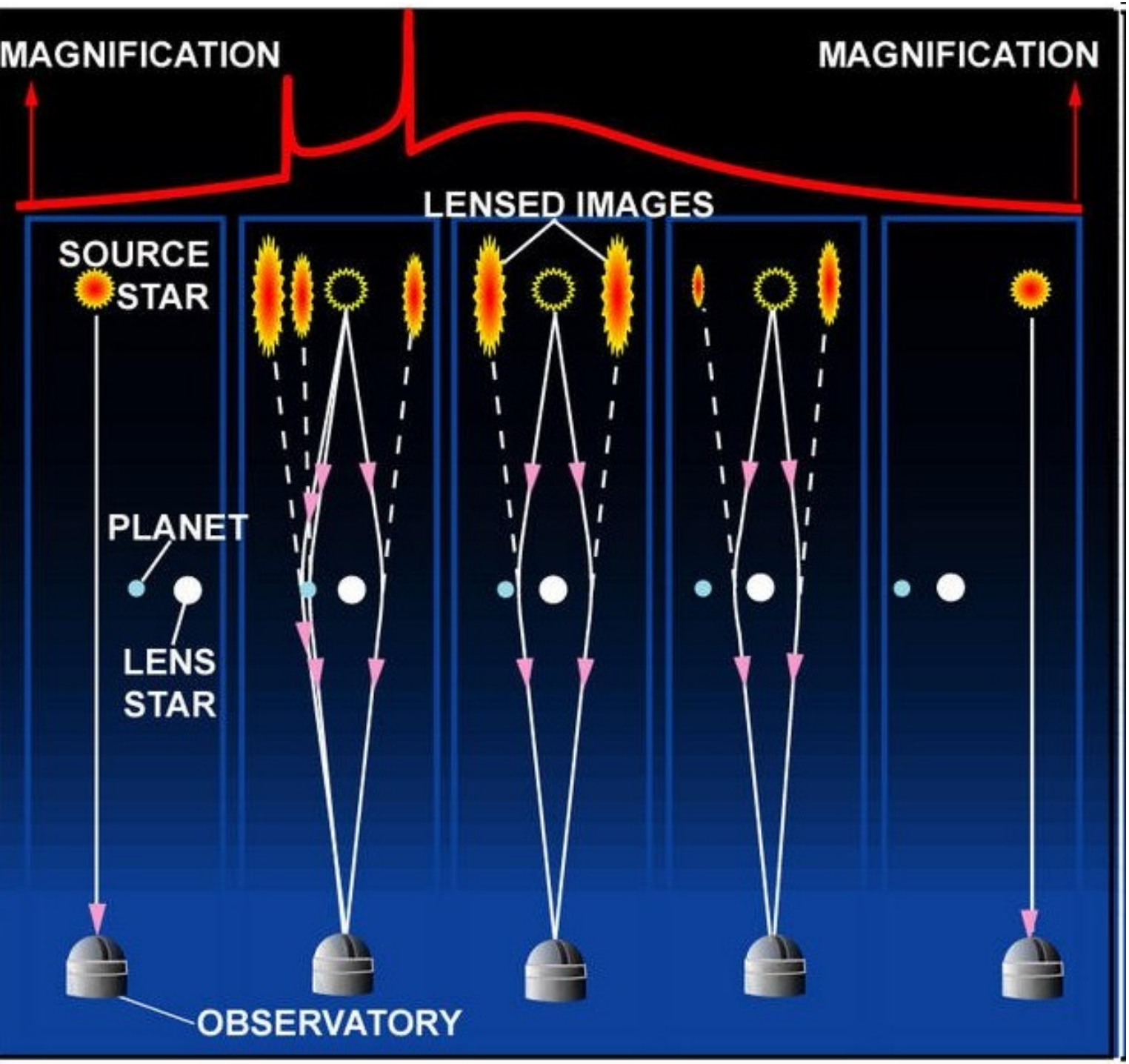


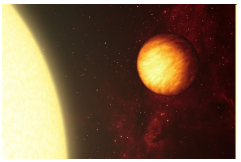


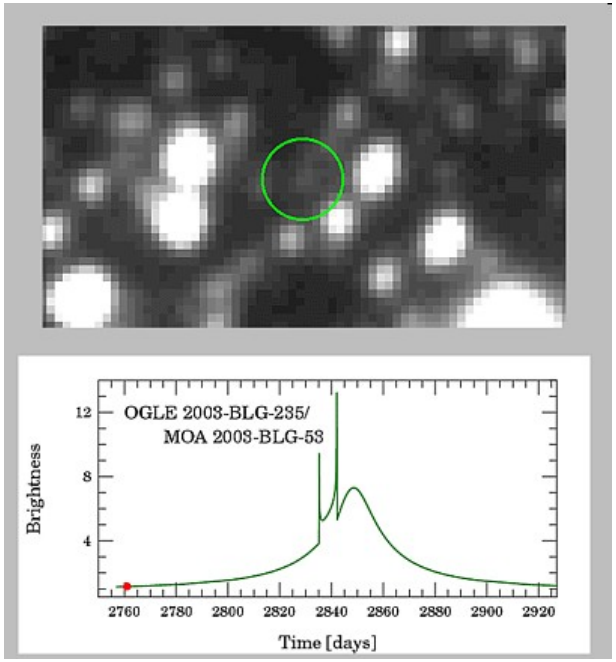
Light Curve of OGLE-2005-BLG-390

ESO PR Photo 03b/06 (January 25, 2006)

© ESO


MAGNIFICATION
MAGNIFICATION
LENSED IMAGES
SOURCE STAR
PLANET
LENS STAR
OBSERVATORY





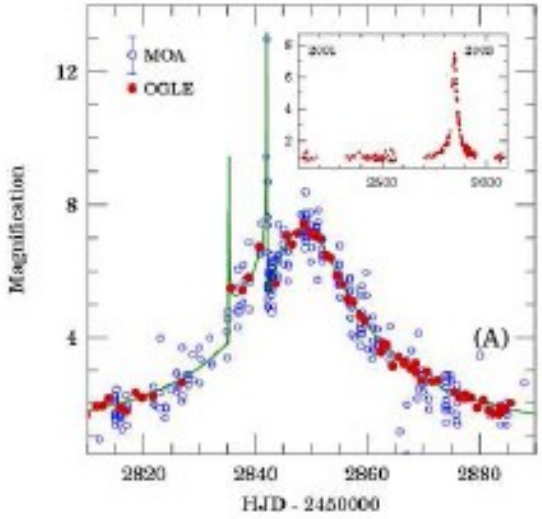
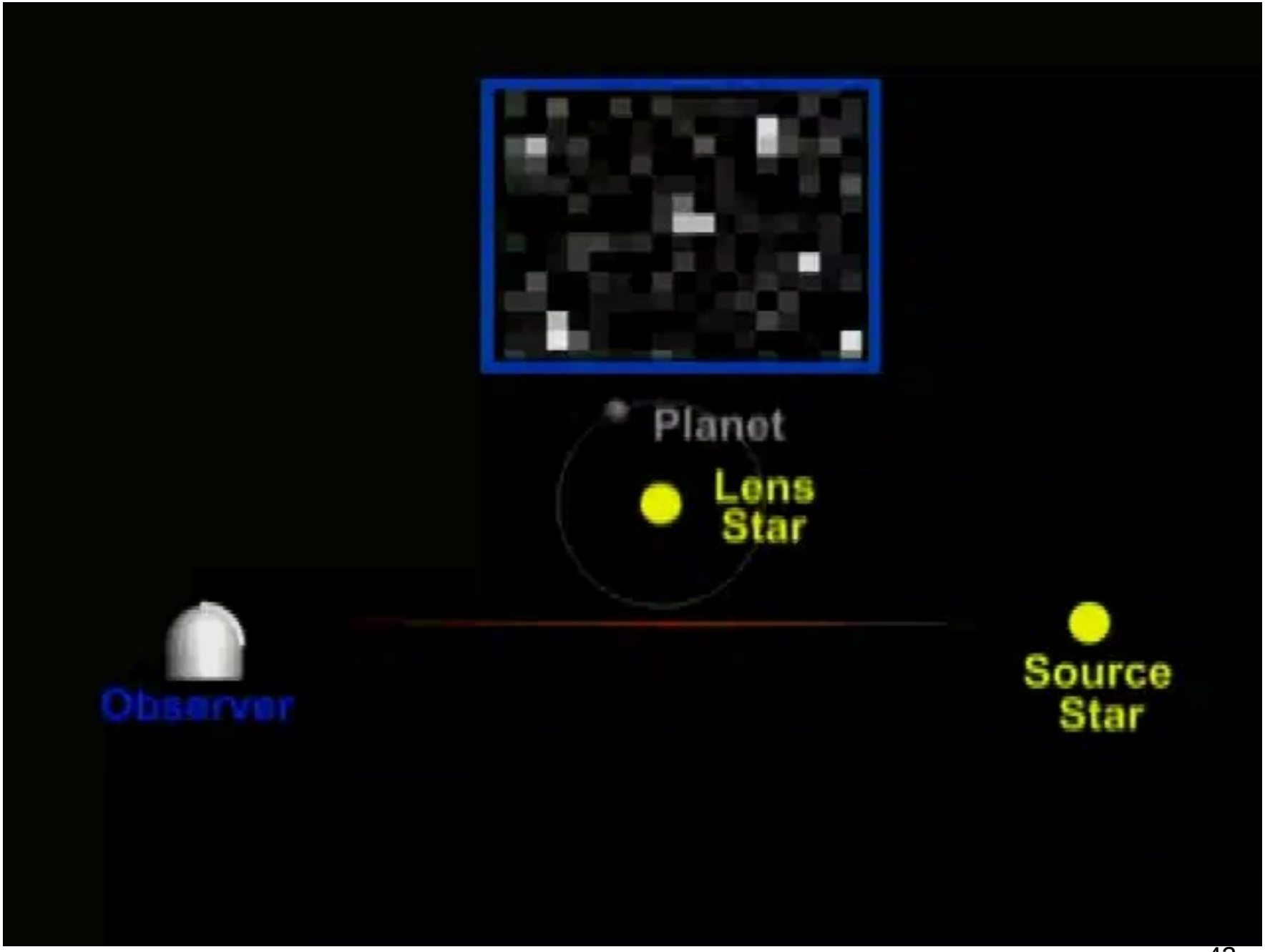


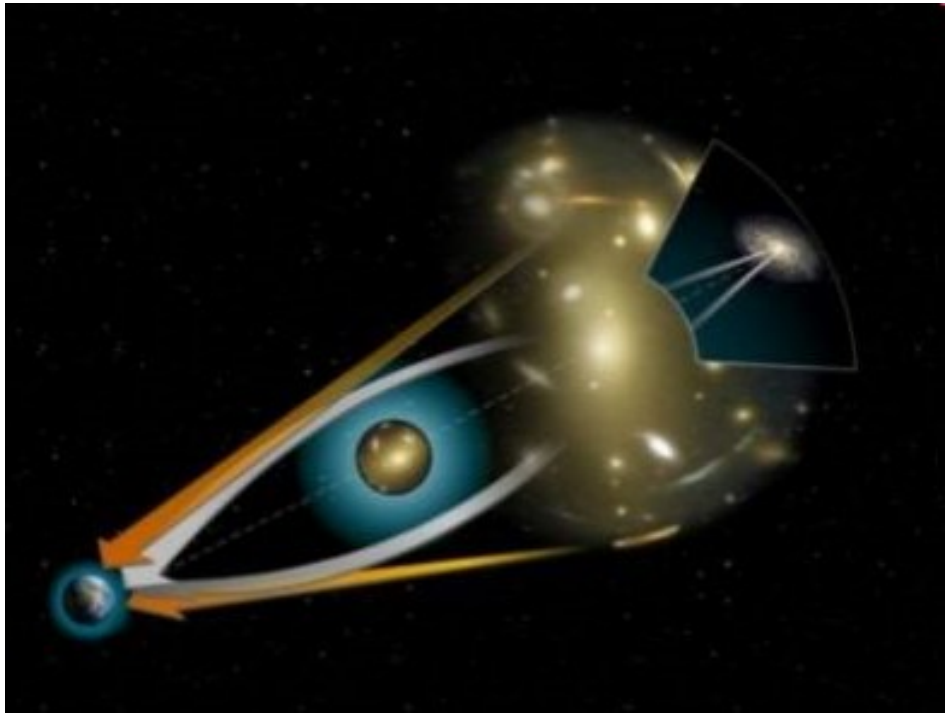
Figure 8: Detecção de um planeta extrasolar por microlentes: OGLE 2003-BLG-235/MOA 2003-BLG-53. A forma da curva de luz é a esperada quando a lente é um sistema binário, mas seu modelamento revelou que a componente mais leve tem 0.4% da massa da componente mais massiva, devendo ser um planeta.



simulação:
http://planetquest.jpl.nasa.gov/news/magnifyGlass.cfm

Lentes Gravitacionais em Aglomerados de galáxias

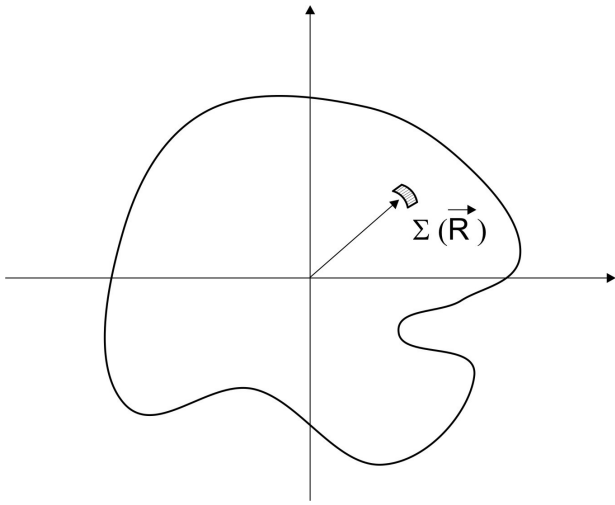
- aglomerados podem ser lentes fortes, amplicando e distorcendo a luz de galáxias



Equação da lente para lentes extensas

- para uma *fonte puntual:*
  $\alpha = 4\,G\,M\,/\,(R\,c^2)$

- suponhamos agora que a distribuição de massa da lente é *extensa* e que pode ser caracterizada por uma densidade supercial $\Sigma(\boldsymbol{R})$ na posição $\boldsymbol{R}$ (em relação ao centro da lente) no plano do ceu



- podemos decompor a distribuição de massa em pequenos elementos de massa dm_i (na posição $\boldsymbol{R}_i$), e a deflexão total será

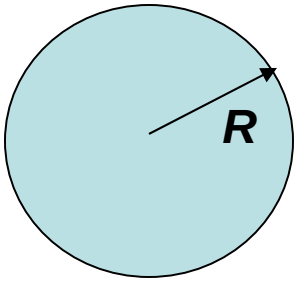
$$\alpha(\vec{R}) = \frac{4G}{c^2}\sum_i dm_i \frac{(\vec{R}-\vec{R}_i)}{|\vec{R}-\vec{R}_i|^2}$$

- no limite contínuo, $dm = \Sigma(\boldsymbol{R})\, d^2R$, onde d^2R é o elemento de área no plano da lente e, então,

$$\vec{\alpha}(\vec{R}) = \frac{4G}{c^2}\int d^2R'\ \Sigma(\vec{R}')\frac{(\vec{R}-\vec{R}')}{|\vec{R}-\vec{R}'|^2}$$

onde a integral é sobre o plano da lente

Equação da lente para lentes extensas



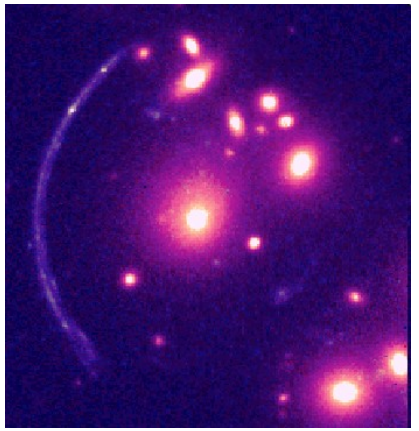
- no caso de simetria circular,

  $\alpha(R) = 4\,G\,M(<R)\,/(R\,c^2)$

  onde

  $M(<R) = 2\pi \int_0^R \Sigma(R')\,R'\,dR'$

  é a massa projetada dentro de um raio R



- compare $\alpha(R)$ com o de uma fonte puntual de massa M:
  $\alpha(R) = 4\,G\,M\,/(R\,c^2)$

Equação da lente para lentes extensas

- no caso de simetria circular,
  $\alpha(R) = 4\,G\,M(<R)\,/(R\,c^2)$

  e a equação da lente

  $\theta - \beta = \alpha(R)\,d_{LS}\,/\,d_S$

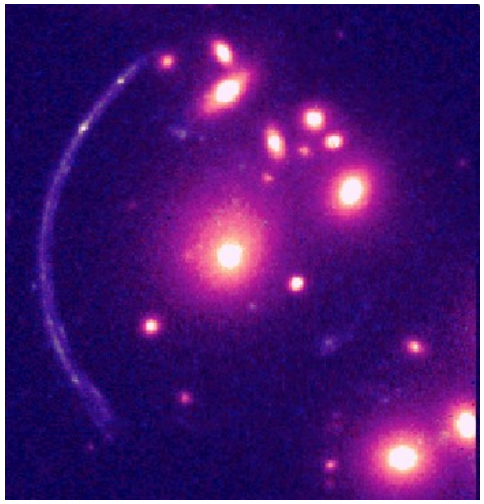
  pode ser reescrita como:

  $\beta = \theta\,(\,1 - <\Sigma(R)>\,/\,\Sigma_c)$

  onde

  $<\Sigma(R)> = M(<R)\,/\,(\pi\,R^2)$: densidade supercial média de massa dentro do raio R

  $\Sigma_c = c^2\,/\,(4\,\pi\,G)\;x\;d_S\,/\,(d_L\,d_{LS}\,)$: densidade crítica da lente

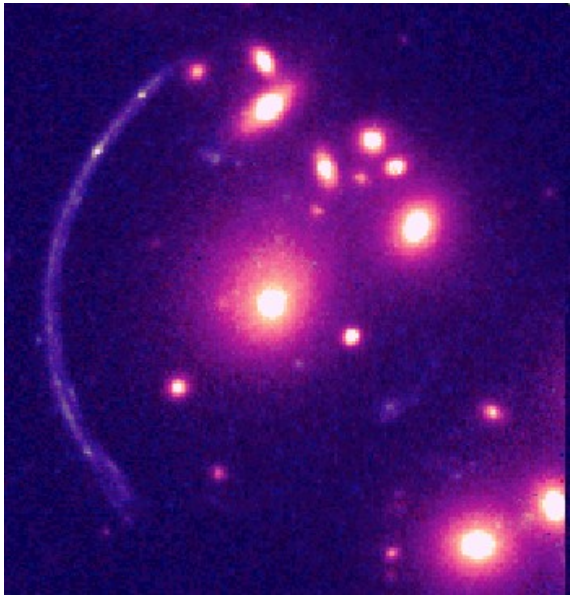


Equação da lente para lentes extensas

$\beta = \theta \, (1 - \langle \Sigma(R) \rangle / \Sigma_c)$

$\Sigma_c = c^2 / (4 \pi G) \times d_S / (d_L \, d_{LS})$: densidade crítica da lente

- no raio de Einstein ($\beta = 0$): $\Sigma = \Sigma_c$
- os arcos são observados onde a densidade superficial média é igual à densidade crítica da lente



Lentes Gravitacionais em Aglomerados de galáxias

aplicação : estimativa da massa central de um aglomerado

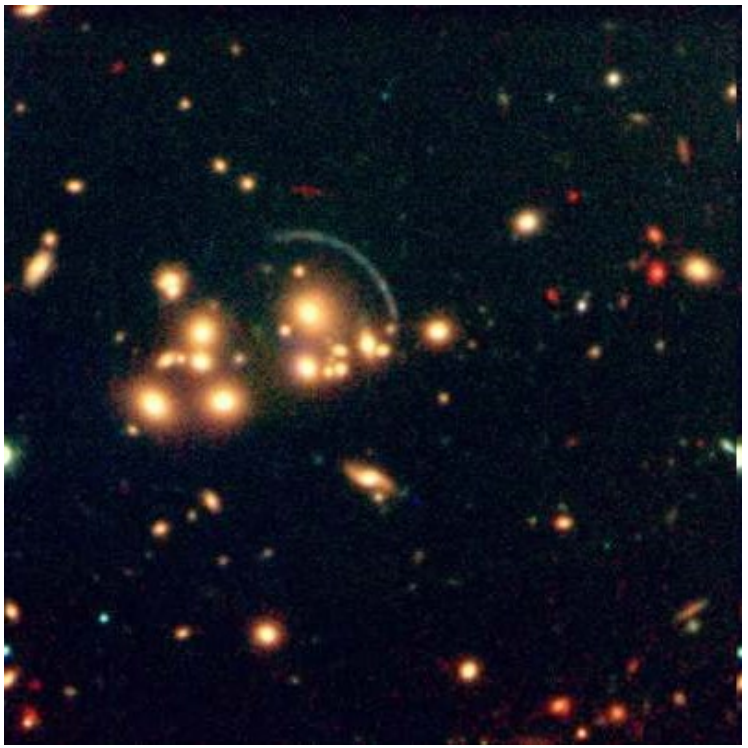
- vamos supor que se observa um arco em um aglomerado e que este arco esteja em θ_E
- vamos supor que $d_{LS} \sim d_S >> d_L$ (aglomerado próximo e/ou fonte distante)
- nesse caso,

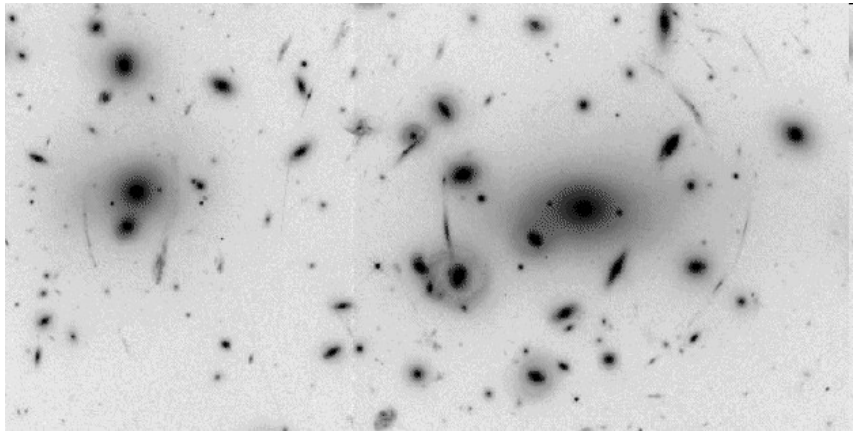
  $\Sigma_c \approx 2x10^4 \ (100\ Mpc / d_L)\ M_O\ pc^{-2}$

- a massa projetada dentro de θ_E é (lembrando que $\theta_E = R_E/d_L$)

  $M(< \theta_E) \approx 10^{10}\ (d_L / 100\ Mpc)\ (\theta_E / 1\ arcsec)^2\ M_O$

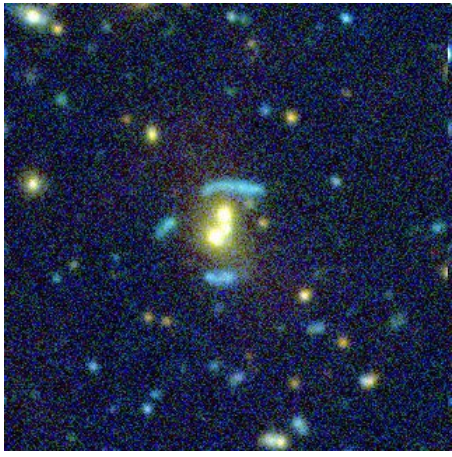
CL2244-02



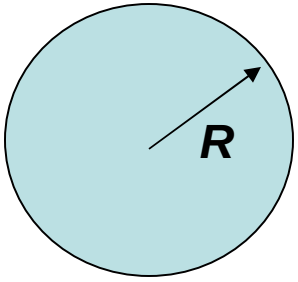


A2218

Lentes Gravitacionais em Aglomerados de galáxias



aplicação : esfera isotérmica singular



- pode-se verificar que, nesse caso,

$\Sigma(R) = \sigma_v^2 / (2\,G\,R)$

e, portanto, a massa projetada dentro do raio *R* será

$M(< R) = \int_0^R 2\,\pi\,R'\,\Sigma(R')\,dR' = \pi\,\sigma_v^2\,R / G$

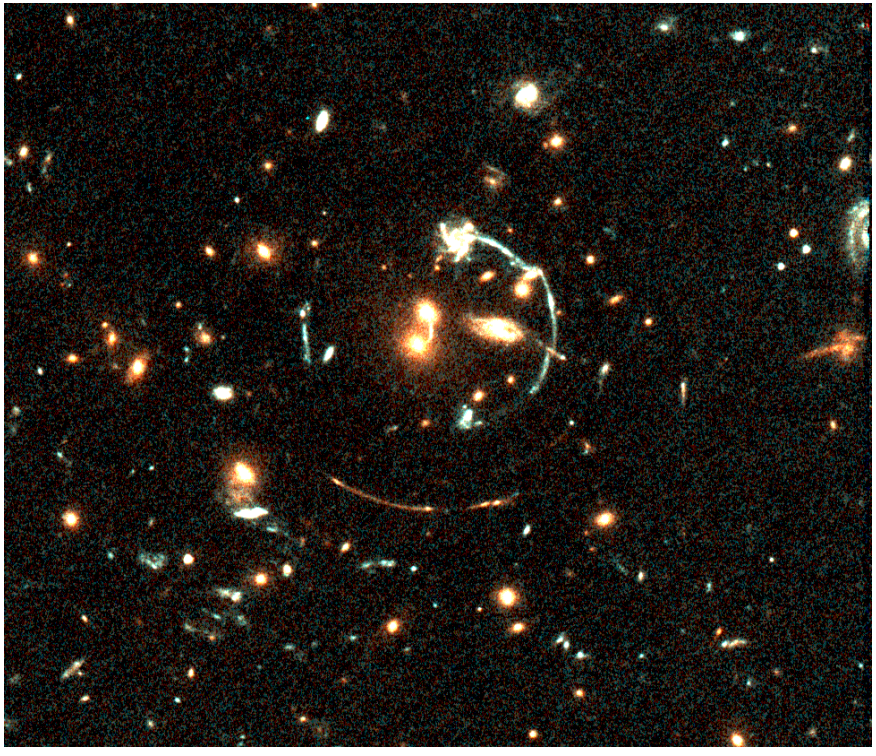
- nesse modelo α é constante:

$\alpha = 4\,\pi\,\sigma_v^2 / c^2$

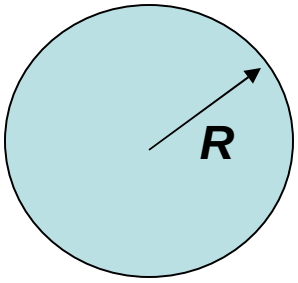
e o raio de Einstein é

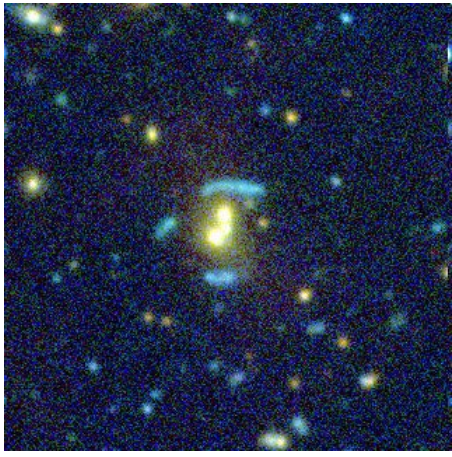
$\theta_E = \alpha\,d_{LS} / d_S$

RCS0224-0002, z=0.773



Lentes Gravitacionais em Aglomerados de galáxias





aplicação : esfera isotérmica singular

- α é constante:

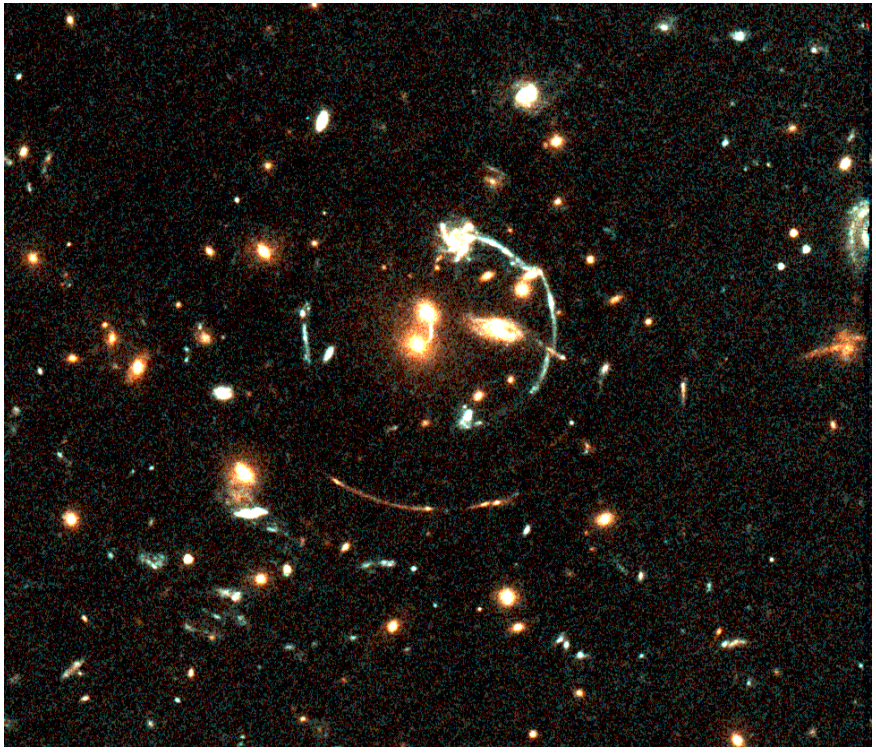
$$\alpha = 4\,\pi\,\sigma_v^2 / c^2 \approx 29\ \text{arcsec}\ (\sigma_v / 1000\ \text{km/s})^2$$

e o raio de Einstein é

$$\theta_E = \alpha\, d_{LS} / d_S$$

- este valor de α mostra a ordem de grandeza esperada em aglomerados

RCS0224-0002, z=0.773



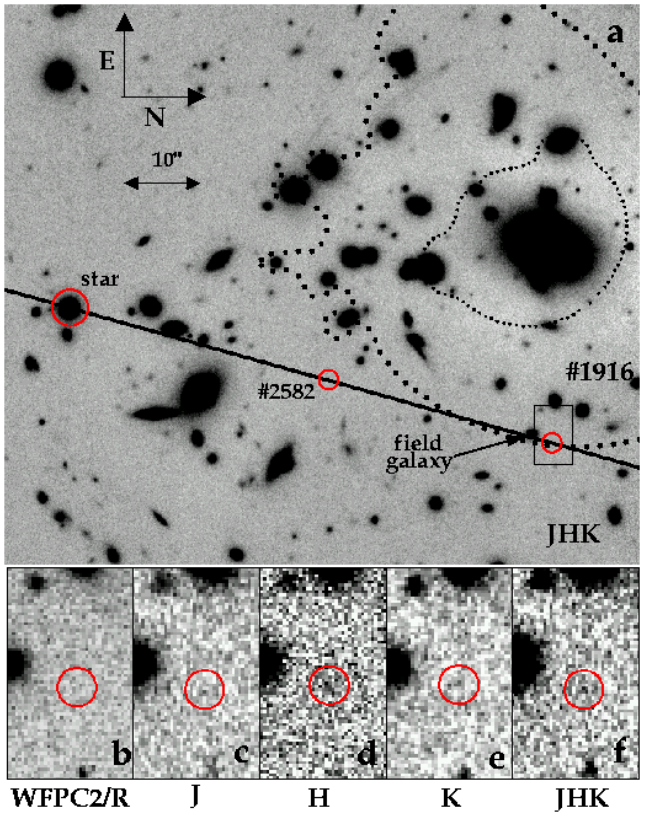
Telescópios gravitacionais

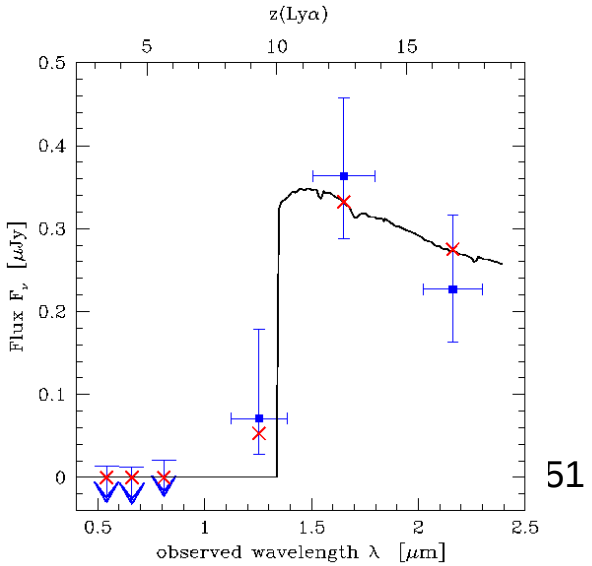
- O raio de Einstein depende das distâncias da lente e da fonte

$$\theta_E \approx [4GM(<\theta_E)/c^2\, d_{LS}/(d_S\, d_L)]^{1/2}$$

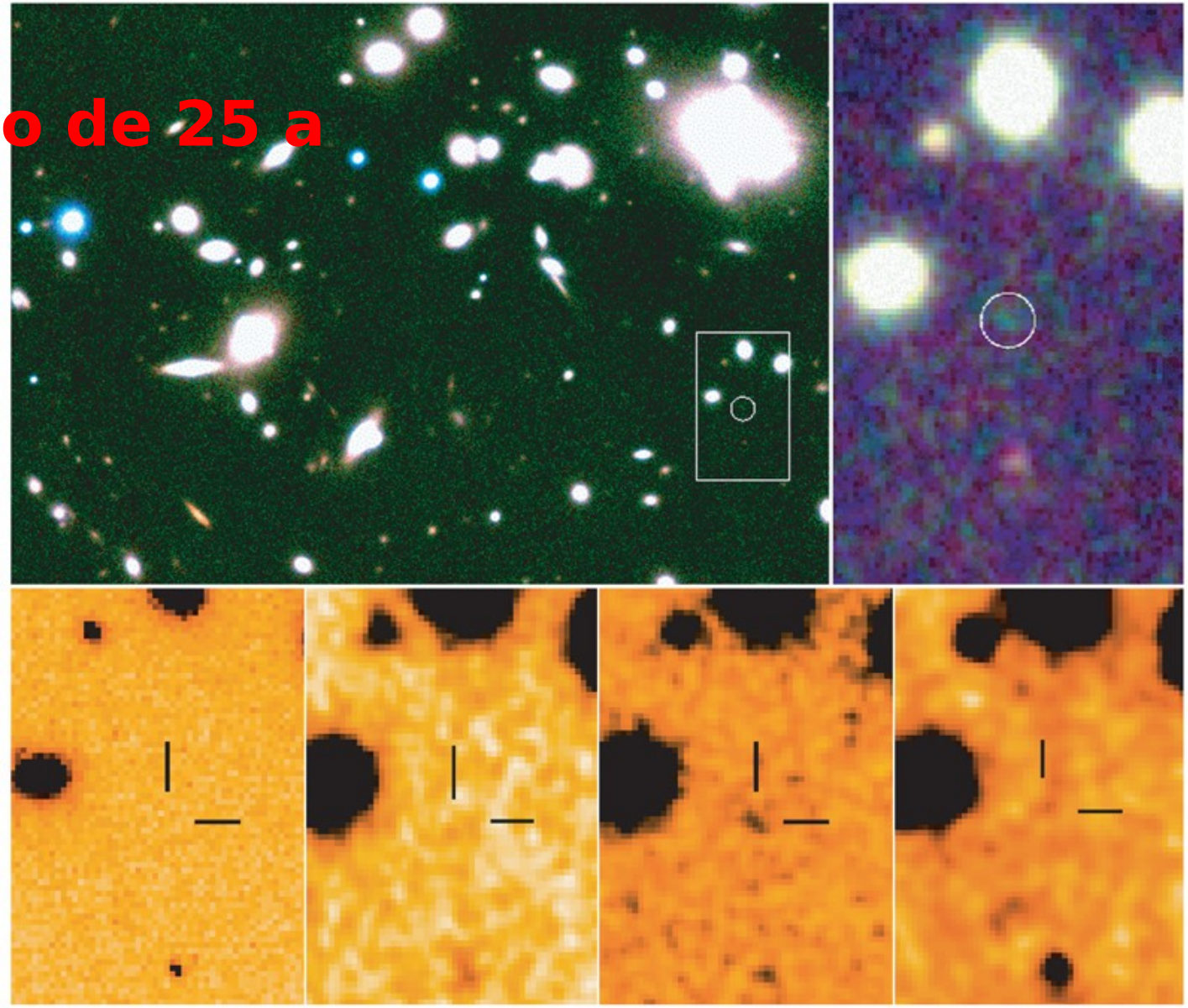
- Conhecendo-se a distribuição de massa do aglomerado é possível estimar onde seria o raio correspondente a um certo redshift z e procurar nesse raio imagens magnificadas de fontes nesse redshift

- Ex.: galáxia em z=10 no campo de A1835 (Pelló et al. 2004)



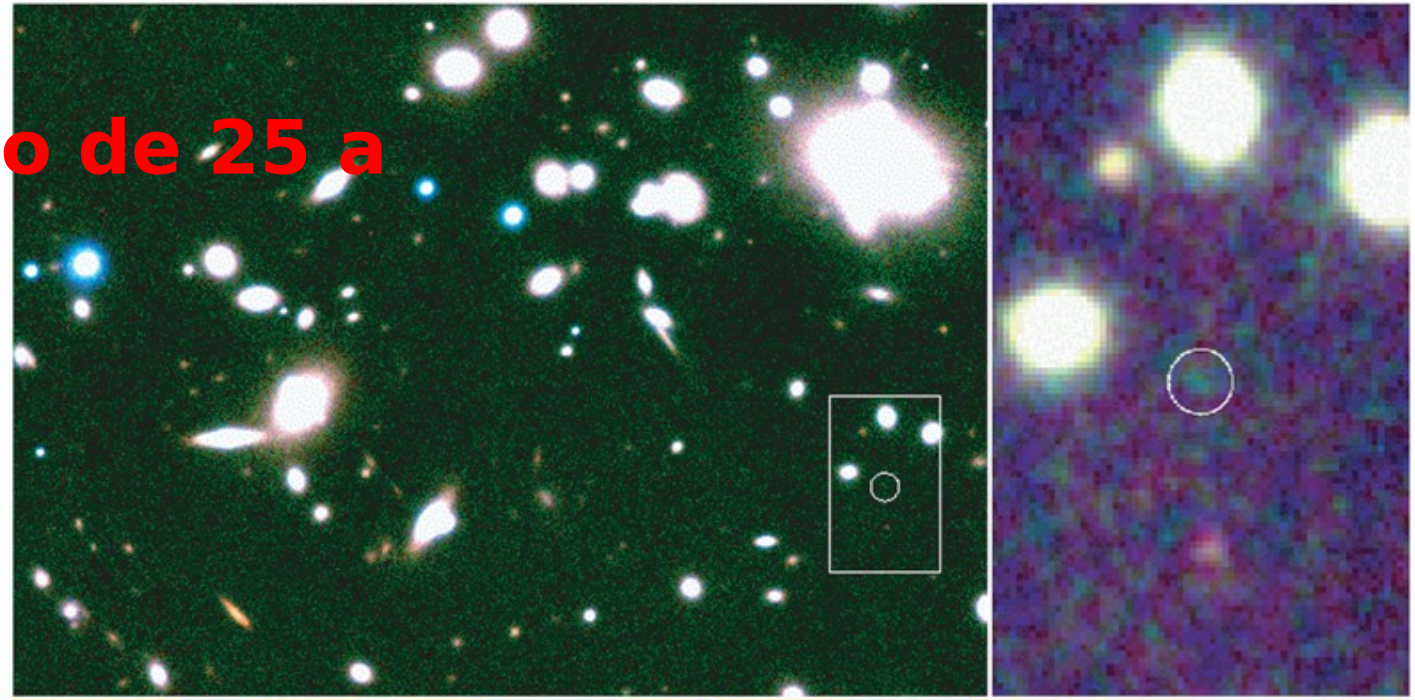


Amplificação de 25 a 100 ×

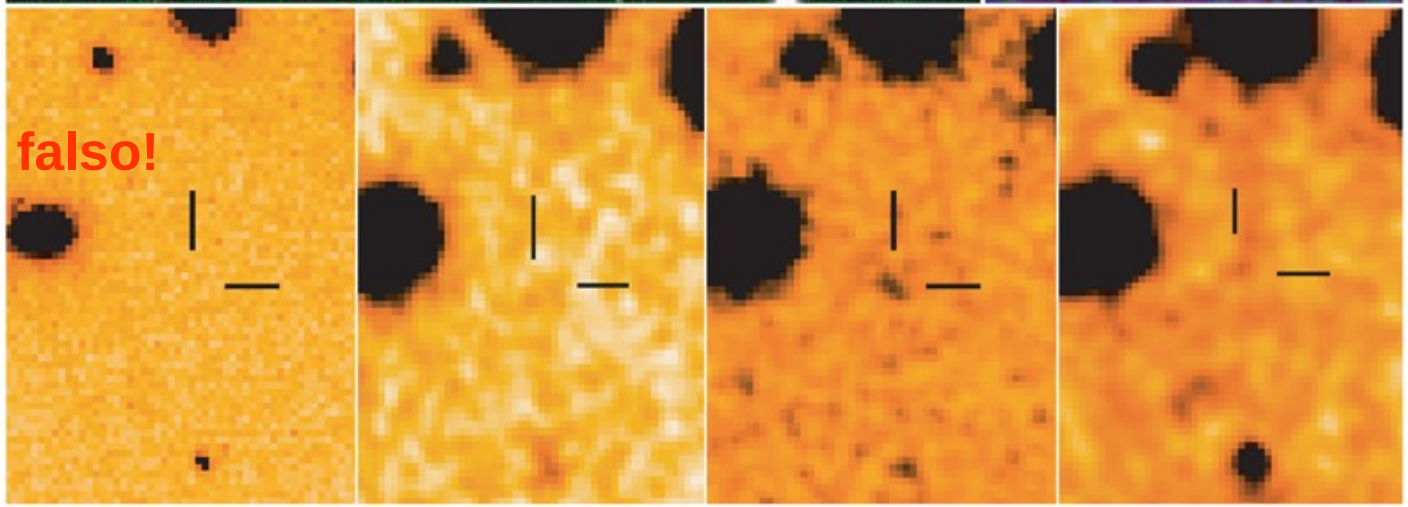


Pelló et al. (2004)

Amplificação de 25 a 100 ×



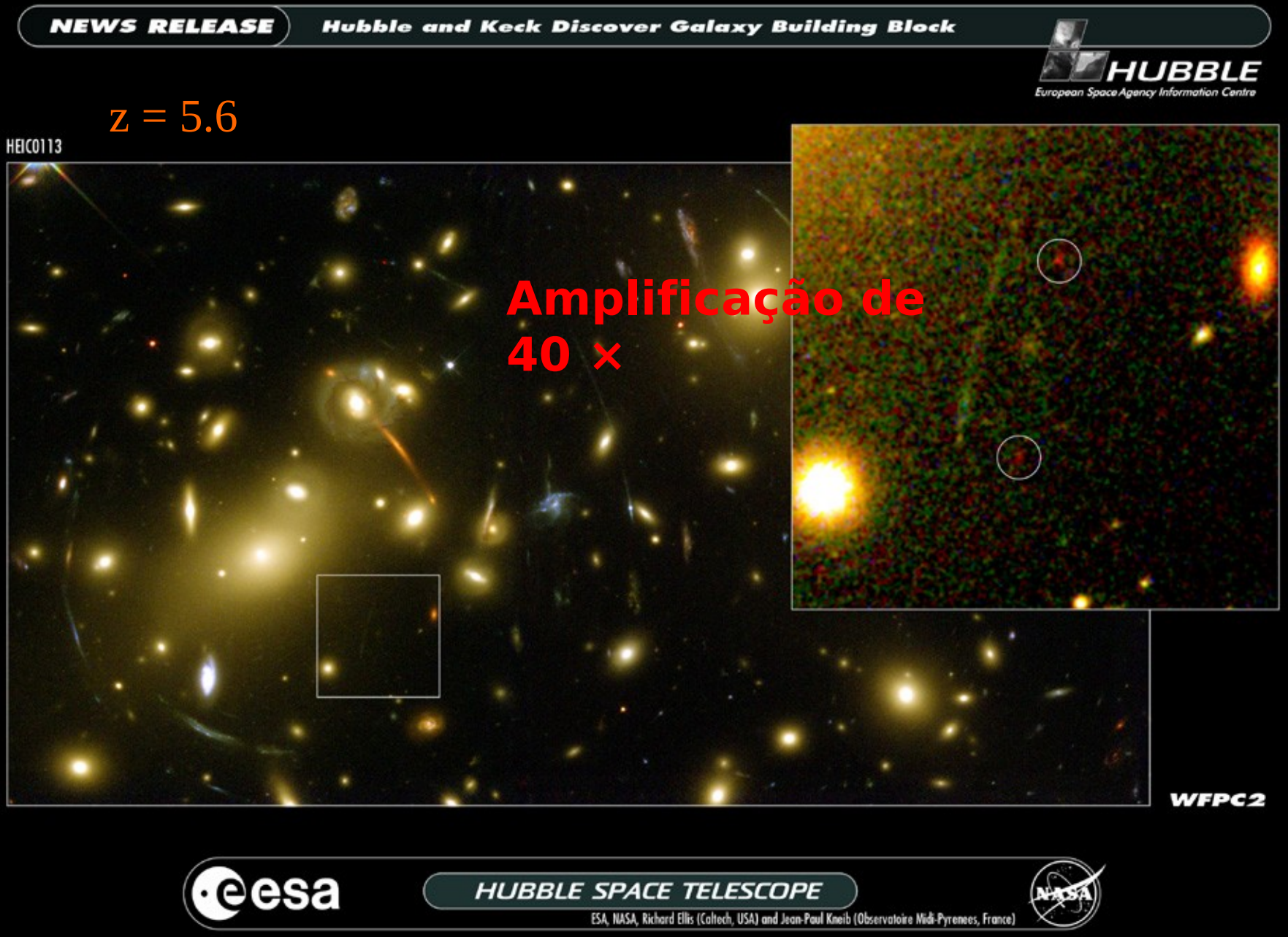
infelizmente alarme falso!



Abell 1835 IR1916 - the Farthest Galaxy - Seen in the Near-Infrared

0.66 µm **1.26 µm** **1.65 µm** **2.16 µm**

Pelló et al. (2004)



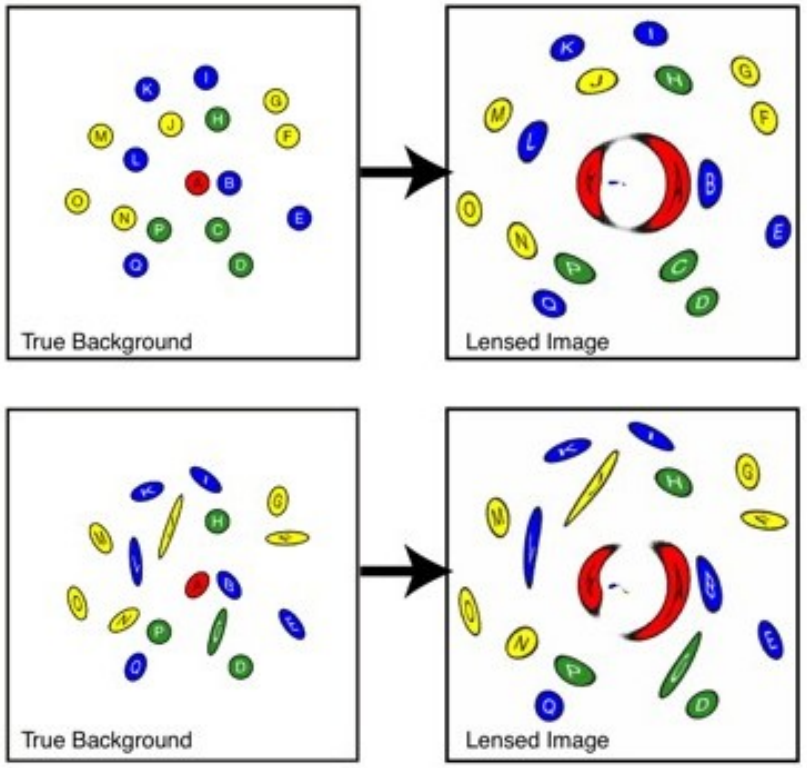
Ellis, Santos, Kneib & Kuijken (2001)

Lentes Gravitacionais em Aglomerados de galáxias

há 2 tipos de efeitos de lentes gravitacionais em aglomerados:

• lentes fortes: arcos gravitacionais- amplicação e distorção forte de galáxias de fundo próximas ao raio de Einstein

• lentes fracas: distorção da forma das galáxias de fundo pelo campo gravitacional do aglomerado

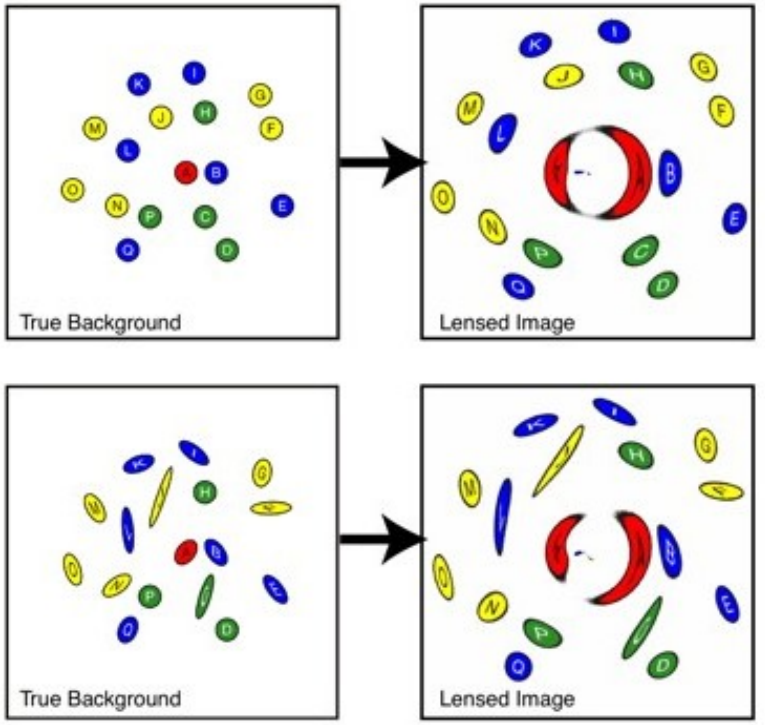


Lentes Gravitacionais em Aglomerados de galáxias

• lentes fracas: distorção da forma das galáxias de fundo pelo campo gravitacional do aglomerado

• as galáxias longe do centro da distribuição de massa não formam arcos, mas são ligeiramente deformadas

• essa deformação não pode ser determinada individualmente para uma galáxia, mas pode ser determinada estatisticamente para um conjunto de galáxias de fundo

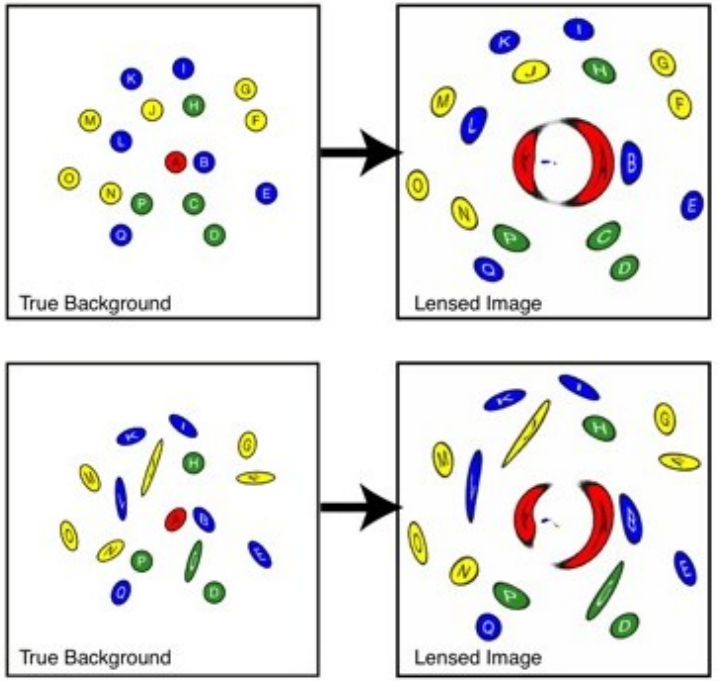


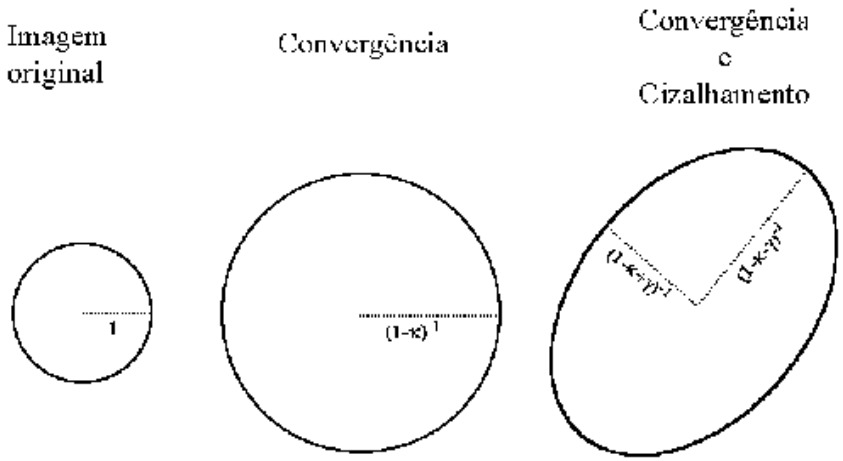
Lentes Gravitacionais em Aglomerados de galáxias

a distorção gravitacional tem duas componentes: a convergência e o *shear* (cizalhamento)

• *convergência*: produz uma magnificação na imagem

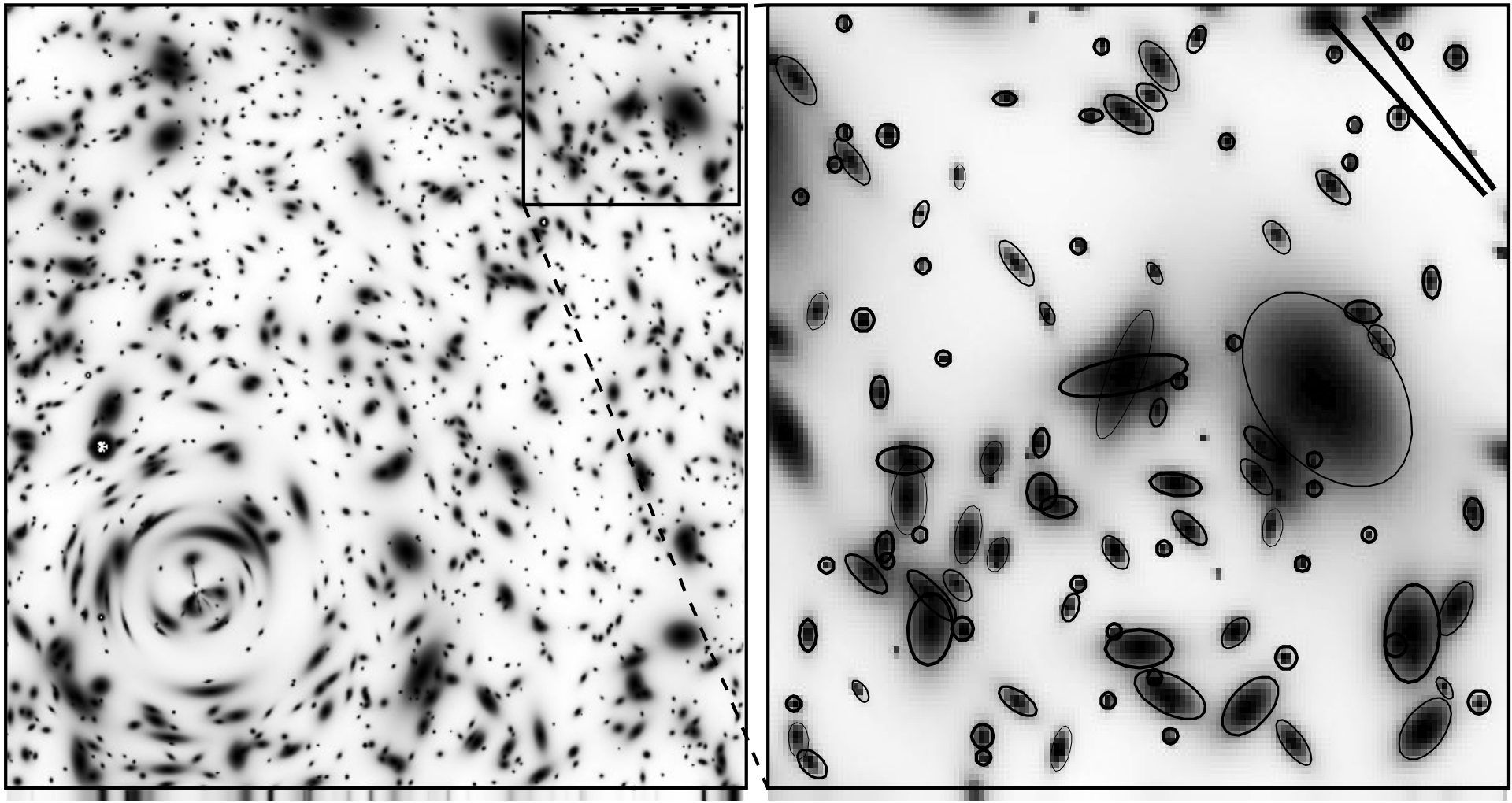
• *shear*: produz uma distorção (astigmatismo) alinhada com as equipotenciais do campo gravitacional





Lentes fracas e fortes em aglomerados

Mellier 99



o campo gravitacional do aglomerado introduz uma distorção global que produz uma deformação nas galáxias atrás do aglomerado

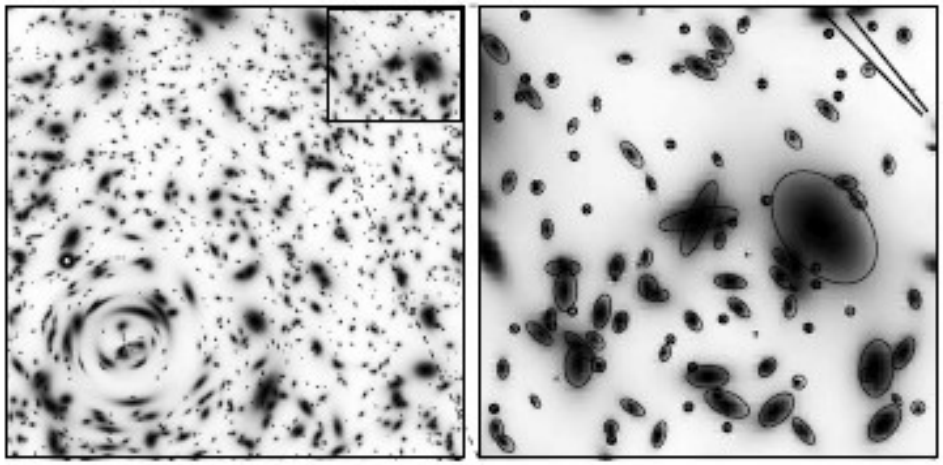
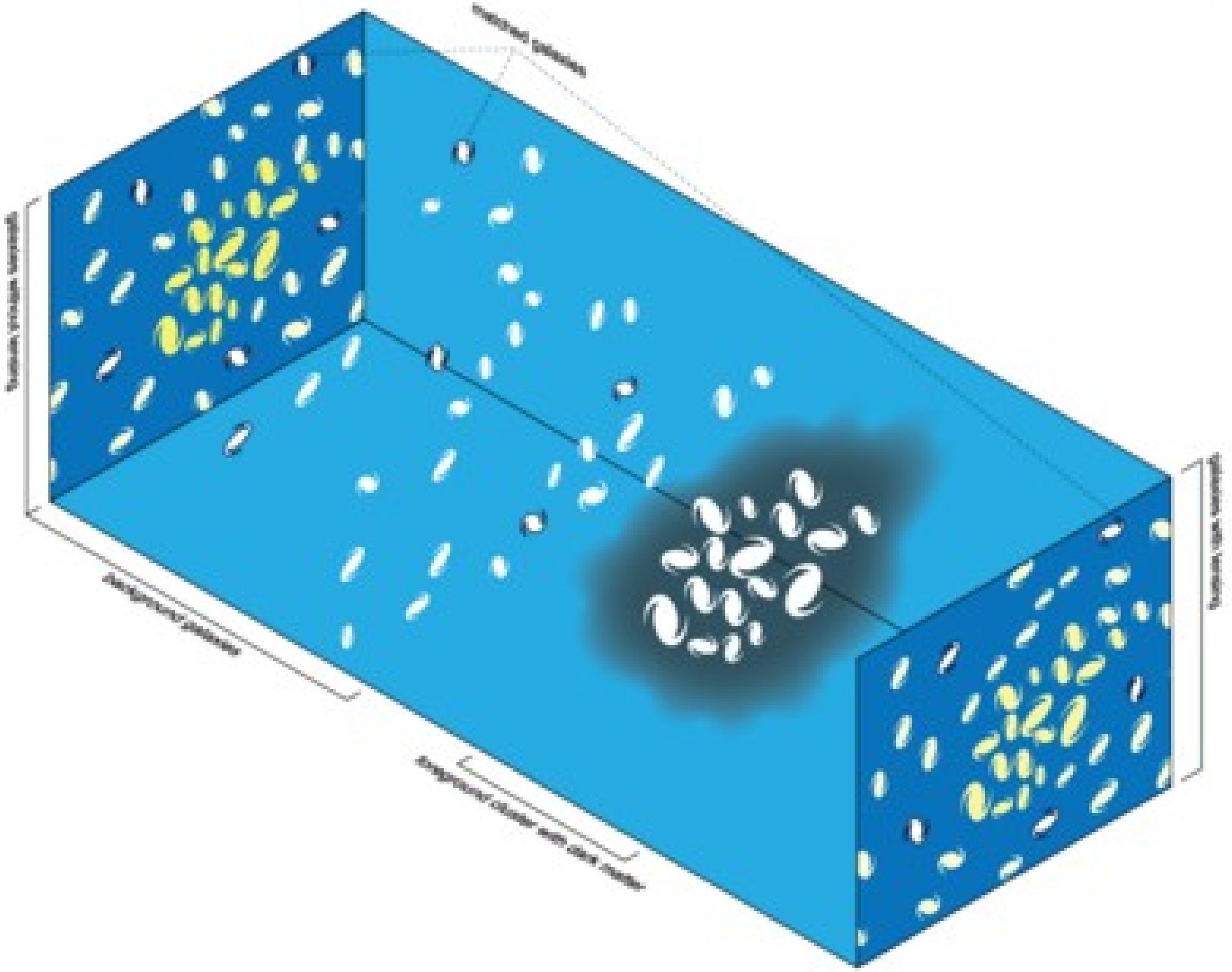


Figure 13: Simulação dos efeitos de lentes fortes e fracas. Na região central os efeitos de lentes fortes (arcos) são evidentes. Nas regiões mais distantes do centro detecta-se o efeito de lentes fracas. O quadro da direita é uma ampliação da região superior direita do quadro da esquerda e mostra a elipticidade ajustada à forma das galáxias. Os dois segmentos de reta correspondem à tangente ao centro do aglomerado e à orientação média do eixo-maior das galáxias nesta região.



Lentes Gravitacionais em Aglomerados de galáxias

• a análise do campo de distorções permite mapear diretamente a distribuição de massa do aglomerado

• parâmetro de distorção ("elipticidade"):

$$\varepsilon = (a-b)/(a+b)$$

a e *b*: eixos maior e menor da galáxia

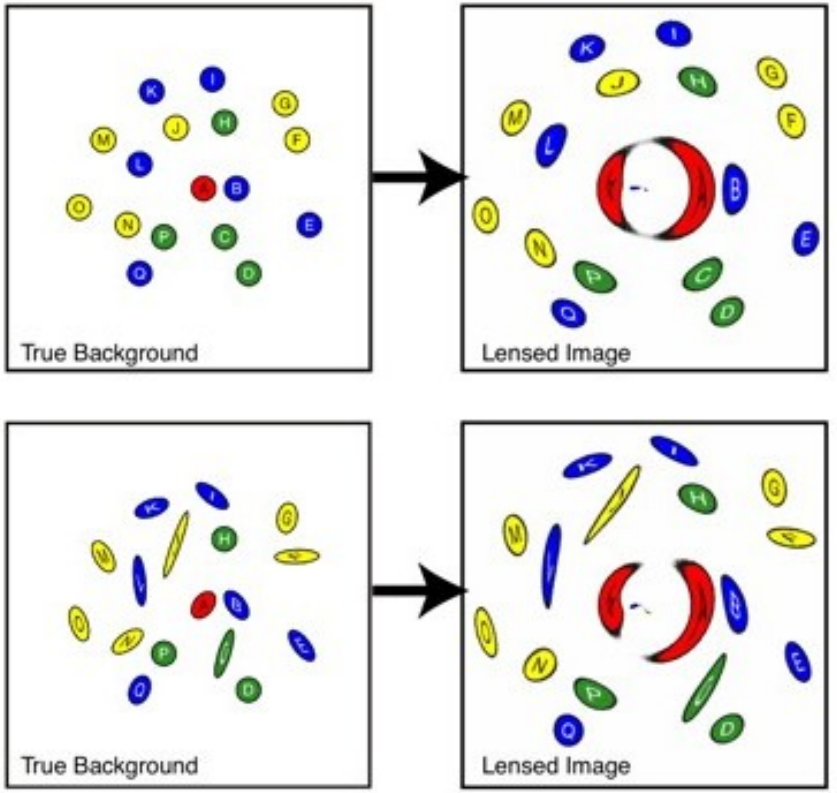
• para uma *esfera isotérmica singular*:

$$\varepsilon = 2\gamma / (1+\gamma^2)$$

onde γ é o módulo do shear,

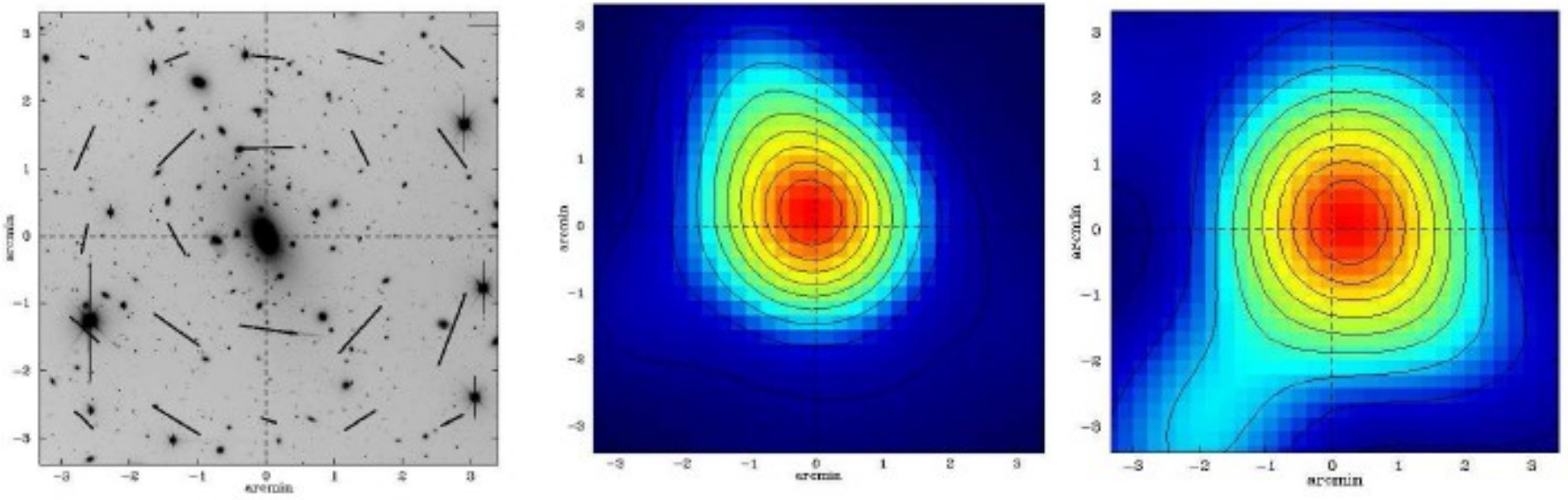
$$\gamma = \theta_E / (2\theta)$$

• logo, conhecendo-se $\varepsilon(x,y)$ determina-se a distribuição de massa



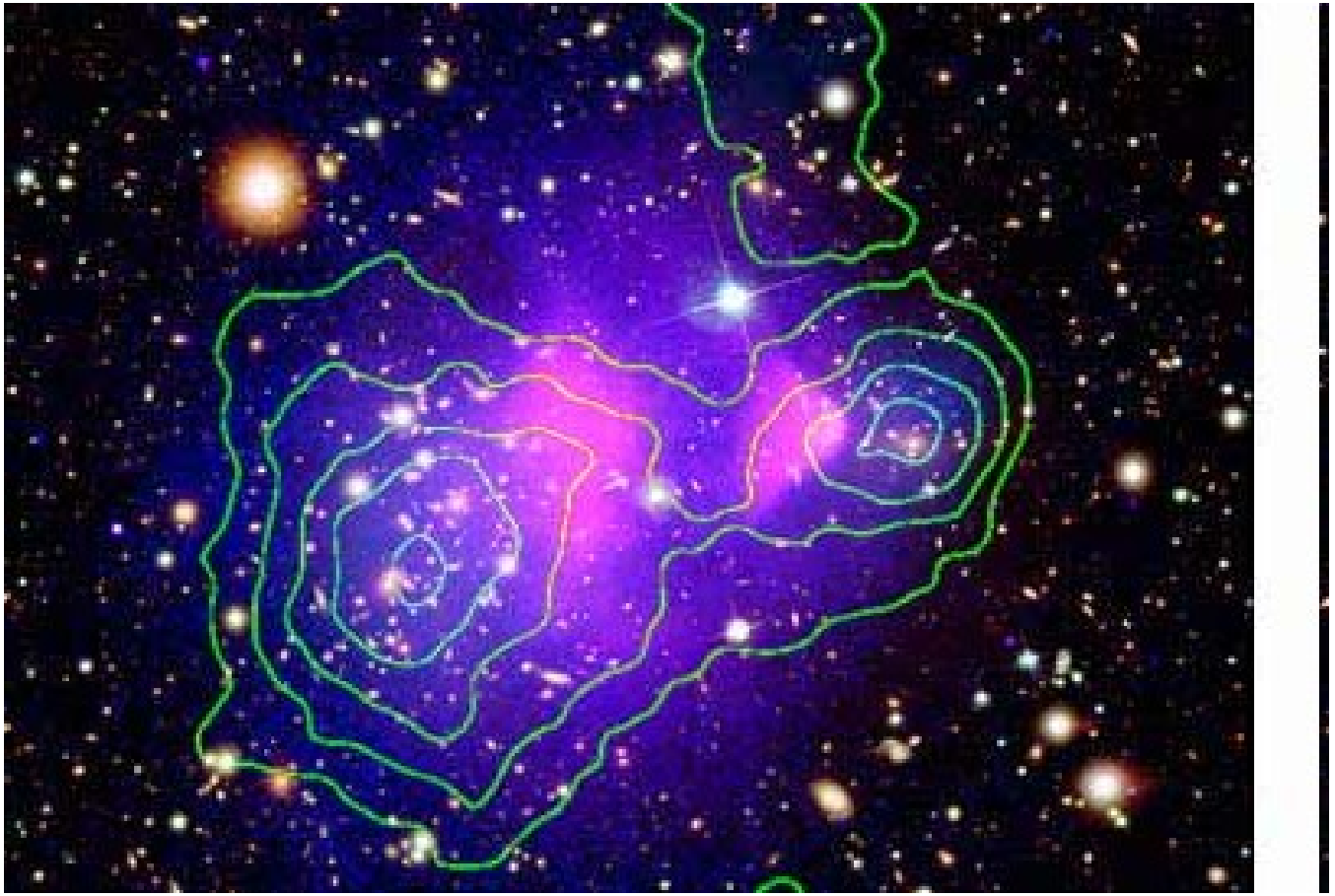
Lentes Gravitacionais em Aglomerados de galáxias

• a análise do campo de distorções permite mapear diretamente a distribuição de massa do aglomerado



A2029: da esquerda para a direita: mapas de elipticidade média, distribuição de luz e distribuição de massa

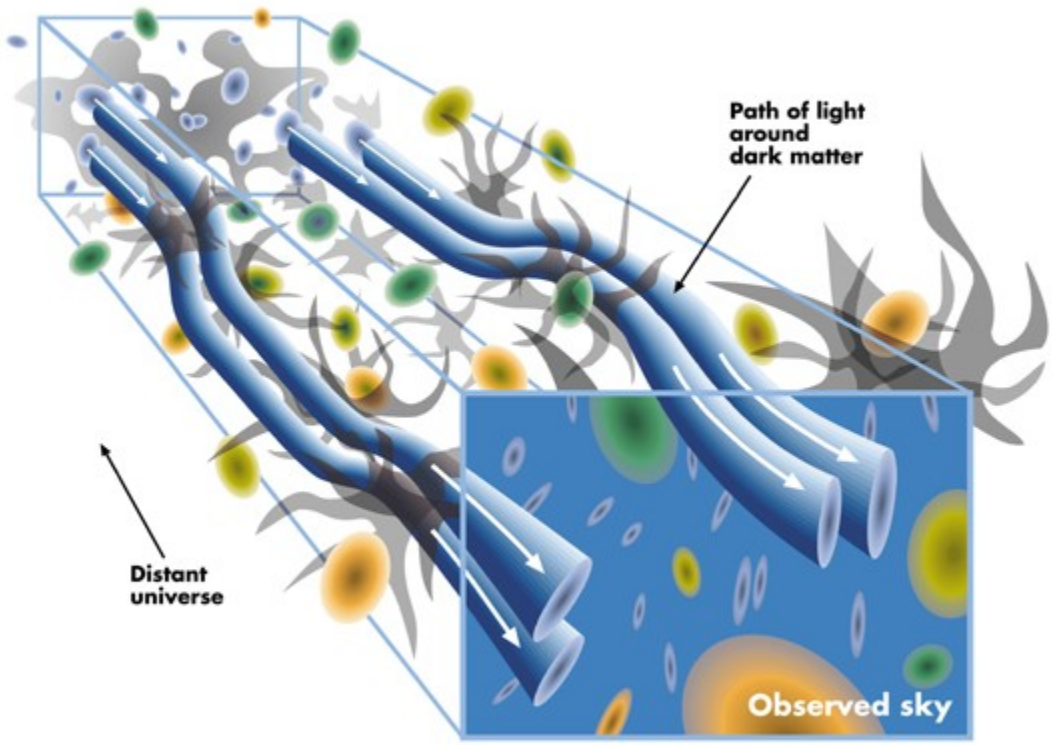
o aglomerado bala

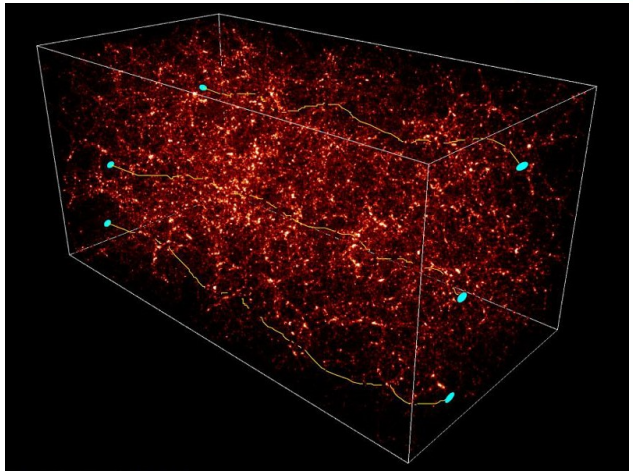


curvas de nível da densidade projetada de massa obtida com o método de lentes fracas; em vermelho a distribuição de gás quente

cosmologia com lentes fracas

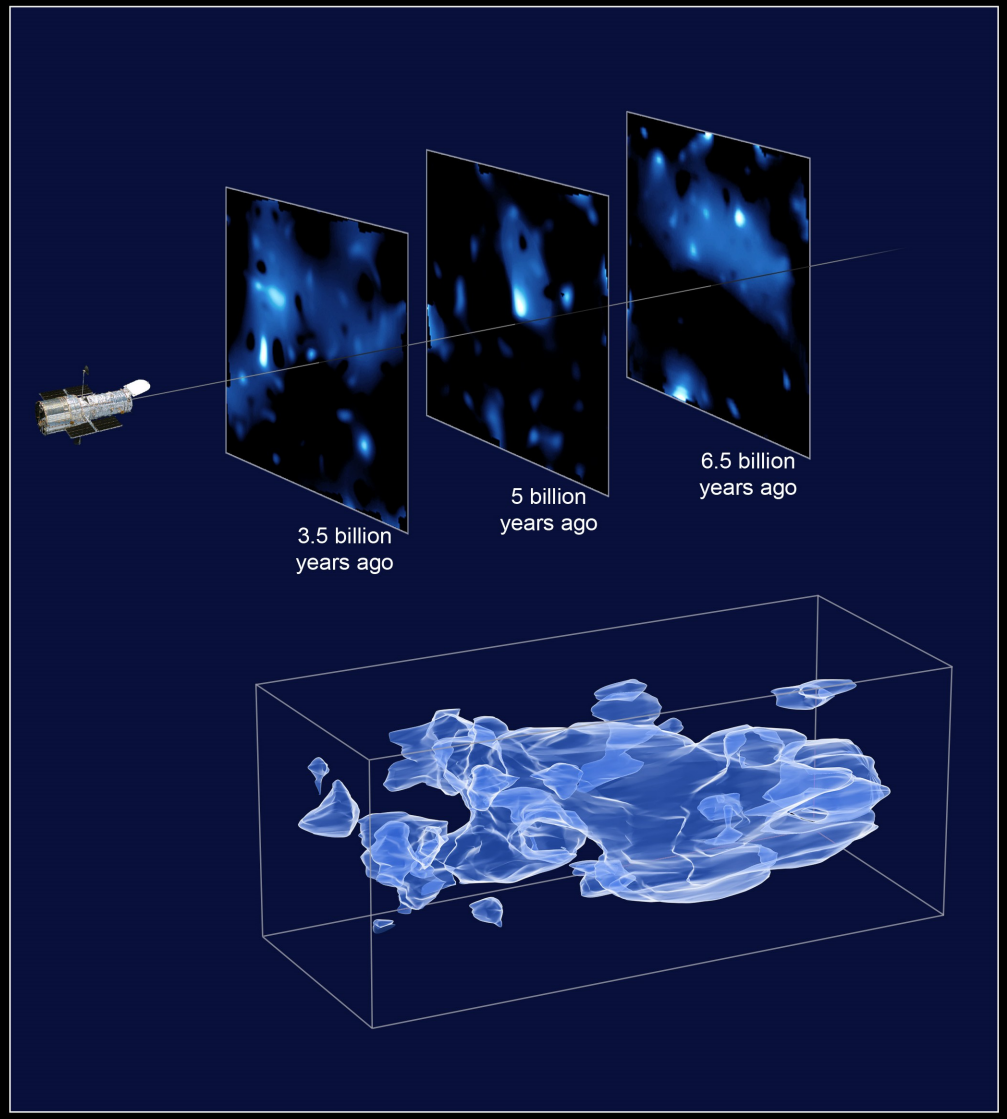
- o efeito de lentes fracas em grandes escalas- o shear cósmico- permite mapear a distribuição da matéria escura
- *tomografia* com lentes fracas da estrutura em grandes escalas: mapa em 3D da distribuição de matéria escura
- o estudo da distribuição da matéria escura em função do redshift permite colocar vínculos sobre a energia escura





Distribution of Dark Matter

HST ▪ ACS/WFC



NASA, ESA, and R. Massey (California Institute of Technology)

STScI-PRC07-01a

as lentes e a existência da matéria escura
o aglomerado bala

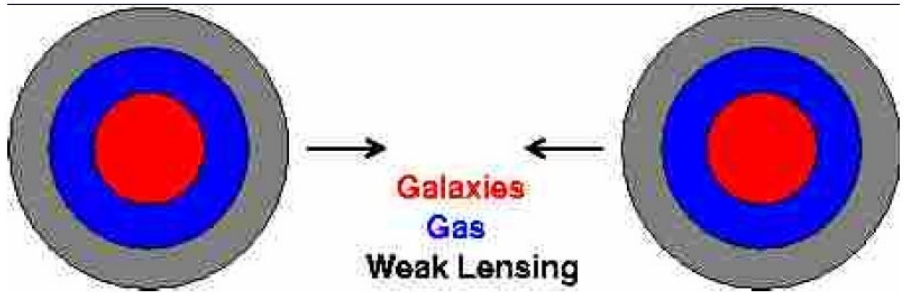
-Choque de aglomerados: o fenômeno mais energético conhecido ~10^{56} erg

-Choque: Mach 3,2, ~4500 km/s

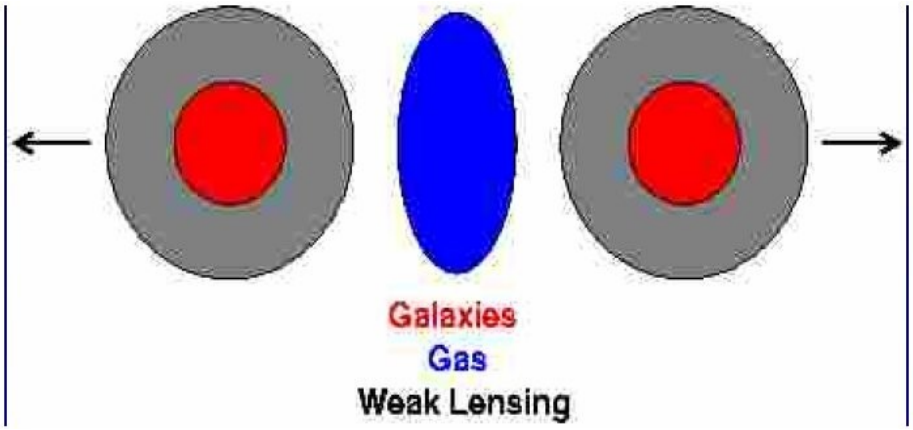
vermelho: gás
azul: matéria escura

O que esperar numa colisão?

o gás é colisional e perde energia numa colisão, enquanto que as galáxias e a matéria escura são não-colisionais

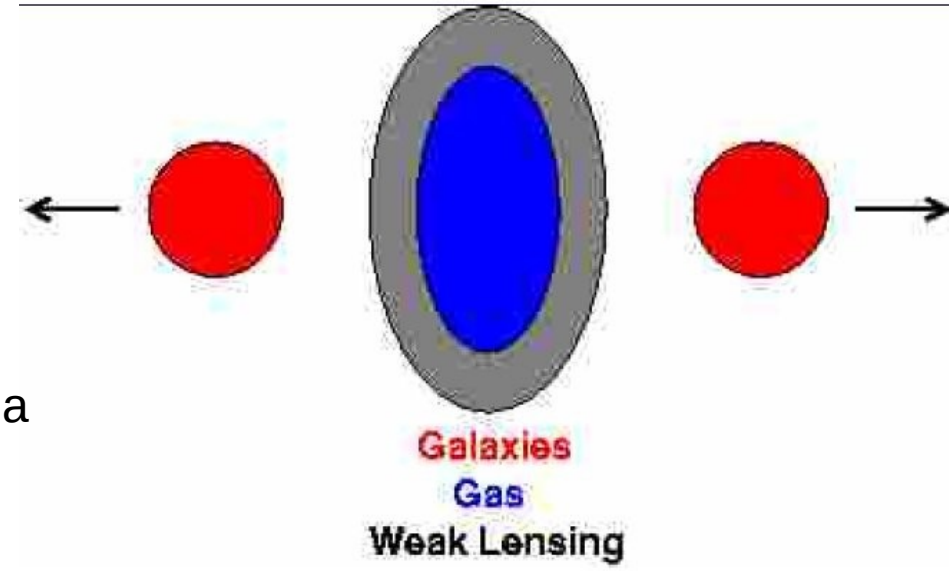


ME ⟶



MOND ⟶

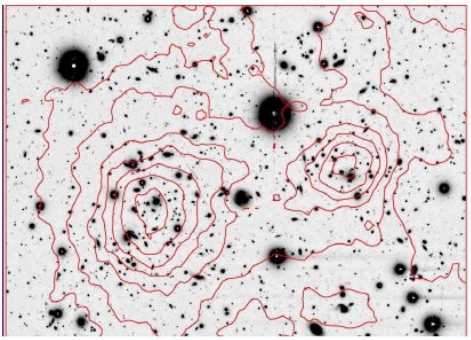
gravitação newtoniana modificada (sem matéria escura)

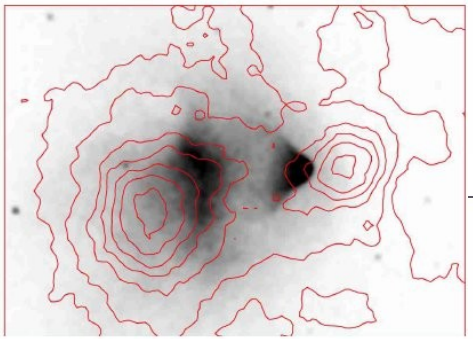


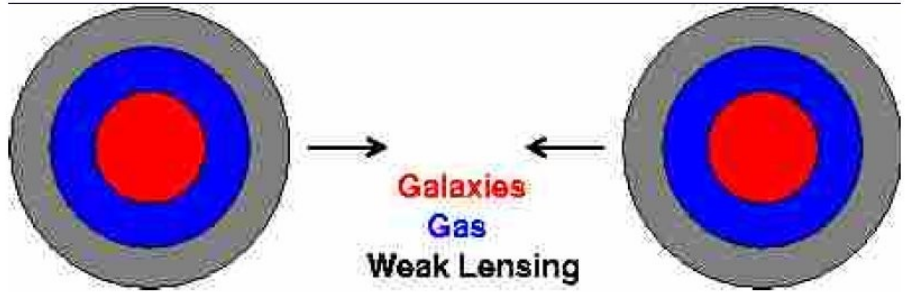
O que esperar numa colisão?

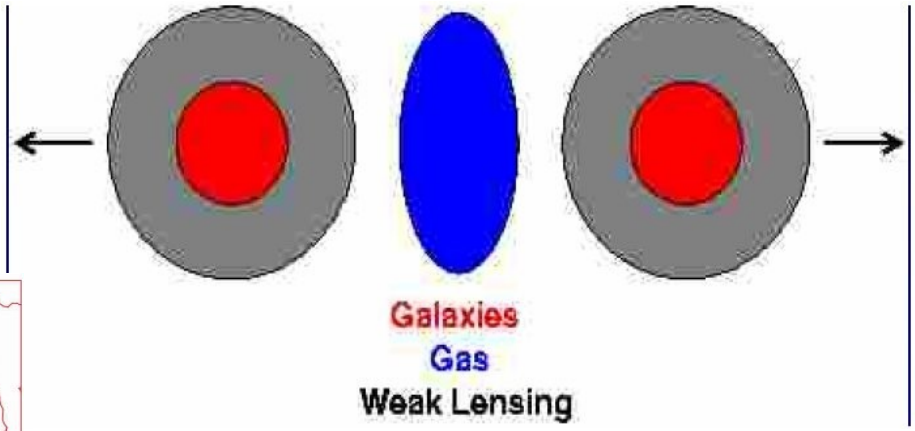
a prova da existência da matéria escura!

ME

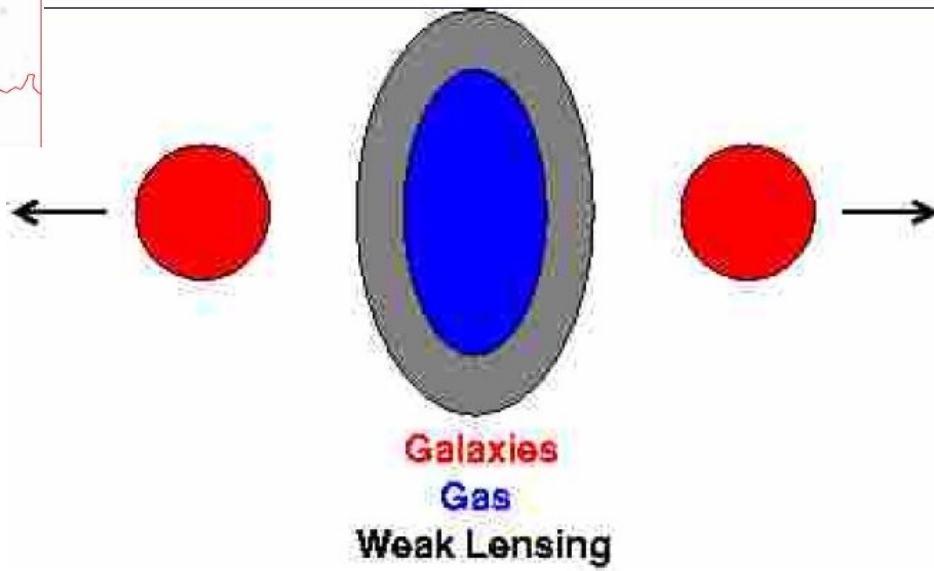






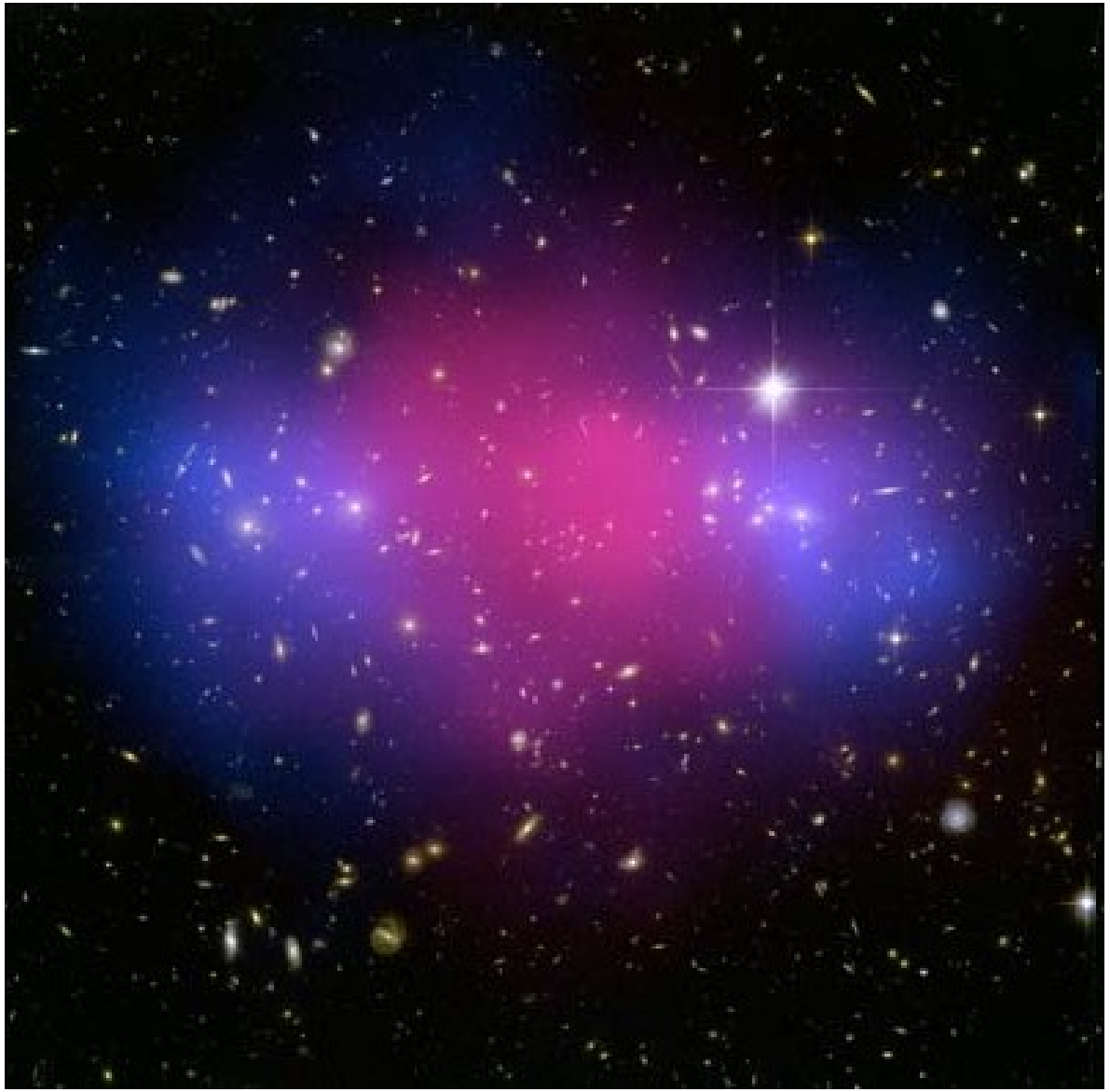


MOND



observaçoes consistentes com ME!

Aglomerado MACS J0025.4-1222



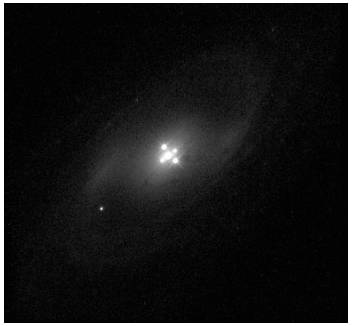
Exercícios

1. Mostre que se a distância da fonte é fixa, a área dentro do anel de Einstein, $\pi\, d_L^{\,2}\, \theta_E^{\,2}$, é máxima quando $d_S = 2\, d_L$ (suponha que a lente e a fonte estão próximas, de modo que $d_{LS} = d_S - d_L$)

2. Mostre que a equação da lente pode ser escrita como $\theta - \beta = \theta_E^2 / \theta$

3. Mostre que o ângulo de deflexão α é constante para uma esfera isotérmica singular.

4. A Cruz de Einstein é um conjunto de 5 imagens de um quasar em $z = 1.695$ brilhando através de uma galáxia em z = 0.039. Calcule d_L e Σ_c para a lente. Quatro das imagens estão em aproximadamente um círculo com raio 0.9 arcsec. Tomando esse valor par θ_E , calcule R_E *e* $M(< R_E)$. Se H_0 = 70 km s^{-1} Mpc^{-1} e supondo um universo com (Ω_m=0.3, Ω_λ=0.7), as distâncias d_L, d_S *e* d_{LS} são, respectivamente,



Cruz de Einstein

Exercícios

5. Sendo $d = d_L\, d_{LS} / d_S$ a *distância efetiva* da lente, mostre que

$\Sigma_c = 0.35\ g\ cm^{-2}\ (d / 1\ Gpc)^{-1}$

6. Visite o Point Gravitational Lens Simulator:
www.astrophysicsspectator.com/topics/generalrelativity/GravitationalLensPointSim.html
e se convença que os arcos ficam sempre no raio de Einstein da lente.