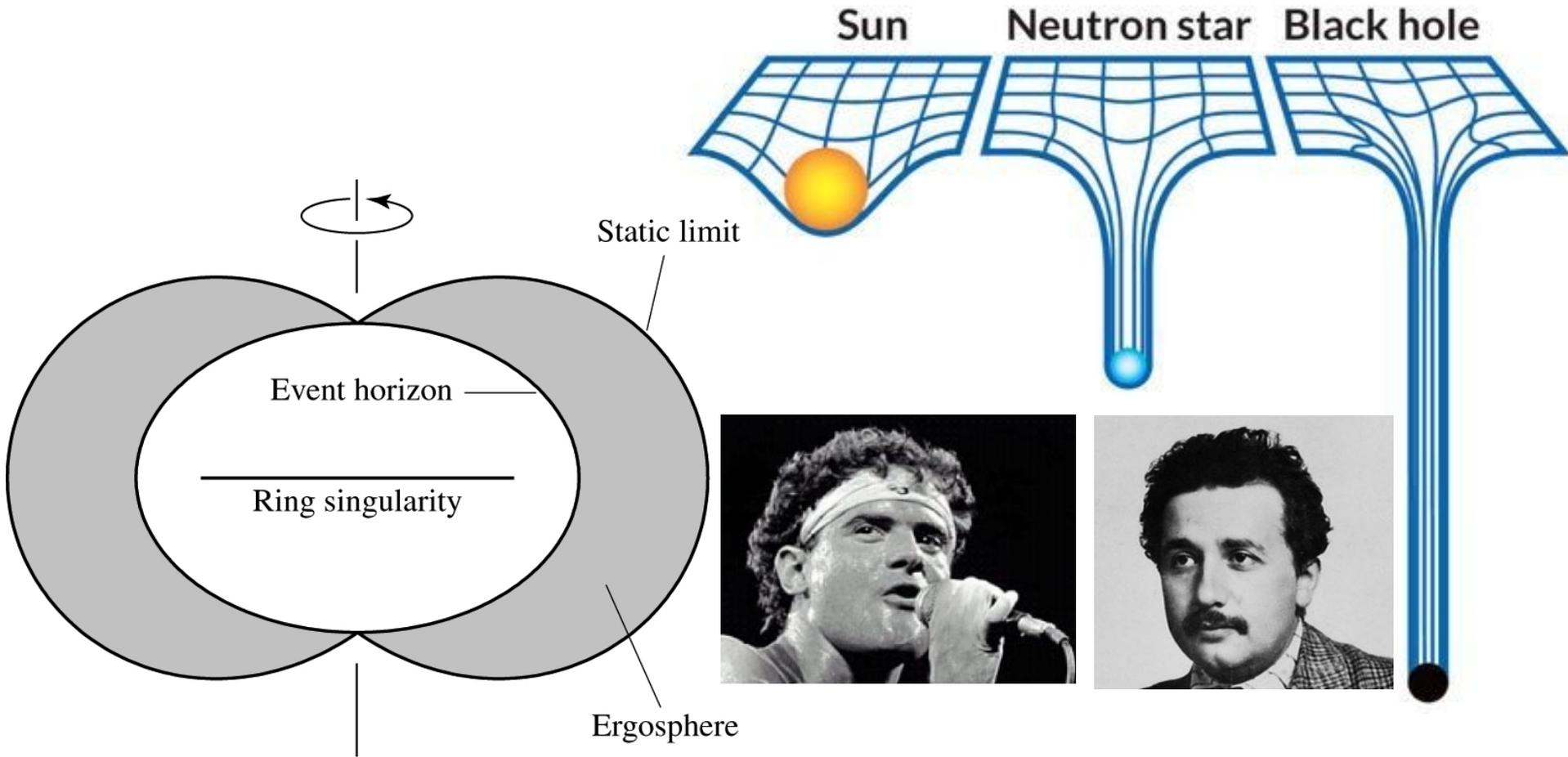


17 Relatividade e Buracos Negros



17.1 A Teoria Geral da Relatividade

Newton (1686):

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

Usando a lei da gravitação universal, existe uma discrepância de 43" por século na precessão do periélio do planeta Mercúrio

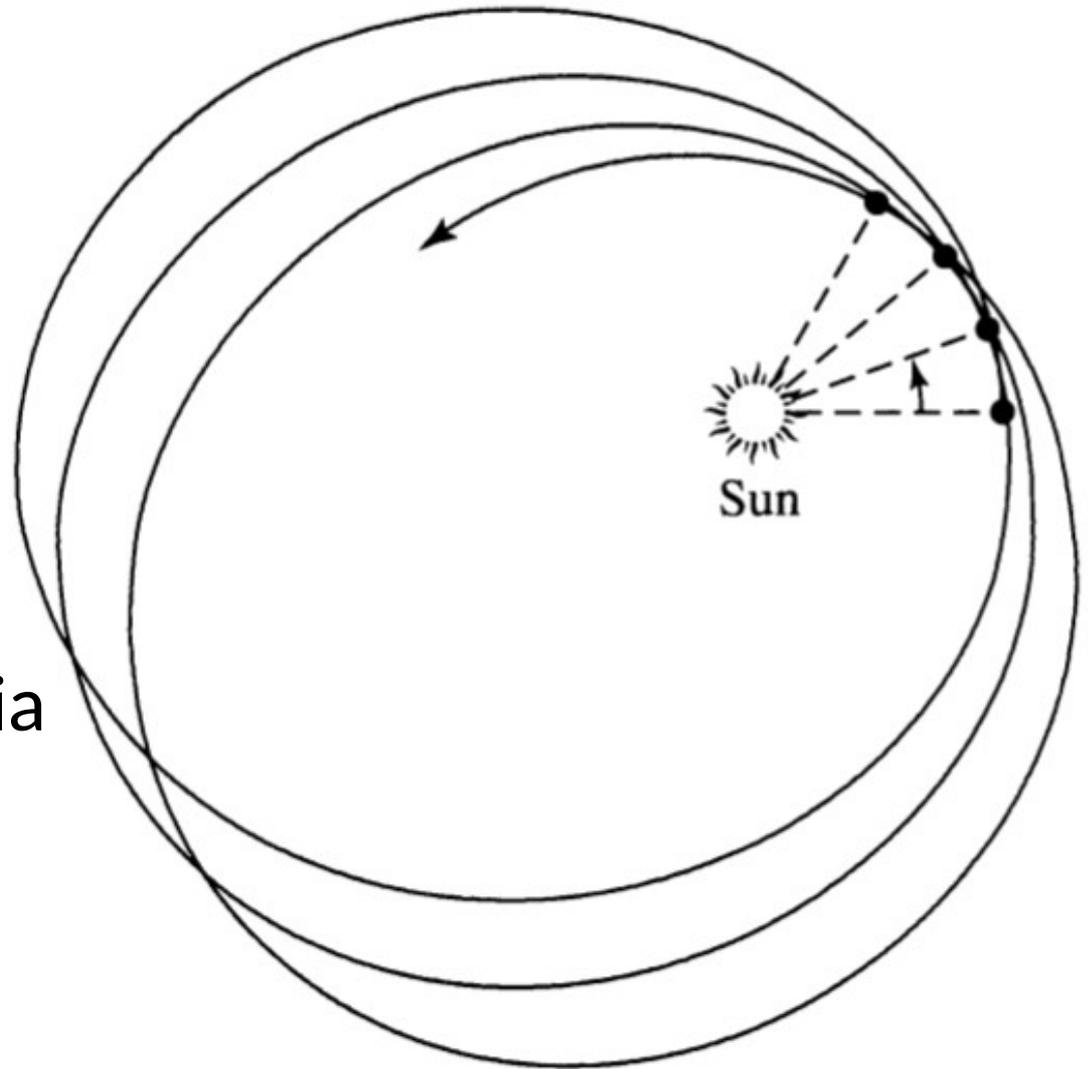
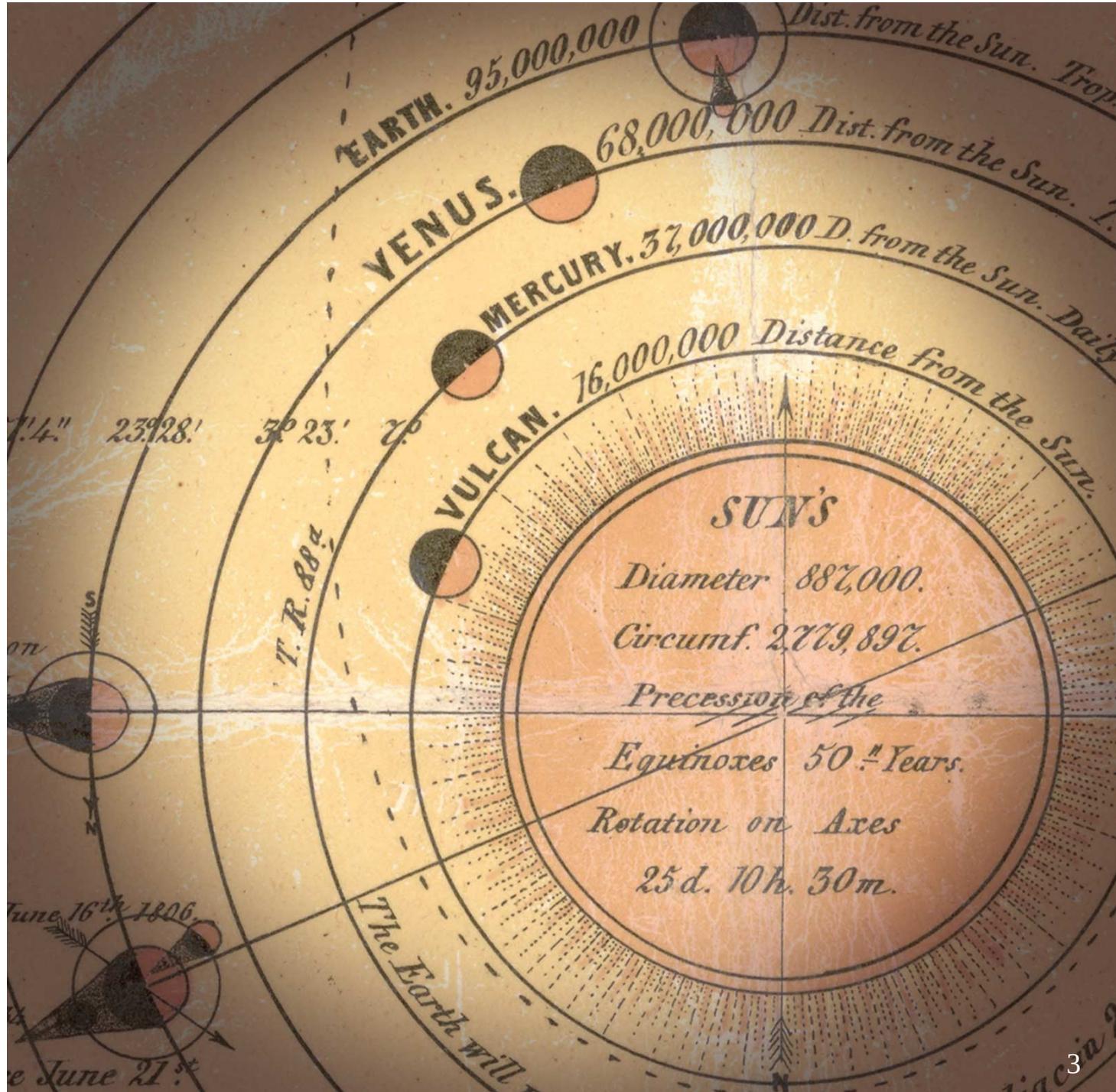


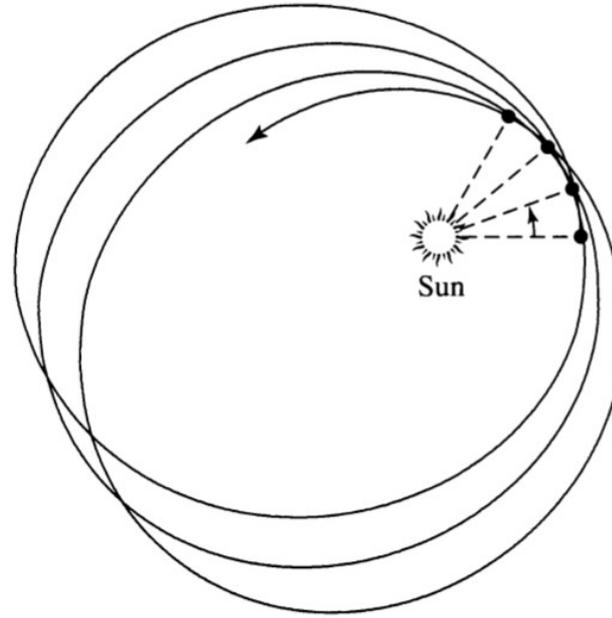
FIGURE 17.1 The perihelion shift of Mercury's orbit. Both the eccentricity of the orbit and the amount of shift in the location of perihelion in successive orbits have been exaggerated to better show the effect.

In 1859 French mathematician Urbain Le Verrier postulated the existence of an unseen planet "Vulcan" to explain the discrepancy seen in the orbit of Mercury

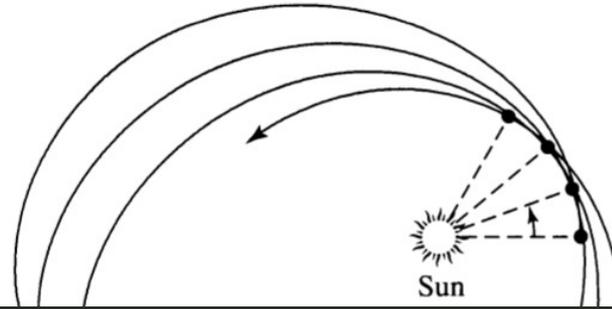
O planeta Vulcano nunca foi confirmado



Einstein, 1907 – 1915: Teoria da relatividade geral



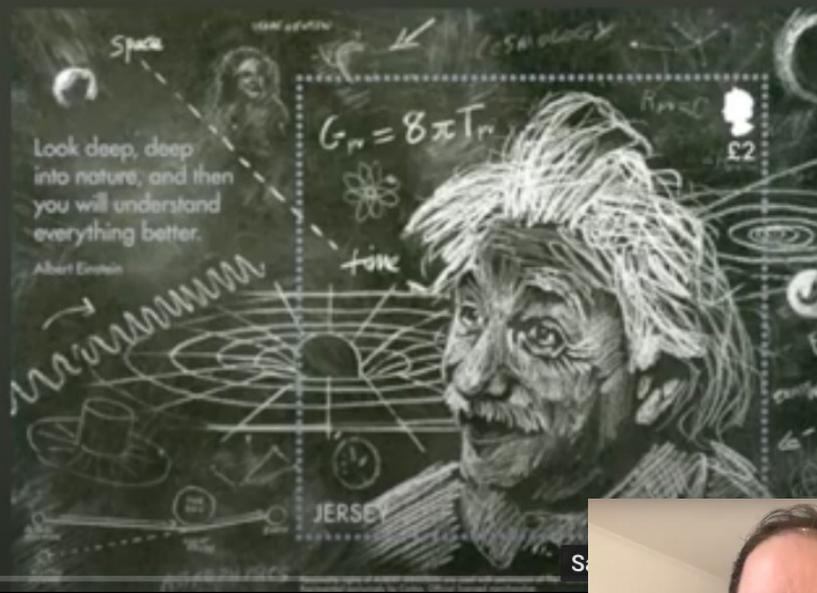
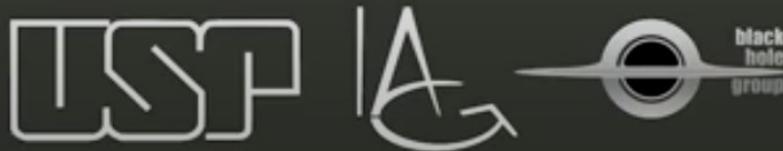
Einstein, 1907 – 1915:
Teoria da relatividade geral



Relatividade Geral e Aplicações Astrofísicas

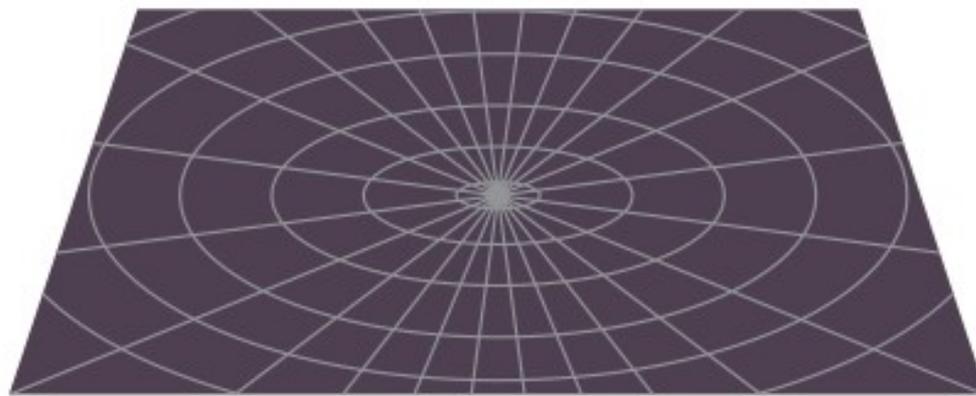
AGA0319

Prof. Rodrigo
Nemmen

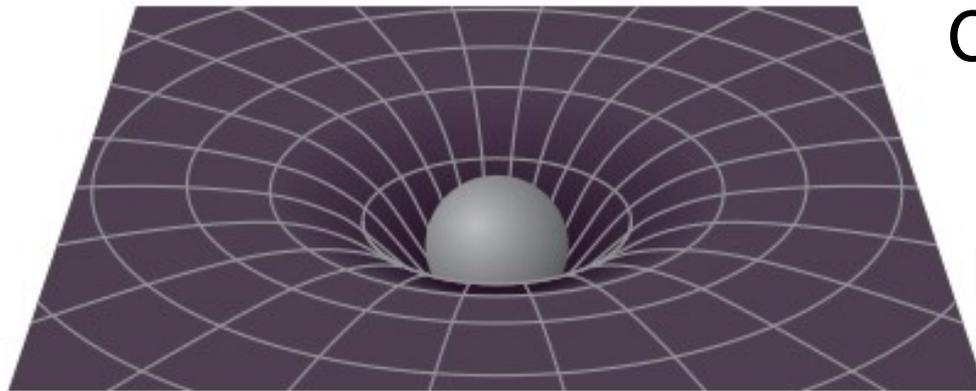


[https://www.youtube.com/playlist?
list=PLHQr_DwaHggndmRcvUIOhs1fvI1BZulvQ](https://www.youtube.com/playlist?list=PLHQr_DwaHggndmRcvUIOhs1fvI1BZulvQ)

Einstein, 1907 – 1915: Teoria da relatividade geral



a A two-dimensional representation of “flat” spacetime. The distances between adjacent circles are the same.



b Gravity arises from curvature of spacetime, represented here by a mass pushing down on the rubber sheet. Notice how the circles become more widely separated near the mass, showing that the curvature is greater as we approach the mass on the sheet.

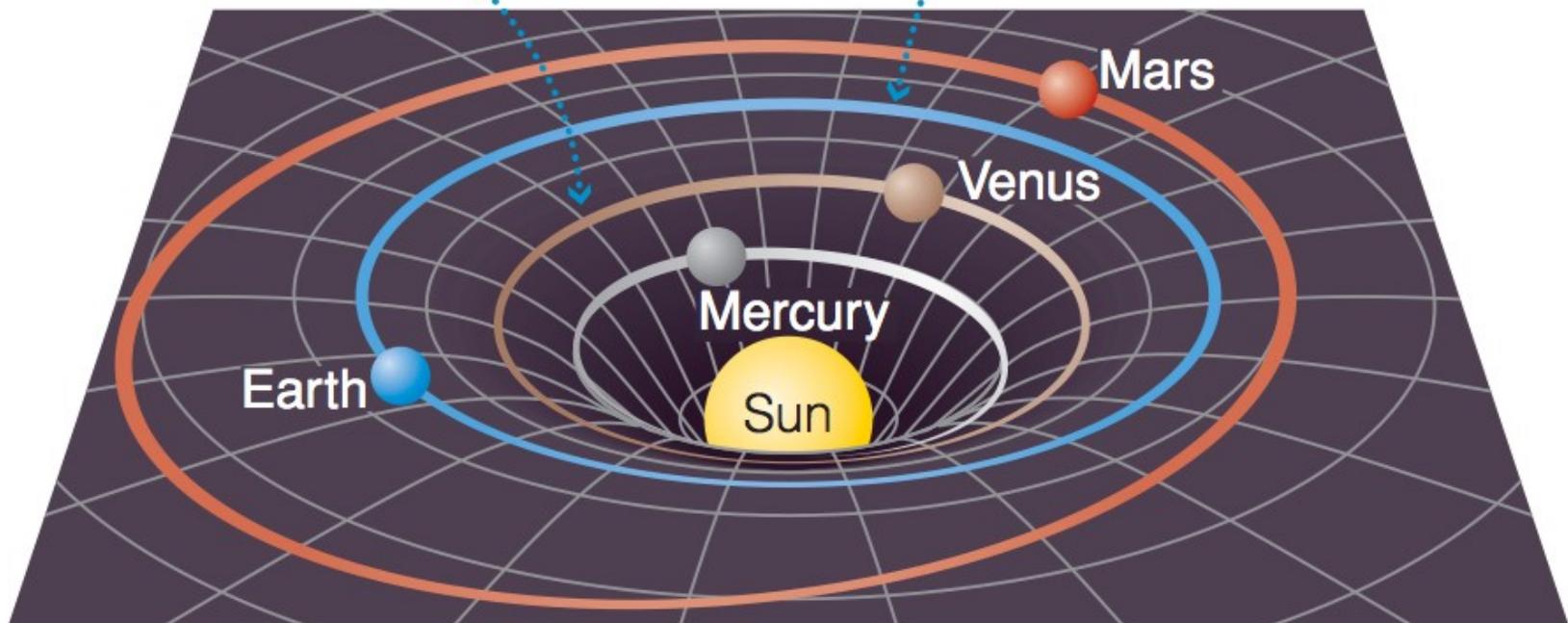
Curvatura do espaço-tempo
é causada pela massa.

Maior gravidade é devida à
maior curvatura

A massa do Sol curva o espaço-tempo

The mass of the Sun causes spacetime to curve ...

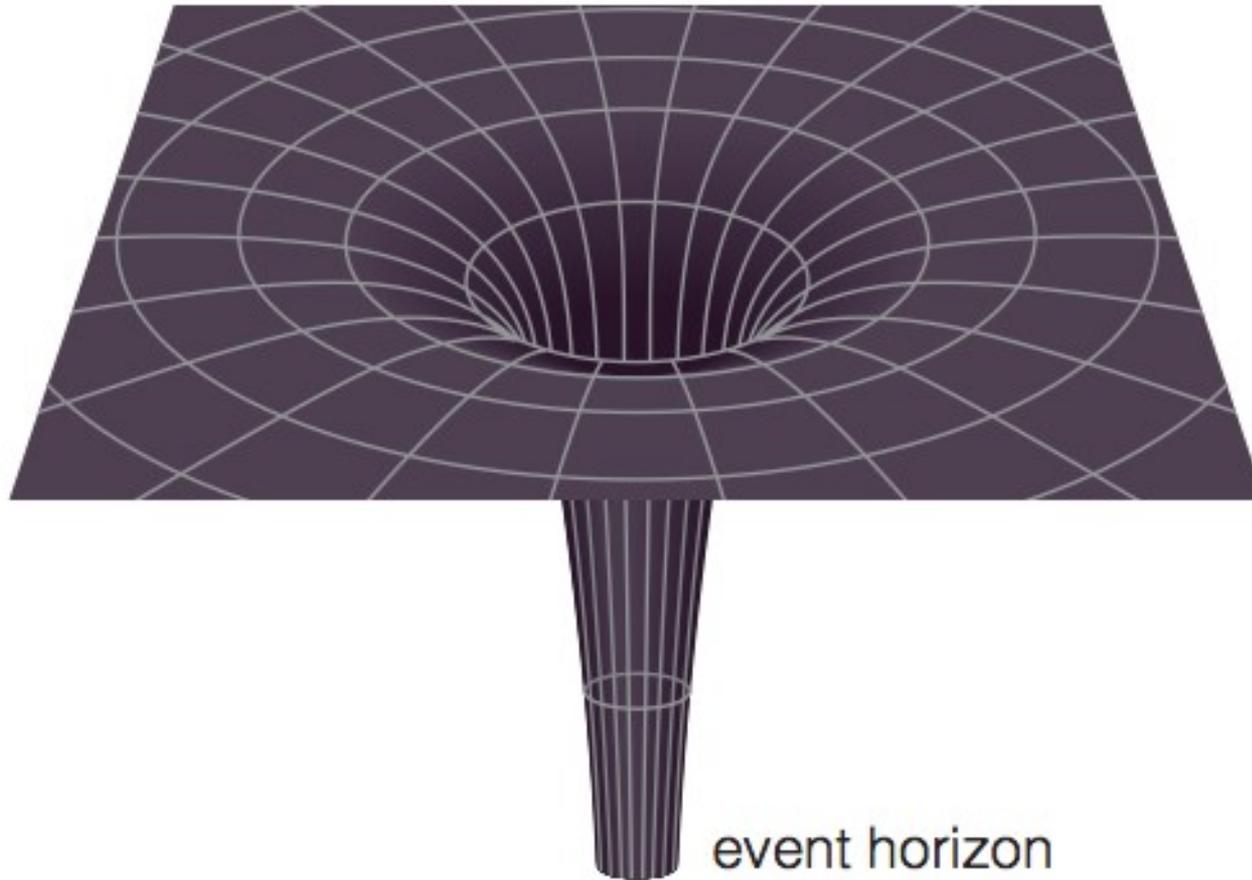
... so freely moving objects (such as planets) follow the straightest possible paths allowed by the curvature of spacetime.



© The cosmic perspective

According to general relativity, planets orbit the Sun for much the same reason that you can make a marble go around in a salad bowl: The planet is going as straight as it can, but the curvature of spacetime causes its path through space to curve.

No buraco negro, a curvatura do espaço-tempo é infinita



c The curvature of spacetime becomes greater and greater as we approach a black hole, and a black hole itself is a bottomless pit in spacetime.

Na relatividade geral,
tudo o que passa
através do espaço-
tempo curvo é afetado,
até partículas sem
massa como os fótons

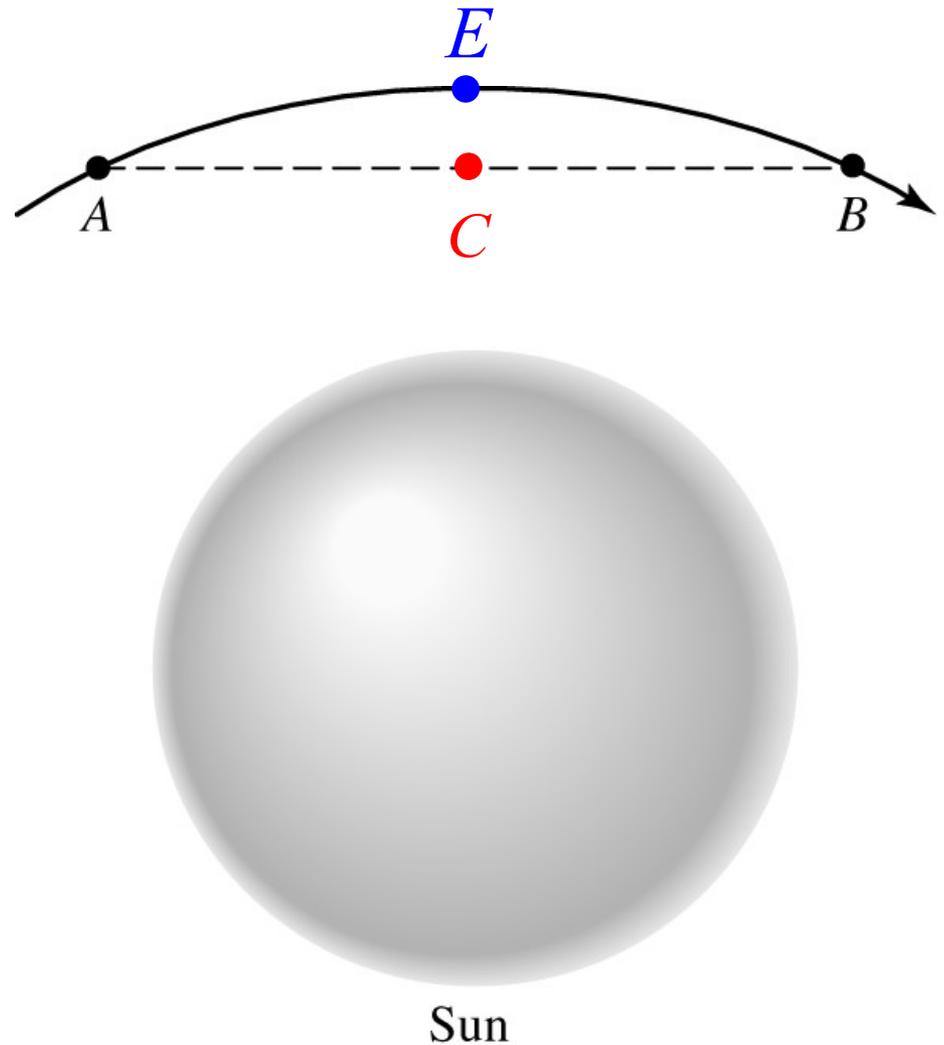


FIGURE 17.3 A photon's path around the Sun is shown by the solid line. The bend in the photon's trajectory is greatly exaggerated.

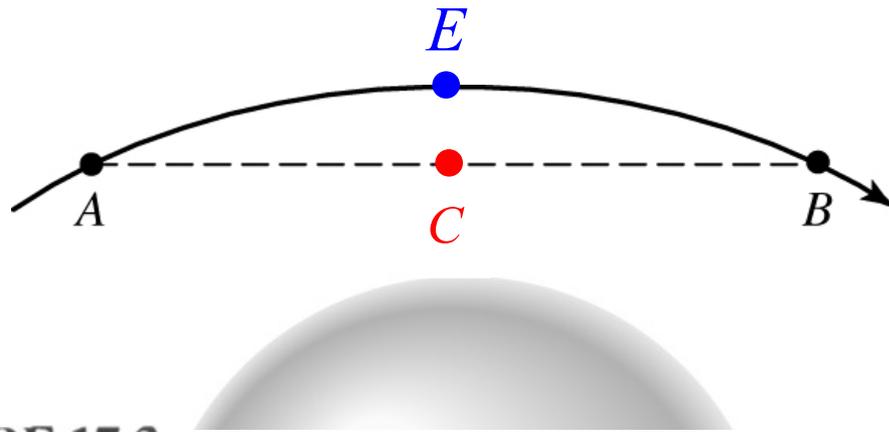
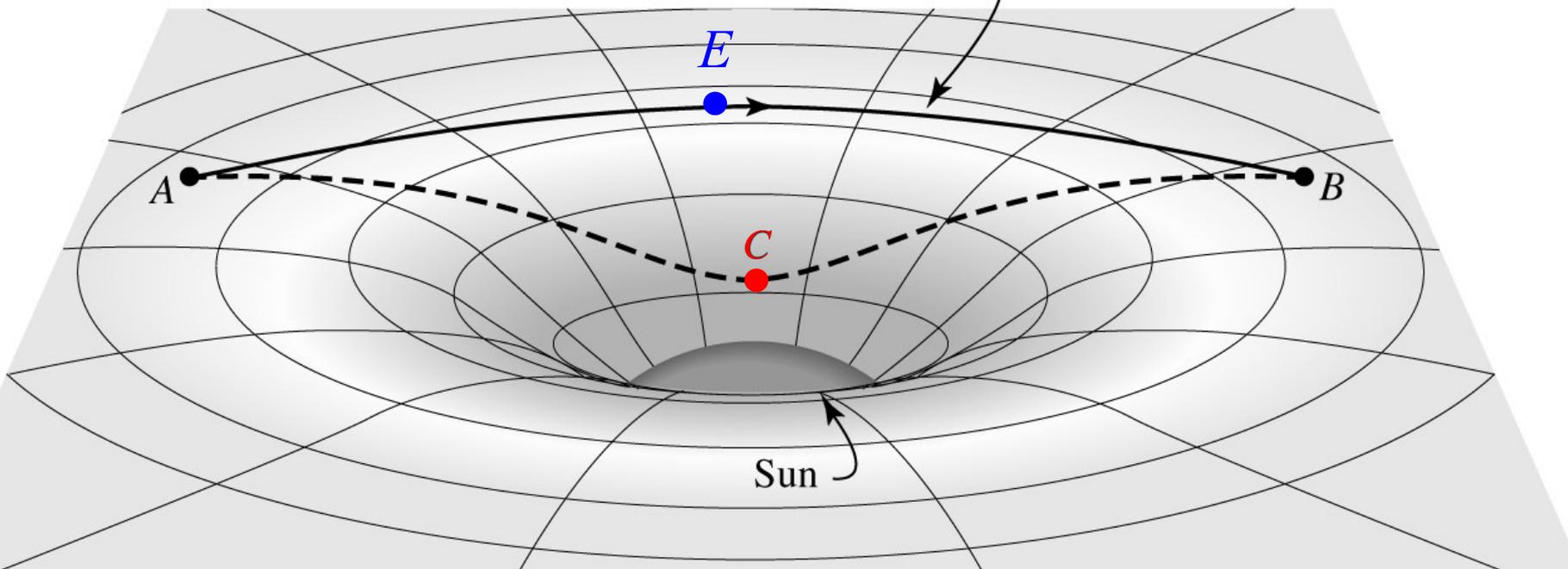


FIGURE 17.3

Sun

Actual path



E

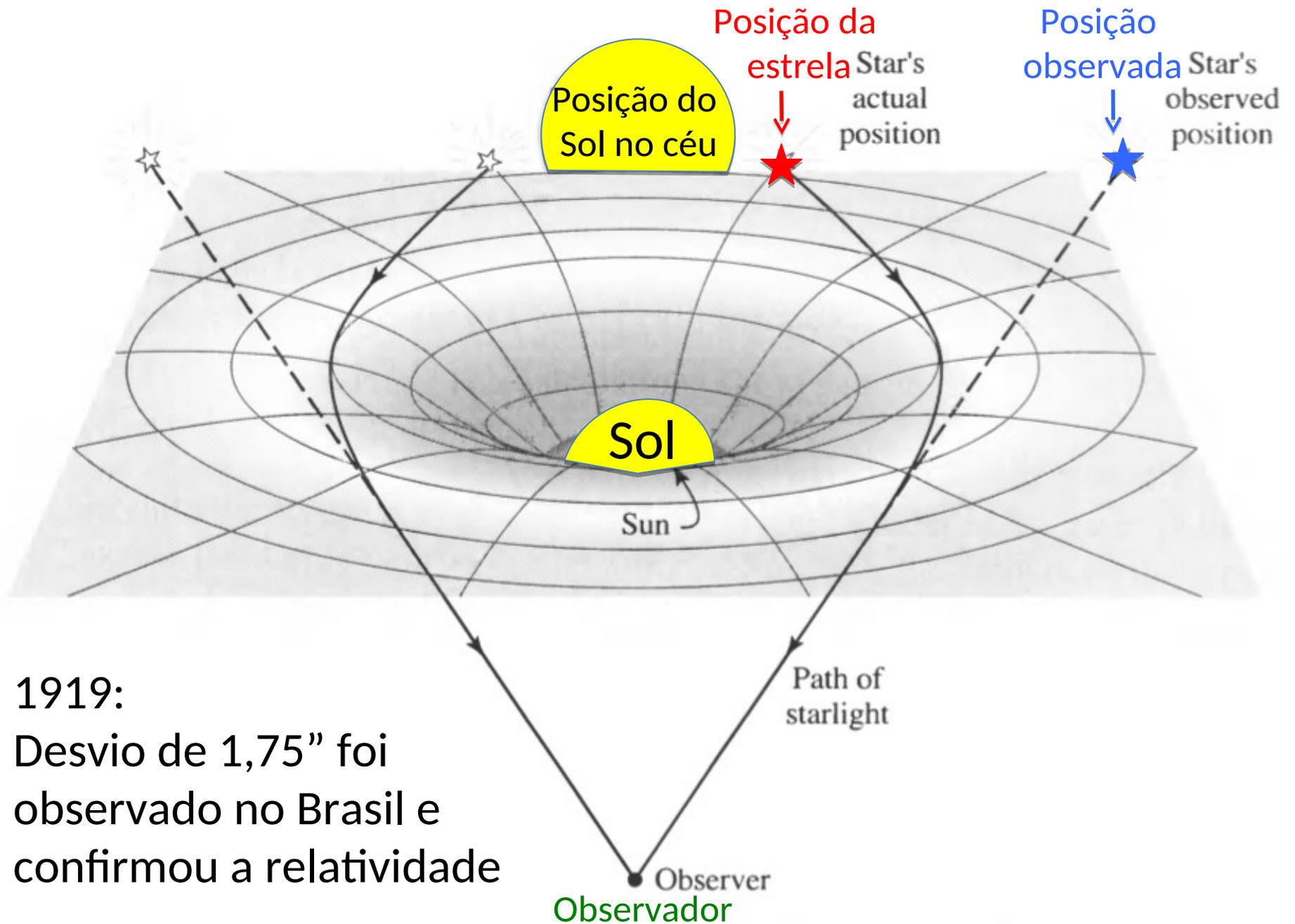
A

B

C

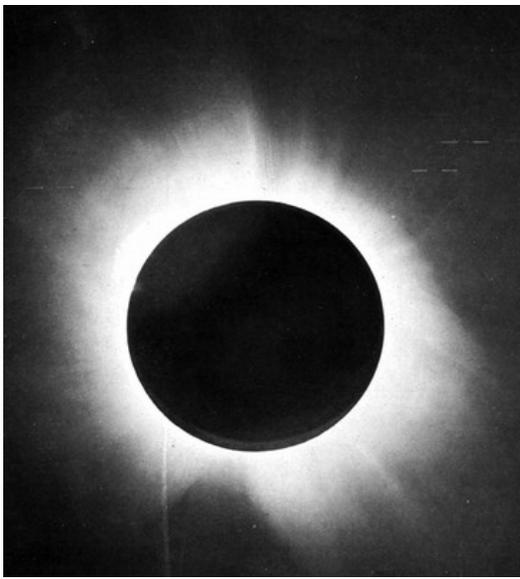
Sun

FIGURE 17.4 Comparison of two photon paths through curved space between points *A* and *B*. The projection of the path *ACB* onto the plane is the straight line depicted in Fig. 17.3.



1919:
 Desvio de 1,75" foi observado no Brasil e confirmou a relatividade

FIGURE 17.5 Bending of starlight measured during a solar eclipse.



29 de maio de 1919

Centenário da teoria da relatividade é celebrado em Sobral, cidade que ajudou na comprovação

Equipe inglesa estudou eclipse solar ocorrido na cidade em maio de 1919.

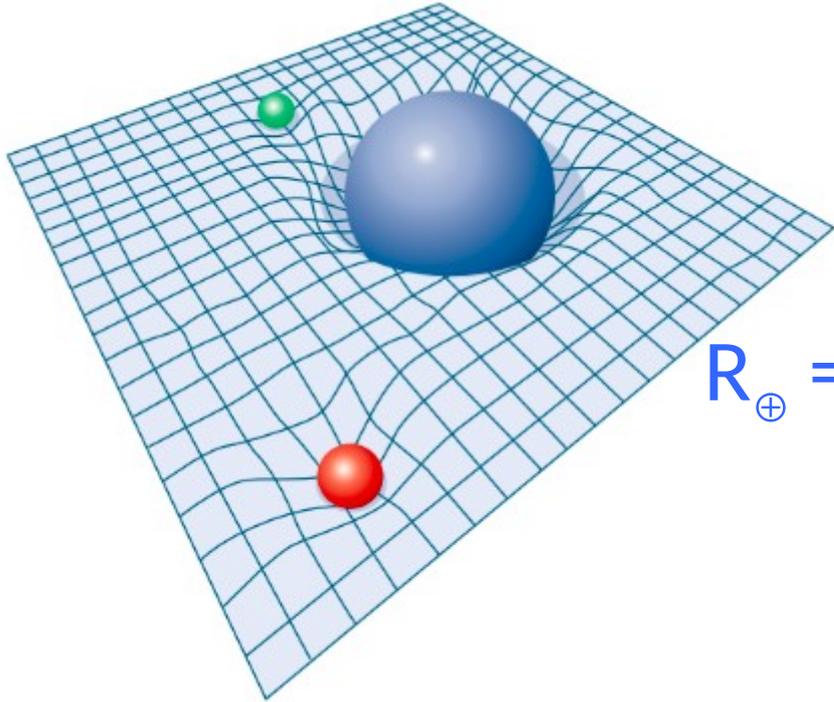
<https://g1.globo.com/ce/ceara/noticia/centenario-da-teoria-da-relatividade-e-celebrado-em-sobral-cidade-que-ajudou-na-comprovacao.ghtml>



Museu do Eclipse foi fundado no local onde expedição inglesa observou fenômeno que comprovou a teoria da relatividade, em 1919 (Foto: Wilson Gomes/Agência Diário)

Raio de curvatura r_c do espaço-tempo:

$$r_c = \frac{c^2}{g} \quad g \equiv GM_r/r^2$$

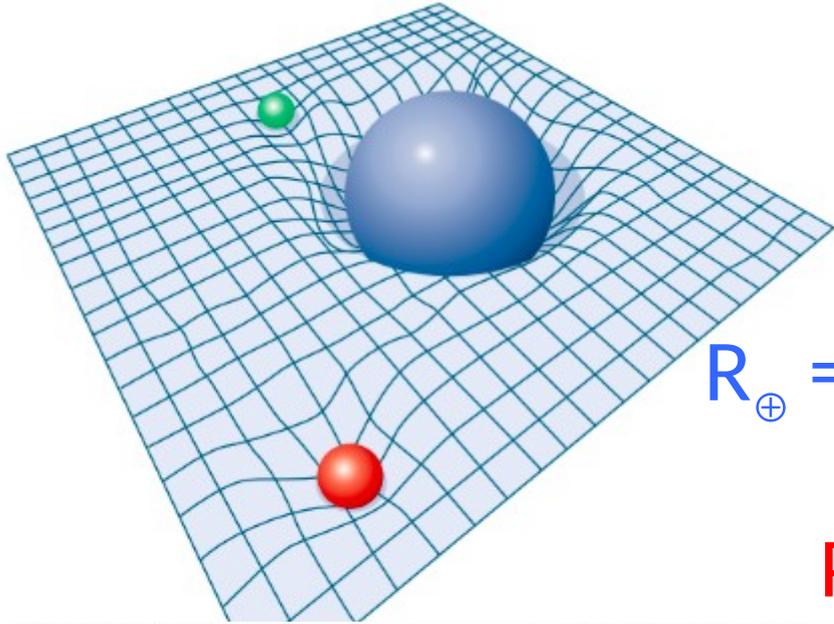


$$\begin{aligned} \text{Terra: } r_c &= c^2/9,8 \text{ m s}^{-2} \\ &= 9,2 \times 10^{15} \text{ m} \end{aligned}$$

$$R_{\oplus} = 6,4 \times 10^6 \text{ m} \rightarrow R_{\oplus}/r_c \sim 7 \times 10^{-10}$$

Raio de curvatura r_c do espaço-tempo:

$$r_c = \frac{c^2}{g} \quad g \equiv GM_r/r^2$$



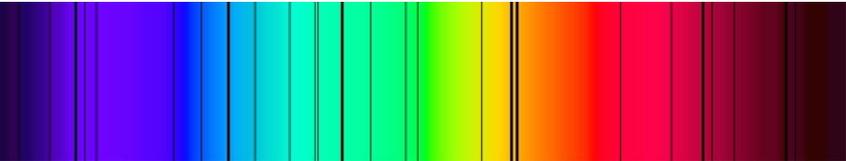
$$\begin{aligned} \text{Terra: } r_c &= c^2/9,8 \text{ m s}^{-2} \\ &= 9,2 \times 10^{15} \text{ m} \end{aligned}$$

$$R_{\oplus} = 6,4 \times 10^6 \text{ m} \rightarrow R_{\oplus}/r_c \sim 7 \times 10^{-10}$$

Para anã branca Sirius B:

Example 17.1.2. The white dwarf Sirius B has a radius of $R = 5.5 \times 10^6$ m and a mass of $M = 2.1 \times 10^{30}$ kg. The radius of curvature of the path of a horizontally traveling light beam near the surface of Sirius B is given by Eq. (17.5),

$$r_c = \frac{c^2}{g} = \frac{R^2 c^2}{GM} = 1.9 \times 10^{10} \text{ m} \quad R_{\text{WD}}/r_c \sim 3 \times 10^{-4}$$



Gravitational redshift

$$z = \frac{\lambda_\infty - \lambda_0}{\lambda_0} = \left(1 - \frac{2GM}{r_0 c^2}\right)^{-1/2} - 1 \quad (17.11)$$

$$\simeq \frac{GM}{r_0 c^2} \quad (17.12) \quad \text{Para campo gravitacional relativamente fraco}$$

Redshift gravitacional para anã branca Sirius B:

Example 17.1.2. The white dwarf Sirius B has a radius of $R = 5.5 \times 10^6$ m and a mass of $M = 2.1 \times 10^{30}$ kg.

the gravitational redshift suffered by a photon emitted at the star's surface is $z \simeq \frac{GM}{Rc^2} = 2.8 \times 10^{-4}$

This is in excellent agreement with the measured gravitational redshift for Sirius B of $(3.0 \pm 0.5) \times 10^{-4}$.

17.3 Buracos negros

Supondo que a luz é composta de partículas (Newton), **John Michell** propôs (1783) que poderiam existir estrelas com gravidade tão alta que a velocidade de escape seria maior à da luz → **estrela escura (*dark star*)**.

Ele propôs que poderíamos inferir a sua existência pelo efeito gravitacional de estrelas orbitando a *dark star*.

“If there should really exist in nature any bodies, whose density is not less than that of the sun, and whose diameters are more than 500 times the diameter of the sun, since their light could not arrive at us; or if there should exist any other bodies of a somewhat smaller size, which are not naturally luminous; of the existence of bodies under either of these circumstances, we could have no information from sight; yet, if any other luminous bodies should happen to revolve about them we might still perhaps from the motions of these revolving bodies infer the existence of the central ones with some degree of probability, as this might afford a clue to some of the apparent irregularities of the revolving bodies, which would not be easily explicable on any other hypothesis.”

Raio de uma *Dark star*

$$v_{\text{esc}} = \sqrt{2GM/r}$$

Raio para $v_{\text{esc}} = c$: $R = 2GM / c^2$

Em função da M_{\odot} : $R = 2,95 (M / M_{\odot}) \text{ km}$

Como o raio parecia irrealisticamente pequeno → trabalho do Michell foi ignorado por ~ 150 anos

Em 1939 Oppenheimer e Snyder estudaram o colapso de uma estrela degenerada com mais de $3 M_{\odot}$ (limite superior para uma estrela de nêutrons).

Raio de Schwarzschild

Solução da teoria da relatividade geral de Einstein para um corpo esférico sem rotação:

$$(ds)^2 = \left(c dt \sqrt{1 - 2GM/rc^2} \right)^2 - \left(\frac{dr}{\sqrt{1 - 2GM/rc^2}} \right)^2 - (r d\theta)^2 - (r \sin \theta d\phi)^2. \quad (17.22)$$

A solução apresenta singularidade para o raio de Schwarzschild :

$$R_S = 2GM/c^2,$$

(17.27)

Horizonte de eventos

Notar que essa singularidade é apenas matemática (não física) e pode ser removida mudando o sistema de coordenadas.

Dilatação do tempo no raio de Schwarzschild

$$(ds)^2 = \left(c dt \sqrt{1 - 2GM/rc^2} \right)^2 - \left(\frac{dr}{\sqrt{1 - 2GM/rc^2}} \right)^2 - (r d\theta)^2 - (r \sin \theta d\phi)^2. \quad (17.22)$$

$$R_S = 2GM/c^2, \quad (17.27)$$

Dilatação do tempo $d\tau$ em relação ao tempo dt a uma distância infinita:

$$d\tau = \frac{ds}{c} = dt \sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}} = dt \sqrt{1 - \frac{R_S}{r}} \quad (17.24)$$

$r > R_S \rightarrow$ o tempo
não para



Dilatação do tempo no raio de Schwarzschild

$$(ds)^2 = \left(c dt \sqrt{1 - 2GM/rc^2} \right)^2 - \left(\frac{dr}{\sqrt{1 - 2GM/rc^2}} \right)^2 - (r d\theta)^2 - (r \sin \theta d\phi)^2. \quad (17.22)$$

$$R_S = 2GM/c^2, \quad (17.27)$$

Dilatação do tempo $d\tau$ em relação ao tempo dt a uma distância infinita:

$$d\tau = \frac{ds}{c} = dt \sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}} = dt \sqrt{1 - \frac{R_S}{r}} \quad (17.24)$$

$r > R_S \rightarrow$ o tempo não para



$r = R_S \rightarrow d\tau = 0 \rightarrow$ tempo para no raio de Schwarzschild

Velocidade aparente da luz em R_s

A velocidade da luz no referencial local é c , mas para um observador distante a velocidade parece mais lenta pois tem que cruzar um espaço-tempo curvado. Na direção radial:

$$\frac{dr}{dt} = c \left(1 - \frac{2GM}{rc^2} \right) = c \left(1 - \frac{R_s}{r} \right) \quad (17.28)$$

Para $r \gg R_s \rightarrow dr/dt = c$

Para $r = R_s \rightarrow dr/dt = 0 \rightarrow$ luz é congelada em R_s

$r = R_s$ atua como barreira, não deixando escapar a luz.

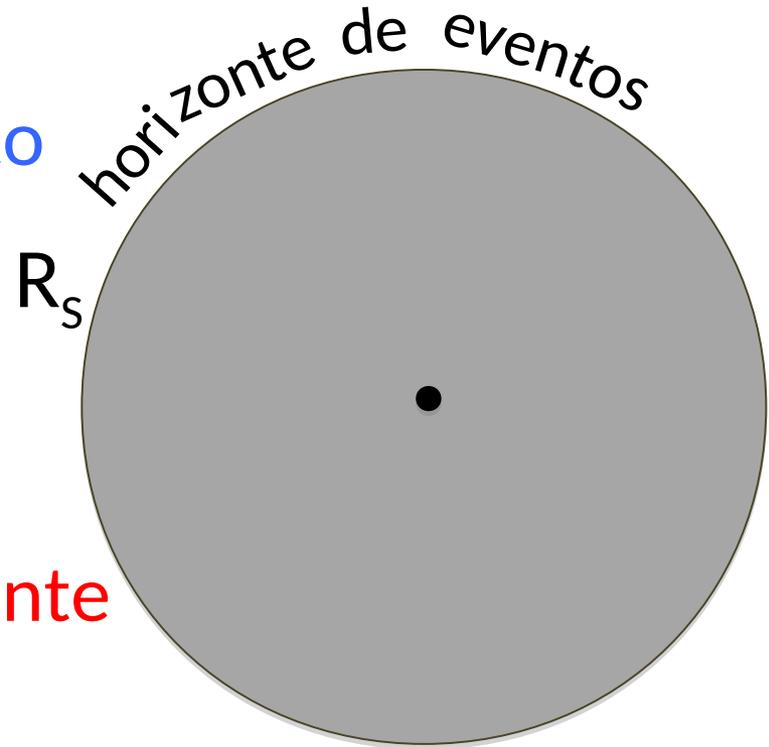
Estrela que colapsa dentro de R_s é um buraco negro.

R_s define o HORIZONTE DE EVENTOS.

Singularidade do buraco negro sem rotação

No centro do buraco negro temos a **singularidade**, um ponto de volume zero e densidade infinita, onde toda a massa do buraco negro está localizada.

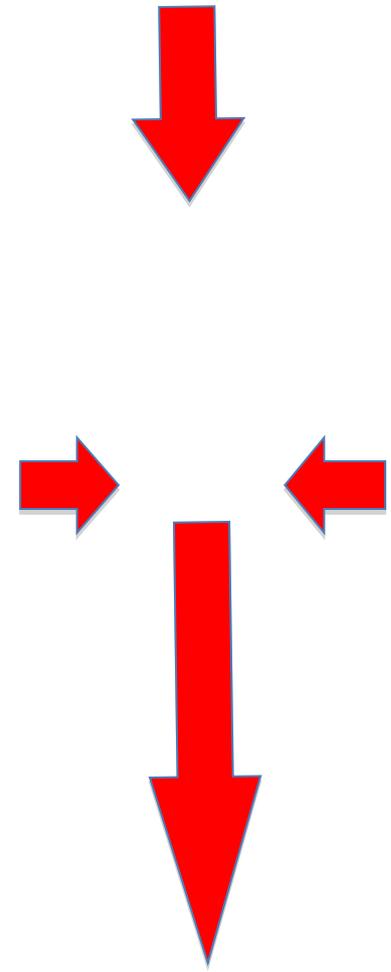
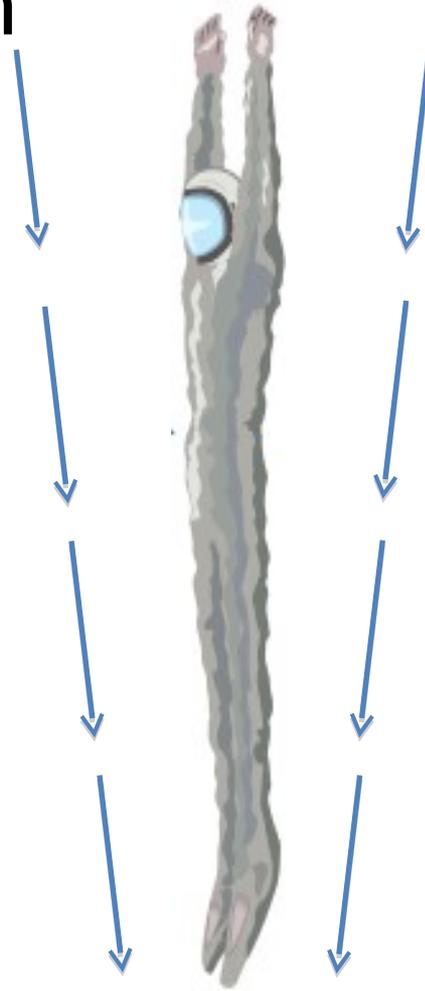
O espaço-tempo está infinitamente curvado na singularidade.



“Lei” de censura cósmica: não existem singularidades nuas, pois são cobertas por horizontes de eventos.

Viagem fictícia a um buraco negro: **espaguetificação**

Astronauta fictício é esticado como um espaguete pelo gradiente gravitacional (diferença de força) da cabeça aos pés.



horizonte de eventos

Tidal forces near a black hole

Buraco negro

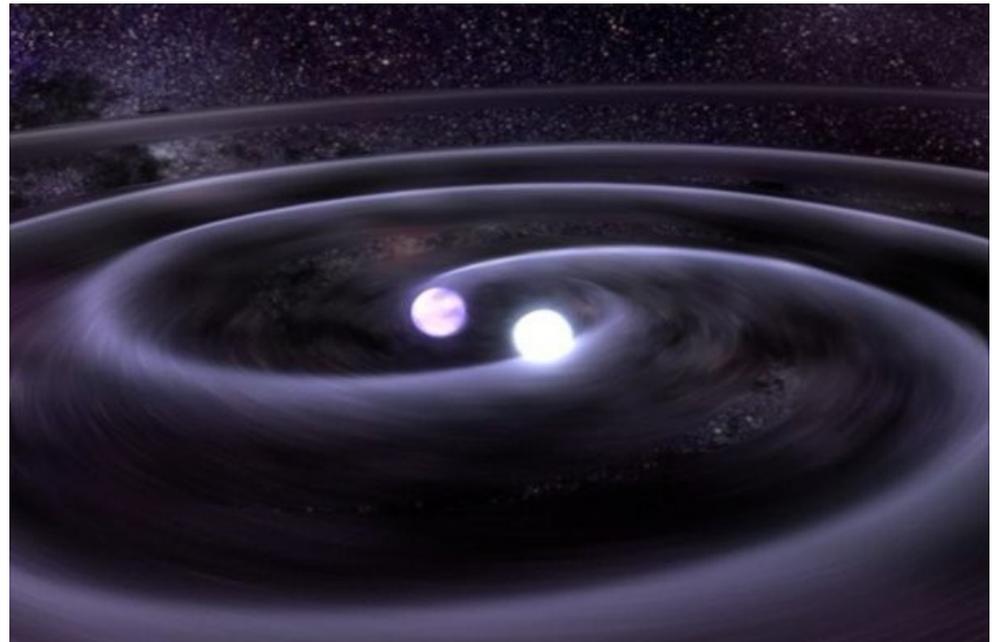
Massa de buracos negros

Estelares: 3 – 25 M_{\odot} . São devidos ao colapso de estrelas massivas. Também é possível devido a uma estrela de nêutrons com $M < 3 M_{\odot}$ em sistema binário, pela transferência de massa da companheira.

[LIGO: 29 e 36 M_{\odot} . São buracos negros massivos pela fusão de menores objetos?]

LIGO: 11 February 2016,
discovery of gravitational
waves.

Event **GW150914**,
detected on 2015/09/14



Se o vento estelar for fraco (ou seja menor perda de massa)
→ é possível termos buracos negros estelares massivos.

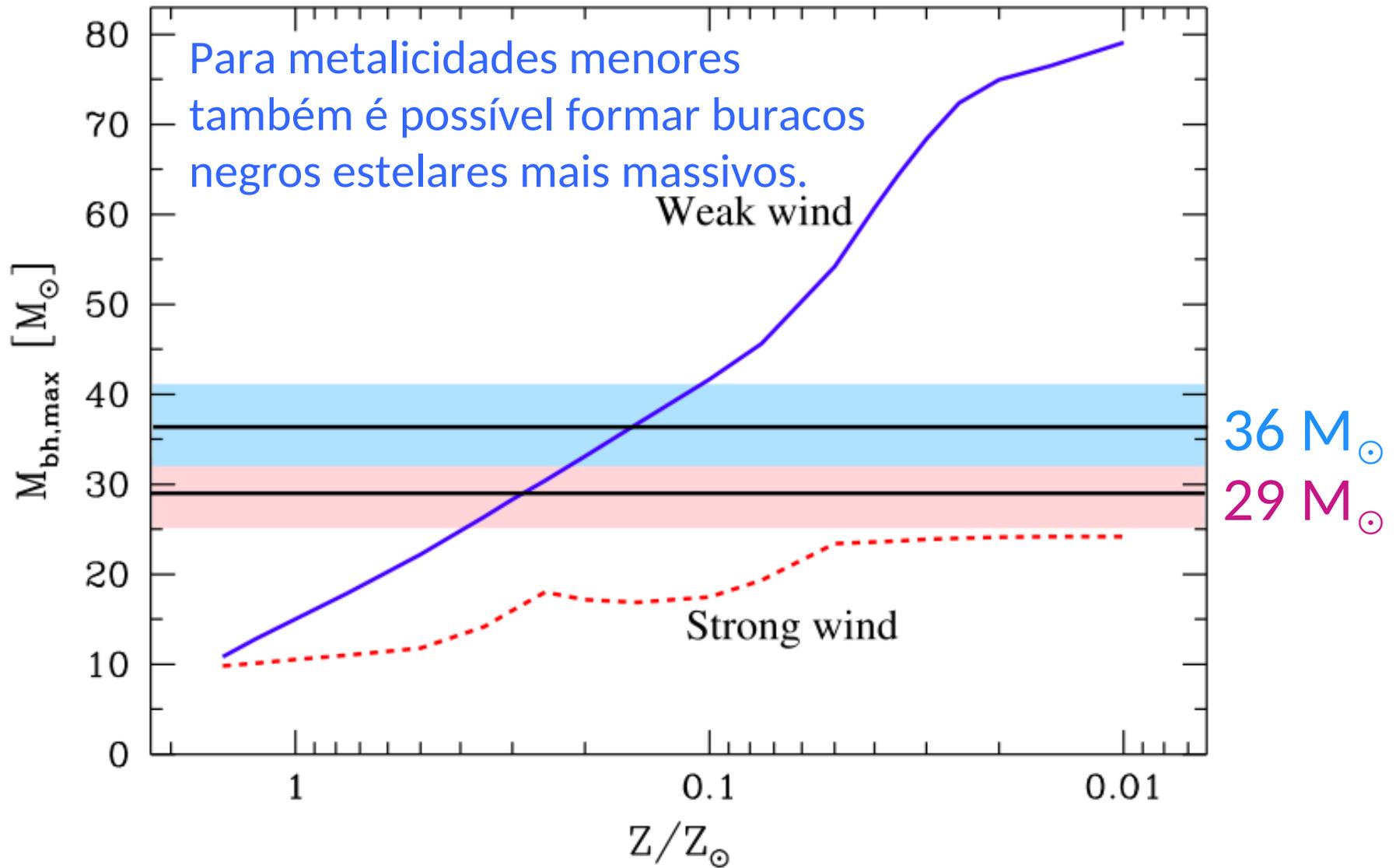
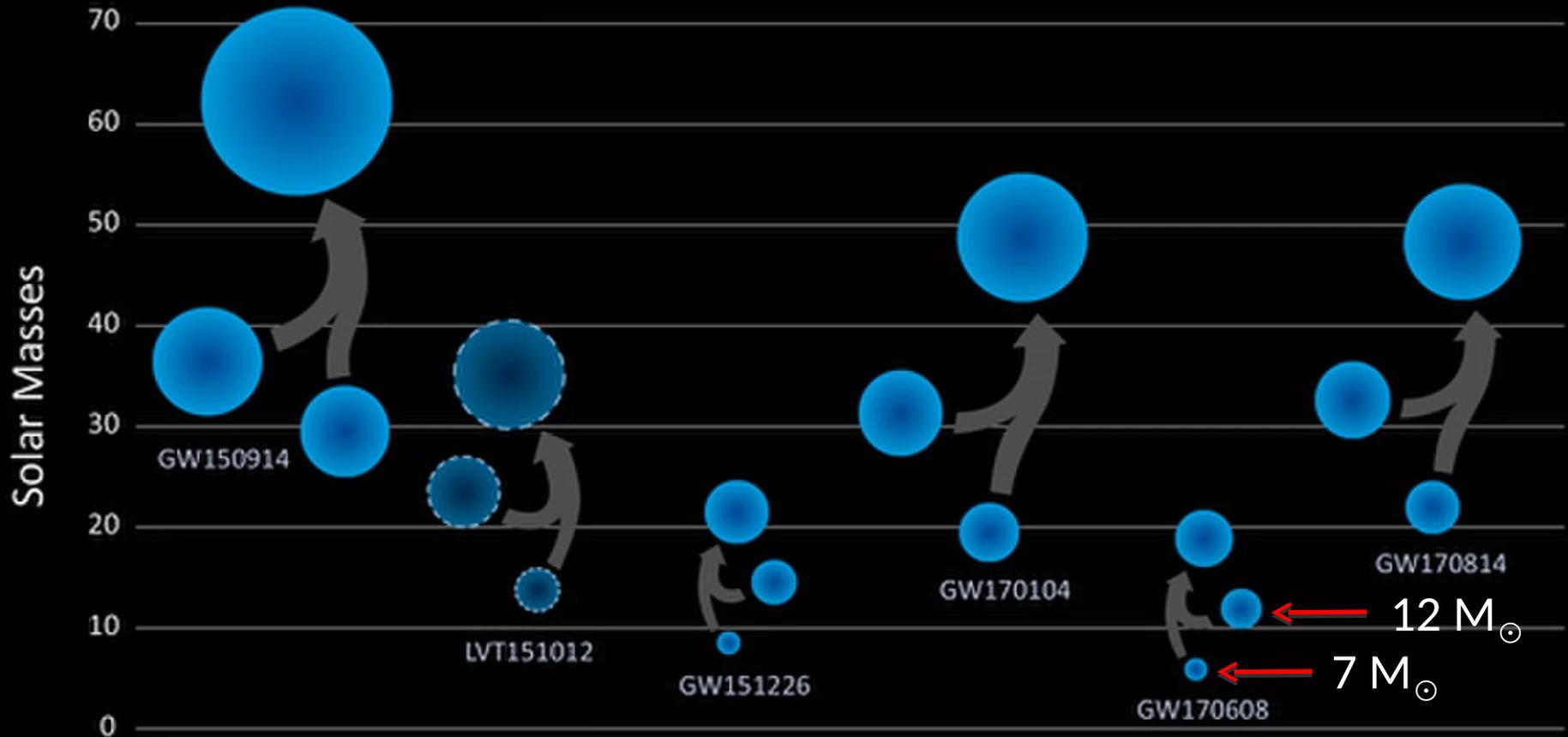


Figure 1. Left: dependence of maximum BH mass on metallicity Z , with $Z_{\odot} = 0.02$ for the old (strong) and new (weak) massive-star winds

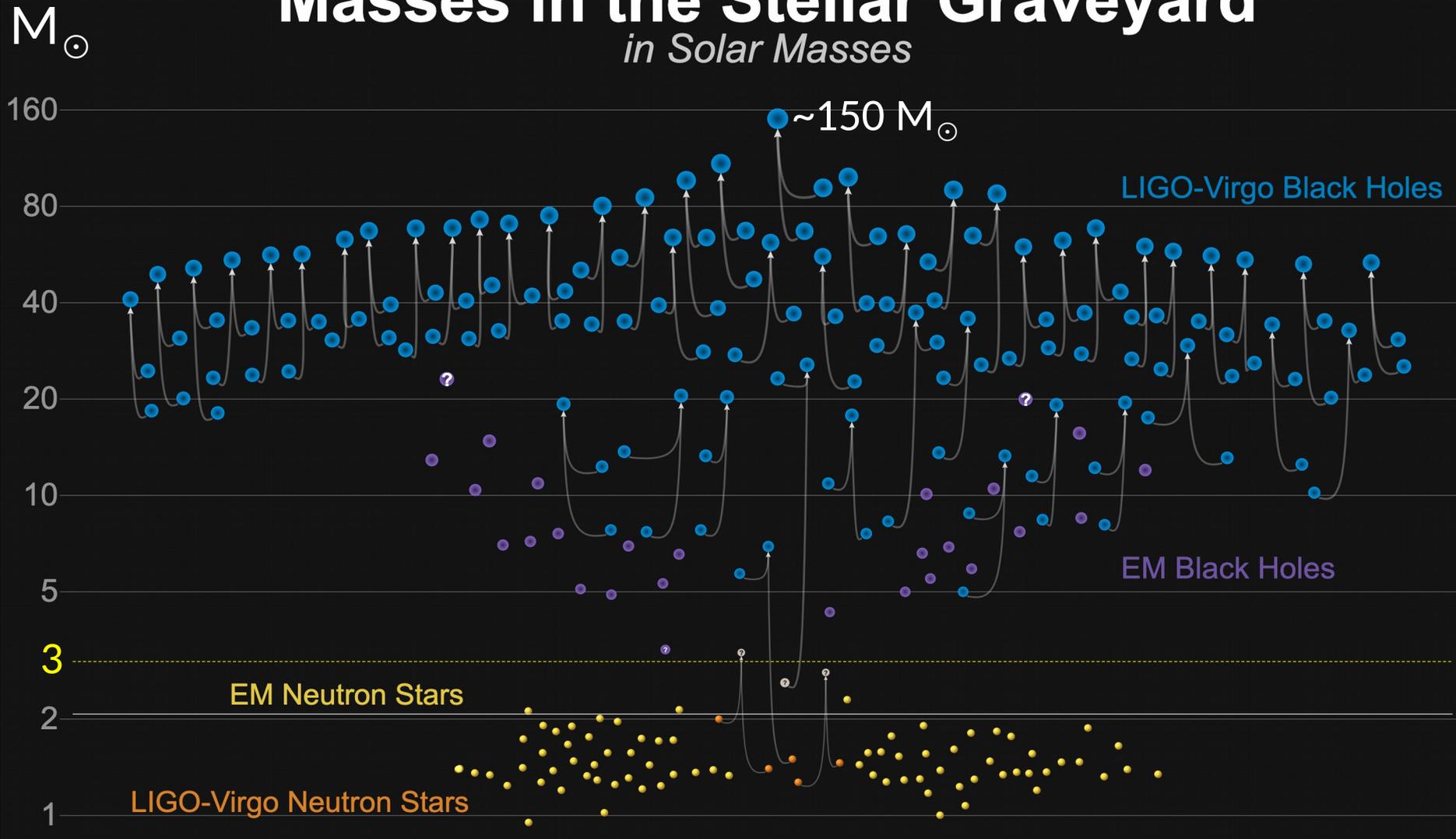
Black Holes of Known Mass

17 nov 2017: fusão de buracos negros de 7 e 12 M_{\odot}



Masses in the Stellar Graveyard

in Solar Masses



<https://www.ligo.org/detections/>

28/10/2020

GWTC-2 plot v1.0

LIGO-Virgo | Frank Elavsky, Aaron Geller | Northwestern

Massa de buracos negros

Massa intermediária. IMBH: 100 – 1000 M_{\odot} .

Talvez formados em ambientes muito densos como aglomerados globulares, pela fusão de estrelas para formar estrela supermassiva e pela fusão de buracos negros de massa estelar.



Massa de buracos negros

Supermassivos: $10^5 - 10^9 M_{\odot}$.

No centro de provavelmente a maioria das galáxias, incluindo a nossa ($M \sim 4 \times 10^6 M_{\odot}$). **Formação ainda em aberto.** Colapso de gigantesca nuvem primordial?
Fusão de buracos negros estelares massivos?

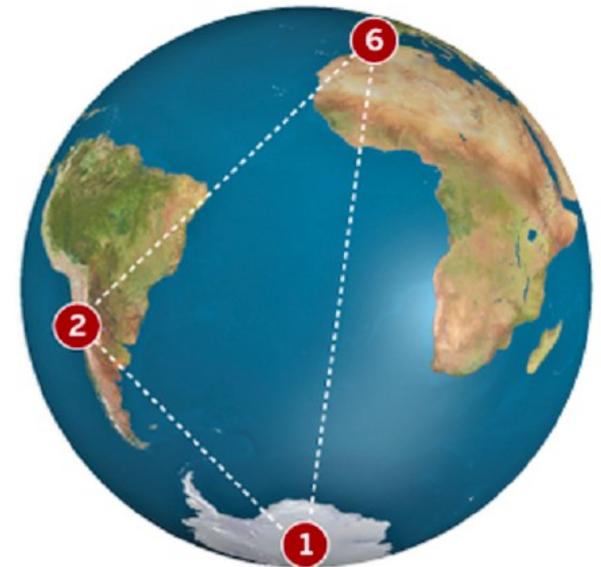


Simulated Image

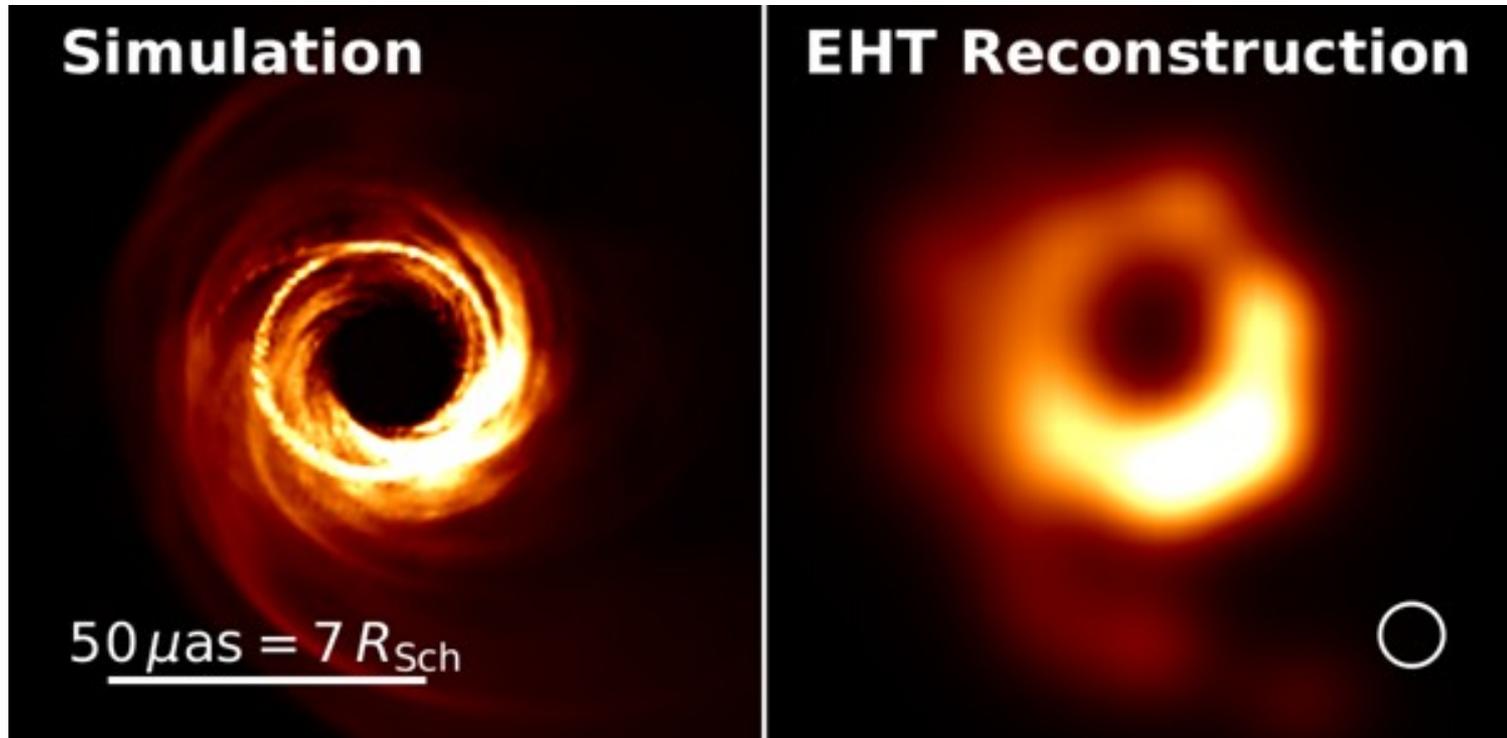


Event horizon telescope:
Sgr A*: buraco negro
central de nossa galáxia
(4 milhões de M_{\odot})

Event horizon
telescope



Primeira observação do horizonte de evento de um buraco negro, na galáxia M87



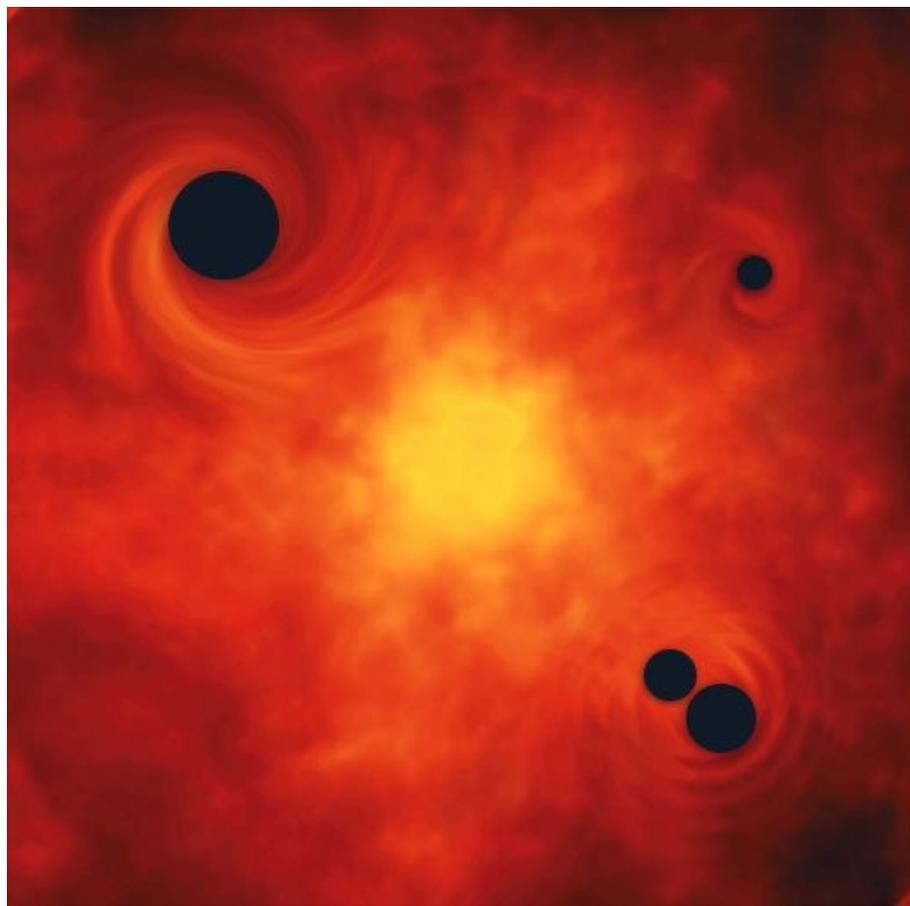
First-ever Image of a Black Hole Published by the Event Horizon Telescope Collaboration

April 10, 2019

Massa de buracos negros

Primordiais: 10^{-8} kg – $10^5 M_{\odot}$.

Formados nos primeiros instantes do universo.



Terra buraco negro?

Exemplo 17.3.1. Qual o raio da Terra para se tornar um buraco negro?

$$R_S = 2GM_{\oplus}/c^2 = 0.009 \text{ m} \\ = 9 \text{ mm}$$

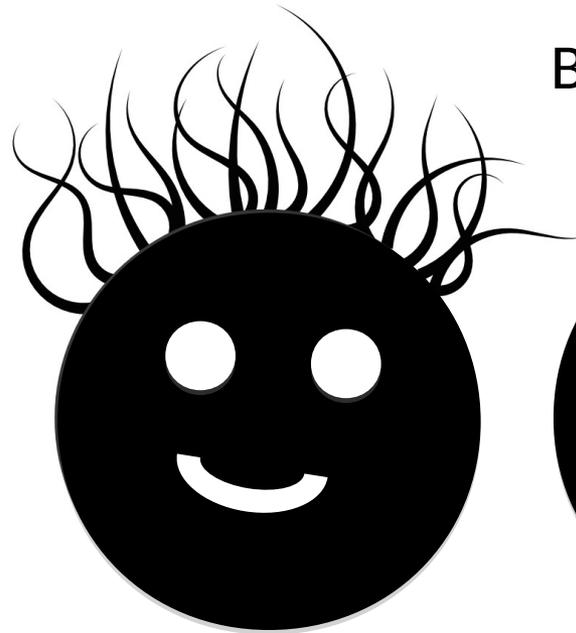


Teorema da calvície:

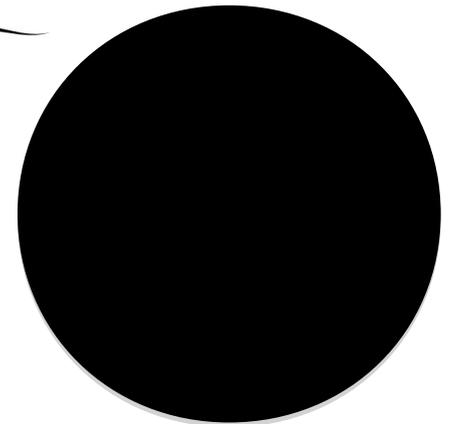
Buracos negros não têm cabelo

Buracos negros podem ser descritos por apenas 3 propriedades:

- Massa
- Momento angular
- Carga elétrica.



Buracos negros são carecas



Singularidades nuas

Momento angular máximo para buraco negro em rotação (de Kerr): $L_{\max} = \frac{GM^2}{c}$

Se o momento angular for maior \rightarrow singularidade nua, porem deve ser uma solução não física.

Example 17.3.2. The maximum angular momentum for a solar-mass black hole is

$$L_{\max} = \frac{GM_{\odot}^2}{c} = 8.81 \times 10^{41} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

By comparison, the angular momentum of the Sun (assuming uniform rotation) is $1.63 \times 10^{41} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$, about 18% of L_{\max} . We should expect that many stars will have angular momenta that are comparable to L_{\max} , and so vigorous (if not maximal) rotation ought to be common for stellar-mass black holes.

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} L \omega = \frac{1}{2} L c/R$$

$$U \sim (3/5) G M^2 / R$$

Arrasto do referencial espaço-temporal

Spacetime Frame Dragging

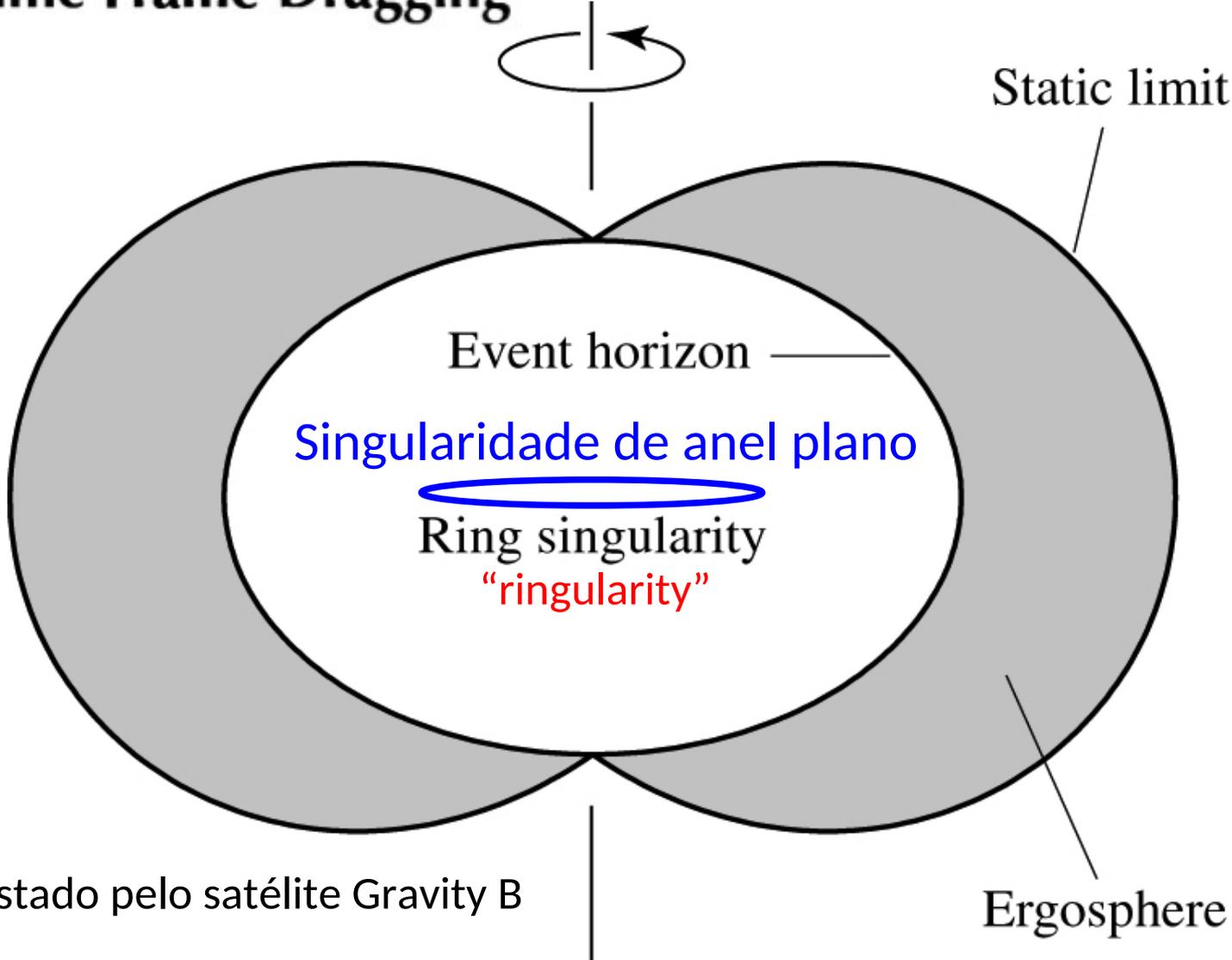
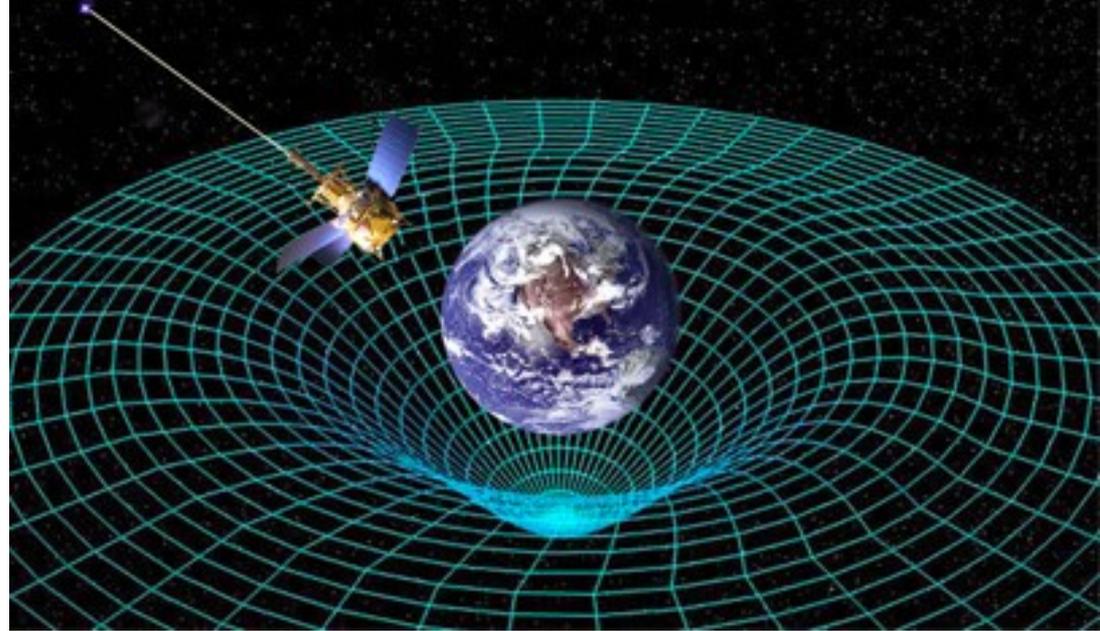


FIGURE 17.22 The structure of a maximally rotating black hole, with the ring singularity seen edge-on. The location of the event horizon at the equator is $r = \frac{1}{2}R_S = GM/c^2$.

Arrasto da terra testado pelo satélite Gravity B

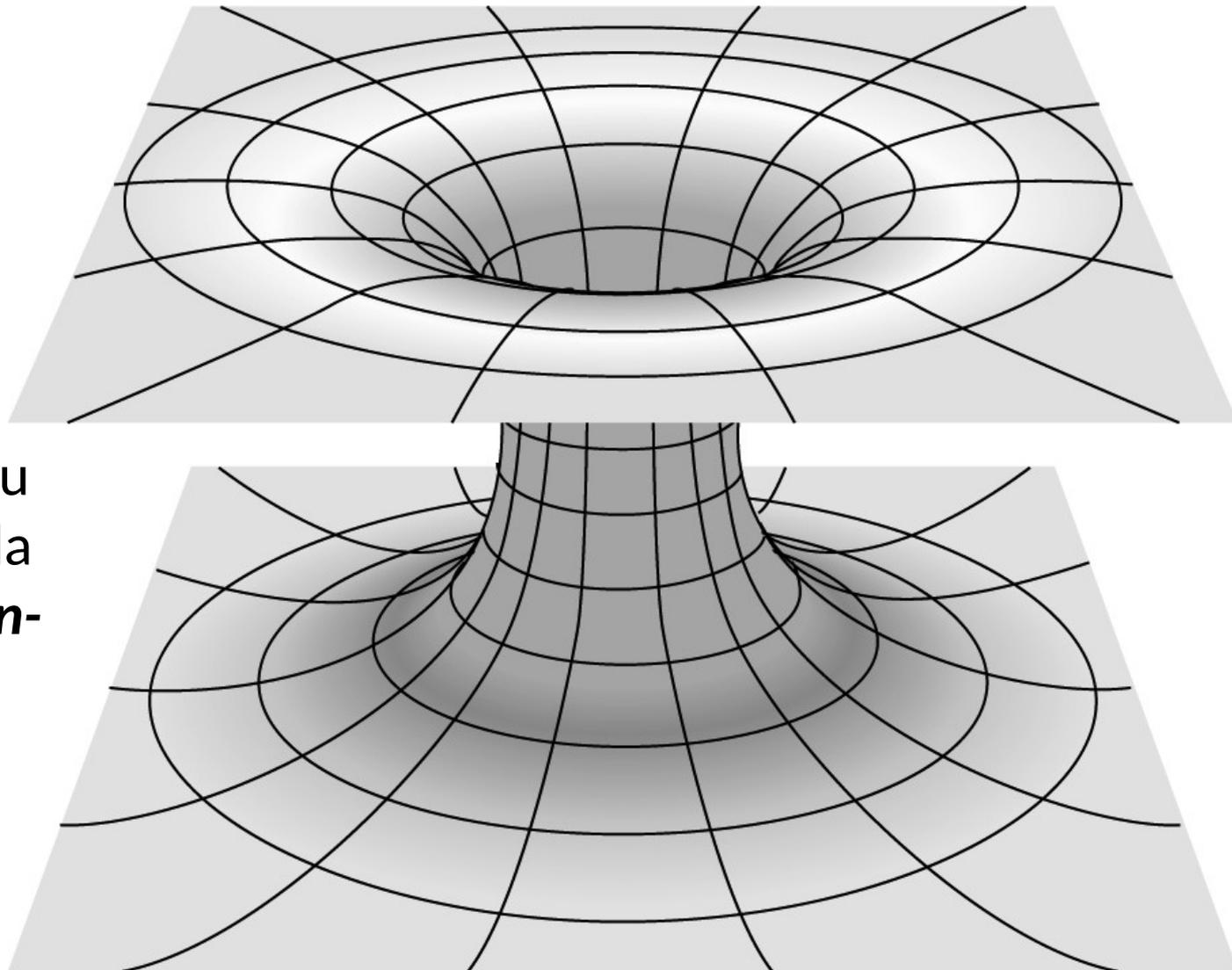
Everitt et al. 2011, Phys.
Rev. Lett. 106, 221101



Gravity Probe B: Final Results of a Space Experiment to Test
General Relativity

Gravity Probe B is a space experiment testing fundamental predictions of Einstein's theory of general relativity (GR). Data collection started 28 August 2004 and ended 14 August 2005. Measured frame-dragging drift rate of -37.2 ± 7.2 mas/yr, to be compared with the GR predictions of -39.2 mas/yr ("mas" is milliarcsecond; $1 \text{ mas} = 4.848 \times 10^{-9}$ rad).

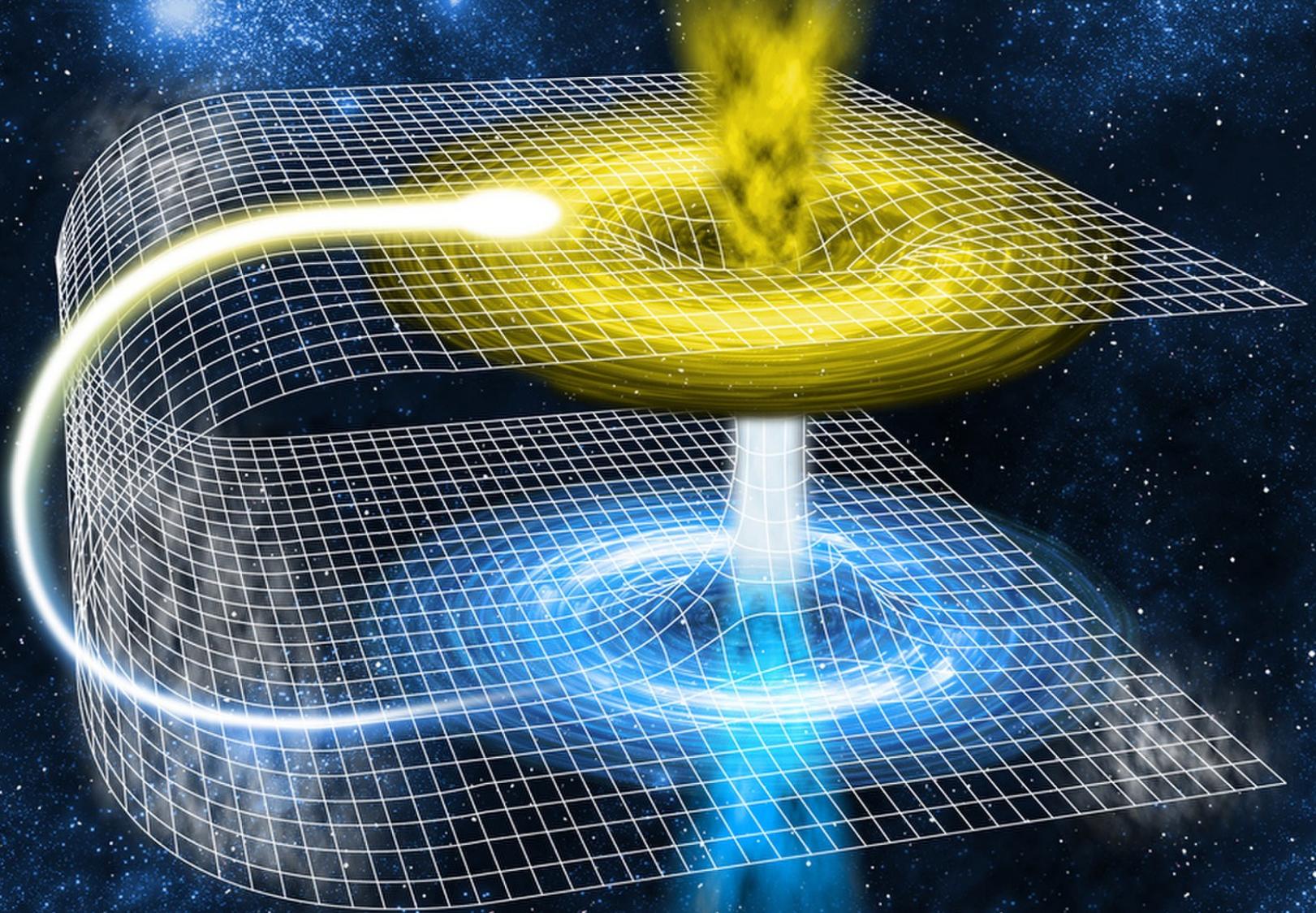
Túneis no espaço-tempo



Garganta de
Schwarzschild, ou
também chamada
Ponte de *Einstein-
Rosen*

FIGURE 17.23 Depiction of a Schwarzschild throat connecting two different regions of spacetime. Any attempted passage of matter or energy through the throat would cause it to collapse.

Buracos de minhoca



Candidatos a buracos negros de massa estelar

Gás que espirala em direção ao buraco negro é comprimido e aquecido, emitindo raios-X

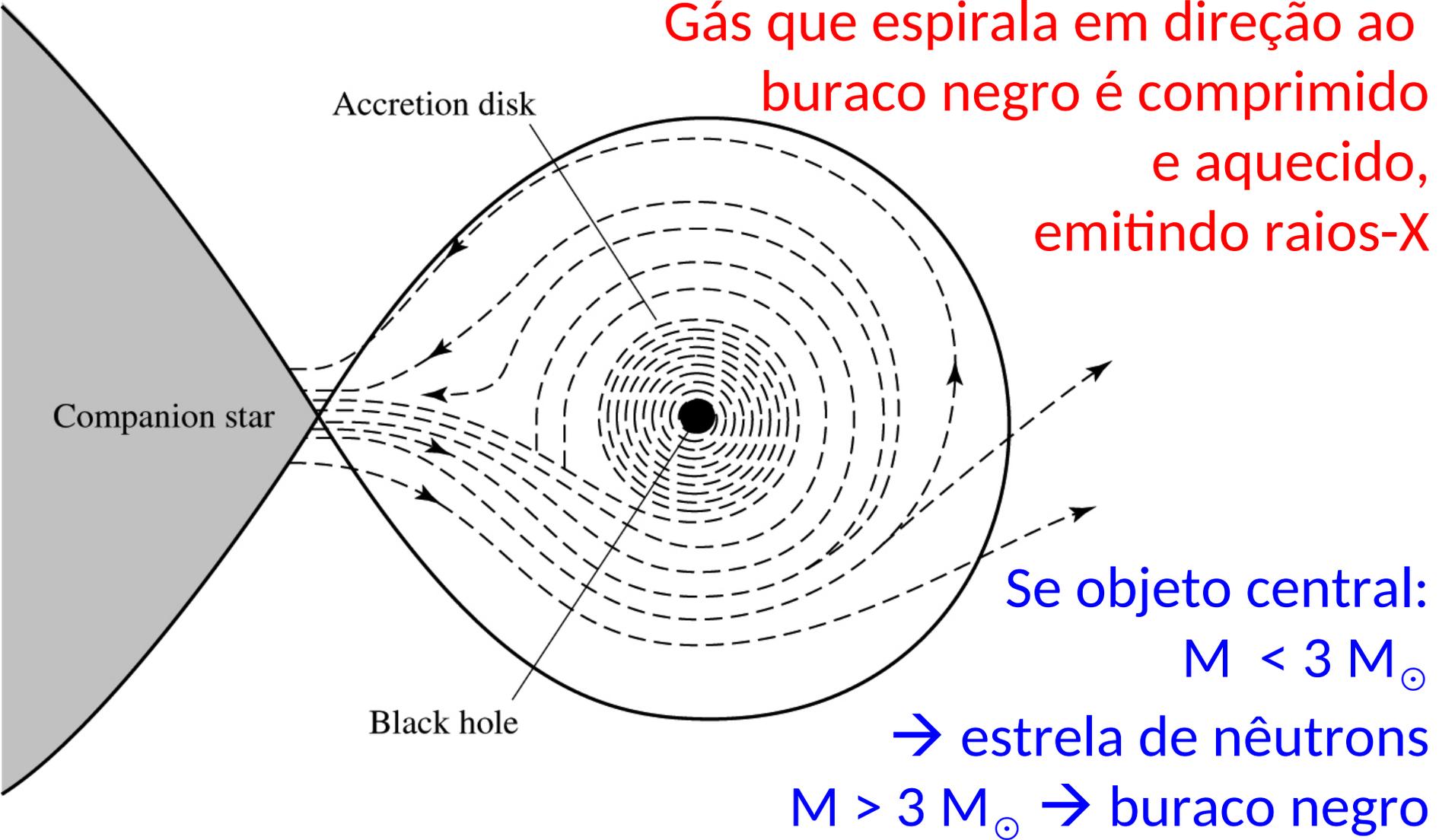
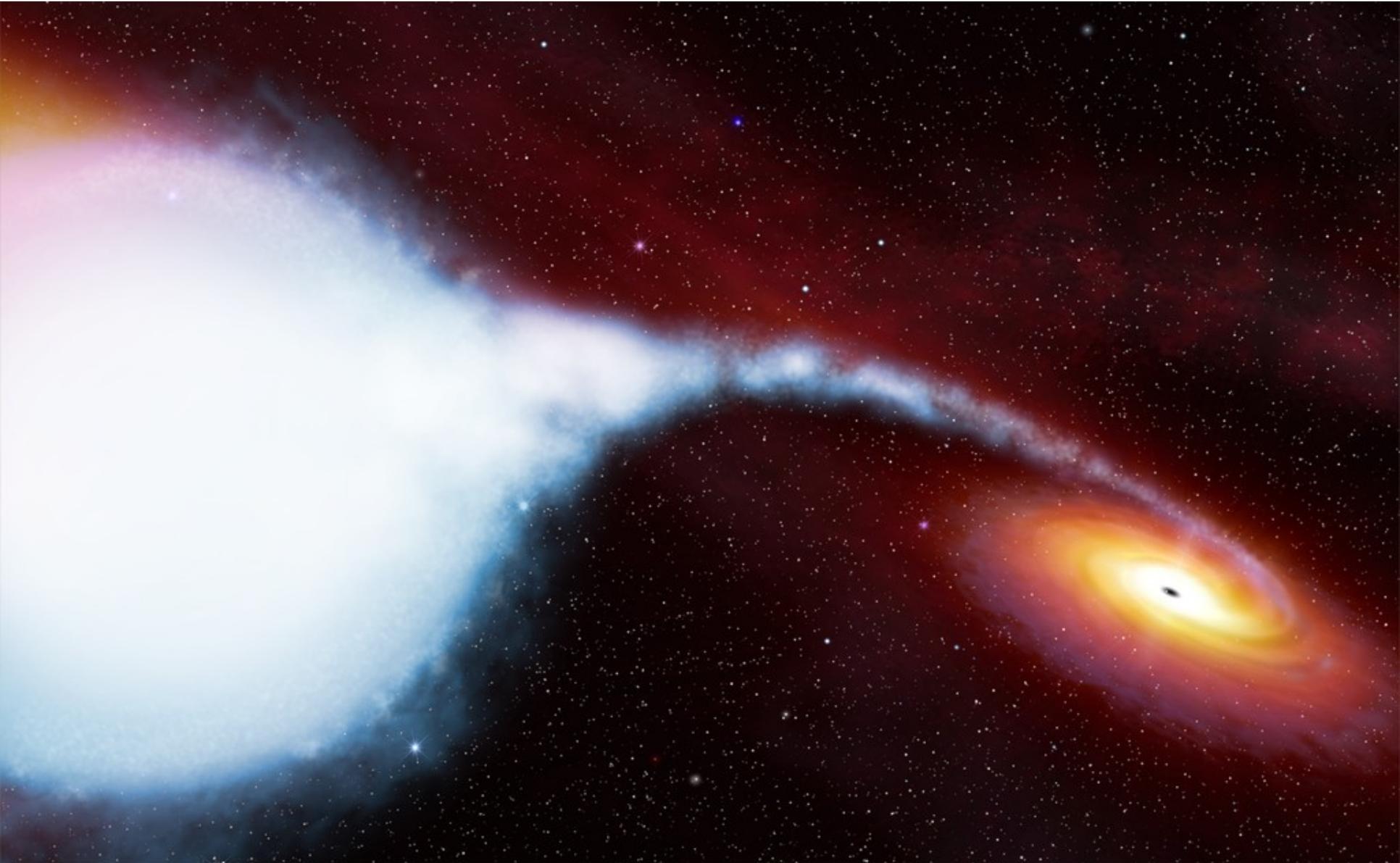
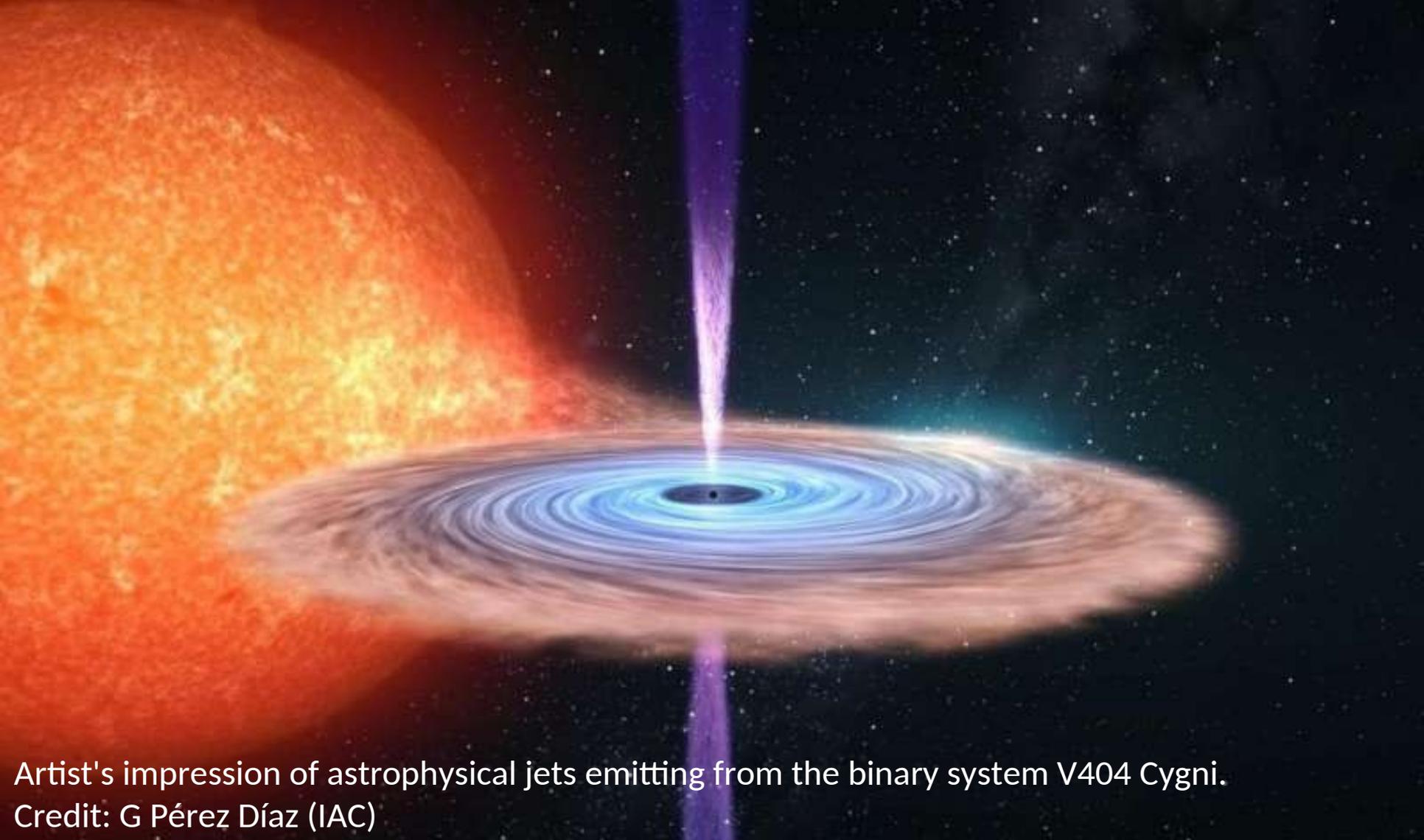


FIGURE 17.24 Gas pulled from a companion star forms an X-ray emitting disk around a black hole.

Sistema binário Cygnus X-1: buraco negro de $15 M_{\odot}$



An artist's impression of the HDE 226868–Cygnus X-1 binary system. © ESA/Hubble



Artist's impression of astrophysical jets emitting from the binary system V404 Cygni.

Credit: G Pérez Díaz (IAC)

Outro buraco negro estelar: V404 Cygni, buraco negro de $10 M_{\odot}$

Estrela companheira: tipo K3III

Khargharia et al. 2010

Radiação de Hawking

Mecanismo descoberto em 1974 por Stephen Hawking.

Par de partícula e antipartícula é criado usando a energia gravitacional. Uma das partículas consegue escapar, levando parte da massa do buraco negro

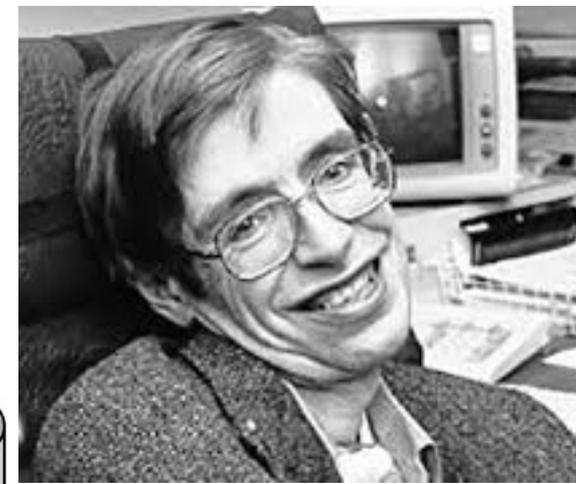
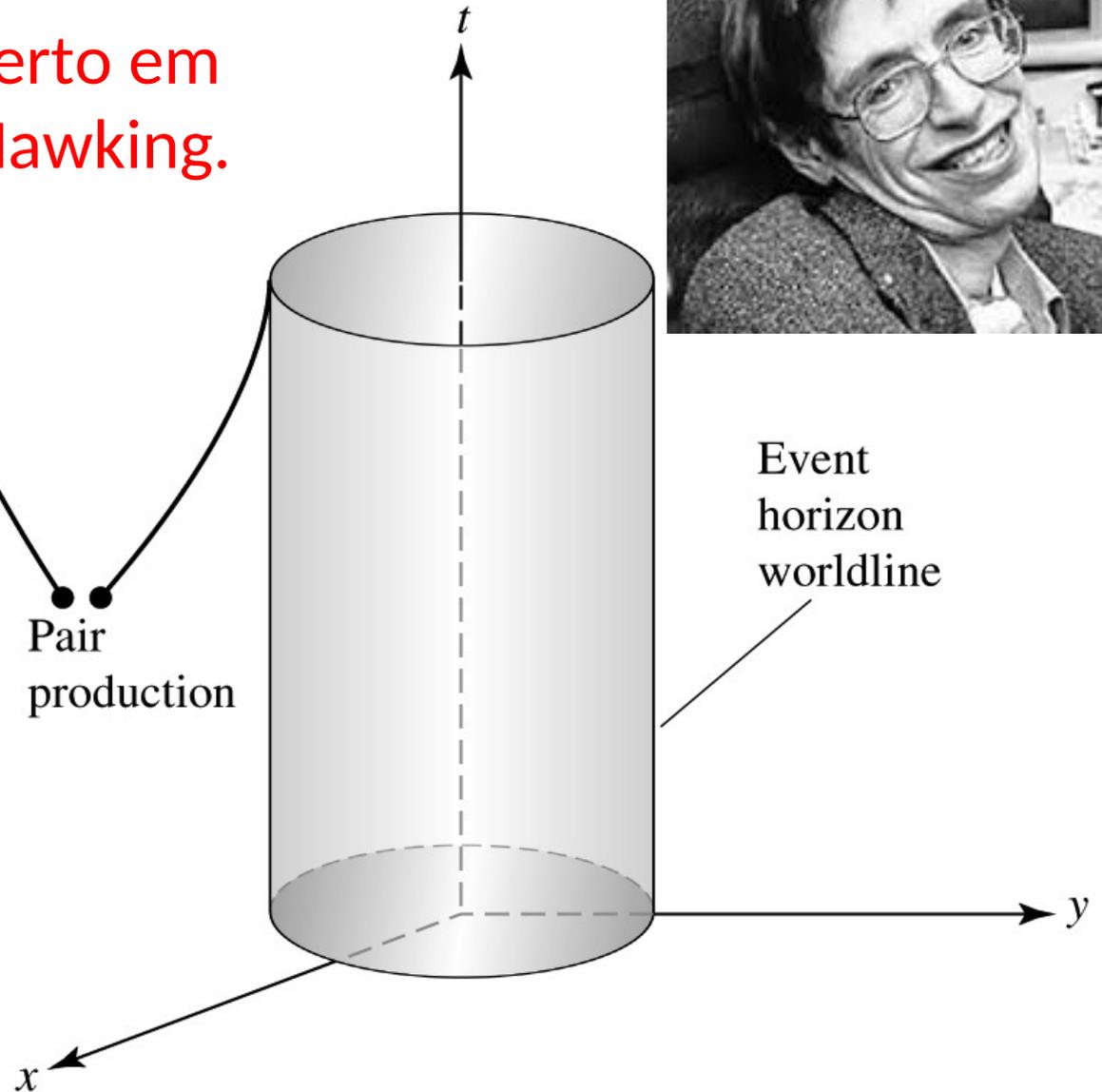


FIGURE 17.25 Spacetime diagram showing particle–antiparticle pairs created near the event horizon of a black hole.

Tempo de evaporação de buracos negros

$$t_{\text{evap}} = 2560\pi^2 \left(\frac{2GM}{c^2} \right)^2 \left(\frac{M}{h} \right)$$
$$\approx 2 \times 10^{67} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^3 \text{ yr.}$$

Se $M = 8 M_{\odot} \rightarrow$ tempo de evaporação de 10^{70} anos

Se $M = 1,7 \times 10^{11} \text{ kg} \rightarrow$ evaporação de mini buracos negros primordiais (13 bilhões de anos)

NOTA: ainda não foi detectada radiação final da evaporação de buracos negros primordiais (raios gama 100 MeV, taxa 10^{13} W)

Total mass of human population $\sim 4 \times 10^{11} \text{ kg}$

Mass of the Earth = $6 \times 10^{24} \text{ kg}$

Buracos negros no IAG/USP: Prof. Rodrigo Nemmen



A Ciência do Filme Interstellar

Rodrigo Nemmen

4 de Março, 14h
Auditório do IAG

Relatividade Geral e Aplicações Astrofísicas

AGA0319

Prof. Rodrigo
Nemmen



Sair da tela inteira (f)

INPE: astrofísica
de ondas
gravitacionais:
Prof. Odylio Aguiar

