

Cap. 10. Interiores Estelares

10.1 Equilíbrio Hidrostático

10.2 Equação de estado da Pressão

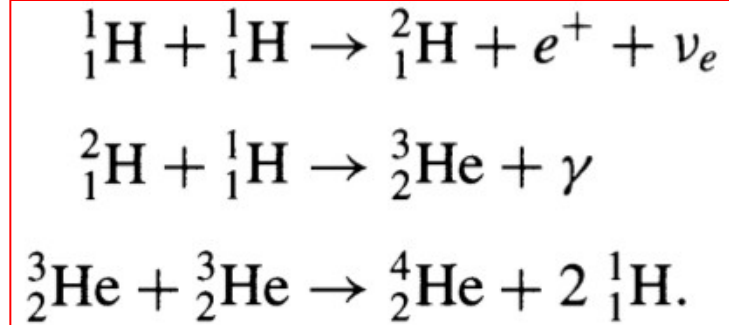
10.3 Fontes de energia

10.4 Transporte de energia: Radiação

10.4 Transporte de energia: Convecção

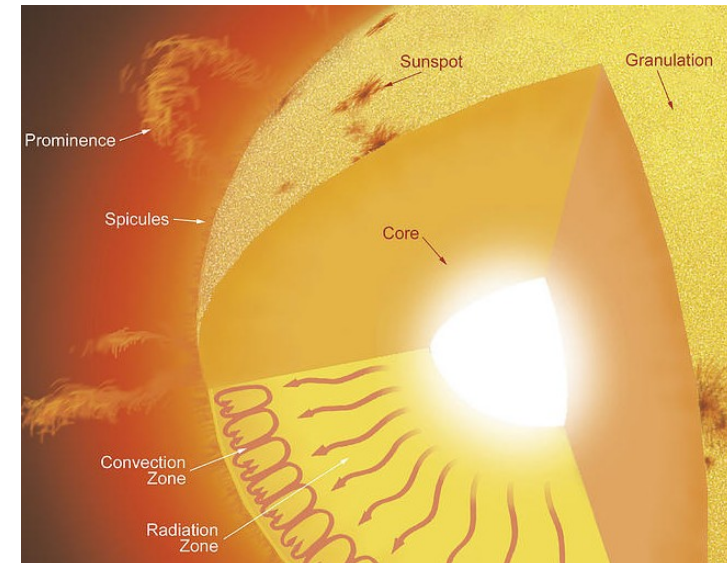
10.5 Modelos estelares

10.6 A Sequência Principal



AGA 0293, Astrofísica Estelar, IAG-USP

Jorge Meléndez



10.3 Fontes de energia estelar

Spoiler:

Energia potencial por contração gravitacional:

$$t_{\text{KH}} = \frac{\Delta E_g}{L_{\odot}} \sim 10^7 \text{ anos} \quad t_{\text{KH}} \text{ é a escala de tempo Kelvin-Helmholtz}$$

Energia por fusão nuclear:

$$t_{\text{nuclear}} = \frac{E_{\text{nuclear}}}{L_{\odot}} \sim 10^{10} \text{ anos}$$

Idade do Sistema Solar ($4,6 \times 10^9$ anos)

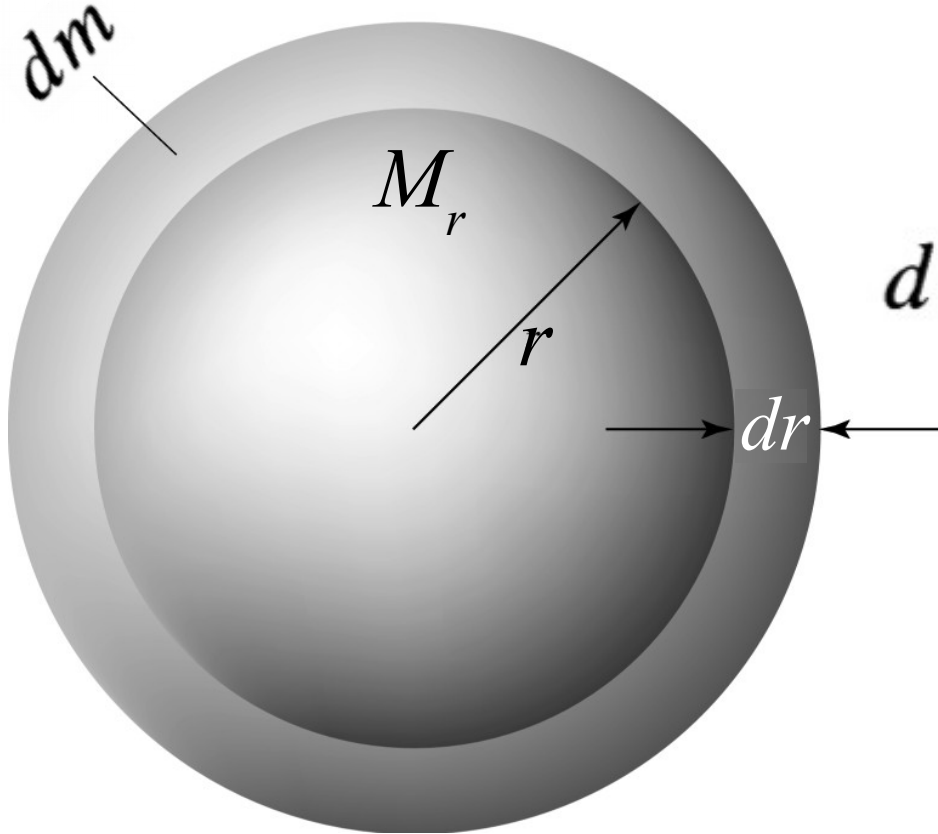
Energia potencial gravitacional de sistema de 2 partículas (Cap. 2):

$$U = -G \frac{Mm}{r}$$

Energía potencial gravitacional de sistema de 2 partículas (Cap. 2):

$$U = -G \frac{Mm}{r}$$

$$dm = 4\pi r^2 \rho dr$$



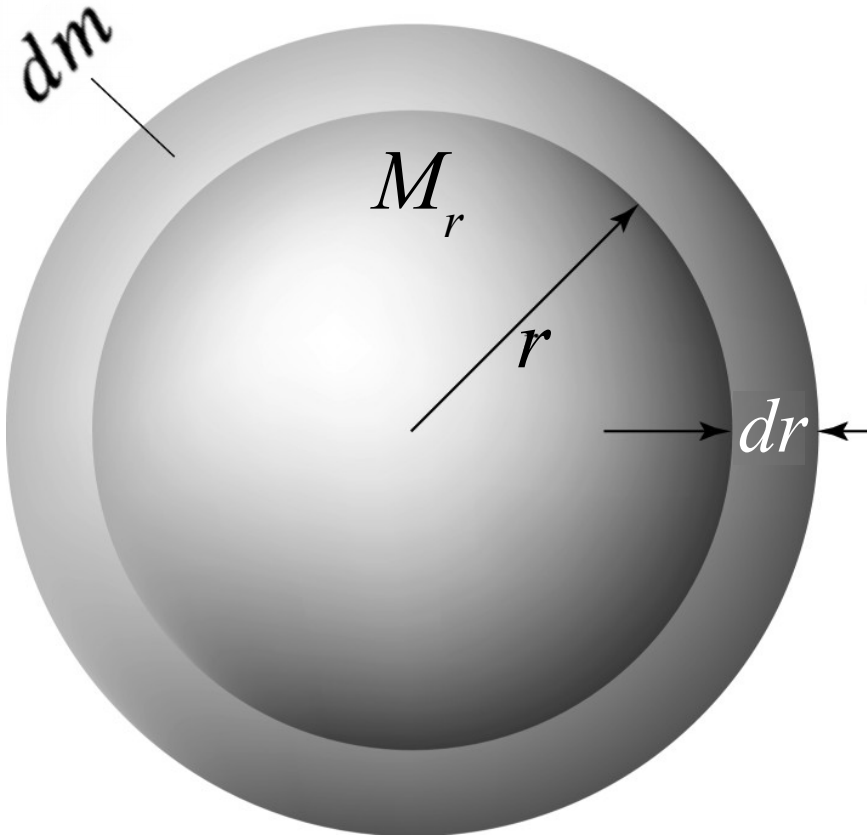
$$dU_{g,i} = -G \frac{M_r dm_i}{r}$$

$$dU_g = -G \frac{M_r 4\pi r^2 \rho}{r} dr$$

Energia potencial gravitacional de sistema de 2 partículas (Cap. 2):

$$U = -G \frac{Mm}{r}$$

$$dm = 4\pi r^2 \rho dr$$



$$dU_{g,i} = -G \frac{M_r dm_i}{r}$$

$$dU_g = -G \frac{M_r 4\pi r^2 \rho}{r} dr$$

$$U_g = -4\pi G \int_0^R M_r \rho r dr$$

R: raio da estrela

$$U_g = -4\pi G \int_0^R M_r \rho r dr$$

Para integrar
precisamos M_r ou ρ_r

Em 1a aproximação, considerar uma densidade média:

$$\rho \sim \bar{\rho} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \quad \rightarrow \quad M_r \sim \frac{4}{3}\pi r^3 \bar{\rho}$$

$$U_g = -4\pi G \int_0^R M_r \rho r dr$$

Para integrar precisamos M_r ou ρ_r

Em 1a aproximação, considerar uma densidade média:

$$\rho \sim \bar{\rho} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \rightarrow M_r \sim \frac{4}{3}\pi r^3 \bar{\rho}$$

$$U_g = -4\pi G \int_0^R \frac{4}{3}\pi r^3 \bar{\rho} \bar{\rho} r dr = -\frac{16\pi^2}{3} G \bar{\rho}^2 \int_0^R r^4 dr$$

$$U_g = -4\pi G \int_0^R M_r \rho r dr$$

Para integrar precisamos M_r ou ρ_r

Em 1a aproximação, considerar uma densidade média:

$$\rho \sim \bar{\rho} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \rightarrow M_r \sim \frac{4}{3}\pi r^3 \bar{\rho}$$

$$U_g = -4\pi G \int_0^R \frac{4}{3}\pi r^3 \bar{\rho} \bar{\rho} r dr = -\frac{16\pi^2}{3} G \bar{\rho}^2 \int_0^R r^4 dr$$

$$\rightarrow U_g \sim -\frac{16\pi^2}{15} G \bar{\rho}^2 R^5 \sim -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$$

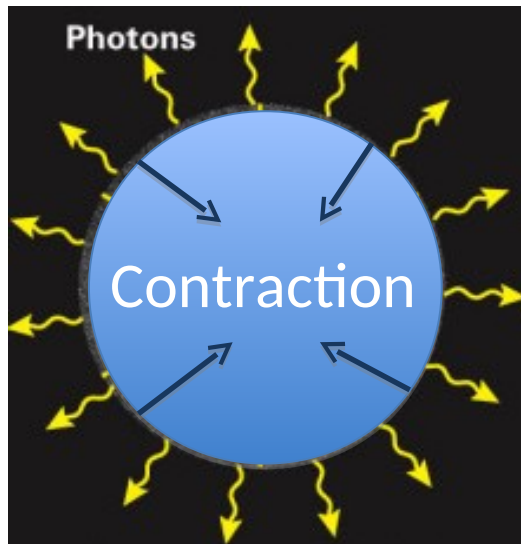
$$U_g = -4\pi G \int_0^R M_r \rho r dr$$

Considerando
densidade média: $\rho \sim \bar{\rho} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

$$\rightarrow U_g \sim -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$$

$-2 \langle K \rangle = \langle U \rangle$ Cap. 2, teorema
 $\langle E \rangle = \langle K \rangle + \langle U \rangle$ do virial ($E = \frac{1}{2} U$)

$$\langle E \rangle = \frac{1}{2} \langle U \rangle$$



→ energia disponível
para irradiar pela
contração da estrela:

$$E \sim -\frac{3}{10} \frac{GM^2}{R}$$

Exemplo 10.3.1. Se o Sol foi inicialmente muito maior do que ele é hoje, quanta energia teria liberado seu colapso?

$$E \sim -\frac{3}{10} \frac{GM^2}{R}$$

Assumindo $R_i \gg R_{\text{sol}}$:

$$\Delta E_g = -(E_f - E_i) \simeq -E_f \simeq \frac{3}{10} \frac{GM_{\odot}^2}{R_{\odot}} \simeq 1.1 \times 10^{41} \text{ J.}$$

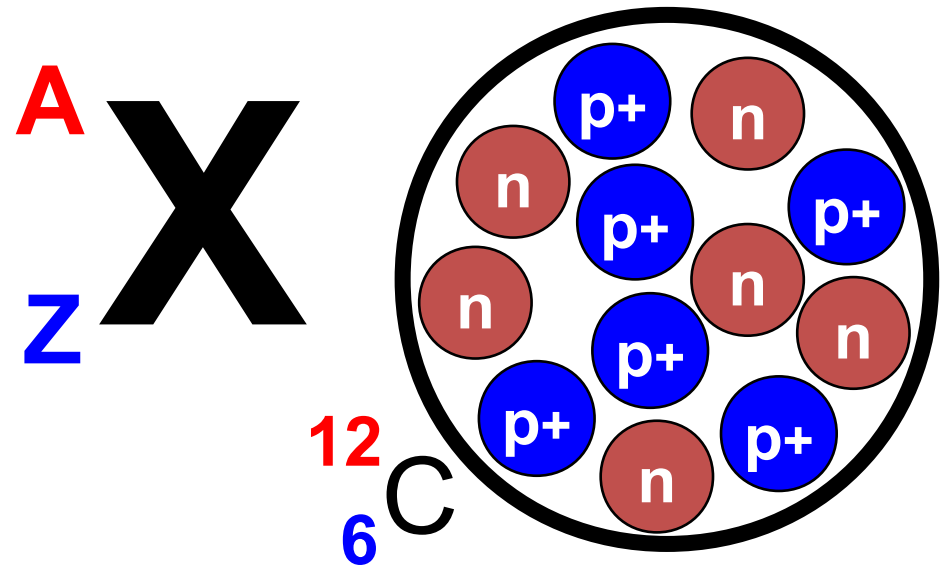
Supondo luminosidade aprox. constante para o Sol:

$$t_{\text{KH}} = \frac{\Delta E_g}{L_{\odot}} \sim 10^7 \text{ anos} \quad t_{\text{KH}} \text{ é a escala de tempo Kelvin-Helmholtz}$$

$t_{\text{KH}} \ll$ idade do Sistema Solar ($4,6 \times 10^9$ anos)

Representação do elemento químico X

A = Número de núcleons = Z + Nêutrons



Z : Número de Prótons
(número atômico)

A: Número de massa

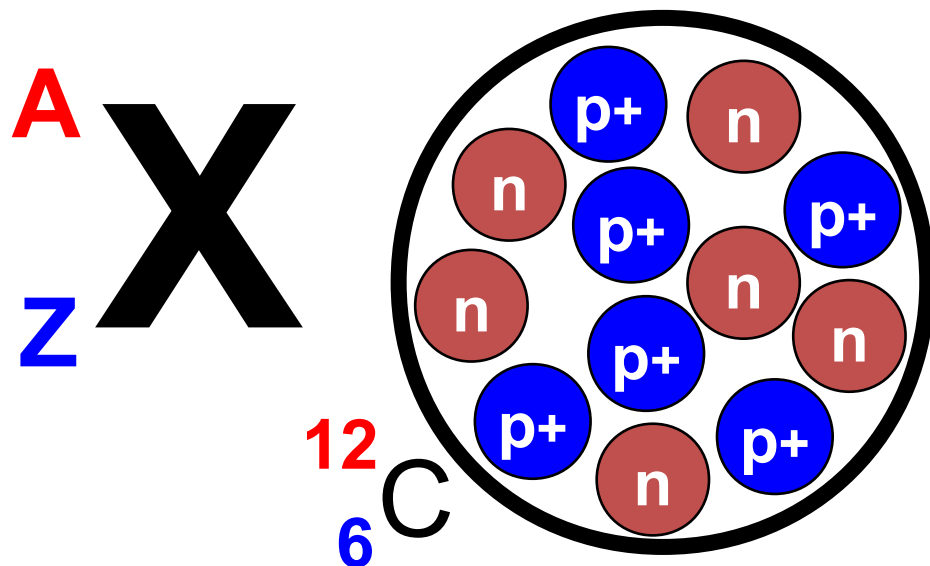
Representação do elemento químico X

$$A = \text{Número de núcleons} = Z + \text{Nêutrons}$$

Isótopo de um elemento químico:

igual número de prótons (Z) mas diferente número de nêutrons \rightarrow diferente A .

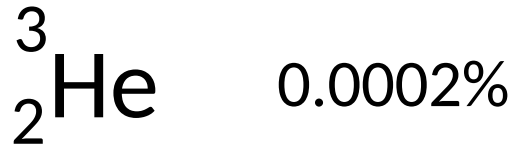
Exemplo: urânio ($Z = 92$)
tem como isótopos mais abundantes o urânio-238



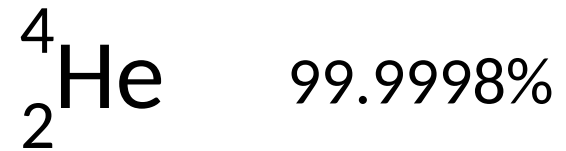
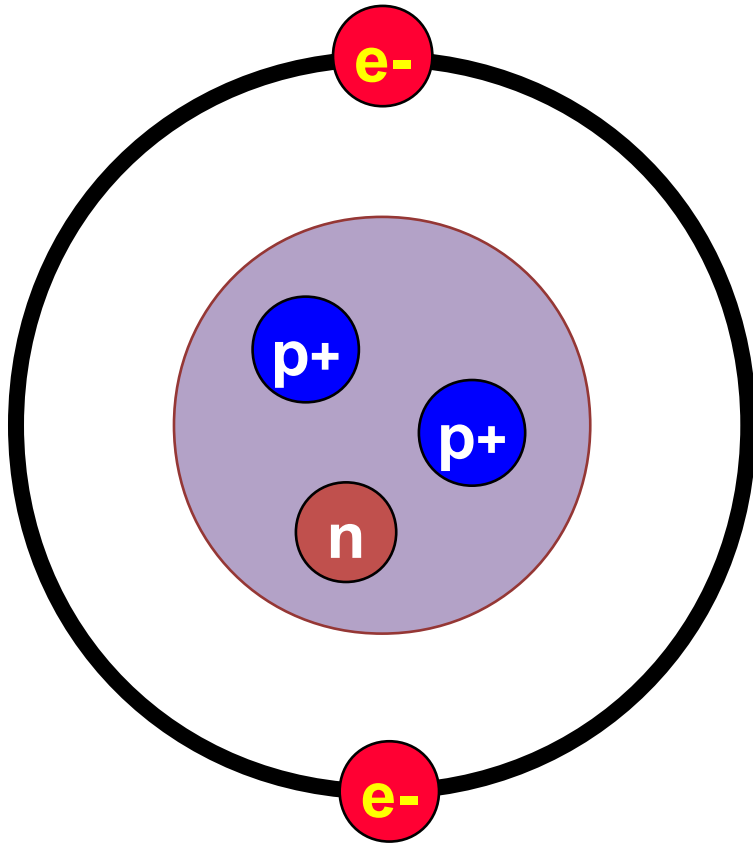
Z : Número de Prótons
(número atômico)

A : Número de massa

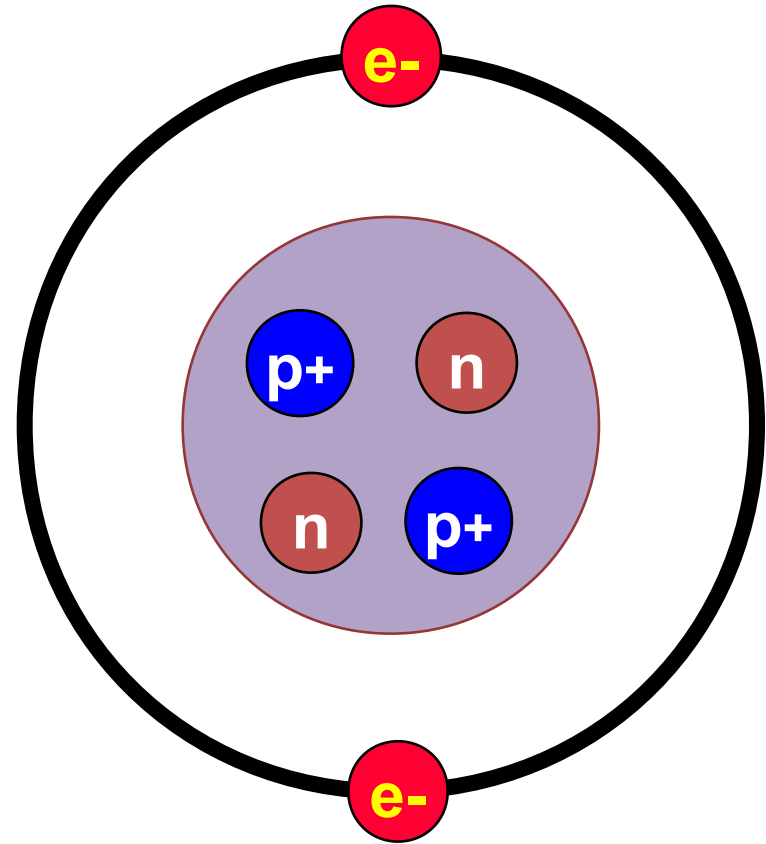
Isótopos estáveis do hélio



Hélio 3 (tralphium)



Hélio 4 (núcleo=partícula α)



Massa atômica

$$m_p = 1.67262158 \times 10^{-27} \text{ kg} = 1.00727646688 \text{ u}$$

$$m_n = 1.67492716 \times 10^{-27} \text{ kg} = 1.00866491578 \text{ u}$$

$$m_e = 9.10938188 \times 10^{-31} \text{ kg} = 0.0005485799110 \text{ u}$$

u: unidade de massa atômica (1/12 massa do carbono-12)

$$1 \text{ u} = 1.66053873 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$E = mc^2 \rightarrow 1 \text{ u} = 931,494013 \text{ MeV}$$

Massa do átomo de hidrogênio m_H

$$m_p = 1.67262158 \times 10^{-27} \text{ kg} = 1.00727646688 \text{ u}$$

$$m_e = 9.10938188 \times 10^{-31} \text{ kg} = 0.0005485799110 \text{ u.}$$

$$m_H = 1.00782503214 \text{ u}$$

A massa do átomo de hidrogênio é ligeiramente menor à soma das massas m_p e m_e !

A diferença é 13,6 eV, a energia de ionização!

$$m_H + 13,6 \text{ eV} = m_p + m_e$$

Fusão nuclear



Massa de 4H:
4,03130013 u

Massa de He:
4,02603 u

Δm : 0,028697 u (0,7%)

$$E_b = \Delta mc^2 = 26.731 \text{ MeV}$$

 b: binding

Exemplo 10.3.1. É a energia nuclear suficiente para manter o Sol brilhando durante seu tempo de vida?

Por simplicidade, supor que o Sol é 100% hidrogênio.

Também, supor que somente 10% da massa mais interna do Sol é quente o suficiente para a fusão nuclear

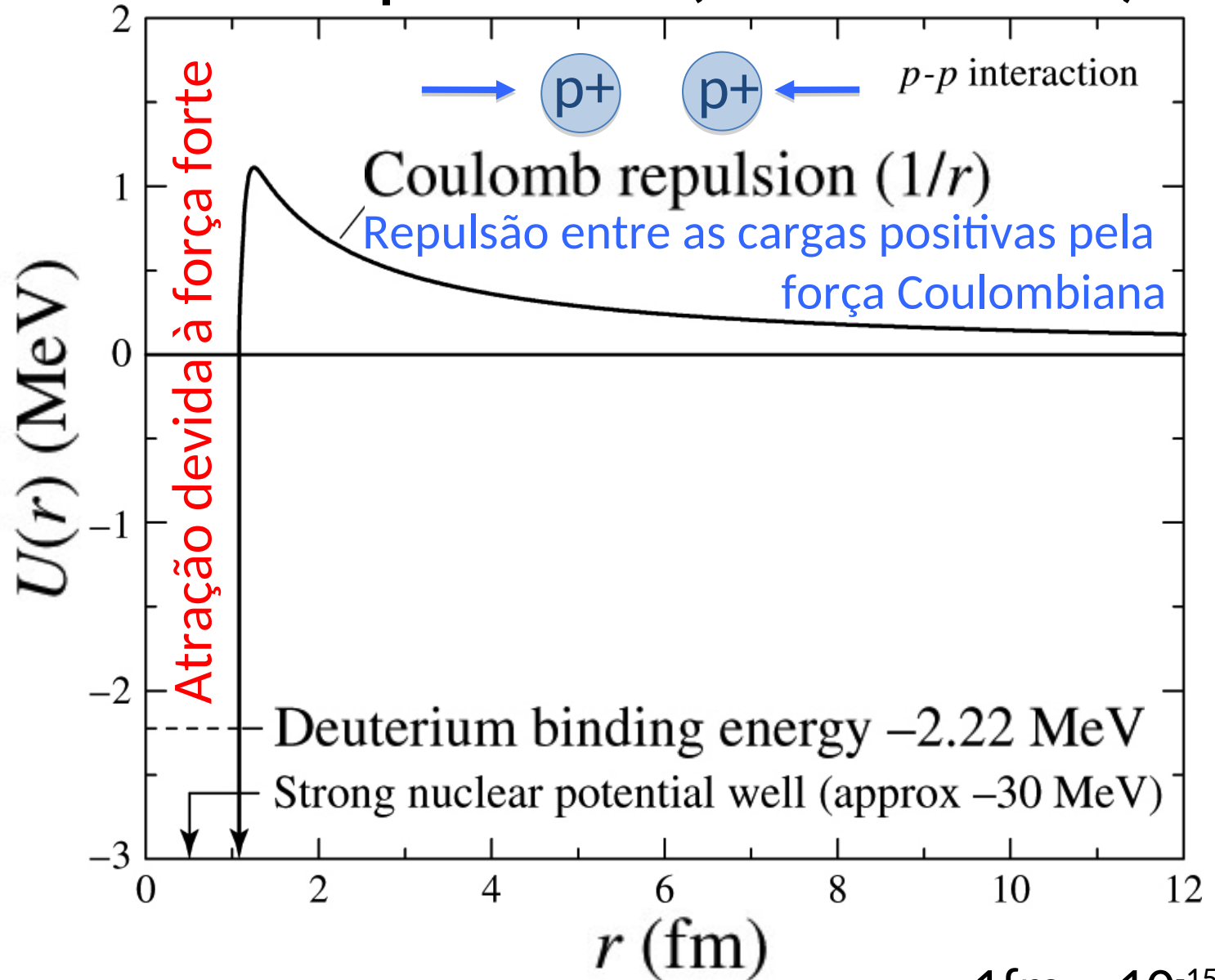
$$E_{\text{nuclear}} = 0.1 \times 0.007 \times M_{\odot} c^2 = 1.3 \times 10^{44} \text{ J}$$

$$\Delta m = 0,7\%$$

**Escala de
Tempo
Nuclear:**

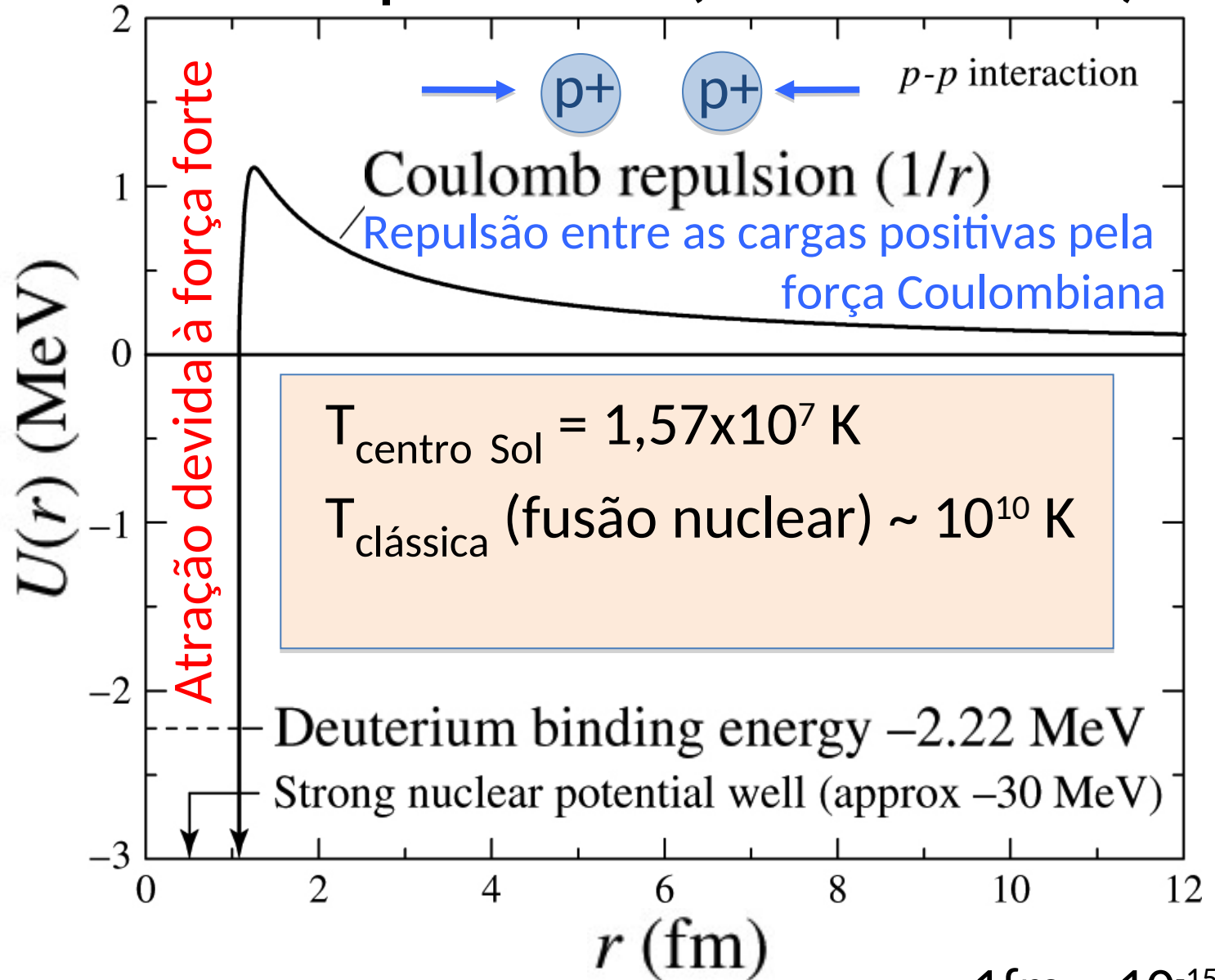
$$t_{\text{nuclear}} = \frac{E_{\text{nuclear}}}{L_{\odot}} \sim 10^{10} \text{ anos}$$

Tunelamento quântico (efeito túnel)



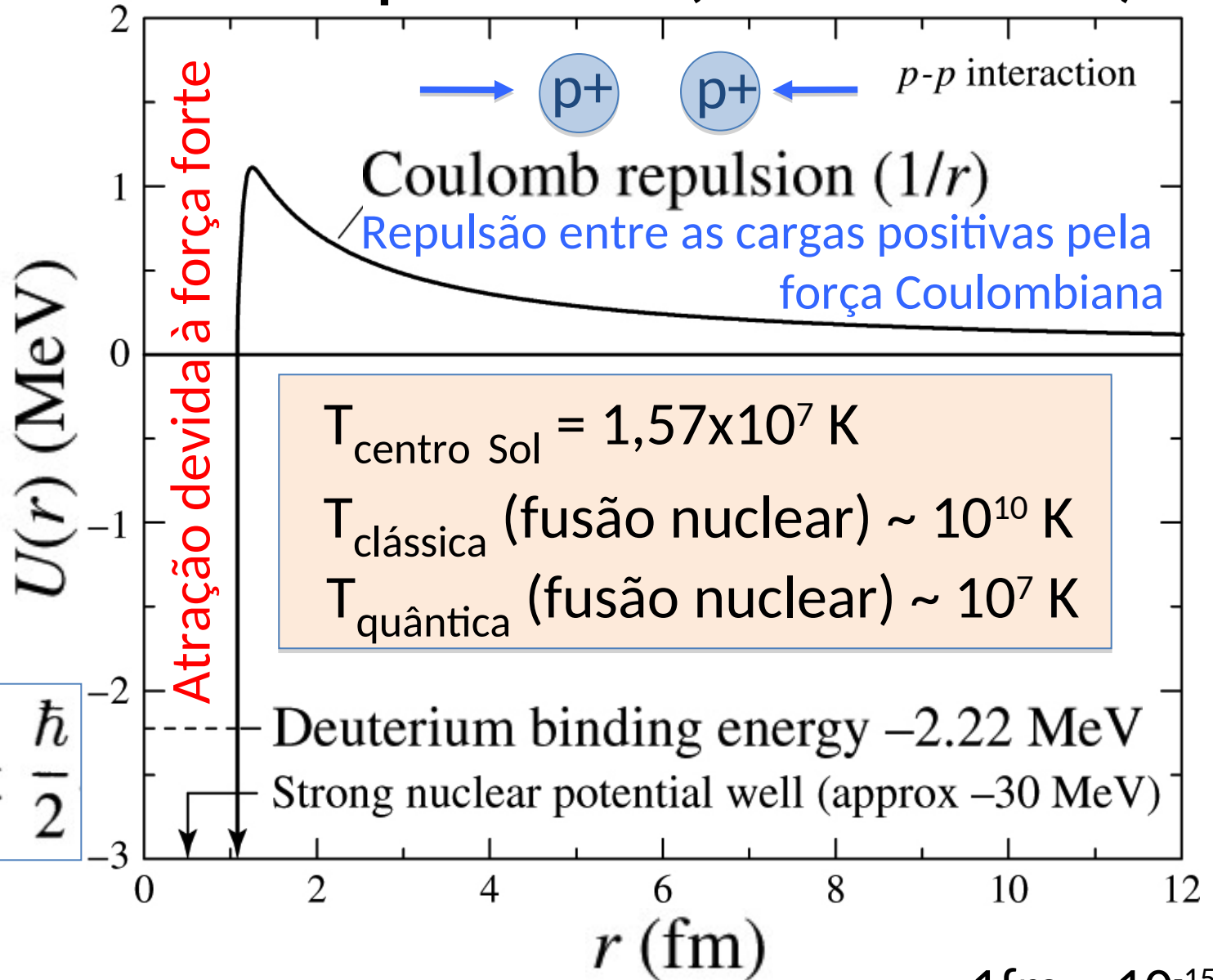
$$1\text{fm} = 10^{-15}\text{m}$$

Tunelamento quântico (efeito túnel)



$$1\text{fm} = 10^{-15}\text{m}$$

Tunelamento quântico (efeito túnel)



$1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$

Estimando a temperatura T necessária para vencer a barreira de potencial:

μ_m : massa reduzida

$$\frac{1}{2} \mu_m \overline{v^2} = \frac{3}{2} k T_{\text{classical}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}$$

$$T_{\text{classical}} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{6\pi\epsilon_0 k r}$$

$$Z_1 = Z_2 = 1;$$

$$\text{raio núcleo} \sim 1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$$

$$T_{\text{clássica}} \sim 10^{10} \text{ K}$$

$T_{\text{clássica}}$ é muito maior que a temperatura central do Sol ($T_{\text{central}} = 1,57 \times 10^7 \text{ K}$)

Uma
estimativa
grosseira de
T para o
efeito túnel

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

Supor que próton deve
estar dentro de λ_{Broglie}

Rescrevendo a
energia cinética em
função do momento:

$$\frac{1}{2} \mu_m v^2 = \frac{p^2}{2\mu_m}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\lambda} = \frac{p^2}{2\mu_m} = \frac{(h/\lambda)^2}{2\mu_m}$$

$$E = pc = hc/\lambda$$
$$\rightarrow \lambda = h/p$$

Uma
estimativa
grosseira de
T para o
efeito túnel

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

Supor que próton deve
estar dentro de λ_{Broglie}

$$E = pc = hc/\lambda$$
$$\rightarrow \lambda = h/p$$

Rescrevendo a
energia cinética em
função do momento:

$$\frac{1}{2} \mu_m v^2 = \frac{p^2}{2\mu_m}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\lambda} = \frac{p^2}{2\mu_m} = \frac{(h/\lambda)^2}{2\mu_m}$$

Resolver λ e
usar em:

$$T_{\text{classical}} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{6\pi\epsilon_0 k r}$$

Uma estimativa grosseira de T para o efeito túnel

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

Supor que próton deve estar dentro de λ_{Broglie}

$$E = pc = hc/\lambda$$

$$\rightarrow \lambda = h/p$$

Rescrevendo a energia cinética em função do momento:

$$\frac{1}{2} \mu_m v^2 = \frac{p^2}{2\mu_m}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\lambda} = \frac{p^2}{2\mu_m} = \frac{(h/\lambda)^2}{2\mu_m}$$

Resolver λ e usar em:

$$T_{\text{classical}} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{6\pi\epsilon_0 k r}$$

$$T_{\text{quantum}} = \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4 \mu_m}{12\pi^2 \epsilon_0^2 h^2 k} \sim 10^7 \text{ K}$$

$$\mu_m = m_p/2 \text{ and } Z_1 = Z_2 = 1$$

Número de reações nucleares (por unidade de volume e tempo):

$$r_{ix} = \left(\frac{2}{kT} \right)^{3/2} \frac{n_i n_x}{(\mu_m \pi)^{1/2}} \int_0^\infty S(E) \underbrace{e^{-bE^{-1/2}}}_{\text{Probabilidade de penetração de barreira}} \underbrace{e^{-E/kT}}_{\text{Cauda de Maxwell-Boltzmann}} dE$$

$$b \equiv \frac{\pi \mu_m^{1/2} Z_1 Z_2 e^2}{2^{1/2} \epsilon_0 h}$$

Probabilidade de penetração de barreira

Cauda de Maxwell-Boltzmann

i : partícula incidente

x : partícula alvo

n : número de partículas/volume

$S(E)$: função de E

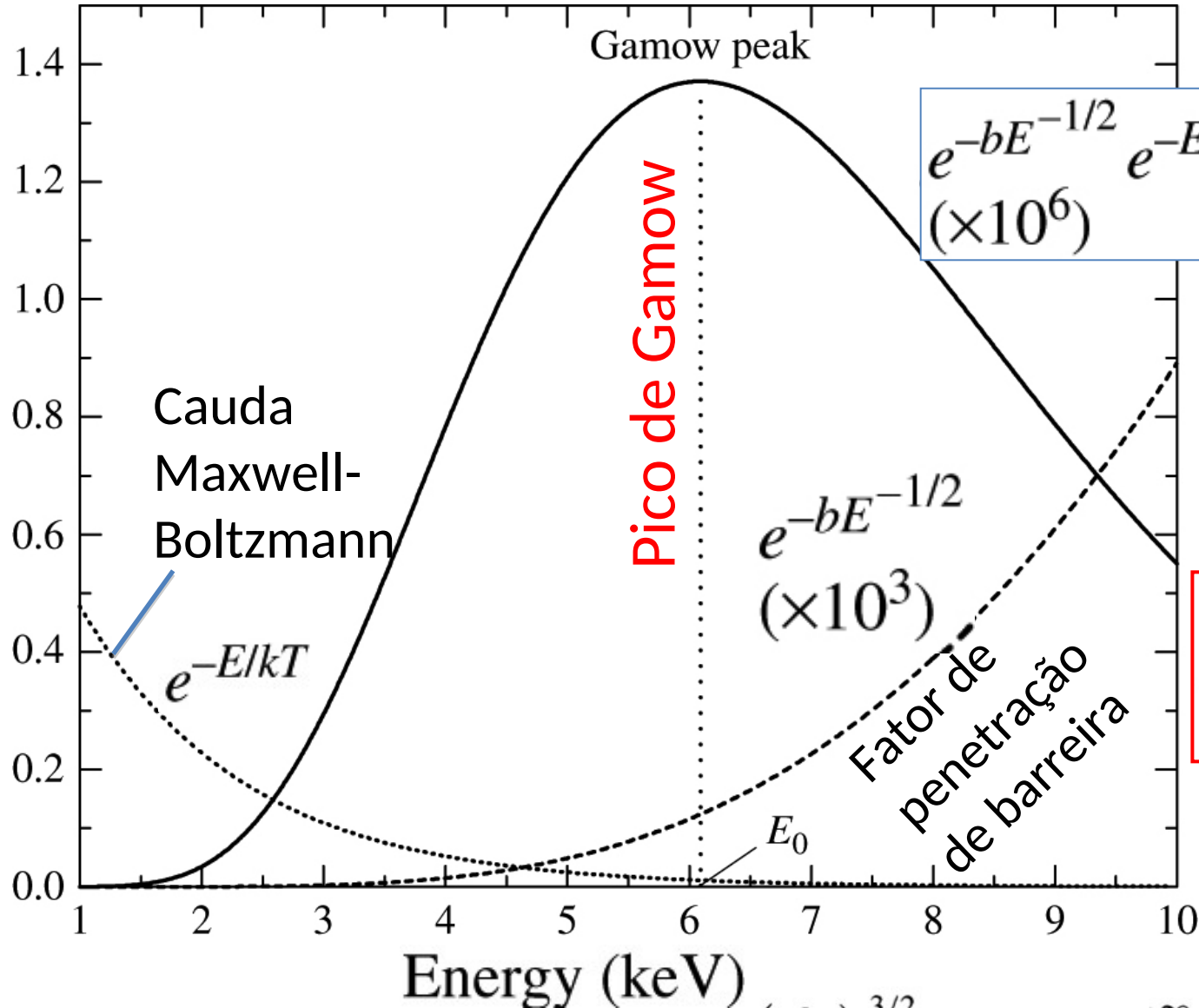
$S(E) \simeq S(E_0) = \text{constant}$

Essa função produz o chamado Pico de Gamow:

$$E_0 = \left(\frac{bkT}{2} \right)^{2/3}$$

$$K = E = \mu_m v^2 / 2$$

Probabilidade de reação nuclear pela colisão de 2 prótons no Sol



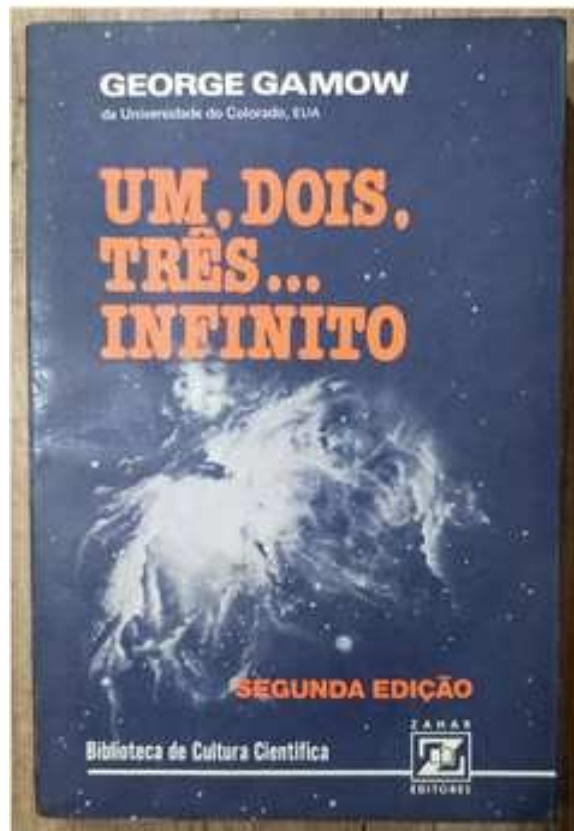
Pico de Gamow:

$$E_0 = \left(\frac{bkT}{2} \right)^{2/3}$$

$$r_{ix} = \left(\frac{2}{kT} \right)^{3/2} \frac{n_i n_x}{(\mu_m \pi)^{1/2}} \int_0^\infty S(E) e^{-bE^{-1/2}} e^{-E/kT} dE$$



https://en.wikipedia.org/wiki/George_Gamow

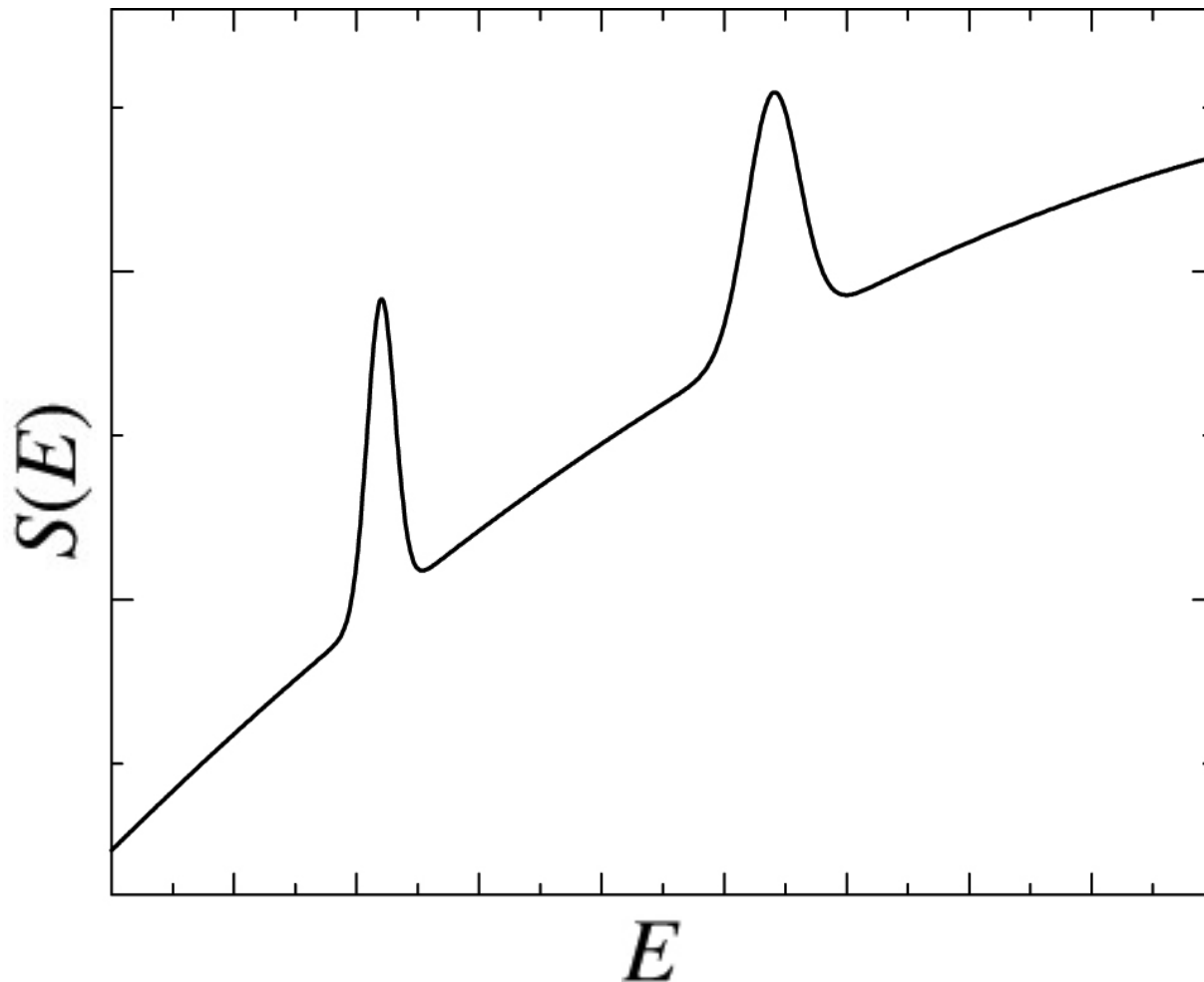


(c) Léo Ramos

George Gamow
(Odessa/Ucrânia, 4/março/1904 -
Boulder/EUA, 19/agosto/1968).
Físico e divulgador científico
ucraniano-americano

Profa. Dra. Beatriz Barbuy,
Astrônoma no IAG-USP

<https://revistapesquisa.fapesp.br/es/beatriz-barbuy-en-la-estela-de-las-estrellas-primigenias/>



Ressonância

Níveis de energia dentro do núcleo
 → ressonâncias
 → maior chance de reação nuclear

FIGURE 10.7 A hypothetical example of the effect of resonance on $S(E)$.

$$r_{ix} = \left(\frac{2}{kT} \right)^{3/2} \frac{n_i n_x}{(\mu_m \pi)^{1/2}} \int_0^{\infty} S(E) e^{-bE^{-1/2}} e^{-E/kT} dE$$

Blindagem eletrônica (*electron screening*)

$$U_{\text{eff}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} + U_s(r)$$

$$U_s(r) < 0$$

Nuvem de e- devido à ionização
→ reduz a barreira Coulombiana

Pode aumentar as reações que produzem He por
10% - 50%

Representando as taxas de reações nucleares usando leis de potência

Desprezando a blindagem eletrônica:

$$r_{ix} \simeq r_0 X_i X_x \rho^{\alpha'} T^\beta$$

r_0 : constante

X_i, X_x : frações de massa das partículas

$\alpha' \sim 2$

$\beta \sim 1 - 40$

r_{ix} : número total de reações por unidade de volume e tempo

Representando as taxas de reações nucleares usando leis de potência

Desprezando a blindagem eletrônica:

$$r_{ix} \simeq r_0 X_i X_x \rho^{\alpha'} T^\beta$$

r_0 : constante

X_i, X_x : frações de massa das partículas

$\alpha' \sim 2$

$\beta \sim 1 - 40$

Se conhecemos a **energia liberada por reação** \mathcal{E}_0

→ a energia liberada por segundo em cada quilograma:

$$\epsilon_{ix} = \left(\frac{\mathcal{E}_0}{\rho} \right) r_{ix}$$

ϵ_{ix} : unidades de W kg⁻¹

r_{ix} : número total de reações por unidade de volume e tempo

Representando as taxas de reações nucleares usando leis de potência

Desprezando a blindagem eletrônica:

$$r_{ix} \simeq r_0 X_i X_x \rho^{\alpha'} T^\beta$$

r_0 : constante

X_i, X_x : frações de massa das partículas

$\alpha' \sim 2$

$\beta \sim 1 - 40$

Se conhecemos a **energia liberada por reação** \mathcal{E}_0

→ a energia liberada por segundo em cada quilograma:

$$\epsilon_{ix} = \left(\frac{\mathcal{E}_0}{\rho} \right) r_{ix}$$

→

$$\epsilon_{ix} = \epsilon'_0 X_i X_x \rho^\alpha T^\beta$$

Onde: $\alpha = \alpha' - 1$

ϵ_{ix} : unidades de W kg⁻¹

r_{ix} : número total de reações por unidade de volume e tempo

A equação do gradiente de luminosidade

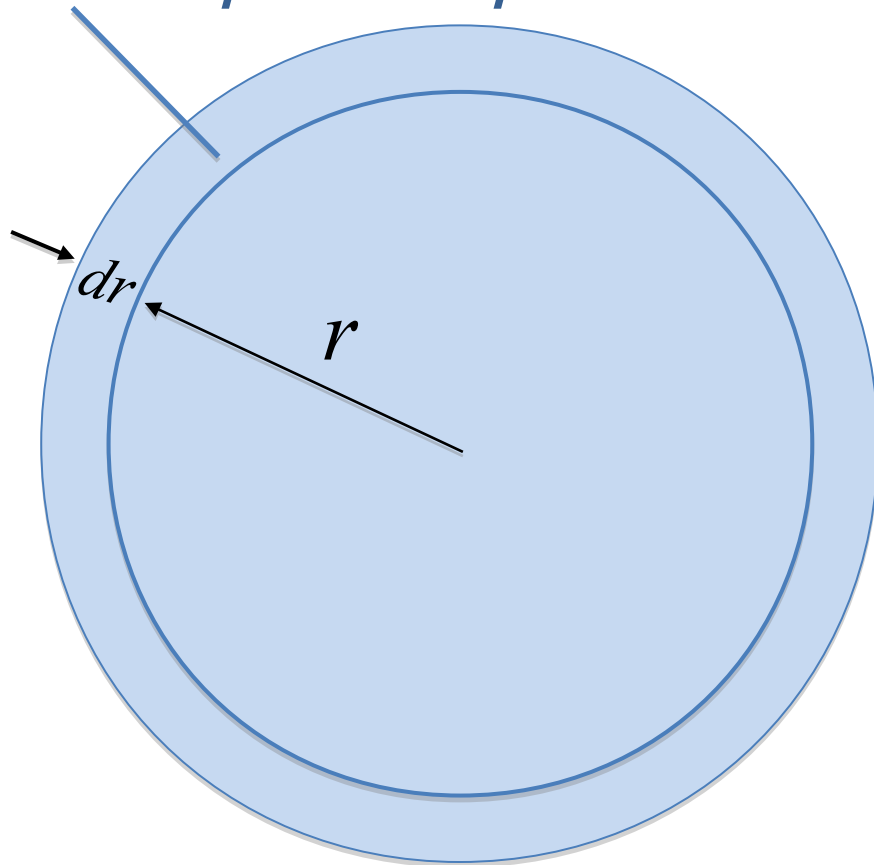
ϵ : energia total liberada por todas as reações nucleares por quilograma (W kg^{-1})

→ uma massa dm contribui para a luminosidade em:

$$dm = \rho dV = \rho 4\pi r^2 dr$$

$$dL = \epsilon dm$$

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \epsilon$$



L_r : luminosidade interior a r

Nucleossíntese estelar e Leis de conservação

Reações nucleares não acontecem arbitrariamente.

Conservação:

- Carga
- Número de núcleons ($p + n$)
- Número de léptons (e, ν_e, e antipartículas)

Três gerações de matéria (Férmions)

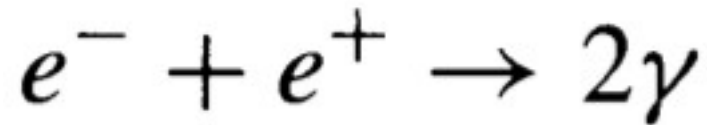
	I	II	III	Bosons
Quarks	massa → 2.4 MeV carga → $\frac{2}{3}$ spin → $\frac{1}{2}$ nome → u up	massa → 1.27 GeV carga → $\frac{2}{3}$ spin → $\frac{1}{2}$ nome → c charme	massa → 171.2 GeV carga → $\frac{2}{3}$ spin → $\frac{1}{2}$ nome → t top	0 0 1 γ fóton
	4.8 MeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ d down	104 MeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ s estranho	4.2 GeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ b bottom	0 0 1 g glúon
Léptons	<2.2 eV 0 $\frac{1}{2}$ ν_e elétron neutrino	<0.17 MeV 0 $\frac{1}{2}$ ν_μ múon neutrino	<15.5 MeV 0 $\frac{1}{2}$ ν_τ tau neutrino	91.2 GeV 0 1 Z⁰ força fraca
	0.511 MeV -1 $\frac{1}{2}$ e elétron	105.7 MeV -1 $\frac{1}{2}$ μ múon	1.777 GeV -1 $\frac{1}{2}$ τ tau	80.4 GeV ± 1 1 W[±] força fraca

Bosons (Forças)

Antimatéria

- Mistura da matéria e antimatéria → aniquilamento.
- Colisão de uma partícula e antipartícula → energia

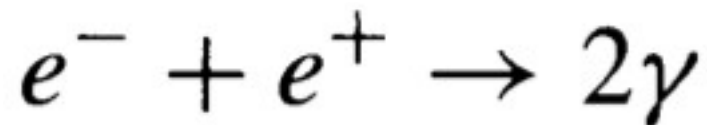
Por exemplo, colisão de elétron e antielétron (pósitron) resulta em fótons de alta energia (radiação gama γ):



Antimatéria

- Mistura da matéria e antimatéria → aniquilamento.
- Colisão de uma partícula e antipartícula → energia

Por exemplo, colisão de elétron e antielétron (pósitron) resulta em fótons de alta energia (radiação gama γ):

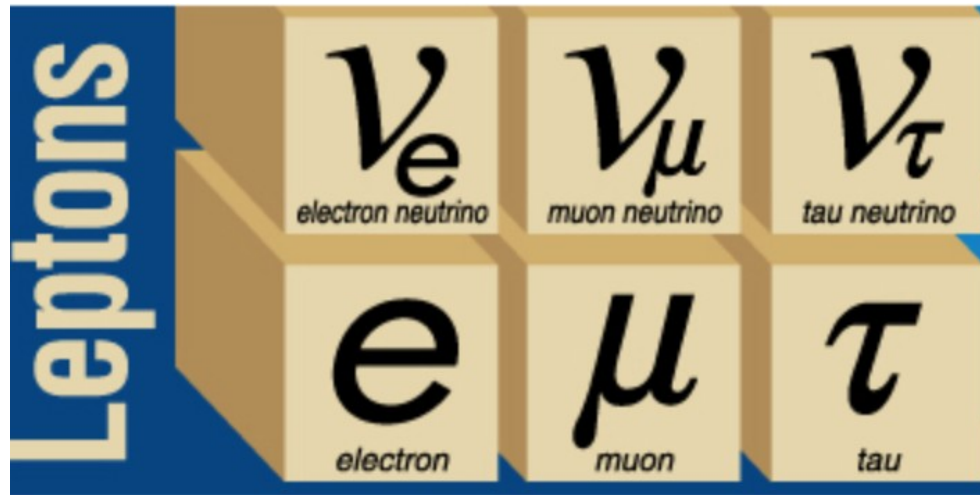


São necessários 2 fótons para a conservação da quantidade de movimento (*momento*)

Neutrinos ν

ν quase não interage com a matéria $\sigma_\nu \sim 10^{-48} \text{ m}^2$

a neutrino's mean free path is on the order of $10^{18} \text{ m} \sim 10 \text{ pc}$, or nearly $10^9 R_\odot$!



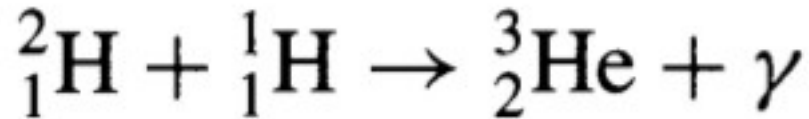
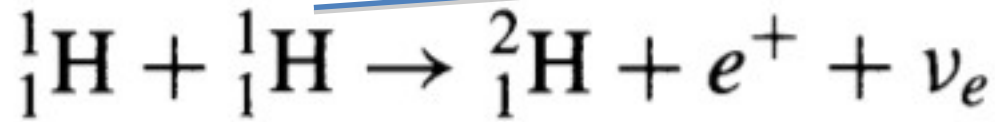
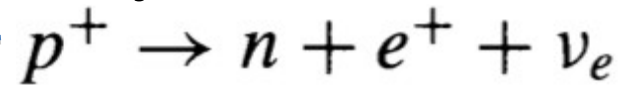
A
Z **X**

A: Número de massa (p + n)

Z : Número de p (carga positiva)

Cadeia próton-próton, PP-I

Força fraca



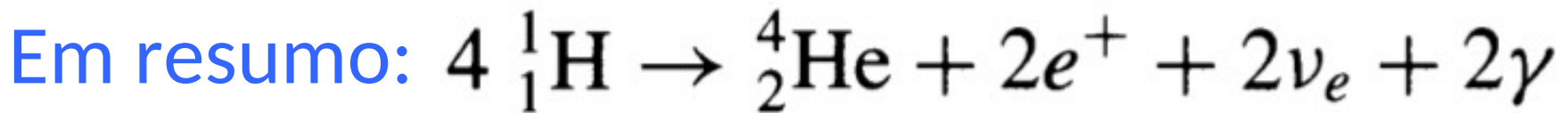
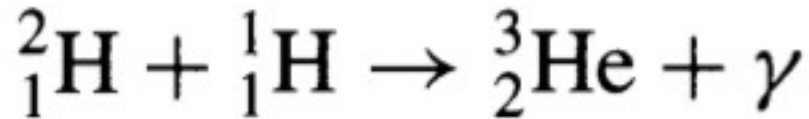
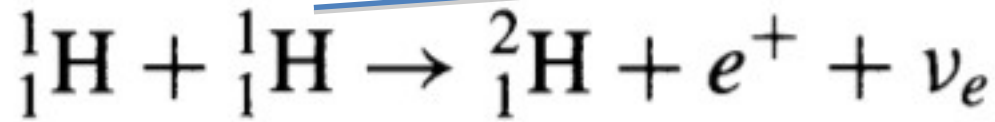
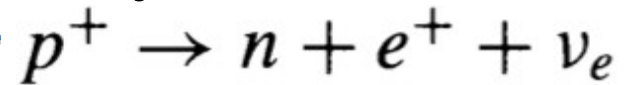
A
Z **X**

A: Número de massa (p + n)

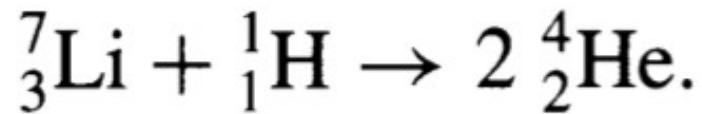
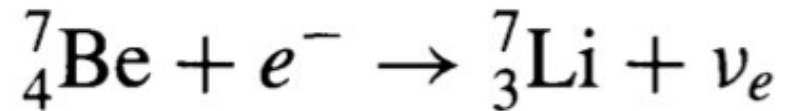
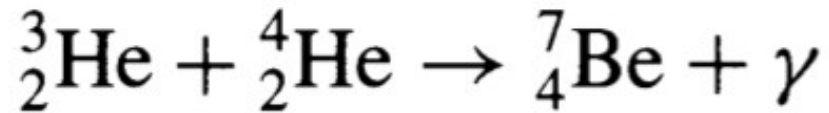
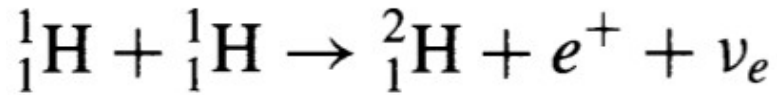
Z : Número de p (carga positiva)

Cadeia próton-próton, PP-I

Força fraca

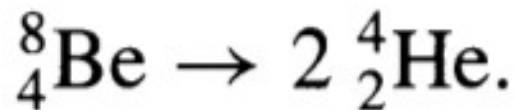
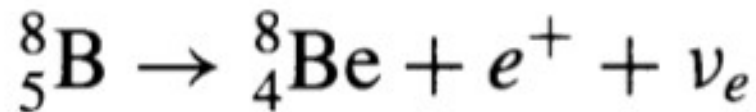
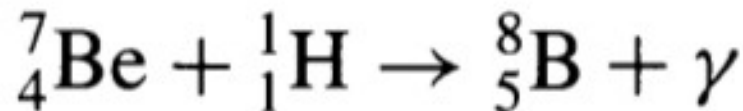


Cadeia próton-próton, PP-II

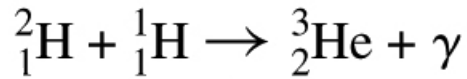
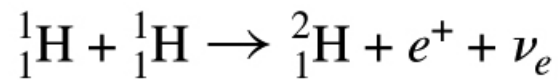


31%

PP-III

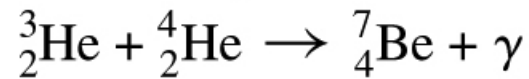
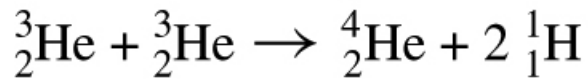


0,3%



69%

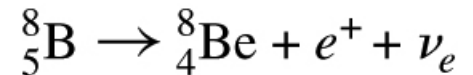
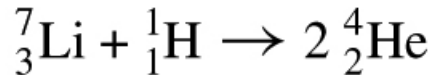
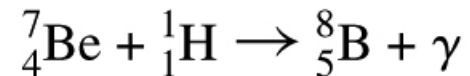
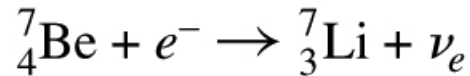
31%



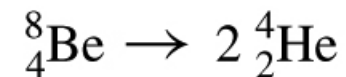
PP-I

99,7%

0,3%



PP-II



PP-III

Produção de energia por toda a cadeia PP

$$\epsilon_{pp} = 0.241 \rho X^2 f_{pp} \psi_{pp} C_{pp} T_6^{-2/3} e^{-33.80 T_6^{-1/3}} \text{ W kg}^{-1}$$

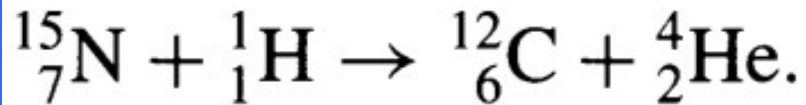
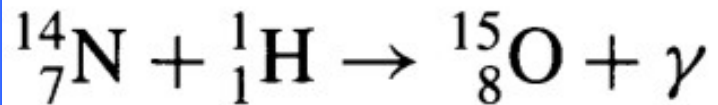
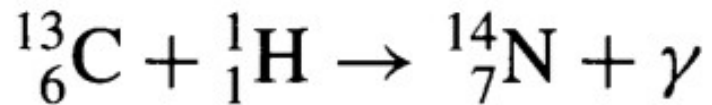
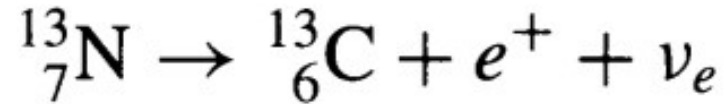
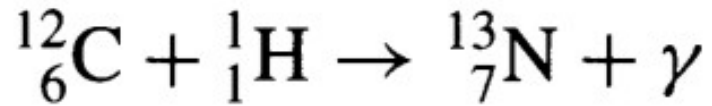
Termos de correção ~ 1 $T_6 = T/10^6 \text{ K}$

Escrevendo como lei de potência para $T = 1,5 \times 10^7 \text{ K}$:

$$\epsilon_{pp} \simeq \epsilon'_{0,pp} \rho X^2 f_{pp} \psi_{pp} C_{pp} T_6^4$$

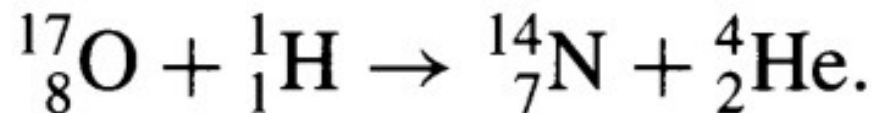
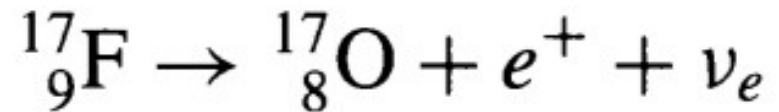
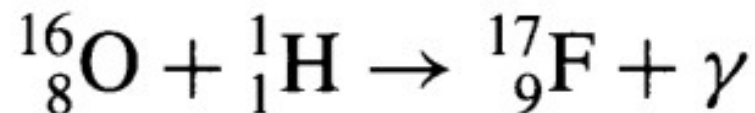
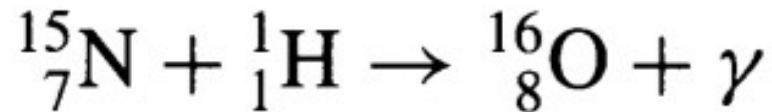
Onde: $\epsilon'_{0,pp} = 1.08 \times 10^{-12} \text{ W m}^3 \text{ kg}^{-2}$

O Ciclo CNO



99,96%

0,04%



Produção de energia pelo ciclo CNO

$$\epsilon_{\text{CNO}} = 8.67 \times 10^{20} \rho X X_{\text{CNO}} C_{\text{CNO}} T_6^{-2/3} e^{-152.28 T_6^{-1/3}} \text{ W kg}^{-1}$$

Fração de massa
total CNO

Termo de
correção

$$T_6 = T/10^6 \text{ K}$$

Escrevendo como lei de potência para $T = 1,5 \times 10^7 \text{ K}$:

$$\epsilon_{\text{CNO}} \simeq \epsilon'_{0,\text{CNO}} \rho X X_{\text{CNO}} T_6^{19.9}$$

Onde: $\epsilon'_{0,\text{CNO}} = 8.24 \times 10^{-31} \text{ W m}^3 \text{ kg}^{-2}$

Dependência muito maior com a temperatura

Devido à conversão de H em He
→ peso molecular médio μ aumenta

$$P_g = \frac{\rho k T}{\mu m_H}$$

$$\mu \equiv \frac{\bar{m}}{m_H}$$

μ : peso molecular médio

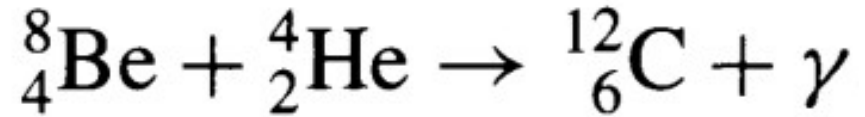
m_H : massa H

$$m_H = 1.673532499 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Pressão diminui → contração da estrela

→ aumento da T, que pode alcançar a T necessária para a queima do hélio

Processo triplo alfa
($T \sim 10^8$ K)



$$\epsilon_{3\alpha} = 50.9 \rho^2 Y^3 T_8^{-3} f_{3\alpha} e^{-44.027 T_8^{-1}} \text{ W kg}^{-1}$$

$$T_8 = T/10^8 \text{ K}$$

Termo de blindagem

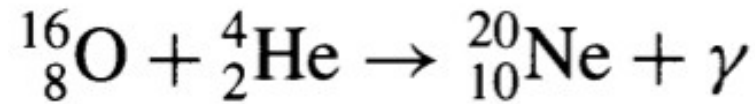
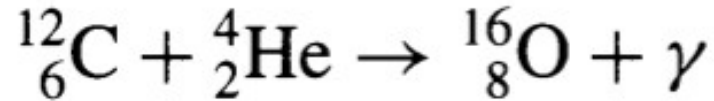
Escrevendo como lei de
potência para $T \sim 10^8$ K:

$$\epsilon_{3\alpha} \simeq \epsilon'_{0,3\alpha} \rho^2 Y^3 f_{3\alpha} T_8^{41}$$

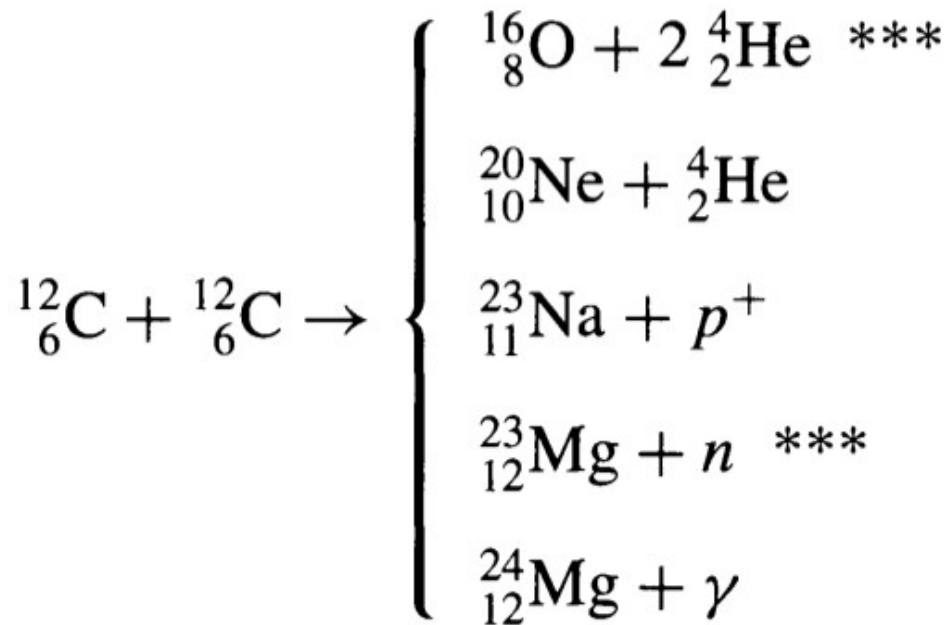
**Ultra sensível à temperatura: 10% aumento
em $T \rightarrow 50$ vezes na produção de energia**

Queima de C e O

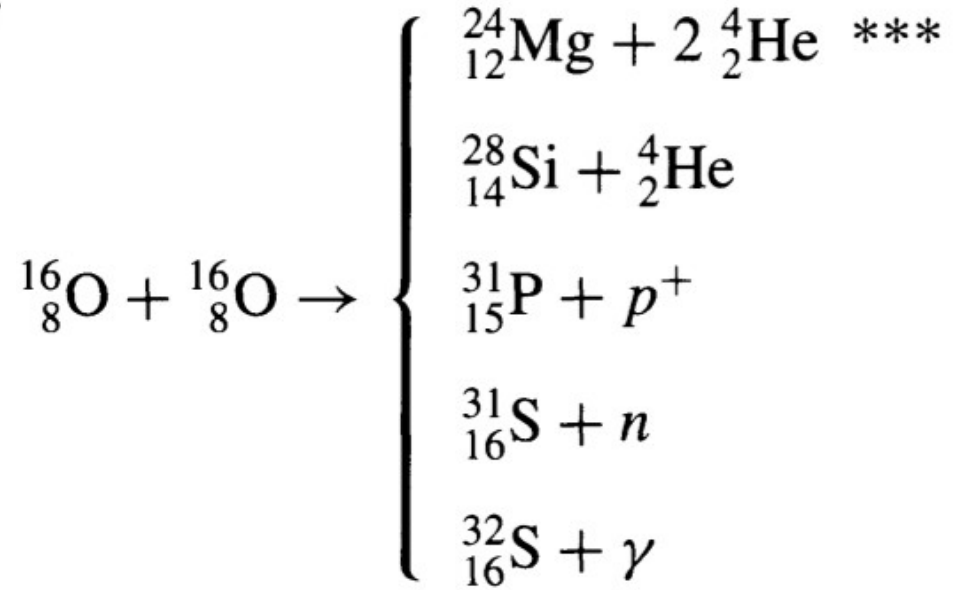
$$T \sim 10^8 \text{ K}$$



$$T \sim 6 \times 10^8 \text{ K}$$

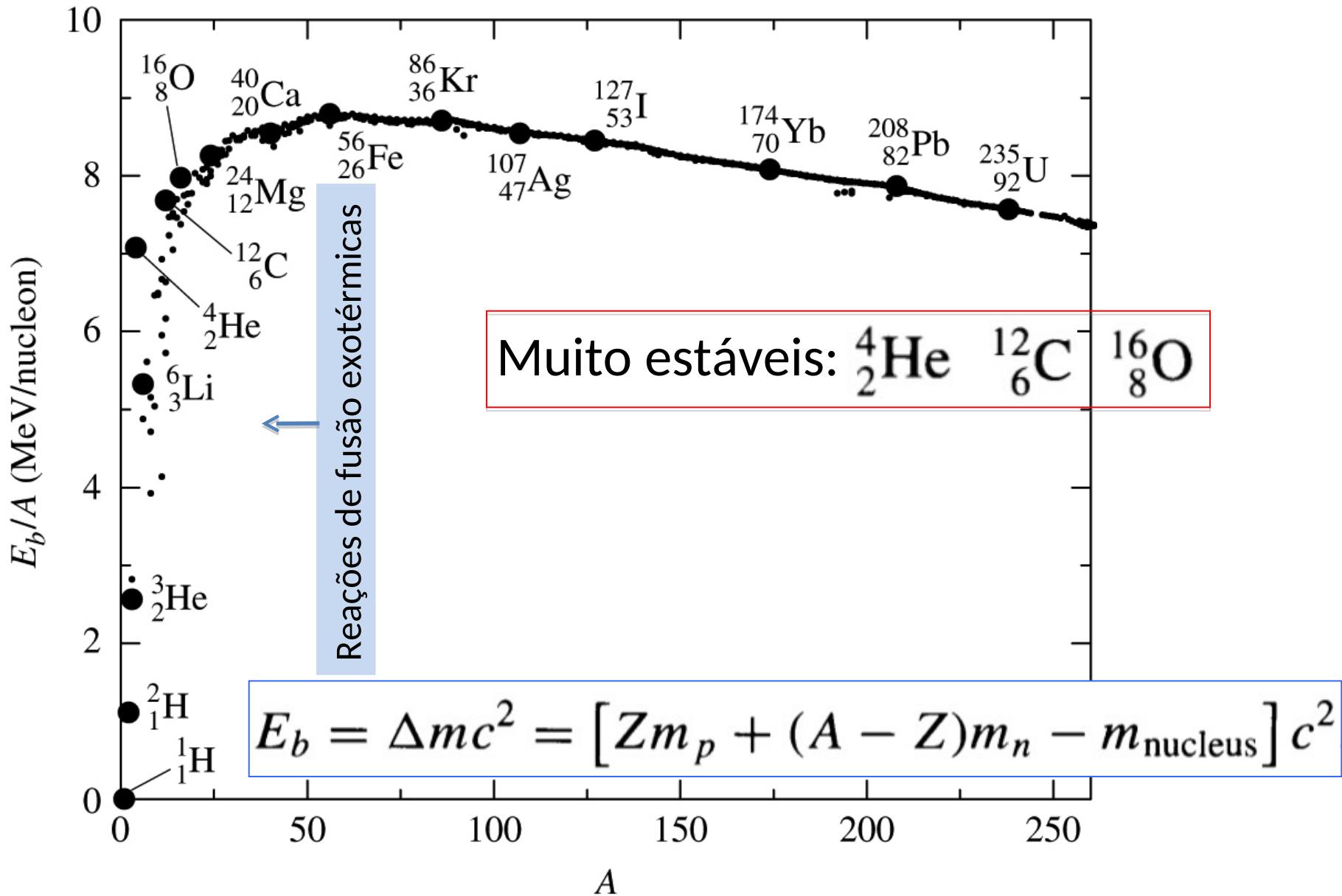


$$T \sim 10^9 \text{ K}$$

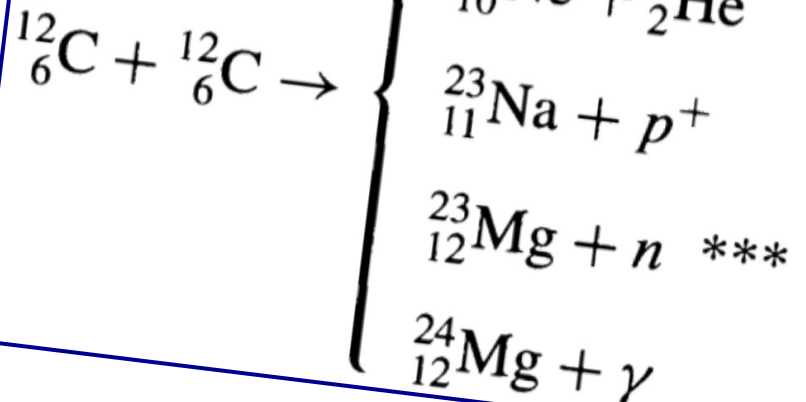
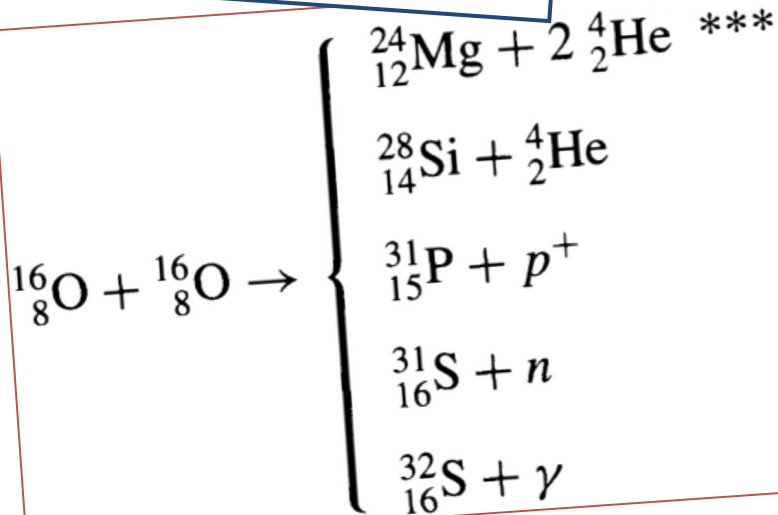
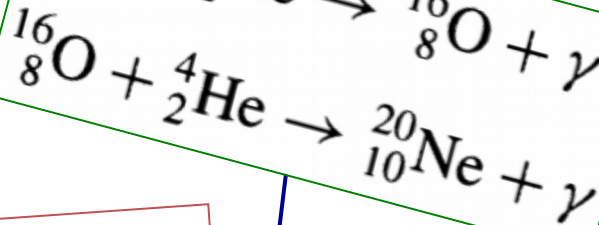
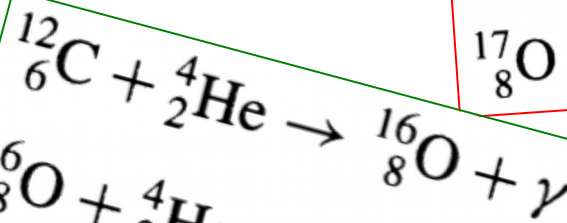
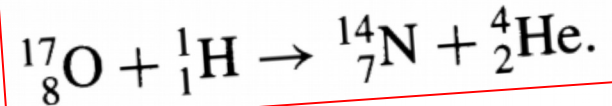
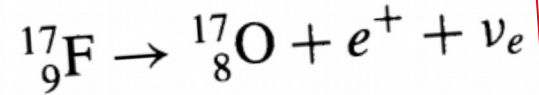
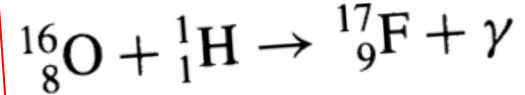
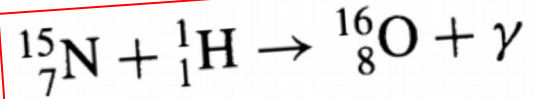
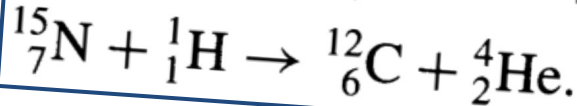
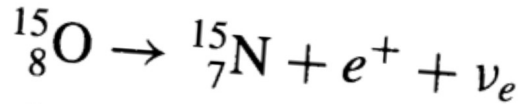
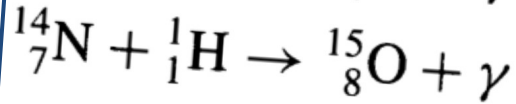
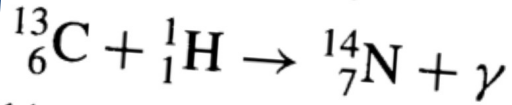
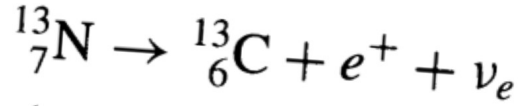
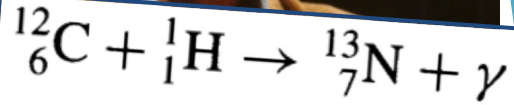
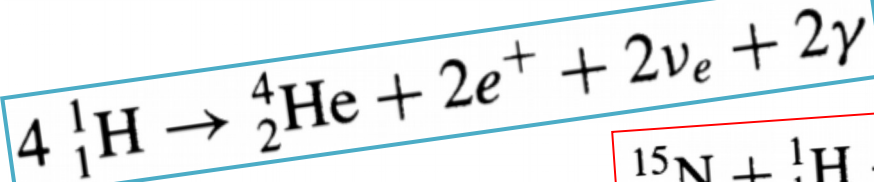


***: endotérmica

Energia de Ligação por Núcleon: E_b/A

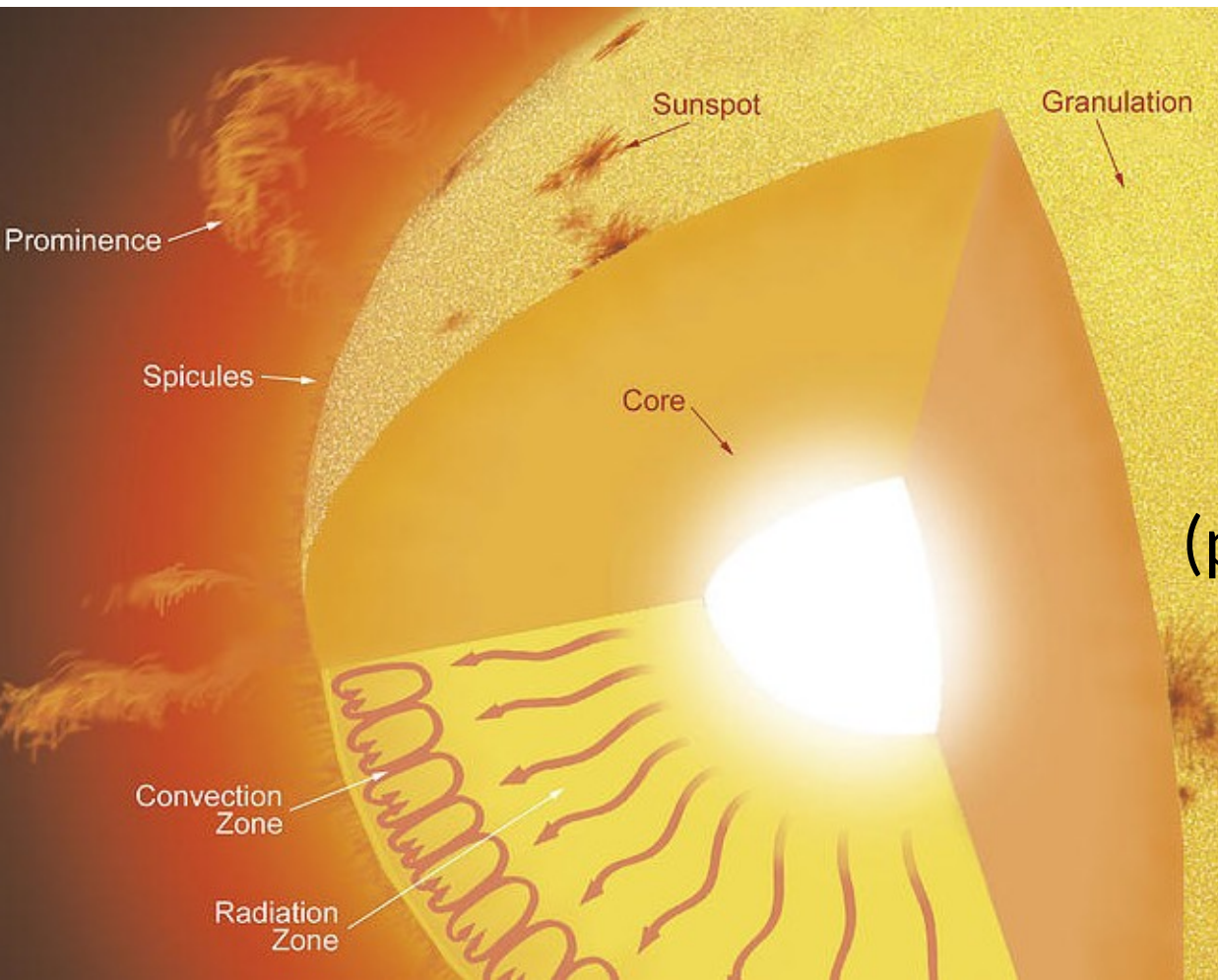


Somos poeira de estrelas



Transporte de energia

- Já temos 3 equações básicas (P_r , M_r , L_r).
- Falta equação do transporte de energia.



- 3 mecanismos:
 - Radiação
 - Convecção
 - Condução(pouco importante na maioria dos casos)

O Gradiente radiativo de temperatura

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{3}aT^4 \Rightarrow \frac{dP_{\text{rad}}}{dr} = \frac{4}{3}aT^3 \frac{dT}{dr}$$

O Gradiente radiativo de temperatura

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{3}aT^4 \rightarrow \frac{dP_{\text{rad}}}{dr} = \frac{4}{3}aT^3 \frac{dT}{dr}$$

Cap. 9: $\frac{dP_{\text{rad}}}{dr} = -\frac{\bar{\kappa}\rho}{c}F_{\text{rad}}$

O Gradiente radiativo de temperatura

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{3} a T^4 \rightarrow \frac{dP_{\text{rad}}}{dr} = \frac{4}{3} a T^3 \frac{dT}{dr} \left. \vphantom{\frac{dP_{\text{rad}}}{dr}} \right\} \frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4ac} \frac{\bar{\kappa} \rho}{T^3} F_{\text{rad}}$$

Cap. 9: $\frac{dP_{\text{rad}}}{dr} = -\frac{\bar{\kappa} \rho}{c} F_{\text{rad}}$

O Gradiente radiativo de temperatura

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{3} a T^4 \rightarrow \frac{dP_{\text{rad}}}{dr} = \frac{4}{3} a T^3 \frac{dT}{dr} \left. \vphantom{\frac{dP_{\text{rad}}}{dr}} \right\} \frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4ac} \frac{\bar{\kappa} \rho}{T^3} F_{\text{rad}}$$

Cap. 9: $\frac{dP_{\text{rad}}}{dr} = -\frac{\bar{\kappa} \rho}{c} F_{\text{rad}}$

Lembrando:

$$F_{\text{rad}} = \frac{L_r}{4\pi r^2} \rightarrow \frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4ac} \frac{\bar{\kappa} \rho}{T^3} \frac{L_r}{4\pi r^2}$$

O Gradiente radiativo de temperatura

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{3} a T^4 \rightarrow \frac{dP_{\text{rad}}}{dr} = \frac{4}{3} a T^3 \frac{dT}{dr}$$

Cap. 9: $\frac{dP_{\text{rad}}}{dr} = -\frac{\bar{\kappa} \rho}{c} F_{\text{rad}}$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{dP_{\text{rad}}}{dr} = \frac{4}{3} a T^3 \frac{dT}{dr} \\ \frac{dP_{\text{rad}}}{dr} = -\frac{\bar{\kappa} \rho}{c} F_{\text{rad}} \end{array} \right\} \frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4ac} \frac{\bar{\kappa} \rho}{T^3} F_{\text{rad}}$$

Lembrando:

$$F_{\text{rad}} = \frac{L_r}{4\pi r^2} \rightarrow \frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4ac} \frac{\bar{\kappa} \rho}{T^3} \frac{L_r}{4\pi r^2}$$

Se a opacidade aumenta ou a temperatura diminui

→ maior gradiente de T para transportar a luminosidade