

## Capítulo 5

# Distribuição de Energia e Linhas Espectrais

As transições atômicas individuais (das quais falaremos mais adiante) são responsáveis pela produção de linhas espectrais. O alargamento das linhas espectrais será maior, quanto mais forte for a interação entre átomos. No caso de linhas espectrais de absorção, elas resultam de fótons que são absorvidos seletivamente de uma radiação do **espectro contínuo**. Quando num determinado grupo de átomos eles interagem tão fortemente a ponto de que as características espectrais venham a desaparecer, ocorre o chamado contínuo térmico.

A radiação eletromagnética vai ser emitida a partir de qualquer objeto que esteja a uma dada temperatura  $T$  (por exemplo Sol, estrela, corpo humano, ferro aquecido, etc.). Tanto a quantidade como o tipo (ou frequência) de radiação dependem de  $T$  (por exemplo o ferro sofrendo aumento de temperatura pode se apresentar nas cores cinza, vermelha, azul e branca).

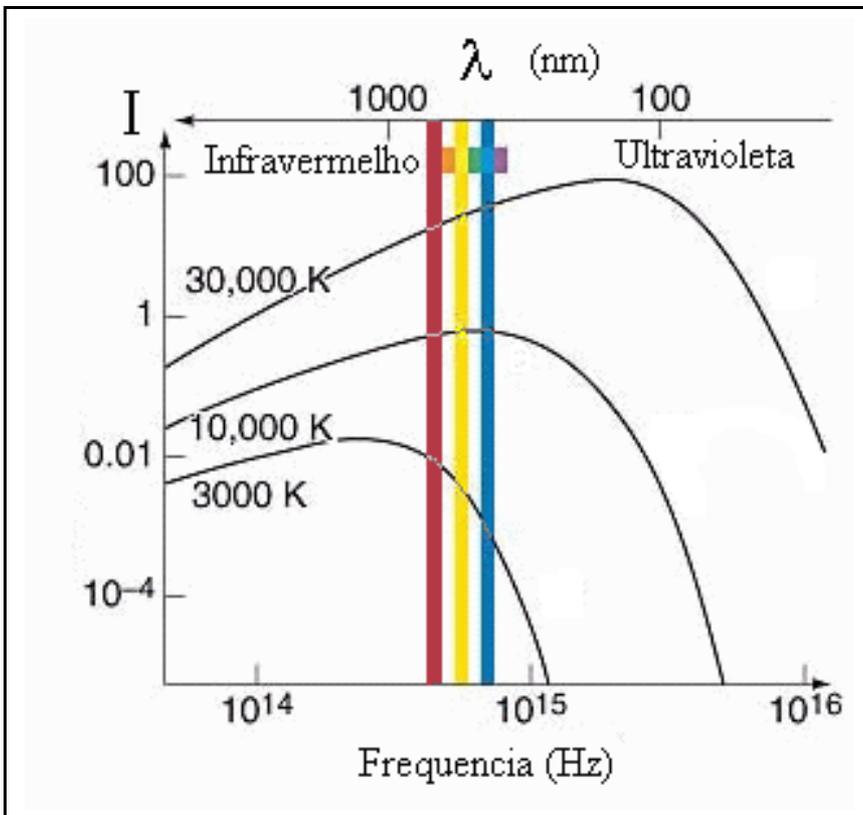
Neste capítulo veremos como determinar a temperatura de um objeto a partir da radiação emitida. Serão descritas as características dos espectros contínuos, de absorção e de emissão. Veremos também como se formam as linhas espectrais, a partir das transições atômicas.

- A Radiação de Corpo Negro
- Espectros e Estrutura Atômica
- Linhas Espectrais: formação, linhas de absorção e de emissão, alargamento das linhas

### Bibliografia:

- Zeilik & Smith, 1987 “Introductory Astronomy & Astrophysics” (cap. 8)
- W.Maciel, 1991 “Astronomia e Astrofísica” – IAG/USP, (cap. 9)

## Radiação de Corpo Negro



Define-se como **corpo negro** um objeto caracterizado por uma temperatura  $T$ , supondo que suas paredes reabsorvam a radiação emitida. Nessa definição, a radiação depende apenas de  $T$ , ou seja supõe-se um estado de equilíbrio termodinâmico (propriedades constantes no tempo).

**Figura 1.** A altura da curva de distribuição de energia do corpo negro define a frequência correspondente ao máximo de intensidade. Com o aumento da temperatura, a frequência correspondente ao máximo também aumenta, deslocando-se para o azul.

A distribuição de energia de um corpo negro é dada pela variação da intensidade em função da frequência  $\nu$ . Para uma descrição analítica, vamos utilizar a função de Planck, dada

$$\text{por: } B_{\nu}(T) = \frac{2 h \nu^3}{c^2} \frac{1}{\left[ e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right]}, \text{ que corresponde à intensidade da radiação (em erg.cm}^{-2}\text{.s}^{-1}\text{.Hz}^{-1}\text{.sr}^{-1}\text{).}$$

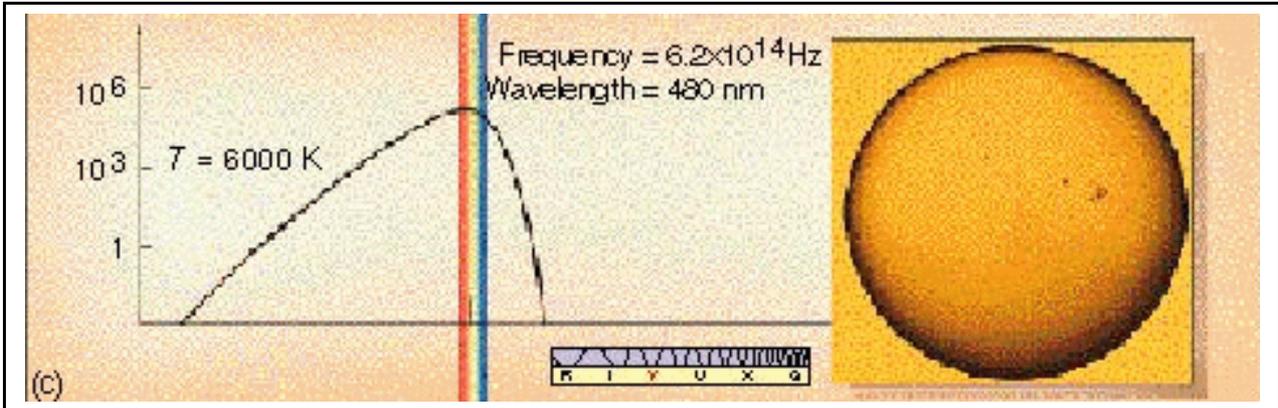
$^1\text{.Hz}^{-1}\text{.sr}^{-1}$ ).

Para estimarmos o fluxo proveniente de uma estrela, consideramos que ela emite como um corpo negro e integramos a função de Planck no ângulo sólido observável (apenas meia esfera), e obtemos  $F_{\nu} = \pi B_{\nu}(T)$ , onde  $F_{\nu}$  é dado em  $\text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1}$ ;  $h = 6,63 \cdot 10^{-27} \text{ erg.s}$  é a constante de Planck;  $k = 1,38 \cdot 10^{-16} \text{ erg.K}^{-1}$  é a constante de Boltzmann.

A função de Planck é representada na Figura 1, para diferentes temperaturas. Nota-se que, com o aumento da temperatura, as curvas de corpo negro se deslocam para cima e para a direita (direção do azul, no espectro). Para determinarmos a frequência (ou comprimento de onda) que corresponde ao máximo de intensidade de cada curva, efetuamos  $dI_{\nu}/d\nu = 0$ , que resulta em:  $h\nu_{\text{max}} = 2,821 kT$ , onde  $k$  é a constante de Boltzmann. Verifica-se então que à medida que a temperatura aumenta, o máximo de emissão ocorre a frequências cada vez

maiores, ou comprimentos de onda cada vez menores. Esta é a conhecida **Lei de Wien**, usualmente expressa por  $\lambda_{\max} \text{ (cm)} = 0,29/T\text{(K)}$ , neste caso obtida da derivada  $\frac{dI_{\lambda}}{d\lambda} = 0$ .

É a partir da curva de corpo negro que se determina, por exemplo, a temperatura dos objetos, como no caso do estudo de espectro solar, que torna possível o conhecimento da temperatura da superfície do Sol.



**Figura 2.** Observando a radiação do Sol em muitas freqüências notamos que o pico encontra-se na parte visível do espectro e que ele emite muito mais no infravermelho do que no ultravioleta.

Usando a lei de Wien, podemos estimar a temperatura superficial do Sol em função do comprimento de onda correspondente ao pico de emissão ( $\lambda_{\max} \sim 500\text{nm}$ ), que resulta num valor de  $T_{\odot} \sim 5800\text{K}$ .

No caso de Antares, uma estrela gigante vermelha bastante fria, a temperatura é da ordem de  $3000\text{K}$ , portanto o comprimento de onda correspondente ao máximo de intensidade equivale a  $\lambda_{\max} \sim 1 \mu\text{m}$ . Sirius, uma estrela azulada muito quente, tem temperatura da ordem de  $10000\text{K}$ , o que corresponde a  $\lambda_{\max} \sim 2900 \text{ \AA}$ .

Dependendo da faixa de freqüências que estivermos lidando, existem algumas aproximações da lei de Planck bastante úteis:

1. **Distribuição de Wien:** nos casos de **altas freqüências**, e temperaturas não muito

elevadas:  $\frac{h\nu}{kT} \gg 1 \rightarrow \left( e^{\frac{h\nu}{kT}} \gg 1 \right)$ .

$$I_{\nu} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} e^{-h\nu/kT}$$

2. **Distribuição de Rayleigh-Jeans:** nos casos de baixas freqüências, e temperaturas não

muito baixas:  $\frac{h\nu}{kT} \ll 1 \rightarrow \left( e^{\frac{h\nu}{kT}} \approx 1 + \frac{h\nu}{kT} \right)$ .

$$I_{\nu} = \frac{2\pi\nu^2 kT}{c^2}$$

### 3. Lei de Stefan – Boltzmann:

A integral da função  $I_\nu$  sobre todas as frequências  $\nu$ , determina a energia total emitida, que pode ser expressa por  $F = \int I_\nu d\nu = \sigma T^4$ , onde  $\sigma = 5,67 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ K}^{-4} \text{ s}^{-1}$  é conhecida como a constante de Stefan – Boltzmann, obtida a partir da integral:

$$F = \frac{2\pi h}{c^2} \int \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu \quad \Rightarrow \quad F = \frac{2\pi h}{c^2} \left( \frac{kT}{h} \right)^4 \int_0^\infty \frac{\eta^3}{e^\eta - 1} d\eta$$

onde  $\eta = \frac{h\nu}{kT}$ , que resulta em  $F = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} T^4$ .

O fluxo na superfície de uma estrela com temperatura  $T_*$ , também chamada temperatura de corpo negro ou temperatura efetiva, é dado por  $\sigma T_*^4$ . A luminosidade dessa estrela pode ser escrita como  $L_* = 4\pi R_*^2 \sigma T_*^4$ . O raio da estrela é então expresso por  $R_* = \left( \frac{L_*}{4\pi\sigma T_*^4} \right)^{\frac{1}{2}}$ .

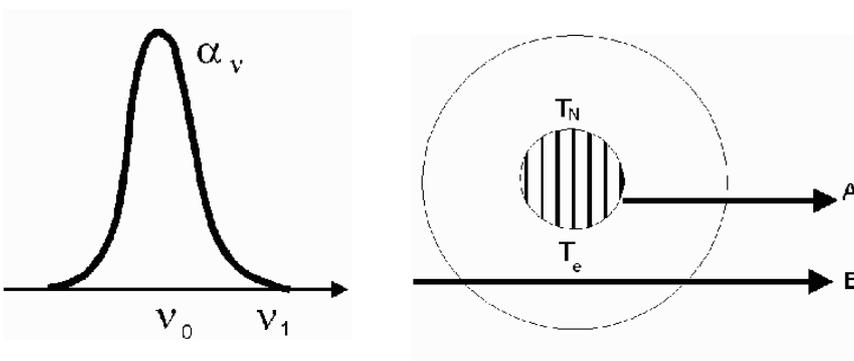
## Espectros e Estrutura Atômica

Veremos agora as regras que estabelecem a emissão e a absorção de radiação, determinadas pelas três Leis de Kirchhoff:

1ª: Um objeto que esteja no estado sólido, líquido ou gasoso, e sob alta pressão, produzirá um espectro contínuo de emissão, quando aquecido.

2ª: Um gás a baixa pressão e a uma temperatura suficientemente alta produzirá um espectro de linhas brilhantes de emissão.

3ª: Um gás a baixas pressão e temperatura, que se localize entre uma fonte de radiação contínua e um observador, produzirá um espectro de linhas de absorção, ou seja, um conjunto de linhas superpostas ao espectro contínuo.

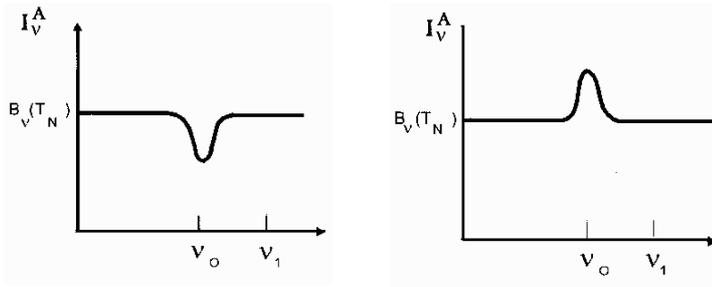


Considere um objeto esférico opaco emitindo como corpo negro a uma temperatura  $T_N$ , rodeado por uma camada de material mais frio, emitindo a uma temperatura  $T_C$  ( $T_N > T_C$ ).

**Figura 3.** O coeficiente de absorção ( $\alpha_\nu$ ) do material que circunda o objeto varia em função da frequência  $\nu$ , sendo máximo em  $\nu_0$ . Para outras frequências, como em  $\nu_1$ , o coeficiente de absorção é desprezível.

Essa camada absorve numa linha espectral bem estreita, cujo coeficiente de absorção é  $\alpha_\nu$  (máximo em  $\nu_0$  e desprezível em  $\nu_1$ ). O objeto é observado nessas duas freqüências, ao longo das linhas de visada **A** e **B**. Vamos avaliar em qual freqüência o brilho observado é maior, nos dois casos .

No caminho **A**, o brilho  $B_\nu(T_N)$  é essencialmente a intensidade observada à freqüência  $\nu_1$ . Em  $\nu_0$ , a intensidade vai depender se o brilho  $B_\nu(T_C)$  da camada circundante é maior ou menor que  $B_\nu(T_N)$ .

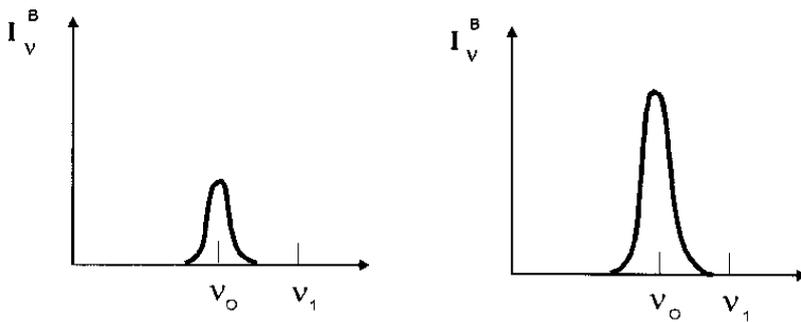


Se  $T_C < T_N$ , temos  $B_\nu(T_C) < B_\nu(T_N)$ , ou seja, a intensidade é reduzida ao passar pela camada absorvente:  $I_{\nu_1}^A > I_{\nu_0}^A$ .

Se, por outro lado  $T_C > T_N$ , temos:

$$I_{\nu_1}^A < I_{\nu_0}^A$$

**Figura 4.** Intensidade de radiação de um corpo negro circundado por uma camada de material absorvente. Linhas de absorção e de emissão, observadas ao longo da linha de visada (A).



No caminho B, a intensidade vai depender apenas de  $B_\nu(T_C)$  sendo, em qualquer caso,

$$I_{\nu_1}^B < I_{\nu_0}^B$$

**Figura 5.** Intensidade de radiação de um corpo negro circundado por uma camada de material absorvente. Linhas de emissão, observadas ao longo da linha de visada (B).

É a composição química do gás que vai determinar quais espécies estão disponíveis para absorver fótons. Temperatura e densidade determinam quais as características das linhas que serão formadas. Por exemplo, quando se observa um gás frio obtêm-se espectros moleculares. A temperaturas intermediárias, observam-se espectros de átomos neutros, e a altas temperaturas são obtidos espectros de íons.

## Formação de linhas espectrais

As linhas espectrais aparecem sempre que ocorre mudança na quantidade de energia contida em um determinado átomo. Antes de discutirmos as variações dos níveis de energia, vamos relembrar dois modelos de átomos.

### 1. Átomo de Rutherford:

Neste modelo, o átomo tem uma estrutura similar ao sistema planetário, mas nesse caso não é mantido por uma força gravitacional e sim por forças coulombiana e magnética. Como o elétron é uma partícula carregada e tem movimento numa órbita estável, ele deve emitir radiação. Com a perda da energia emitida o átomo deveria colapsar, o que torna esse modelo não realista.

### 2. Átomo de Bohr:

Esse modelo foi elaborado para resolver o problema do modelo de Rutherford. Bohr propôs que somente certas órbitas discretas seriam permitidas e que em tais órbitas o elétron não emitiria radiação. Essas órbitas são definidas por:

$$m v r = \frac{n h}{2 \pi}, \text{ com } n=1,2,\dots, \quad (\text{i})$$

onde  $m$  é a massa do elétron;  $r$  o raio do movimento circular com velocidade  $v$ , em torno do núcleo.

A expressão para o raio da órbita é obtida igualando-se a força centrípeta com a força

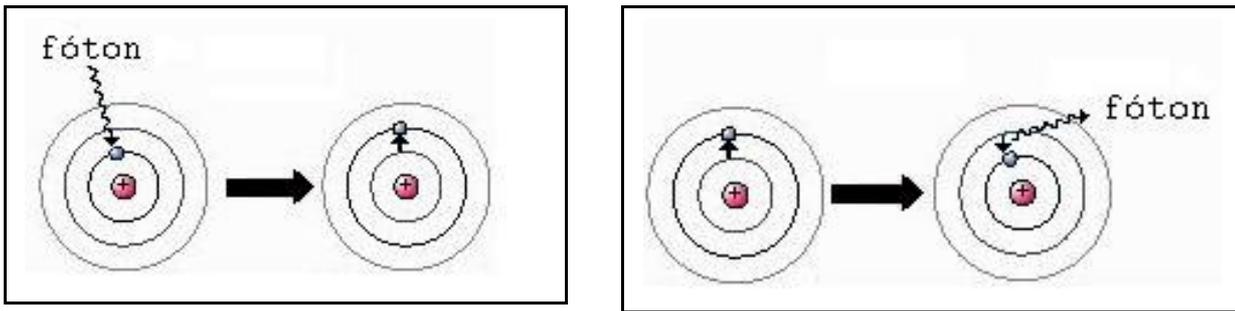
$$\frac{m v^2}{r} = \frac{Z e^2}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{Z e^2}{m r}$$

coulombiana:

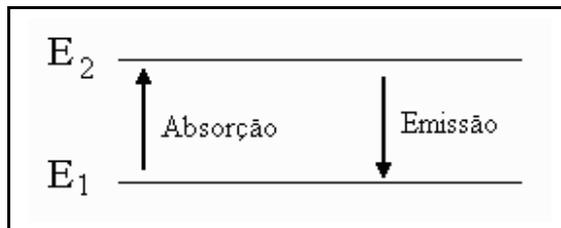
(ii)

Combinando (i) e (ii) teremos  $r = n^2 \frac{h^2}{4\pi^2 m Z e^2}$  a qual determina que apenas algumas órbitas (em função de  $n^2$ ) serão possíveis.

A energia total de um elétron na órbita  $n$  será dada pela combinação da energia cinética com a energia potencial:  $E = \frac{m v^2}{2} - \frac{Z e^2}{r} = -13,6 \frac{Z^2}{n^2} \text{ eV}$ . O sistema é considerado ligado enquanto a energia do nível for  $E_n < 0$ . À medida que  $n \rightarrow \infty$ ,  $E \rightarrow 0$ . Quando  $E > 0$ , o elétron não é mais considerado como sendo ligado ao núcleo.



**Figura 6.** Representação esquemática da absorção e da emissão de fótons, a partir da transição de elétrons entre níveis atômicos.



A diferença de energia entre os níveis 1 e 2 é dada por  $\Delta E = E_2 - E_1$ , onde

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = +\frac{13,6}{h} Z^2 \left[ \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right]$$

Conclui-se que a radiação pode ser absorvida ou emitida, quando o elétron saltar de uma órbita para outra, de acordo com o postulado de Bohr. Assim, no modelo de átomo de Bohr, temos as diferentes linhas espectrais, em função dos diferentes níveis **a partir do qual se dá a transição**:

$n = 1$ : série de Lyman, denominadas  $Ly\alpha$ ,  $Ly\beta$ ,  $Ly\gamma$ ,... (linhas do ultravioleta);

$n = 2$ : série de Balmer, denominadas  $H\alpha$ ,  $H\beta$ ,... (linhas do espectro visível);

$n = 3$ : série de Paschen, denominadas  $P\alpha$ ,  $P\beta$ ,... (linhas do infravermelho).

Tanto os átomos como os íons podem ser ionizados ou excitados por processos de **colisão** em que partícula livre colide com um elétron e transfere parte de sua energia cinética; ou por **radiação**, quando ocorre a absorção de um fóton com energia correspondente à diferença de energia entre 2 níveis. É justamente tal processo que produz as linhas de absorção.

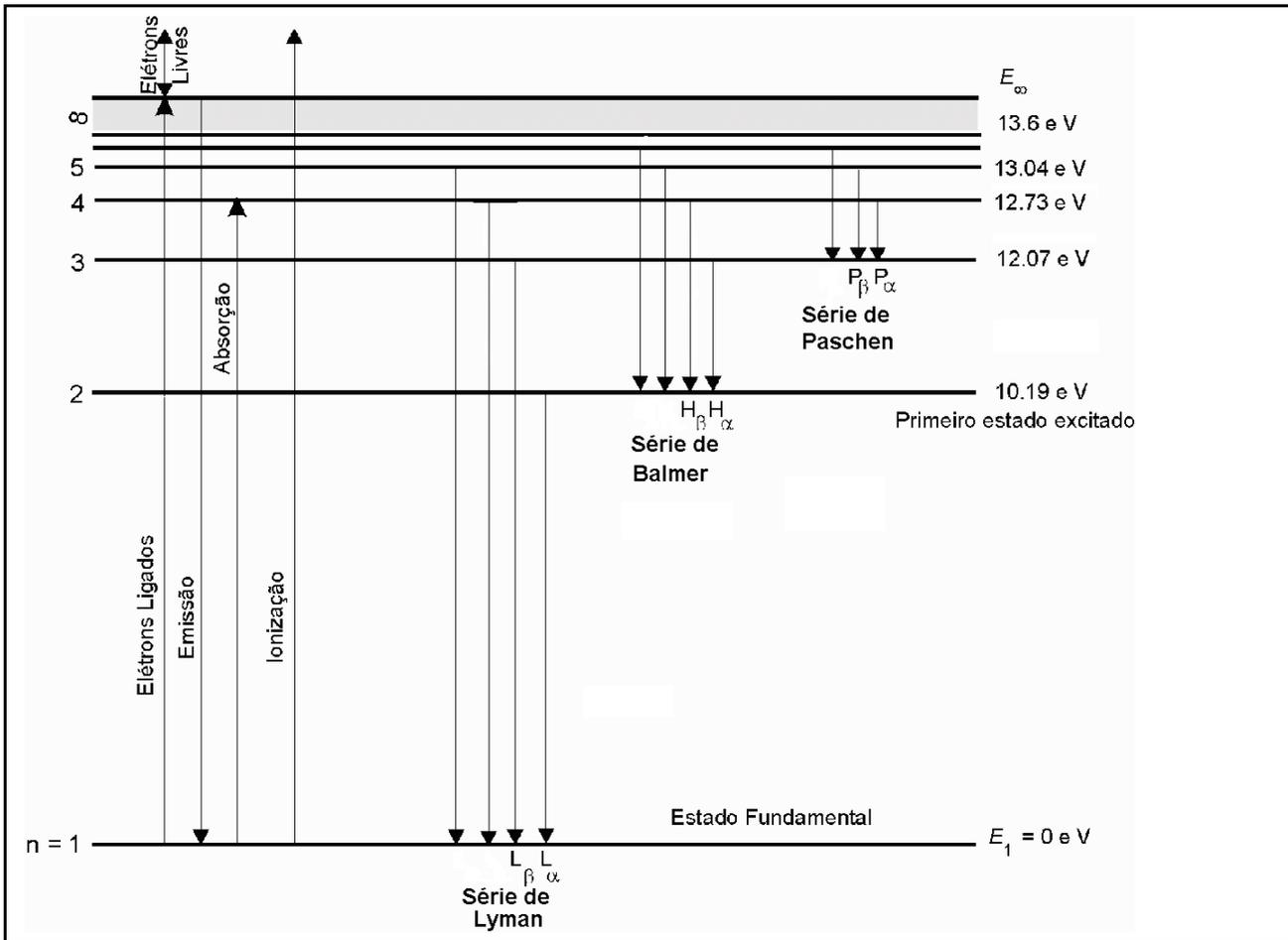
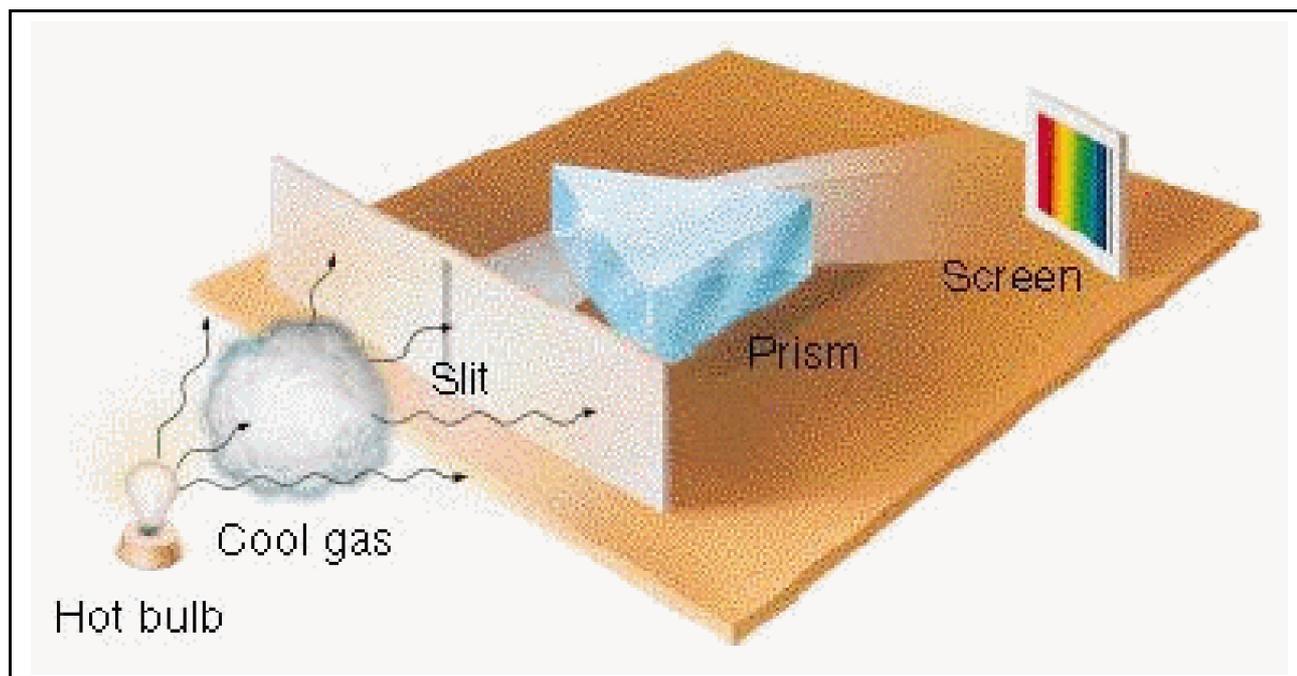


Figura 7. Diagrama de níveis atômicos de energia do átomo de Hidrogênio.

Os processos de colisão e de radiação também podem desexcitar ou recombinar os átomos ou os íons.

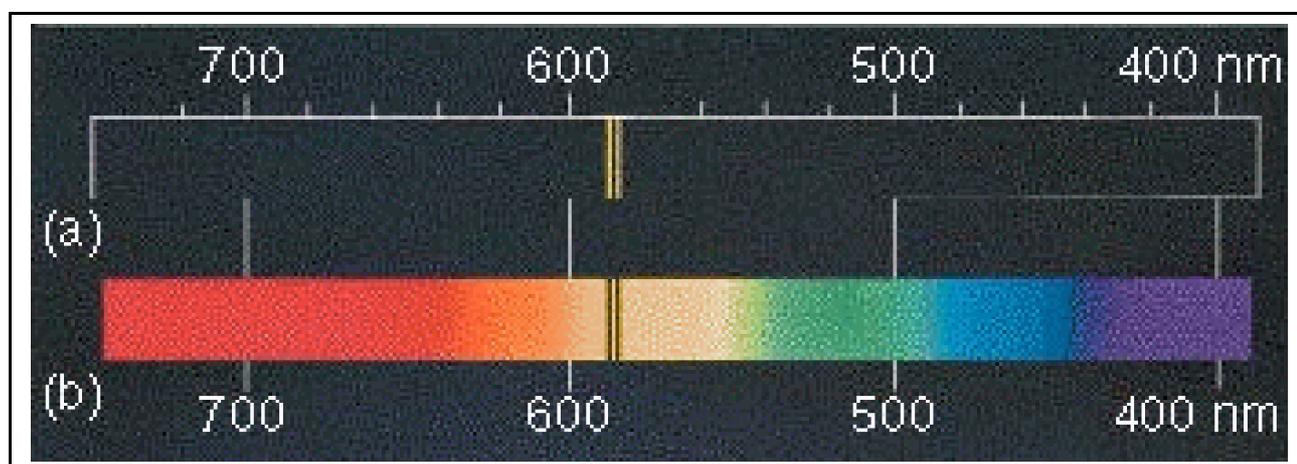
## Linhas de Absorção

Considere o caso em que um gás frio é colocado entre uma fonte de radiação contínua (uma lâmpada, por exemplo) e um detetor. O espectro que se observa contém linhas *escuras* de absorção. Essas linhas são formadas quando o gás frio absorve certos comprimentos de onda da radiação da fonte (lâmpada).



**Figura 8.** Exemplo do espectro observado quando a radiação de uma lâmpada atravessa um gás frio, passando por uma fenda, sendo decomposta ao atravessar um prisma, e finalmente sendo coletada em uma tela.

As linhas de absorção aparecem precisamente nos mesmos comprimentos de onda em que apareceriam as linhas de emissão que seriam produzidas no caso em que o gás estivesse aquecido a altas temperaturas.



**Figura 9.** (a) O espectro de emissão do sódio, em que duas linhas brilhantes de emissão aparecem na parte amarela do espectro visível. (b) Espectro de absorção do sódio, em que as duas linhas escuras aparecem na mesma posição correspondentes às linhas de emissão.

## Linhas de Emissão

As linhas de emissão são produzidas quando um átomo (ou mesmo um íon ou uma molécula) passa de um estado excitado para um estado de energia menos excitado, emitindo um fóton. Neste caso, dois tipos de linhas podem ser produzidas: as **permitidas**, que são produzidas em transições entre estados normais, e as linhas **proibidas**, que decorrem de transições envolvendo um estado excitado cujo tempo de vida médio é muito grande.

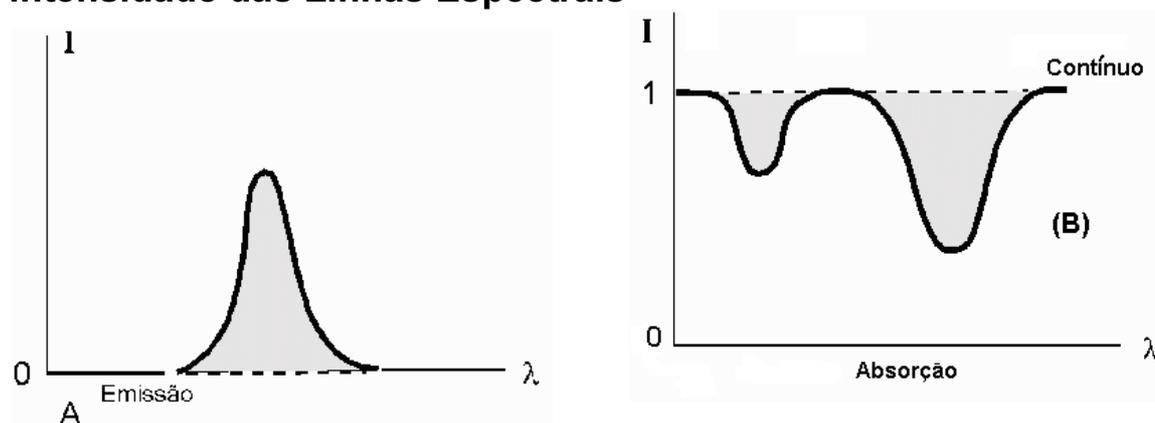
O tempo médio de vida de um átomo em um estado excitado é da ordem de  $10^{-8}$  s, mas ocorrem certos estados com tempos de vida maiores que 1s, os quais são denominados **metaestáveis**.

Para que um átomo possa ser excitado para um estado metaestável, o gás do meio deve ser rarefeito o bastante para que o tempo entre colisões atômicas seja maior que o tempo de vida do estado metaestável. Esse tipo de situação pode ser encontrado por exemplo no meio interestelar das galáxias, onde as densidades são baixas o suficiente para a produção de linhas proibidas.

Exemplo de *linha permitida*: linha do átomo de carbono três vezes ionizado (perdeu três elétrons), representado por C IV 1549, cujo comprimento de onda corresponde a  $\lambda = 1549\text{Å}$  ou 154,9nm.

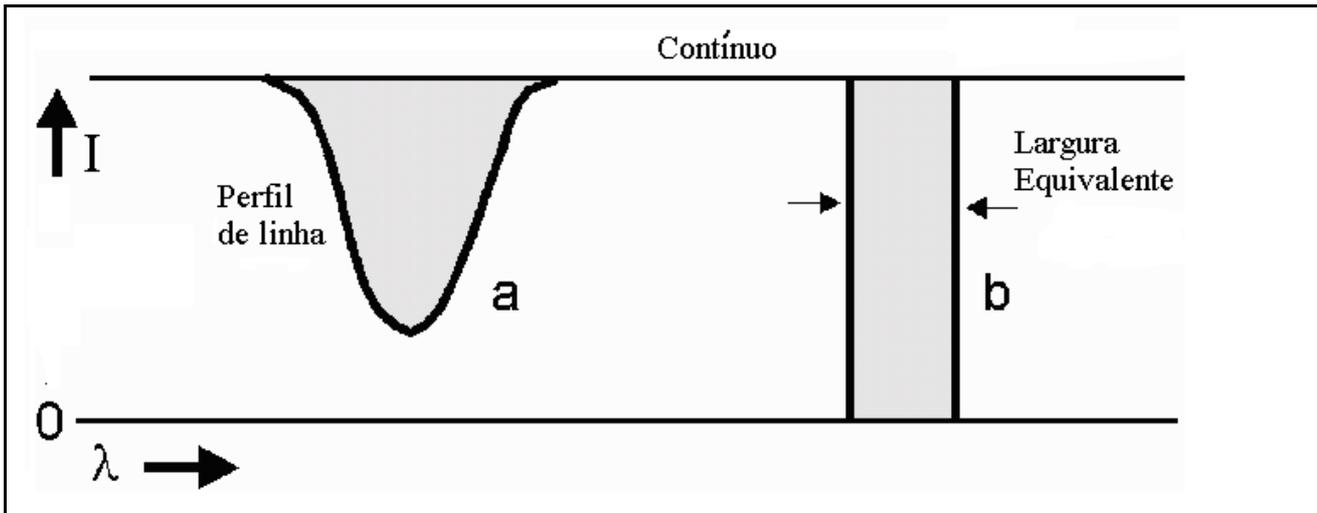
Exemplo de *linha proibida*: [O III] 5007, linha do átomo de oxigênio duas vezes ionizado, com  $\lambda = 5007\text{Å}$ .

## Intensidade das Linhas Espectrais



**Figura 10.** Perfil de linhas espectrais. A intensidade é proporcional ao número de fótons envolvidos naquela particular transição. (A) Uma linha de emissão. (B) Linhas de absorção.

A força total de uma linha é proporcional à sua área, que pode ser representada pela **largura equivalente** da linha. O perfil da linha é substituído por um retângulo, onde um dos lados é a altura do contínuo e o outro é a chamada largura equivalente (em Å ou mÅ).



**Figura 11.** Medida da largura equivalente de uma linha. A área do retângulo **b** é idêntica à área **a**, preenchida pelo perfil da linha.

## Alargamento de Linhas Espectrais

Os mecanismos de alargamento podem ser causados por vários processos físicos e é através da interpretação do perfil alargado da linha que podemos deduzir algumas características da fonte de radiação.

### (a) Alargamento natural:

A energia de um elétron que se encontra num determinado nível atômico é dada, pelo princípio da incerteza, como sendo proporcional ao inverso do tempo de vida naquele nível. Assim, um grupo de átomos irá produzir linhas de absorção ou emissão com uma faixa mínima de variação nas frequências dos fótons, chamada **largura natural**, da ordem de:

$$\Delta\nu = \frac{\Delta E}{h} \propto \frac{1}{\Delta t}.$$

### (b) Alargamento Doppler térmico

Esse processo depende da temperatura e da composição química do gás. As partículas em um gás movem-se aleatoriamente, e os movimentos dos átomos ao longo da linha de visada resultam em deslocamentos Doppler na radiação emitida ou absorvida.

Um exemplo é o caso do hidrogênio neutro à  $T = 6000\text{K}$ , que se move com uma velocidade média  $v \sim 12 \text{ km/s}$ . Essa velocidade das partículas corresponde a um alargamento fracional de  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \approx \frac{v}{c} \approx 4 \cdot 10^{-5}$ . Desta forma, a largura Doppler **térmica** da linha  $H\alpha$  (série de Balmer,  $n=3$  para  $n=2$ ,  $\lambda = 6563\text{Å}$ ) é  $\sim 0,25\text{Å}$ .

(c) *Alargamento colisional*

Os níveis de energia de um átomo são perturbados (ou seja, deslocados) por partículas vizinhas, principalmente as carregadas, como íons e elétrons. Em um gás, essas perturbações são aleatórias e causam alargamento das linhas espectrais. Quanto maior a densidade de partículas (e, portanto, a pressão) do gás, maior a largura das linhas espectrais. Esse é o processo mais importante no alargamento de linhas muito intensas como  $H_{\alpha}$ ,  $H_{\beta}$ , ... (série de Balmer).

(d) *Efeito Zeeman*

Quando um átomo se desloca sob a ação de um campo magnético, cada nível atômico de energia se divide em três ou mais subníveis. Tal processo é chamado Efeito Zeeman.

Se as separações (componentes Zeeman) entre subníveis não são *resolvidas* (são tão pequenas que não se pode distingui-las) nos espectros observados, nota-se somente uma linha espectral alargada.

(e) *Equação de Excitação de Boltzmann e a Equação de Ionização de Saha*

A força de uma linha depende diretamente do número de átomos que estejam no estado de energia a partir do qual ocorrem as transições. A equação de Boltzmann está relacionada com o equilíbrio de excitação, fornecendo o número de átomos que se encontrarão em cada estado excitado. A distribuição dos diversos níveis de energia de um átomo é estabelecida por:

$$\frac{N(2)}{N(1)} = \frac{g(2)}{g(1)} e^{\left[ \frac{E(1) - E(2)}{kT} \right]}$$

onde **N** é a densidade numérica, **g** a multiplicidade, e **E** a energia do nível.

Como  $E(2) > E(1)$  o argumento da exponencial será sempre negativo. Um aumento na temperatura leva ao crescimento da razão  $\frac{N(2)}{N(1)}$ .

Para descrever a distribuição segundo os diversos estágios de **ionização** dos átomos temos a equação de ionização de Saha:

$$\left( \frac{N_{i+1}}{N_i} \right) = A \frac{(kT)^{3/2}}{N_e} e^{-\chi_i/kT}$$

onde  $N_i$  é a densidade numérica dos íons,  $N_e$  densidade eletrônica,  $T$  a temperatura,  $\chi_i$  o potencial de ionização do estado mais baixo, e  $A = \frac{2 \pi m}{h^2}$ .

A equação de Boltzmann fornece o número de átomos em um estado excitado relativo ao número de átomos no estado fundamental, sendo aplicável tanto a átomos neutros como ionizados. A equação de Saha fornece as populações relativas entre dois estágios adjacentes de ionização.

Podemos combinar essas duas equações para expressar o número de átomos **disponíveis** para que se realize uma determinada transição, possibilitando que uma dada linha espectral seja produzida. Queremos obter a fração  $\frac{N_{i,s}}{N}$ , onde  $N_{i,s}$  é o número relativo de

átomos em qualquer estado excitado **s** num dado estágio de ionização **i**. A soma sobre todos os estágios **i** é dada por  $N = \sum_i^n N_i$ , onde **n** é o número de elétrons no estado neutro. Assim

obtemos, numa primeira aproximação:

$$\frac{N_{i,s}}{N} \approx \frac{N_{i,s}}{N_{i-1} + N_i + N_{i+1}} = \frac{N_{i,s}/N_i}{\left(\frac{N_{i-1}}{N_i}\right) + 1 + \left(\frac{N_{i+1}}{N_i}\right)}$$

O numerador dessa expressão pode ser determinado pela Equação de Boltzmann:

$$\frac{N_{i,s}}{N_i} \propto e^{-\chi_s/kT}, \text{ e o denominador é obtido da equação de Saha: } \frac{N_{j+1}}{N_j} \propto \frac{(kT)^{3/2}}{N_e} e^{-\chi_j/kT}.$$

Apesar dessas aproximações serem úteis para as mais fortes linhas espectrais de um gás, são necessários cálculos mais extensivos para reproduzir com melhor precisão a força das linhas espectrais.

## EXERCÍCIOS

1. Comparando uma estrela a 30000 K com outra a 6000K, estime quanta energia a primeira estrela emite mais que a segunda. Qual é a cor predominante em cada estrela?