

Guia de estudos “Astrofísica Estelar para o Ensino Médio”

Capítulo 5 – Medindo a luz das estrelas

5.1 Catálogos estelares

A palavra “fotometria”, de etimologia grega, significa “medida da luz”, ou, aplicando o termo às estrelas, medida dos seus *brilhos aparentes* (ou *fluxos luminosos*) detectados pelo observador. Geralmente se atribui a Hiparco de Niceia (ca. 190-120 a.C.) a primazia na tarefa de medir sistematicamente os brilhos das estrelas, produzindo o primeiro catálogo estelar conhecido, com as posições e os brilhos aparentes de cerca de 850 estrelas. Infelizmente, no entanto, esse catálogo não foi preservado até os nossos dias. Sabemos de sua existência através de Cláudio Ptolomeu (ca. 85-168 d.C.), que, trezentos anos depois, ampliaria o catálogo original de Hiparco, adicionando a ele cerca de 170 estrelas. Em torno de 150 d.C., baseado principalmente nas medidas de Hiparco, complementadas por suas próprias, Ptolomeu publicaria finalmente, nos Livros VI e VII de sua obra *Syntaxis mathematica* (que posteriormente se tornaria conhecida como *Almagesto*), um catálogo com as magnitudes aparentes de 1022 estrelas, distribuídas em 48 constelações. Este se tornaria o catálogo estelar padrão nos mundos ocidental e árabe por mais de oito séculos.

Segundo a classificação adotada por Hiparco e Ptolomeu, as estrelas visíveis a olho nu foram divididas em seis “classes de brilho” (denominadas “*magnitudes*”), atribuindo-se magnitude 1 às estrelas mais brilhantes e magnitude 6 às mais apagadas. No catálogo do *Almagesto*, contam-se 15 estrelas de primeira magnitude, 45 da segunda, 208 da terceira, 474 da quarta, 217 da quinta e 49 da sexta (PANNEKOEK, 1989). Note-se que as duas classes mais apagadas estão claramente subdimensionadas, possivelmente devido a dificuldades observacionais inerentes à observação a olho nu. Por outro lado, o termo “grandeza” em lugar de “magnitude” para indicar o brilho aparente, apesar de ser considerado obsoleto, ainda é usado na linguagem coloquial; seu uso, no entanto, pode levar à interpretação errônea de que as estrelas mais brilhantes são automaticamente também aquelas de maiores dimensões.

Nos séculos que se seguiram a Ptolomeu, a Europa ingressa na Idade Média Arcaica e a astronomia grega permanecerá toldada pelo obscurantismo no mundo ocidental – mas será felizmente preservada e impulsionada pela cultura islâmica. A partir do século VII, Bagdá e o Cairo substituirão Alexandria como centros de estudos de astronomia, geometria e álgebra; obras importantes como a *Syntaxis mathematica* de Ptolomeu são traduzidas para o árabe (e é essa tradução que recebe o nome *Almagesto*, pela qual a obra passa a ser conhecida). No ano de 964 finalmente surge a primeira revisão do catálogo de estrelas de Hiparco/Ptolomeu, que é feita por um astrônomo persa: Abd al-Rahman al-Sufi (903–986). Esse trabalho, conhecido como *Livro das estrelas*

fixas (Kitab al-Kawakib al-Thabitah), manteve as 48 constelações gregas, mas em seu texto fornecia também informações sobre as estrelas e constelações tradicionais dos beduínos árabes (RIDPATH,1989). Ao contrário do catálogo do *Almagesto*, o *Livro das estrelas fixas* incluía ilustrações de todas as constelações, sempre feitas à mão e vistas em duas versões: como as vemos normalmente no céu e na posição espelhada, como habitualmente se vê nos globos celestes (a “visão de Deus”). Al-Sufi revisou as magnitudes que haviam sido estimadas originalmente por Hiparco e Ptolomeu, adicionando 40 novas estrelas observadas por ele próprio. Em HAFEZ (2010) pode-se encontrar a tradução para o idioma inglês do *Livro das estrelas fixas*, assim como uma detalhada análise de seu conteúdo – incluindo tabelas comparativas das magnitudes estimadas por Hiparco/Ptolomeu e al-Sufi, bem como valores obtidos modernamente.

A partir do século X, os trabalhos de Ptolomeu e outros textos filosóficos e científicos gregos foram retraduzidos do árabe para o latim (a língua erudita da época) nos territórios europeus conquistados pelos muçulmanos, como a península Ibérica, sendo assim gradualmente reintroduzidos na Europa. Já pelo fim da Idade Média, o início das grandes navegações, as descobertas e a invenção da imprensa abrem novos horizontes. Mapas e catálogos com as posições atualizadas das estrelas eram imprescindíveis à navegação; a atenção se volta para as regiões austrais do céu, que eram inacessíveis aos gregos e que agora começavam a ser mapeadas pelos cartógrafos e exploradores que se aventuravam pelo Hemisfério Sul. Novas constelações austrais são criadas e mapeadas nos séculos XVI e XVII, em adição às 48 constelações clássicas listadas por Ptolomeu no *Almagesto*.

Dessa forma, numerosos catálogos, mapas e atlas celestes surgiram nos oitocentos anos posteriores ao *Livro das estrelas fixas*. Entre eles, alguns dos mais importantes foram aqueles elaborados por Ulugh Beg (Samarcanda, ca. 1430), com 992 estrelas; Tycho Brahe (Hven, 1598, republicado em 1627 por Kepler como parte das *Tabulae Rudolphinae*), com 1004 estrelas (VERBUNT; VAN GENT, 2010a); Bayer (*Uranometria*, Augsburg, 1603), com cerca de 2.000 estrelas, sendo o primeiro a incluir também estrelas do Hemisfério Sul celeste (RIDPATH, 2014); Hevelius (*Firmamentum Sobiescianum*, Gdansk, 1690), com 1564 estrelas (VERBUNT; VAN GENT, 2010b); e Flamsteed (*Historiae Coelestis Britannicae*, Greenwich, 1725), com 2.936 estrelas (BARBIER, 2016). Vários deles, além dos catálogos de posição e magnitudes aparentes, incluíam mapas celestes que são verdadeiras obras de arte (KANAS, 2009).¹

¹ Uma bela coleção de reproduções digitais de preciosas obras históricas de Bayer, Hevelius, Flamsteed, Bode e outros autores está disponível online no website Linda Hall Library Digital Collections, em: <<http://lhdigital.lindahall.org/cdm/astronomy>>. Acesso em: 8 de dezembro de 2016.



Figura 5.1 – Constelação de Taurus, tal como aparece no terceiro volume de Firmamentum Sobiescianum, sive Uranographia – Prodomus Astronomiae, de Johannes Hevelius (1690). A estrela mais brilhante da constelação (olho esquerdo do touro) é Aldebaran. (Crédito: STOPPA, 2004.)

5.2 A escala de magnitudes aparentes

No entanto, já em fins do século XVIII estava claro que havia uma questão a ser resolvida: as magnitudes aparentes listadas nos diferentes catálogos históricos sofriam claramente de certa falta de consistência entre si.

Diferenças de uma e até duas magnitudes para a mesma estrela eram encontradas em compilações dos vários catálogos estelares disponíveis desde Hiparco até Flamsteed (ver, por exemplo, FLAMMARION, 1882). Embora amenizada na primeira metade do século XIX através da publicação de novos e extensos catálogos por Jérôme de Lalande (*Histoire céleste française*, 1801, com 47.390 estrelas) e Friedrich Wilhelm Argelander (*Uranometria nova*, 1843, com 3.256 estrelas), a inconsistência nas medidas de magnitudes ainda persistia. Claramente, a causa de tais distorções residia na inexistência de um critério e de uma escala padronizada e aceita universalmente para a determinação precisa de magnitudes aparentes. A situação foi resumida pelo astrônomo inglês William Dawes, em comunicação feita à Royal Astronomical Society:

As magnitudes das estrelas telescópicas são designadas por valores tão diversos por diferentes observadores, que se torna impossível prever a aparência desses objetos em telescópios de quaisquer tipos ou dimensões sem fazer referência à escala de magnitudes adotada pelo observador que indicou essa magnitude para a estrela em questão (...) As diferenças entre observadores de grande experiência e fama são muito maiores do que se poderia imaginar por aqueles que não examinaram o assunto, mostrando claramente que escalas de magnitude muito diferentes entre si foram adotadas (DAWES, 1851, tradução nossa).

Cinco anos depois, outro astrônomo britânico – Norman Robert Pogson – atenderia à convocação implícita no artigo de Dawes, propondo à mesma Royal Society uma escala que se tornaria o padrão até hoje usado para medida de magnitudes (POGSON, 1856).

Há algumas décadas se sabia, através de observações feitas por William Herschel e confirmadas posteriormente por seu filho John Herschel, que, *em média*, as estrelas de magnitude 1 da escala de Hiparco eram *aproximadamente* 100 vezes mais brilhantes do que as de magnitude 6 (PANNEKOEK, op. cit., p. 445). Medições posteriores para tentar estabelecer uma relação de brilhos aparentes (ou fluxos luminosos) entre duas estrelas com diferença de uma magnitude foram efetuadas por outros observadores da época, como Manuel Johnson em Oxford, Simon Stampfer em Viena e Carl Von Steinheil em Munique. Segundo Almeida (2011),

Estas medições, na (ainda) ausência de fotômetros suficientemente sensíveis eram feitas diafragmando um telescópio até que uma dada estrela ficasse no limiar mínimo de visibilidade (método de Dawes), ou diafragmando o telescópio (abertura D) até que a estrela deixasse de ser detectável (critério mais fiável seguido por Pogson). O mesmo método era utilizado para outra estrela de comparação.

Aplicando esse processo para duas estrelas quaisquer e medindo experimentalmente a abertura do diafragma (D) para cada uma delas, era fácil encontrar a relação entre os brilhos aparentes das mesmas, que é equivalente à razão dos inversos dos quadrados dos respectivos valores de D.

Por esse procedimento, Johnson havia obtido, para a relação de brilhos **R** entre duas estrelas de magnitudes sucessivas, o valor médio de $R = 2,43$; Steinheil, $R = 2,83$; e Stampfer, $R = 2,519$. Essas discrepâncias demonstravam a dificuldade apontada poucos anos antes por Dawes. Pogson seguiu um caminho inovador: partindo dos estudos empíricos dos Herschels, ele decidiu propor uma escala logarítmica, construída de tal forma que *a uma diferença de 5 magnitudes correspondesse **exatamente** um fator de 100 no brilho aparente*.

Ora, mas se à diferença de 5 magnitudes corresponde um fator 100 no fluxo luminoso, então a relação de brilho **R** *correspondente a um intervalo de uma magnitude* pode ser calculada simplesmente por:

$$R^5 = 100$$

De onde concluímos que: $R = \sqrt[5]{100}$

Cujo valor aproximado é: $R \cong 2,512$

Assim, se tivermos duas estrelas quaisquer com um intervalo de *uma* magnitude entre elas, a mais brilhante terá um fluxo 2,512 vezes maior que a mais fraca. Por exemplo,

uma estrela de magnitude 1 será 2,512 vezes mais brilhante que uma estrela de magnitude 2. Analogamente, na escala de Pogson a nossa estrela de magnitude 1 será:

- $R^2 = 2,512 \times 2,512 = 6,3$ vezes mais brilhante que uma estrela de magnitude 3.
- $R^3 = 2,512 \times 2,512 \times 2,512 = 15,9$ vezes mais brilhante que uma estrela de magnitude 4.
- $R^4 = 2,512 \times 2,512 \times 2,512 \times 2,512 = 39,8$ vezes mais brilhante que uma estrela de magnitude 5.
- $R^5 = 2,512 \times 2,512 \times 2,512 \times 2,512 \times 2,512 = 100$ vezes mais brilhante que uma estrela de magnitude 6 (resultado, aliás, que foi o indicado pelos Herschels).

E assim por diante. A escala estava construída, e passou a ser conhecida – até hoje – como *escala de magnitudes aparentes*. Mas faltavam ainda alguns detalhes. Por exemplo, existiam algumas poucas estrelas que eram *mais brilhantes* que a primeira magnitude. Para elas, resolveu-se estender a escala até a *magnitude zero* (sempre levando em conta o fator de brilho de 2,512) e ainda, por extensão, a *magnitudes negativas* para as mais brilhantes entre todas, assim como para alguns planetas, a Lua e o Sol. Outro problema – as estrelas que não possuíam magnitudes expressas por números inteiros – era de fácil resolução (passando-se a usar casas decimais para suas magnitudes, obtidas por simples interpolação da relação de brilho). Faltava definir um padrão para a magnitude zero; escolheu-se então a estrela Vega (Alfa Lyrae, ou Alfa da constelação da Lira), a quem foi atribuída por convenção magnitude 0,0. A Tabela 5.1 fornece alguns exemplos da escala de Pogson:

	Magnitude
Sol	-26,7
Lua cheia	-12,9
Vênus (próximo às elongações)	-4,4
Júpiter (próximo às oposições)	-2,5
Sírius (Alfa Canis Majoris)	-1,5
Vega (Alfa Lyrae)	0,0
Spica (Alfa Virginis)	1,0
Limite da visão a olho nu, em sítio escuro	6,0
Limite visual com binóculos 50 mm, em sítio escuro	9,0
Limite visual de um telescópio amador 150 mm, em sítio escuro	13
Limite de um telescópio profissional de 4 m	26
Limite do Hubble Space Telescope (Extreme Deep Field)	31

Tabela 5.1: Magnitudes aparentes de alguns astros e dos limites instrumentais de vários telescópios na escala de Pogson

Questiona-se até que ponto a escala de Pogson teria sido concebida intencionalmente como uma escala de base logarítmica. Em seu artigo original, o astrônomo britânico afirmava: “ [...] Eu escolhi 2,512 pela conveniência de cálculo, pois o recíproco de $0,5 \log R$, uma constante que ocorre frequentemente em fórmulas fotométricas, nesse caso será exatamente 5.” (POGSON, op. cit., p. 14, tradução nossa). Evidentemente, essa afirmação de Pogson equivale à expressão $0,5 \log R = 1/5$, ou seja, $\log R = 0,4$; ou

ainda $R = 2,512$, como vimos anteriormente. Apenas quatro anos após a publicação do artigo de Pogson, dois fisiologistas da Universidade de Leipzig (Ernst Weber e Gustav Fechner) divulgam, na obra *Elemente der Psychophysik*, os seus estudos fisiológicos e psicológicos sobre a relação entre os estímulos físicos e a percepção sensorial dos mesmos. Em particular, na lei que passaria a ser conhecida como “lei de Weber-Fechner”, postulam que essa relação é logarítmica – ou seja, que a percepção sensorial humana varia de acordo com o logaritmo do estímulo físico. Dito de outra forma, se a intensidade do estímulo físico varia em uma progressão geométrica, a percepção sensorial correspondente varia em progressão aritmética. Parece certo, entretanto, que Pogson não desenvolveu sua escala como consequência direta dos trabalhos de Fechner e Weber (BURKE-GAFFNEY, 1963). A lei de Weber-Fechner foi objeto de intensas críticas nas décadas seguintes, chegando a ser considerada sua substituição por uma nova formulação matemática proposta em 1961 por Stanley S. Stevens, da Universidade Harvard – que postulou que uma lei de potência seria mais representativa da percepção sensorial humana do que uma função logarítmica (STEVENS, 1961). No entanto, apesar dessas controvérsias, admite-se modernamente que, com a exceção de situações de baixíssima luminosidade em que predomine a visão escotópica (aquela produzida na retina exclusivamente pelas células do tipo bastonete), é correto afirmar que a função logarítmica representa bem a resposta do olho humano a estímulos luminosos (SACEK, 2006). Ou seja, podemos afirmar que nossos olhos percebem *razões iguais* de intensidade luminosa como *intervalos iguais* de brilho, na escala de magnitudes. A quase totalidade dos livros-texto introdutórios de astronomia para educadores enfatiza esse fato. Ver, por exemplo, GREGORIO-HETEM (2011).

5.3 Luminosidades e fluxos estelares

O conceito de luminosidade intrínseca (ou, doravante, simplesmente luminosidade) de uma estrela não deve ser confundido com brilho, fluxo ou magnitude. A luminosidade é definida como sendo a *quantidade de energia que a estrela emite por unidade de tempo*. Ou seja, a luminosidade não depende de nossa posição ou da distância a que nos encontramos da estrela; ao contrário, ela é uma característica inerente à estrela em si. Note-se que, fisicamente, esse conceito de luminosidade é exatamente o mesmo que a *potência* irradiada pela estrela. Como a potência de uma lâmpada elétrica, por exemplo: se a lâmpada possui potência (ou luminosidade) de 40 W, por exemplo, ela continuará tendo 40 W se estivermos perto dela ou se nos afastarmos.

As unidades de medida da luminosidade estelar são as unidades de energia/tempo, e são tradicionalmente expressas em ergs por segundo (ergs/s), ou ainda em watts (joules/s). O Sol, por exemplo, possui uma luminosidade de $3,8 \times 10^{33}$ ergs/s. Como se compara a luminosidade do Sol com a de nossa lâmpada de 40 W? Basta converter as medidas para a mesma unidade. Um Watt equivale a 10^7 ergs/s. Assim, a energia

irradiada pelo Sol em cada segundo (sua luminosidade) é cerca de $3,8 \times 10^{26}$ watts, o que significa algo como 10^{25} vezes maior que a da lâmpada.

Já o conceito de fluxo luminoso (ou, doravante, simplesmente fluxo) é distinto. Popularmente, ele se confunde com o que em geral se chama de “brilho”, ou “brilho aparente”, da estrela. O fluxo, sim, depende da distância a que nos encontramos da fonte. Em nossa analogia com a lâmpada, suponha que você esteja inicialmente a um metro dela, e em seguida se afaste, digamos, a cem metros. É evidente que o “brilho” (fluxo) da lâmpada diminuiu quando você se afastou (se você discorda, tente ler com uma lâmpada de 40 W a cem metros dela). Mas a sua luminosidade continua igual (afinal, ela continua sendo a mesma lâmpada de 40 W...).

Quando observamos as estrelas no céu noturno, o que podemos medir diretamente através da escala de magnitudes é apenas o *fluxo* (e nunca a luminosidade). Algumas estrelas nos parecem mais brilhantes e outras mais apagadas – mas não podemos dizer se, por exemplo, as estrelas mais brilhantes são *intrinsecamente* mais luminosas, ou se elas simplesmente estão mais próximas de nós do que as outras (e vice-versa). Para sabermos se elas são de fato mais luminosas, teremos de conhecer as distâncias a que elas se encontram. Em outras palavras, precisaremos medir o fluxo e estimar a distância por qualquer processo para conhecer a *luminosidade* da estrela, assim como outros parâmetros que também sejam intrínsecos a ela. Como podemos fazer isso?

De início, para exprimir a relação entre luminosidade e fluxo, consideremos uma estrela qualquer; chamemos a sua luminosidade intrínseca de **L**. Afastemo-nos da estrela até uma distância que chamaremos de **d**. Note-se que a luminosidade irradiada pela estrela se distribui esfericamente em todas as direções; em particular, à distância **d** a que o observador se encontra, ela foi distribuída em todos os pontos de uma superfície esférica de raio **d**. Para encontrar o fluxo luminoso **F** que chegou até o observador, basta dividir a luminosidade da estrela pela área dessa superfície esférica:

$$F = \frac{L}{4\pi d^2} \quad (5.1)$$

Por essa equação, verifica-se que, se medirmos o fluxo de uma estrela qualquer e se conseguirmos por qualquer processo estimar a sua distância, então poderemos facilmente calcular sua luminosidade intrínseca. Note-se que a unidade de medida do fluxo é dada por unidades de luminosidade/unidades de área, e conseqüentemente, a unidade de fluxo será dada em $\text{erg} / \text{cm}^2 \cdot \text{s}$.

5.4 Lei dos inversos dos quadrados

Vamos imaginar agora que nos afastemos de nossa estrela sucessivamente a diversas distâncias que chamaremos de d_1 , d_2 , d_3 etc. Já sabemos que sua luminosidade **L** não

mudará com isso, *mas o fluxo sim*. Vamos chamar esses fluxos de F_1 , F_2 , F_3 etc. Pela equação (5.1), podemos escrever que:

$$L = F_1 \cdot 4\pi d_1^2$$

$$L = F_2 \cdot 4\pi d_2^2$$

$$L = F_3 \cdot 4\pi d_3^2$$

... e assim por diante. Se igualarmos o valor de L nessas duas primeiras equações (ou em quaisquer outras entre elas) teremos, de uma forma geral:

$$F_1 / F_2 = d_2^2 / d_1^2 \quad (5.2)$$

Essa equação é conhecida como *Lei dos inversos dos quadrados* das distâncias, e nos diz que, à medida que nos afastamos (ou aproximamos) da estrela, o fluxo que recebemos dela diminui (ou aumenta) com o quadrado das distâncias a que nos encontramos.

5.5 Distâncias astronômicas

A pergunta seguinte, naturalmente, seria: *mas como se pode afinal estimar a distância das estrelas?* Essa não é uma tarefa fácil: as imensas distâncias às quais as estrelas se encontram impossibilitam o uso das medições diretas convencionais. Além disso, não existe um *único* método que sirva para calcularmos as distâncias de *todas* as estrelas; ao contrário, existem literalmente dezenas de métodos, cada um aplicável somente a uma determinada gama de distâncias, ou a uma classe de objeto. O método clássico, denominado paralaxe trigonométrica, nos fornece distâncias muito precisas, porém infelizmente só pode ser aplicado para estrelas relativamente próximas. Há excelentes métodos baseados na pulsação de estrelas variáveis, porém eles se aplicam somente a elas. E existem ainda muitos outros procedimentos, usando técnicas estatísticas, espectroscópicas, fotométricas, astrométricas etc. A solução encontrada pelos astrônomos foi combinar o uso desses diversos métodos, usando os resultados de uns para *calibrar* as escalas de outros processos. Dessa forma, começando pelas estrelas mais próximas (medidas com precisão pela paralaxe), foi-se aos poucos ampliando a escala de distâncias através de uma série de métodos, incluindo o uso de *indicadores de distâncias* ou “velas-padrão” (objetos que possuem uma luminosidade conhecida)², o que permitiu finalmente a determinação das distâncias das estrelas mais longínquas da Galáxia (e, posteriormente, também das distâncias extragalácticas).

O método da paralaxe trigonométrica foi aplicado pela primeira vez para calcular distâncias estelares no século XIX, de forma quase simultânea por três astrônomos:

² Supernovas do Tipo Ia, Novas galácticas e extragalácticas, estrelas variáveis pulsantes dos tipos Cefeidas clássicas, W Virginis e RR Lyrae são alguns exemplos de indicadores de distância ou “velas-padrão” usados modernamente.

F.W. Bessel (1838), T. Henderson (1839) e F.W. von Struve (1840), respectivamente com as estrelas 61 Cygni, Alfa Centauri e Vega (CLERKE, 1893). Em essência, ele nada mais é do que uma variante da conhecida técnica da triangulação, usada por topógrafos, agrimensores e cartógrafos para medir distâncias, posições e áreas na superfície terrestre. Seu fundamento, conhecido há séculos, é simples: se medirmos um dos lados e um dos ângulos de um triângulo retângulo, então todos os demais lados e ângulos estarão determinados.

Paralaxe é a mudança da posição aparente de um objeto contra o fundo mais distante, quando observado de dois pontos diferentes. Um experimento simples demonstra esse conceito: estenda seu braço e levante o polegar. Olhe para ele sucessivamente com o olho esquerdo e o direito contra um fundo mais distante. A posição do polegar parece se deslocar por um ângulo em relação ao fundo. Os seus olhos e o polegar formam um triângulo: a distância entre os olhos é a linha de base, e o ângulo entre eles e o polegar exemplifica a paralaxe, que é medida em unidades angulares, geralmente em segundos de arco ($''$).

No caso de paralaxes astronômicas, procura-se usar uma linha de base tão grande quanto possível: o diâmetro da órbita terrestre, que é da ordem de 300 milhões de km, ou duas unidades astronômicas³. Para tanto, faz-se uma série de imagens da região do céu em que a estrela se encontra, e mede-se o seu deslocamento angular contra o fundo em duas datas quaisquer com intervalo de seis meses entre si (o tempo em que a Terra terá completado metade de sua órbita; por exemplo, em janeiro e julho).

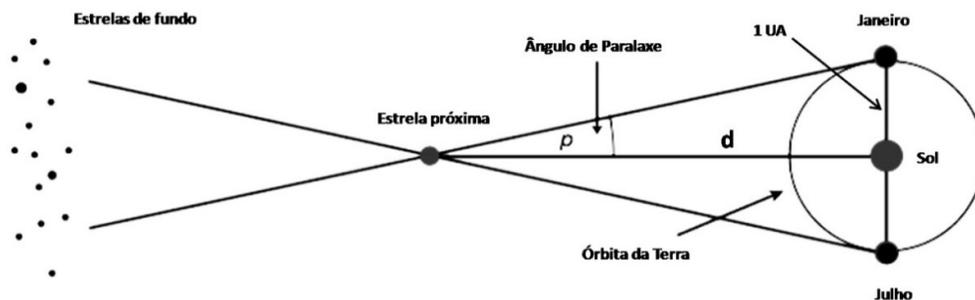


Figura 5.2 – Método da paralaxe para a medição de distâncias estelares. Observe que, quanto mais distante estiver a estrela, menor será o ângulo de paralaxe p . (Adaptado de LCO, 2016.)

³ Define-se a unidade astronômica (UA) como sendo a distância média entre a Terra e o Sol (redefinida em 2012 pela União Astronômica Internacional como sendo precisamente 149.597.870.700 m). Esse valor muitas vezes pode ser aproximado por simplicidade para 150 milhões de km.

Definimos a paralaxe p da estrela como sendo a metade do deslocamento angular medido. Da trigonometria (e não esquecendo que, para pequenos ângulos, $p \approx \text{tg } p$), podemos deduzir que a distância d será dada por:

$$d = \frac{1 \text{ UA}}{p}$$

sendo p expresso em radianos e d em UA. Mas em astronomia geralmente se usam segundos de arco (em vez de radianos) para medir o deslocamento angular. A relação entre radianos (rad) e segundos de arco (") é: $1 \text{ rad} = 206.265''$. Concluímos que a paralaxe de um segundo de arco corresponde a uma distância de 206.265 UA. Mas a UA é uma unidade muito pequena para expressar distâncias estelares; convencionou-se então definir uma nova unidade para medir distâncias em astronomia: o *parsec*, que se abrevia por **pc**. *Por definição, o parsec é a distância de um objeto cuja paralaxe mede exatamente um segundo de arco.* Ou seja, podemos escrever simplesmente:

$$d = \frac{1}{p} \tag{5.3}$$

(sendo p dado em segundos de arco e d em parsec. Por exemplo: a paralaxe da estrela mais próxima do Sol, Alfa Centauri, é de $0,74''$. Sua distância será assim de 1,35 pc).

Da definição de parsec resultam imediatamente as relações entre o pc e as duas outras unidades de medida de distância usadas em astronomia, que definimos no Capítulo 1 (a UA e o ano-luz):

$$1 \text{ pc} = 206.265 \text{ UA} \quad \text{e} \quad 1 \text{ pc} = 3,26 \text{ anos-luz.}^4$$

Da equação (5.3), percebe-se que, quanto maior for a distância, menor será a paralaxe – e por isso mais difícil e imprecisa será a medição. Para observatórios situados na Terra, o limite de utilização do método da paralaxe é de 100 pc. Na década de 1990, o satélite *Hipparcos*, da ESA (Agência Espacial Europeia), ampliou esse limite para 1.000 pc, (mais de 100.000 estrelas). Espera-se que a missão GAIA, também da ESA e em operação no momento (2017) permita até a década de 2020 medir distâncias de até 100.000 pc, abrangendo um bilhão de estrelas. Mesmo assim, isso representará apenas 1 % das estrelas da Via Láctea. Fica evidente que outros métodos de determinação de distância se tornam necessários. Em capítulos posteriores, voltaremos a abordar esse tema.

⁴ Para as maiores distâncias astronômicas são também usados frequentemente os múltiplos do parsec: o kiloparsec (10^3 pc), o megaparsec (10^6 pc) e o gigaparsec (10^9 pc).

5.6 Equação de Pogson

Vamos agora retornar ao conceito de magnitude aparente e, lembrando que o brilho aparente corresponde ao fluxo luminoso (F) que foi emitido pela estrela e recebido pelo observador, deduzir uma equação que relacione os fluxos e as magnitudes. Lembremos que, na escala de Pogson, cada intervalo de uma magnitude corresponde a uma razão de fluxos igual a $100^{1/5}$. Isso pode ser reescrito agora para uma razão de fluxos genérica (F_1/F_2) e um intervalo de magnitudes genérico, que indicaremos por $(m_2 - m_1)$. Note que os subscritos dos fluxos e das magnitudes estão em ordem inversa, pois, como já vimos, as magnitudes mais altas correspondem aos fluxos mais baixos, e vice-versa. A escala de Pogson, expressa de forma genérica, indica:

$$F_1/F_2 = 100^{(m_2 - m_1)/5}$$

Aplicando logaritmos a essa equação e lembrando que $\log 100 = 2$, temos:

$$\log (F_1/F_2) = 0,4 (m_2 - m_1)$$

que também pode ser escrita como:

$$(m_2 - m_1) = 2,5 \log (F_1/F_2) \quad (5.4)$$

Essa é a equação de Pogson, também conhecida como fórmula, ou lei, de Pogson. Ela nos dá uma relação genérica entre magnitudes e fluxos de duas estrelas quaisquer. No seu uso, mais uma vez, é necessária atenção para o fato de que os subscritos dos fluxos e das magnitudes devem estar em ordem inversa. Alternativamente, caso se prefira escrevê-los na mesma ordem, o segundo termo da equação deverá ter o sinal trocado, e a equação de Pogson passa a ser escrita:

$$(m_2 - m_1) = -2,5 \log (F_2/F_1)$$

5.7 Magnitude absoluta e módulo de distância

Como vimos acima, ao observarmos o céu noturno não podemos concluir que as “estrelas mais brilhantes” (ou seja, aquelas de *menor magnitude aparente*) são também as intrinsecamente mais luminosas, ou vice-versa. Só poderemos deduzir isso caso a caso *se conhecermos a distância à qual cada uma se encontra de nós*. Mas podemos por um momento imaginar: *e se todas as estrelas se encontrassem exatamente à mesma distância?* Ora, nesse caso fictício, é fácil notar que a escala de brilhos aparentes representaria também a escala de luminosidades.

Foi com base nesse cenário hipotético que se definiu o conceito de magnitude absoluta. *A magnitude absoluta de uma estrela é simplesmente a magnitude que a estrela teria, caso estivesse situada a uma distância-padrão de 10 parsecs*. A

magnitude absoluta (que por convenção é indicada por **M**) é, portanto, uma medida da *luminosidade* da estrela, assim como a magnitude aparente (indicada por **m**) era uma medida de seu brilho aparente (ou *fluxo*). Assim como ocorre com as magnitudes aparentes, a escala das magnitudes absolutas é uma escala inversa: as estrelas mais luminosas terão magnitudes absolutas mais baixas, e vice-versa.

Se conhecermos a luminosidade da estrela, poderemos facilmente calcular a magnitude absoluta da estrela, e vice-versa. Muitas vezes, em astrofísica, é conveniente indicar a luminosidade em unidades solares (ou seja, o valor da luminosidade da estrela em relação à do Sol). A vantagem é que tanto a luminosidade como a magnitude absoluta do Sol são bem conhecidas. Para isso podemos usar a equação de Pogson como segue:

$$M_{\odot} - M = 2,5 \log (L / L_{\odot}) \quad (5.5)$$

sendo M_{\odot} : magnitude absoluta do Sol = 4,83

L_{\odot} : luminosidade do Sol = $3,8 \times 10^{33}$ ergs/s

L e M representam respectivamente a luminosidade e a magnitude absoluta da estrela

Com o conceito de magnitude absoluta, poderemos finalmente estabelecer uma relação entre as magnitudes (aparente e absoluta) e a distância da estrela. Na prática, geralmente a magnitude aparente é medida pelo observador através de fotometria (seja ela visual ou com detectores eletrônicos). Nessas condições, na nossa relação restarão como variáveis a magnitude absoluta (que, como vimos, é uma medida da luminosidade) e a distância: se determinarmos uma delas por qualquer processo, a outra será facilmente conhecida por essa relação, conhecida como *equação do módulo de distância*. Vamos deduzi-la a partir da equação de Pogson (equação 5.4).

Consideremos uma estrela qualquer. A uma distância que chamaremos de **d**, ela terá uma magnitude aparente **m** e um fluxo **F**. Já à distância de 10 pc, sua magnitude será a magnitude absoluta **M**; chamemos seu fluxo de **F₁₀**. Aplicando a equação de Pogson:

$$(m - M) = 2,5 \log (F_{10}/F)$$

Mas da relação entre fluxos e luminosidades (equação 5.1) temos que:

$$F = \frac{L}{4\pi d^2} \quad (\text{para a estrela à distância } d)$$

$$F_{10} = \frac{L}{4\pi(10)^2} \quad (\text{para a estrela à distância de 10 pc})$$

Dividindo a segunda equação pela primeira, temos:

$$F_{10} / F = (d / 10)^2$$

Substituindo na equação de Pogson,

$$(m - M) = 2,5 \log (d / 10)^2$$

...que podemos escrever também:

$$(m - M) = 5 \log d - 5 \quad (5.6)$$

Essa é a equação que procurávamos; a quantidade $(m-M)$ é chamada de módulo de distância⁵. Note-se que para o uso correto dessa equação, a distância d deverá *necessariamente ser expressa em parsecs*.

5.8 Atividades sugeridas (para professores)

Uma vez que este capítulo contém boa parte do tratamento matemático usado neste programa, parece-nos essencial assegurar que os conceitos físicos vistos acima sejam bem assimilados e que o uso das equações respectivas seja bem treinado. Dessa forma, sugerimos propor aos alunos a resolução de ao menos parte dos exercícios de fixação abaixo. Se houver tempo, resolver alguns deles em sala para eliminar eventuais dúvidas. Os dados e valores mencionados nas questões são reais.

- O planeta Netuno encontra-se à distância de 30 unidades astronômicas do Sol. Quantas vezes o fluxo de energia solar que chega a Netuno é menor do que o recebido na Terra?
- As estrelas Rigel (Beta Orionis) e Deneb (Alfa Cygni) possuem exatamente a mesma luminosidade. Mas Deneb encontra-se a 1600 anos-luz da Terra, enquanto Rigel está a 900 anos-luz de nós. Qual das estrelas aparenta ser mais brilhante quando vista da Terra? Qual a razão entre os fluxos luminosos que recebemos das duas estrelas?
- Uma estrela A está à metade da distância de outra estrela B. Vistas da Terra, a estrela A parece ser duas vezes mais brilhante do que a estrela B. Qual delas é a estrela mais luminosa? Qual é a razão entre as luminosidades das duas estrelas?

⁵ A equação do módulo da distância tal como vista em (5.6) vale apenas na inexistência de matéria interestelar (gás e poeira) entre a estrela e o observador. Se ela for significativa, devemos adicionar ao segundo membro dessa equação um termo geralmente indicado por A_v (extinção interestelar), que exprime a parte da radiação estelar extinta (por absorção e espalhamento) no trajeto até o observador.

- A estrela Regulus (Alfa Leonis) possui 140 vezes a luminosidade do Sol. Porém, vista da Terra, seu brilho aparente é $5,2 \times 10^{-12}$ vezes o brilho solar. Quantas vezes Regulus está mais distante de nós que o Sol?
- Quando próximo às suas máximas aproximações, o planeta Vênus apresenta magnitude em torno de -4 . A estrela Arcturus (Alfa Bootis) possui magnitude aparente zero. Quantas vezes Vênus nos parece ser mais brilhante que Arcturus?
- Uma estrela A tem magnitude 10. Uma estrela B tem brilho 10.000 vezes maior que A. Uma outra estrela C tem brilho 100.000 vezes menor que A. Qual a magnitude de B? Qual a magnitude de C?
- A estrela mais brilhante do firmamento (Sirius, ou Alfa Canis Majoris) possui magnitude aparente $-1,5$. As estrelas mais apagadas que conseguimos ver em um local escuro possuem magnitude 6. Quantas vezes Sirius é mais brilhante que elas?
- A famosa estrela variável Eta Carinae, uma das mais luminosas da Galáxia, sofreu uma gigantesca erupção no ano de 1843. Nessa ocasião, a estrela atingiu a magnitude -1 . Passados mais de um século e meio, Eta Carinae brilha hoje como uma modesta estrela de quarta magnitude. Calcule quantas vezes Eta Carinae esteve mais brilhante em 1843 do que em nossos dias.
- A estrela Alfa Centauri, a mais próxima do Sistema Solar, possui magnitude aparente zero. Que magnitude ela apresentaria, se estivesse ao dobro da distância em que se encontra?
- Supernovas do Tipo II são estrelas de grande massa que, ao final do seu ciclo de vida, são destruídas em uma explosão colossal, cuja energia é comparável à de todas as outras estrelas de sua galáxia juntas. Uma dessas estrelas, denominada Supernova 1987A, explodiu no ano de 1987 na Grande Nuvem de Magalhães, uma galáxia satélite da Via Láctea, que está a 170.000 anos-luz de distância. No seu máximo brilho, ela atingiu a magnitude aparente 3. Calcule a magnitude aparente que ela teria, se estivesse à distância de Alfa Centauri (assumida como 4,3 anos-luz).
- Uma estrela está à distância de 100 parsecs da Terra. Qual o seu módulo de distância? Se ela possui magnitude absoluta -2 , qual será a sua magnitude aparente?

- A distância de Alfa Centauri, medida por paralaxe, é de 4,3 anos-luz. Vista da Terra, ela possui magnitude 0,0. Qual é a sua magnitude absoluta?
- Na questão anterior, e considerando que o Sol possui magnitude absoluta 4,8, qual a estrela mais luminosa (Alfa Centauri ou o Sol)? Calcule a luminosidade de Alfa Centauri em unidades solares.
- As estrelas Sirius (Alfa Canis Majoris) e Canopus (Alfa Carinae) são as duas mais brilhantes em nosso céu noturno. Suas magnitudes aparentes são respectivamente de $-1,5$ e $-0,7$. Suas distâncias são de 8,7 anos-luz e 98 parsecs, na mesma ordem. Qual dentre as duas é intrinsecamente mais luminosa?
- Duas estrelas A e B possuem a mesma magnitude absoluta, porém A está dez vezes mais distante do que B. Qual a diferença entre suas magnitudes aparentes?
- A estrela Procyon (Alfa Canis Minoris) tem magnitude absoluta 2,6. Qual a sua luminosidade em unidades solares? (Dada: magnitude absoluta do Sol = 4,8)
- Sendo a magnitude absoluta do Sol de 4,8, qual seria a magnitude aparente do Sol se ele estivesse à distância de 1 parsec? E de 10 pc? E de 100 pc? Qual seria a sua magnitude aparente se ele não estivesse na Via Láctea, mas sim na Grande Nuvem de Magalhães (que está a 170.000 anos-luz de distância)?
- Na estrela Epsilon Eridani, cuja paralaxe é de $0,31''$, foi detectada recentemente a presença de um disco protoplanetário. Qual a distância de Epsilon Eridani? Quanto tempo sua luz leva para chegar à Terra?
- A estrela Ross 348 tem paralaxe $0,317''$. Ela só pode ser vista ao telescópio, pois é 300 vezes menos brilhante que o limite de nossa percepção visual a olho nu (que corresponde à magnitude 6). A que distância deveria estar essa estrela para ser percebida visualmente sem um telescópio?
- Estrelas variáveis da classe denominada RR Lyrae ocorrem frequentemente em aglomerados globulares e possuem magnitudes absolutas em torno de 0,0. Em uma pesquisa recente, detectou-se a presença de estrelas RR Lyrae com uma magnitude aparente de 13,5 no grande aglomerado globular conhecido como NGC 104 (ou 47 Tucanae). Qual a distância desse aglomerado em parsecs? E em anos-luz?

Referências bibliográficas para o Capítulo 5

ALMEIDA, G. Norman Robert Pogson e a escala de magnitudes estelares. *Gazeta de Física* (revista da Sociedade Portuguesa de Física), v. 34, fasc. 3-4, p. 52-7, 2011. Disponível em: <<http://www.gazetadefisica.spf.pt/magazine/article/827/pdf>>. Acesso em: 22 de dezembro de 2016.

ARGELANDER, F.W. Aufforderung an Freunde der Astronomie. In: SCHUMACHER, H.C. (ed.), *Jahrbuch für 1844*. Stuttgart & Tübingen: J.G. Cotta Buchhandlung, p. 122-254, 1844. Parte da obra foi traduzida para o inglês por Annie J. Cannon como: The variable stars. *Popular Astronomy*, v. 20, p. 148-56, 1912. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/1912PA.....20...91A>>. Acesso em: 27 de julho de 2017.

BARBIER, P. Flamsteed Star Catalog. Versão online do catálogo de Flamsteed. Disponível em: <<http://pbarbier.com/flamsteed/flamsteed.html>>. Acesso em: 7 de dezembro de 2016.

BURKE-GAFFNEY, M.W. Pogson's scale and Fechner's law. *Journal of the Royal Astronomical Society of Canada*, v. 57, p. 3-7, 1963.

CLERKE, A. *A popular history of Astronomy during the nineteenth century*. London: Adam and Charles Black, 3rd ed., p. 43-4, 1893.

DAWES, W. On a photometrical method of determining the magnitudes of telescopic stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 11, p. 187, 1851.

FLAMMARION, C. *Les étoiles et les curiosités du ciel*. Paris: C. Marpon et E. Flammarion, éditeurs, p. 6-19, 1882.

GREGORIO-HETEM, J. Estrelas. In PICAZZIO, E. (ed.): *O céu que nos envolve: introdução à Astronomia para educadores e iniciantes*. São Paulo: Odysseus Editora, 1^a ed., p. 183-4, 2011.

HAFEZ, I. *Abd al-Rahman al-Sufi and his book of the fixed stars: a journey of re-discovery*. PhD thesis, James Cook University, p. 367-90, 2010. Disponível em: <<http://researchonline.jcu.edu.au/28854/>>. Acesso em: 7 de dezembro de 2016.

KANAS, N. *Star maps: history, artistry, and cartography*. Springer Praxis Publishing Company, p. 107-30, 2009.

LCO (Las Cumbres Observatory). Parallax and distance measurement. 2016. Disponível em: <<https://lco.global/spacebook/parallax-and-distance-measurement/>>. Acesso em: 7 de dezembro de 2016.

PANNEKOEK, A. *A history of Astronomy*. New York: Dover Publications, p. 444-9, 1989.

POGSON, N.R. Magnitudes of thirty-six of the minor planets for the first day of each month of the year 1857. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 17, p. 12, 1856.

RIDPATH, I. Identifying the stars on Johann Bayer's chart of the south polar sky. *The Antiquarian Astronomer – Journal of the Society for the History of Astronomy*, p. 97-108, 2014. Disponível em: <<https://societyforthehistoryofastronomy.com/publications/the-antiquarian-astronomer/>>. Acesso em: 7 de dezembro de 2016.

RIDPATH, I. *Star tales*. Lutterworth Press, p. 1-12, 1989. Disponível em: <<http://www.ianridpath.com/startales/contents.htm>>. Acesso em: 4 de dezembro de 2016.

SACEK, V. Eye light-intensity response. In: Amateur telescope optics (website), Section 13.8: Eye intensity response, contrast sensitivity. Disponível em: <http://www.telescope-optics.net/eye_intensity_response.htm>. Acesso em: 27 de dezembro de 2016.

STEVENS, S.S. To honor Fechner and repeal his law. *Science (New Series)*, American Association for the Advancement of Science, v. 133, n. 3446, p. 80-6, 1961. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/1706724>>. Acesso em: 27 de dezembro de 2016.

STOPPA, F. Atlas coelestis. 2004. Disponível em: <<http://www.atlascoelestis.com>>. Acesso em: 4 de dezembro de 2016.

VERBUNT, F.; VAN GENT, R.H. (a). Three editions of the star catalogue of Tycho Brahe. Machine-readable version and comparison with the modern Hipparcos catalogue. *Astronomy and Astrophysics*, 516, A28, p. 1-24, 2010. O catálogo de Tycho completo, na versão editada por Kepler em 1627, está disponível em: <<http://vizier.u-strasbg.fr/viz-bin/VizieR?-source=J%2FA%2BA%2F516%2FA28>>. Acesso em: 7 de dezembro de 2016.

VERBUNT, F.; VAN GENT, R.H. (b). The star catalog of Hevelius. Machine-readable version and comparison with the modern Hipparcos catalogue. *Astronomy and Astrophysics*, 516, A29, p. 1-22, 2010. O catálogo de Hevelius completo está disponível em: <<http://vizier.u-strasbg.fr/viz-bin/VizieR?-source=J%2FA%2BA%2F516%2FA29>>. Acesso em: 7 de dezembro de 2016.

%%%%%%%%%