AGA0210 - Introdução à Astronomia

Resolução da Lista 1

Prof. Dr. Alex Cavaliéri Carciofi

*Monitor: Bruno C. Mota**

(Dated: 9 de outubro de 2012)

I. QUESTÃO 1

Suponha que você esteja em um planeta estranho e que observe, à noite, que as estrelas não nascem e nem se põem mas giram paralelamente ao horizonte. Você caminha 20 000 km (ufa!) em linha reta e percebe que agora as estrelas nascem e se põem perpendicularmente ao horizonte.

a) Qual a circunferência do planeta?

Na primeira situação estamos na região polar, onde as estrelas não nascem e nem se põem, após percorrer 20 000 km atinge-se a região equatorial, onde as estrelas nascem e se põem perpendicularmente (*rever slide 21 da aula 1*). Assim temos uma seção circular de 90°, desta forma o espaço percorrido corresponde a 1/4 da circunferência deste planeta

$$\frac{1}{4}\,C = \frac{1}{4}\,(2\pi R_P) = 20\,000\,\mathrm{km} \tag{1}$$

Portanto, C = 80 000 km. Podemos descobrir também o raio do planeta,

$$\frac{1}{4}\,(2\pi \mathrm{R_P}) = 20\,000\,\mathrm{km} \text{ portanto, } \mathrm{R_P} = \frac{40\,000}{\pi}\,\mathrm{km}. \tag{2}$$

b) Quanto mais você deveria andar de forma a observar as estrelas se pondo a um ângulo de 30° do horizonte?

Considerando que o caminhante continue indo para o Sul isto implica numa latitude de $90^\circ - \varphi = 30^\circ \Rightarrow \varphi = 60^\circ = 60\,\pi/180 = \pi/3$, nesta expressão devemos utilizar o módulo da latitude (*ver slide 38 da aula 1*). Assim o caminhante percorrerá mais 60° da circunferência, ou seja, $60^\circ/360^\circ\,\mathrm{C} = \mathrm{C}/6 \simeq 13\,000\,\mathrm{km}$. Se preferir resolver fazendo conta, então

$$\mathrm{D} = \varphi(\mathrm{rad})\,\mathrm{R_P} = \frac{\pi}{3}\,\mathrm{R_P} = \frac{\pi}{3}\,\frac{40\,000}{\pi}\,\mathrm{km} \simeq 13\,333\,\mathrm{km}. \tag{3}$$

*e-mail:bruno.mota@usp.br

II. QUESTÃO 2

Pesquise como Erastótenes, por volta de 200 A.C., mediu a circunferência da Terra. Explique sua descoberta através de um diagrama.

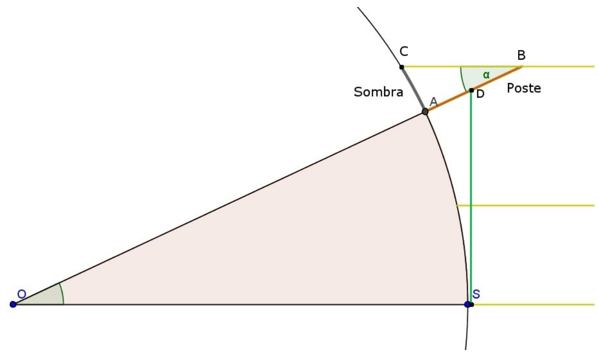

Figura 1: Configuração geométrica (Fonte).

Erastótenes (276-194 a.C.), [2], notou que, na cidade egípcia de Siena (atualmente chamada de Aswân), no primeiro dia do verão, ao meio-dia, a luz solar atingia o fundo de um grande poço, ou seja, o Sol estava incidindo perpendicularmente à Terra em Siena. Já em Alexandria, situada ao norte de Siena, isso não ocorria; medindo o tamanho da sombra de um bastão na vertical, Eratóstenes obteve este valor.

Para um mesmo instante (ver fig. II, os raios solares chegam perpendiculares à superfície em Siena (ponto S) enquanto que em Alexandria (ponto A) há a formação de uma sombra. Assim, pela semelhança dos triângulos $\Delta\mathrm{ABC} \sim \Delta\mathrm{OSD}$. Como o raio da Terra, é $\mathrm{R_T} \gg \overline{\mathrm{AD}}$, podemos escrever,

$$\frac{\mathrm{R_T}}{\overline{\mathrm{AS}}} = \frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{AC}}} \tag{4}$$

Onde $\overline{\mathrm{AB}}$ e $\overline{\mathrm{AC}}$ são os comprimentos do poste e da sombra, respectivamente. A distância entre as cidades, $\overline{\mathrm{AS}}$ era de 5 000 estádios que é aproximadamente 40 000km ([2]). Tomando $\mathrm{R_T} \simeq 6\,400$km, isso nos dá uma razão entre as sombras do poste e da sombra de ~ 0.16, ou seja, um poste de 1.0 m já seria suficiente para medir o raio.

III. QUESTÃO 3

As fases de Vênus somente podem ser explicadas através do modelo heliocêntrico.

a) Descreva, do ponto de vista observacional, as fases de Vênus. Procure fazê-lo escolhendo pontos - chave da órbita do planeta.

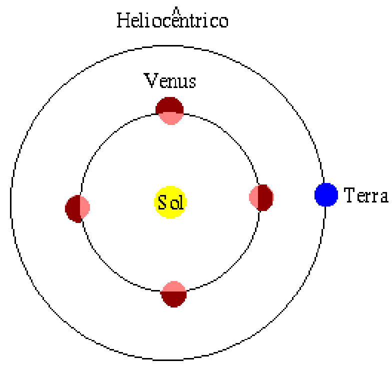

Figura 2: Fases de Vênus no modelo heliocêntrico, (retirado do site Kepler de Souza). Dica: (outro site bacana).

b) Prove, através de diagramas, que o enunciado acima é verdadeiro, ou seja, que o modelo geocêntrico não explica as fases de Vênus.

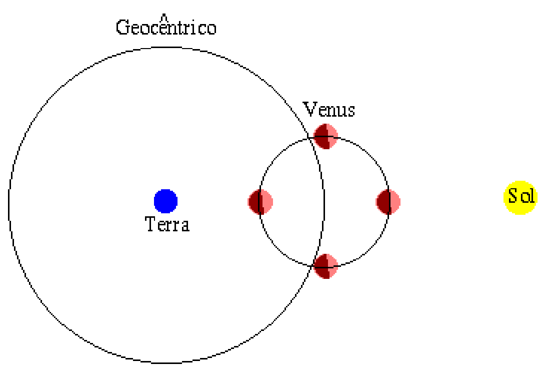

Figura 3: Fases de Vênus nos modelos geocêntrico e heliocêntrico, (retirado do site Kepler de Souza).

IV. QUESTÃO 4

a) Qual é o período de um asteróide cujo semi-eixo maior é 2 UA?

Pela terceira lei de Kepler temos

$$\mathrm{a}^3 = \mathrm{P}^2 \tag{5}$$

onde a é a distância média em UA, P o período em anos. Portanto,

$$P \simeq \sqrt{(2\,\mathrm{UA})^3} \simeq 2.83 \text{ anos ou 2 anos 302 dias e 9 horas} \tag{6}$$

b) Qual a maior distância ao Sol de um cometa cujo período é 10 anos e cuja órbita tem excentricidade $0,2$?
Quando o astro estiver no seu periélio a sua distância ao Sol será

$$\mathrm{d_P} = \mathrm{a}\,(1 - \mathrm{e}), \tag{7}$$

e quando estiver no afélio

$$\mathrm{d_A} = \mathrm{a}\,(1 + \mathrm{e}). \tag{8}$$

Para maiores detalhes veja slide 16 da aula 3 ou a página 27 de Carroll & Ostlie [1]. Calculemos primeiro o valor de a utilizando a expressão 5,

$$\mathrm{a}^3 = \mathrm{P}^2 \Rightarrow \mathrm{a} = (10^2\,)^{1/3}\mathrm{UA} \tag{9}$$

e substituindo 9 na 8,

$$\mathrm{d_A} = \mathrm{a}\,(1 + 0.2) \simeq 5.57\,\mathrm{UA} \tag{10}$$

c) Newton mostrou que os períodos e distâncias na terceira lei de Kepler dependem da massa dos objetos. Qual seria o período de translação da Terra se a massa do Sol fosse três vezes menor?

Devemos usar a 3^a lei de Kepler modificada por Newton,

$$\mathrm{d}^3 = (\mathrm{M_{Sol}}/3 + \mathrm{M_{Terra}})\mathrm{P}^2 \Rightarrow \mathrm{P}^2 = \frac{\mathrm{d}^3}{(\mathrm{M_{Sol}}/3 + \mathrm{M_{Terra}})}, \tag{11}$$

$$\mathrm{P}_2^2 \simeq \frac{3\,\mathrm{d}^3}{(\mathrm{M_{Sol}})}, \tag{12}$$

$$\mathrm{P}_1^2 \simeq \frac{\mathrm{d}^3}{(\mathrm{M_{Sol}})} \Rightarrow \mathrm{P}_1 = 1\,\mathrm{ano}. \tag{13}$$

Tomando a razão entre as expressões 12 e 13,

$$\left(\frac{\mathrm{P}_2}{\mathrm{P}_1}\right)^2 = \frac{3\,\mathrm{d}^3}{\mathrm{M_{Sol}}}\frac{\mathrm{M_{Sol}}}{\mathrm{d}^3} = 3. \tag{14}$$

Portanto,

$$\mathrm{P}_2 = \sqrt{3}\mathrm{P}_1 \simeq 1.73\,\text{anos ou 1 ano 8 meses 23 dias 13 horas.} \tag{15}$$

V. QUESTÃO 5

a) Como, usando um gnômon, os antigos puderam determinar a duração do ano das estações?

Os antigos sabiam que a altura da sombra de um gnômon varia de valores grandes, solstício de Inverno, quando o Sol está mais para o Norte, para valores menores, solstício de Verão, quando o Sol está mais ao Sul. Entre as duas estações notaram sombras de comprimentos intermediários observadas entre os solstícios relativas aos equinócios de Outono e Primavera, quando os dias e noites possuem mesma duração. Portanto, por exemplo, por meio do intervalo medido entre duas sombras máximas, eles podiam medir a duração de uma ano trópico ou ano das estações.

b) Como, usando um gnômon, os antigos puderam definir o ano bissexto?

O ano trópico também conhecido como ano das estações dura 365,2422 dias, os calendários de épocas muito antigas não eram tão precisos e devem ter apresentado incompatibilidades com os tempos marcados pelos gnômons, esta defasagem deve ter se tornado mais evidente com o passar do tempo o que pode ter levado à criação de novos calendários.

c) Dado um ano A qualquer no calendário Gregoriano, como determinar se ele é um ano normal ou bissexto?

Este ano deve ser um múltiplo de 100 e divisível por 400 (*ver slide 63 da aula 3*), isso vem do fato do ano gregoriano ter 365 dias mais 1/4 de dia (anos bissextos) menos 3/400 dias (referentes a três anos que não são bissextos no período de 400 anos). Portanto, o ano dura $365 + 0,25 - 0,0075 = 365.2524\,\text{dias} \simeq$ ano trópico.

VI. QUESTÃO 6

Você mora em uma cidade cuja latitude é 50^o e quer construir um sistema de aquecimento de água pela radiação solar.

a) Supondo que queira mais aquecimento no início do inverno (solstício de inverno), qual o ângulo que a superfície do coletor solar deve fazer com a horizontal?

O valor da latitude fornece o ângulo que a estrela faz com a linha do horizonte, este ângulo é $90^o - \varphi$, onde φ é a latitude. Assim no inverno o Sol irá nascer mais ao Sul, permanecendo um tempo menor no Céu, neste caso mantendo-se a um ângulo de $40^o - 23.5^o = 16.5^o$ em relação ao horizonte, portanto o coletor deverá fazer um ângulo de $\alpha = 50^o - 23.5^o = 26.5^o$ com a horizontal.

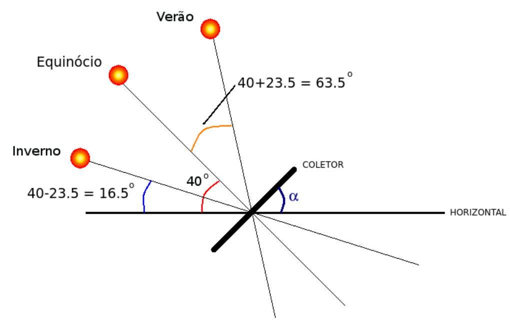

Figura 4: Posição do coletor em relação ao horizonte e ao Sol.

b) Qual é esse ângulo caso queira privilegiar o aquecimento no início do verão?

O Sol permanecerá mais tempo no Céu, neste caso mantendo-se a um ângulo de $40^o + 23.5^o = 63.5^o$ em relação ao horizonte, neste caso o coletor deverá fazer um ângulo de $\alpha = 50^o + 23.5^o = 73.5^o$ com a horizontal.

c) Qual é o ângulo para que na média do ano o aquecimento seja mais eficiente?

O valor médio é obtido da média das inclinações do verão e inverno,

$$\alpha_{\mathrm{M}} = \frac{73.5^o + 26.5^o}{2} = 50^o \tag{16}$$

VII. QUESTÃO 7

a) Por que não ocorre eclipse solar em toda Lua Nova?

Porque o plano orbital da Lua não é coplanar ao plano orbital terrestre (eclíptica), estando inclinado cerca de 5^o a ele. Assim, apenas quando a Lua cruza o plano orbital terrestre numa fase nova poderá ocorrer um eclipse solar.

b) Por que o tamanho angular aparente da Lua muda com o tempo?

Porque a Lua apresenta uma órbita elíptica, $e \sim 0.05$, desta forma apresenta uma variação na sua distância média, $\mathrm{d_L}$, entre $0.95\,\mathrm{d_L}$ e $1.05\,\mathrm{d_L}$.

c) Porque é possível ver a Lua mesmo durante um eclipse lunar total?

Porque certos comprimentos de onda da luz solar são refratados (desviados) em direção à Lua, como se tivéssemos uma projeção do pôr solar na superfície lunar.

VIII. QUESTÃO 8

O eixo de rotação de Urano perfaz um ângulo i = 98° com o plano da eclíptica. Suponha, para simplificar, que i = 90°.

a) Sendo o período orbital de Urano de 84 anos, descreva as estações do ano para um observador no polo norte, polo Sul e equador de Urano.

A orientação do eixo de rotação é preservada (fig. VIII),

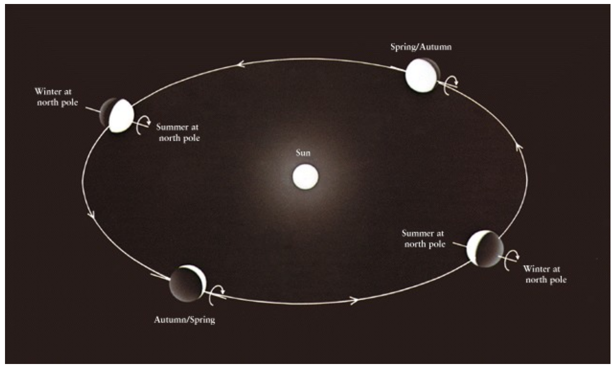

Figura 5: Urano em diferentes posições orbitais.

a figura mostra que teremos a cada 21 anos a troca de estações.

b) Quanto tempo um astronauta que vive no polo norte de Urano ficaria sem ver o Sol?

Da figura vemos que nosso astronauta terá 42 anos no escuro e 42 no claro.

[1] Carroll, B. W., & Ostlie, D. A. 2006, Institute for Mathematics and Its Applications,

[2] K.Oliveira Filho, *Astronomia e Astrofísica*, Livraria da Física, 2003.