

Conservação da Energia

A Roda de Maxwell



1- James Clerk Maxwell

Datas Históricas

13 de junho de 1831

Foi um físico e matemático escocês. É mais conhecido por ter dado forma final à teoria moderna do eletromagnetismo, que une a eletricidade, o magnetismo e a óptica.

1846

Maxwell escreveu, aos 15 anos de idade, um trabalho sobre um método mecânico de traçar curvas ovais perfeitas.

1857

Em 1857, seu ensaio Sobre a Estabilidade dos Anéis de Saturno é premiado pela Universidade de Cambridge. Nesse trabalho, comprova a teoria de que os anéis de Saturno são constituídos de partículas independentes e não de fluidos.

Prof. Responsável: Dra. Leticie Mendonça Ferreira

Material desenvolvido pelo monitor Henrique Barros de Oliveira, sob orientação da profa. Leticie M. Ferreira, no contexto do projeto "Reelaboração do Material Didático das Disciplinas Avançadas de Laboratório de Física".

Caro aluno, neste experimento iremos estudar a conservação da energia mecânica de um sistema que executa um movimento combinado de translação e rotação. Para tanto utilizaremos a roda de Maxwell.

Em suma, a roda de Maxwell é um aparato constituído de um disco capaz de rodar em torno de um eixo que passa pelo seu centro. O eixo de rotação, por sua vez, é suspenso por dois fios fixos às extremidades do eixo. O sistema quando solto de uma certa altura passa a executar um movimento combinado de translação, na vertical, e rotação. Ao atingir o ponto de menor altura na sua trajetória, a roda inverte o seu movimento. Nesse processo é possível observar e avaliar a transformação contínua de energia potencial gravitacional em energia cinética, e vice-versa. É este processo que iremos investigar em mais detalhes neste experimento, avaliando se ocorre ou não a conservação da energia mecânica e determinando grandezas características do movimento de rotação.

Introdução

A figura abaixo mostra a roda de Maxwell que será utilizada no experimento. À medida que a roda desce, a energia potencial diminui, transformando-se em energia cinética translacional e energia cinética rotacional. A energia cinética de translação depende da massa da roda e da velocidade linear, ao passo que a energia cinética de rotação depende da velocidade angular e do momento de inércia. O momento de inércia é uma medida da resistência que oferece um corpo rígido para fazê-lo girar.



3 - Roda de Maxwell

Assim, a energia mecânica E_T da roda de Maxwell de massa m e momento de inércia I_z em qualquer ponto na trajetória de descida é dada por:

$$E_T = E_P + E_C + E_R, \quad (1)$$

onde E_P é a energia potencial gravitacional, E_C é a energia cinética translacional e E_R a energia cinética rotacional.

Podemos então depois fazer:



2 - James and Katherine Maxwell, 1869.

Datas Históricas

1870

Em 1870 publicou o livro "A teoria do calor", que dá forma final à termodinâmica moderna e será enormemente influente na física do século XX.

1871

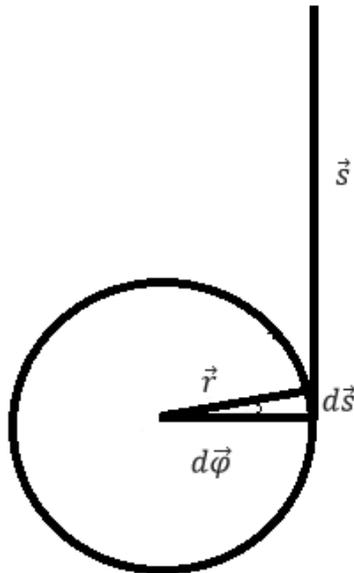
Em 1871 inventou o conceito de Demônio de Maxwell, para demonstrar que a segunda lei da termodinâmica, que diz que a entropia nunca decresce, tem um carácter estatístico.

1873

Em 1873 Maxwell publicou o Tratado sobre Electricidade e Magnetismo, livro que continha todas as suas ideias sobre este tema e que condensa todo o trabalho que foi fazendo ao longo dos anos.

$$E_T = m\vec{g}\vec{s} + \frac{m\vec{v}^2}{2} + \frac{I_z\vec{\omega}^2}{2}, \quad (2)$$

onde \vec{s} é a distância de descida (negativa), \vec{v} a velocidade linear de descida e $\vec{\omega}$ a velocidade angular.



Acima podemos ver a relação entre a variação da distância de descida $d\vec{s}$ e o ângulo $d\varphi$.

Usando a figura podemos estabelecer a seguinte relação (onde \vec{r} é o raio do eixo de rotação):

$$d\vec{s} = d\vec{\varphi} \times \vec{r}. \quad (3)$$

E com isso,

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \times \vec{r} = \vec{\omega} \times \vec{r}. \quad (4)$$

Informações relevantes

https://www.nikhef.nl/~h73/kn1c/praktikum/phywe/LEP/Experiment/1_3_18.pdf

Link para documentação original (Nota: O material não é igual pois no site existe apenas o material mais novo)

Curiosidades:

Em 1638, Galileu Galilei publicou sua análise de diversas situações - incluindo a célebre análise do "pêndulo-ininterrupto" - que pode ser descrita, em linguagem moderna, como a conversão contínua de energia potencial em energia cinética e vice-versa, garantido que a soma destas duas - à qual dá-se o nome de energia mecânica do sistema - permaneça sempre constante.

Observando o problema podemos fazer algumas afirmações; a primeira é que a gravidade é paralela ao movimento de descida, e a velocidade angular é perpendicular ao raio.

Com isso, podemos unir as equações anteriores na seguinte equação:

$$E_T = -m\vec{g} \cdot \vec{s}(t) + \frac{1}{2} \left(m + \frac{I_z}{r^2} \right) * (\vec{v}^2). \quad (5)$$

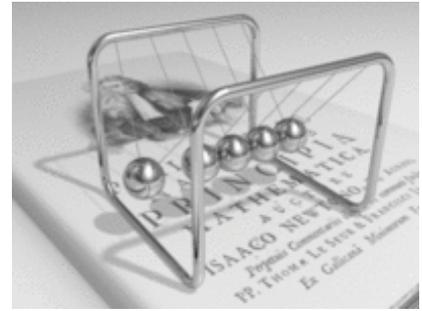
Como a energia total do sistema se conserva podemos fazer:

$$\frac{dE_T}{dt} = 0 = -m\vec{g} \cdot \vec{v}(t) + \frac{1}{2} \left(m + \frac{I_z}{r^2} \right) * 2 * \vec{v}(t) \cdot \dot{v}(t). \quad (6)$$

Por fim obtemos as equações de movimento:

$$s(t) = \frac{1}{2} \frac{mg}{\left(m + \frac{I_z}{r^2}\right)} * t^2, \quad (7)$$

$$v(t) = \frac{mg}{\left(m + \frac{I_z}{r^2}\right)} * t. \quad (8)$$



3- O Pêndulo de Newton é um exemplo de conservação de energia.

Informações Relevantes

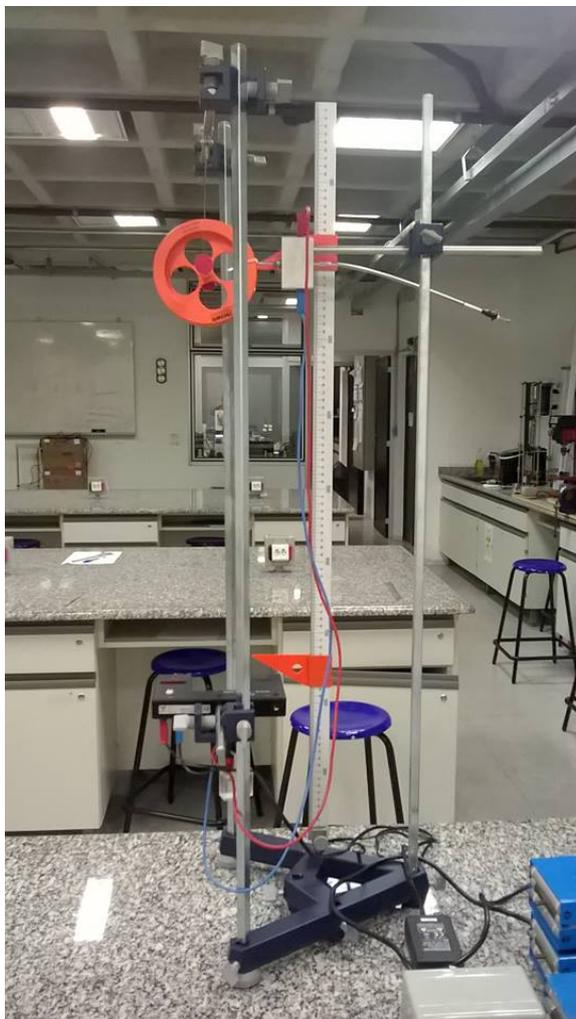
Gottfried Wilhelm Leibniz, no período compreendido entre 1676 e 1689, foi quem primeiro tentou realizar uma formulação matemática da energia associada ao movimento (energia cinética). Leibniz percebeu que, em vários sistemas mecânicos, a grandeza era conservada enquanto as massas não interagissem. Ele chamou essa quantidade de vis viva ou força viva do sistema. O princípio representa uma afirmação acurada da conservação de energia cinética em situações em que não há atrito.

Curiosidade

Engenheiros, tais como John Smeaton, Peter Ewart, Karl Hotzmann, Gustave-Adolphe Hirn e Marc Seguin objetaram que a conservação de momento sozinho não era adequada para cálculos práticos, e faziam uso do princípio de Leibniz. O princípio foi também defendido por alguns químicos, tais como William Hyde Wollaston.

A roda de Maxwell

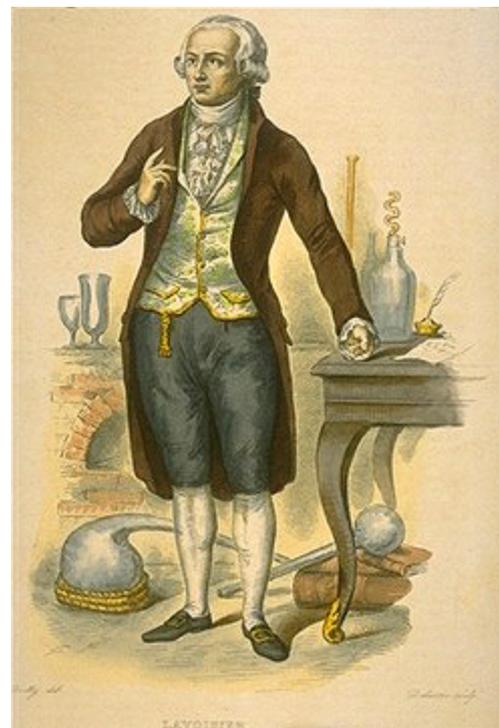
Para a realização do experimento usaremos a roda de Maxwell da **PHYWE**. A imagem abaixo mostra a montagem que iremos usar.



O conjunto deve possuir as seguintes peças:

- Base de Suporte
- Escala métrica
- Roda de Maxwell
 - $m = 0.436 \text{ kg}$ e o raio $r = 2.5 \text{ mm}$
- Conectores Vermelho e Azul
- Sensor de Luz
- Fonte 5V DC

A montagem é bastante simples; existe apenas 1 sensor, que deve ser montado como na imagem a seguir.

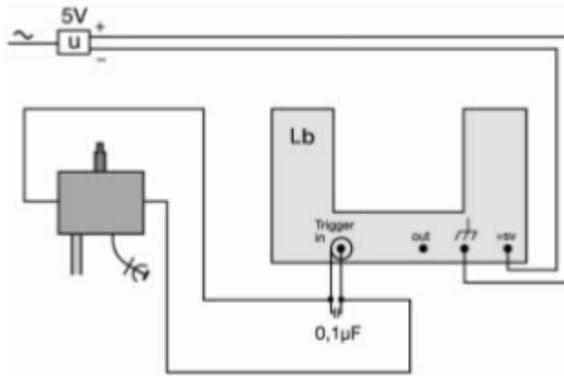


4- Antoine Lavoisier

Primórdios

Em 1783, Antoine Lavoisier e Pierre-Simon Laplace revisaram as duas teorias correntes, a vis viva e a teoria do calórico, o que, junto com as observações de Benjamin Thompson em 1798 sobre a geração de calor durante perfuração de metal para a fabricação de canhões, adicionaram considerável apoio à visão de que havia nítida correlação entre a variação no movimento mecânico e o calor produzido.

Lei de Lavoisier, enunciada de forma simplificada: "Na natureza nada se perde, nada se cria; tudo se transforma".



A imagem acima mostra o sensor ligado ao disparador, que tem como objetivo iniciar o cronômetro.

Antes de iniciar

É muito importante verificar o alinhamento da roda, pois é muito comum que a roda ao descer colida com próprio sensor, ou não faça o movimento correto.

Isso pode ser causado por três motivos:

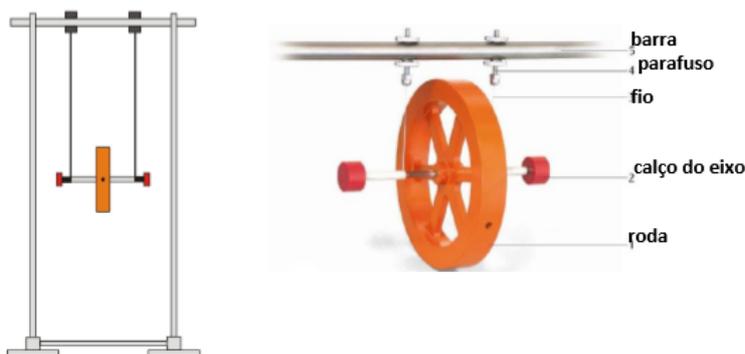
- A roda pode estar realmente desalinhada com relação ao sensor. Para verificar se é o caso, o ideal é olhar por cima, a fim de minimizar erros de paralaxe;
- Ao enrolar a roda de Maxwell no fio em que ela fica presa existe uma boa chance de que o fio não fique homogêneo no eixo. Isso é crítico. Verifique sempre que for realizar o experimento;
- O sistema não está perpendicular à mesa.

Curiosidade:

A história ao redor da roda de Maxwell é bastante turva. Não se sabe exatamente se Maxwell foi o inventor deste aparato. Embora Maxwell tivesse criado uma série de experimentos com fins didáticos, não existe uma documentação precisa que comprove a autoria do experimento.

Ajuste do equipamento

O conjunto pode ser visto abaixo; nele podemos ver de forma mais simplificada o conjunto que iremos usar. Vale lembrar que podem ser feitos ajustes no fio caso o conjunto não esteja perfeitamente alinhado.



5- Daniel Bernoulli

Datas Históricas

1738

Publicado em 1738, o trabalho de Daniel Bernoulli se baseava no mesmo princípio da vis viva.

O estudo de Daniel sobre a perda de vis viva de água corrente levou-o a formular o princípio de Bernoulli, que relaciona a perda como sendo proporcional à mudança na pressão hidrodinâmica. Daniel também formulou a noção de trabalho e eficiência para máquinas hidráulicas.

As instruções a seguir têm como objetivo facilitar o manuseio do equipamento. Elas devem ser seguidas à risca.

- Segure a roda na altura desejada com o pino metálico e a chave de travamento. Este pino serve para ativar o sensor para medir o tempo de queda da roda. Ao destravar o pino para a roda descer, verifique que a roda não oscile nem role.
- Os fios devem desenrolar sempre no mesmo sentido após a roda ser liberada.
- O sensor está localizado na parte inferior do equipamento. Ele não deve atrapalhar a descida da roda e deve ser posicionado de forma que um dos braços do eixo de rotação da roda passe no meio cortando o feixe luminoso.
- Uma régua graduada é localizada verticalmente próxima à trajetória de descida da roda. A régua tem dois cursores que não devem atrapalhar o movimento da roda. Estes cursores servem para medir a altura de descida que se mede a partir da posição do pino metálico até no meio do sensor.

Experimento

Uma vez feito o procedimento anterior podemos partir para o experimento.

- Posicione a roda na parte superior, sem fazer contato com a barra de sustentação;
- Segure a roda travando o pino metálico;
- Ligue o sensor e verifique se o seletor está na posição  posição;
- Posicione o sensor uns 10 cm abaixo do centro da roda. Esta distância é medida desde o centro da roda até o meio do sensor;
- Aperte o botão "Set", mantendo a trava do pino pressionada. Deve aparecer no display digital três pontos, como indicado na imagem ao lado;
- Destrave o pino para liberar a roda, permitindo que esta desça livremente. Em seguida, pressione novamente a trava do pino, mantendo-a pressionada até que o eixo da roda passe no meio do sensor;
- Depois que o eixo da roda "cortar" o feixe luminoso do sensor, aparece a leitura do tempo de descida (em segundos) para a altura correspondente;
- Realize dez medidas do tempo de descida para uma mesma altura. Não esqueça de zerar o cronômetro entre as medidas. Calcule o tempo médio e o desvio padrão (incerteza);
- Estime a incerteza na medida da altura levando em conta a paralaxe, de forma que a incerteza global seja maior do que a metade da menor divisão da escala.
- Desça o sensor aproximadamente 5 cm da posição anterior e repita os passos anteriores. Ir descendo de 5 cm em 5 cm até obter 6 posições.



6- Configuração do sensor antes da liberação da roda.

Curiosidade: Vis Viva vem do latim e significa força viva.

Embora já seja ultrapassada, a equação da vis viva foi fundamental para se estabelecer o atual modelo de conservação de energia.

Ela foi originalmente pensada para estabelecer as relações da dinâmica celeste, em especial a relação com as orbitas de Kepler.

Análise dos dados

- Com os valores médios dos tempos e das distâncias, construa um gráfico da distância (s) versus tempo ao quadrado (t^2). Faça o ajuste de uma função linear aos dados experimentais, determinando os coeficientes linear e angular, e suas respectivas incertezas.
- A partir do valor do coeficiente angular encontrado, determine o momento de inércia I_z .
- Monte uma tabela com os valores da velocidade linear v e da velocidade angular ω em cada uma das posições, e suas respectivas incertezas.



Para o cálculo das velocidades, utilize os valores médios do tempo em cada posição.

- Calcule a energia potencial gravitacional, as energias cinéticas de translação e rotação, e a energia mecânica da roda para cada uma das posições, bem como as respectivas incertezas. Plote em um único gráfico as quatro energias em função da posição.



Atenção à escolha do "zero" da energia potencial gravitacional! A escolha irá definir o sinal da energia potencial.



As expressões utilizadas nos cálculos das incertezas devem ser apresentadas no apêndice.

Questões

1. O que você pode afirmar sobre o movimento de translação da roda?
2. Qual a relação entre os coeficientes da reta no gráfico de s versus t^2 e os parâmetros da equação de movimento?
3. Faça uma estimativa do momento de inércia da roda. Discuta as aproximações feitas e compare o valor estimado com o valor determinado experimentalmente. Os valores concordam entre si? Comente a diferença, caso haja, e se é coerente com as hipóteses adotadas na estimativa.
4. Com base no gráfico das energias obtido, é possível afirmar que a energia mecânica se conserva? Justifique.

Referências

Phywe, Excellence in science. Manual do usuário.

James Clerk Maxwell. Enciclopédia Mirador Internacional; Oxford Dictionary of Scientists. UOL <https://educacao.uol.com.br/biografias/james-clerk-maxwell.htm> acessado em 17/05/2017

Antoine Laurent de Lavoisier. Porto Editora. Infopédia [https://www.infopedia.pt/\\$antoinelavoisier](https://www.infopedia.pt/$antoinelavoisier) acessado em 17/05/2017

Santos, Marco Aurélio da Silva. «Um Físico Chamado Galileu Galilei». Mundo Educação. <http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/fisica/um-fisico-chamado-galileu-galilei.htm> acessado em 17/05/2017

Between Newton and Einstein, James Clerk Maxwell Stands Alone , James Clerk Maxwell Foundation http://www.clerkmaxwellfoundation.org/html/maxwell-s_impact_.html cessoado em 17/05/2017

Figuras

1 From Wikimedia Commons, the free media https://pt.wikipedia.org/wiki/James_Clerk_Maxwell#/media/File:James_Clerk_Maxwell_big.jpg Acessado em 01/05/2017

2 From Wikimedia Commons, the free media https://pt.wikipedia.org/wiki/James_Clerk_Maxwell#/media/File:JamesClerkMaxwell-KatherineMaxwell-1869.jpg Acessado em 01/05/2017

3 Manual PHWET disponível em https://www.nikhef.nl/~h73/kn1c/praktikum/phywe/LEP/Experim/1_3_18.pdf Acessado em 01/05/2017

4 From Wikimedia Commons, the free media https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Newtons_cradle_animation_book.gif Acessado em 01/05/2017

5 From Wikimedia Commons, the free media https://en.wikipedia.org/wiki/Antoine_Lavoisier#/media/File:Antoine_lavoisier_color.jpg Acessado em 01/05/2017

6 Educational Physics Toys Copyright 2009-2017 <http://www.real-world-physics-problems.com/physics-toys.html> Acessado em 01/05/2017

7 From Wikimedia Commons, the free media https://pt.wikipedia.org/wiki/Daniel_Bernoulli#/media/File:Daniel_Bernoulli_001.jpg Acessado em 01/05/2017

8 Manual PHWET disponível em https://www.nikhef.nl/~h73/kn1c/praktikum/phywe/LEP/Experim/1_3_18.pdf Acessado em 01/05/2017

As demais imagens são próprias (o uso é livre).