

BCJ0205-15

Fenômenos Térmicos

Prof. Paramita Barai

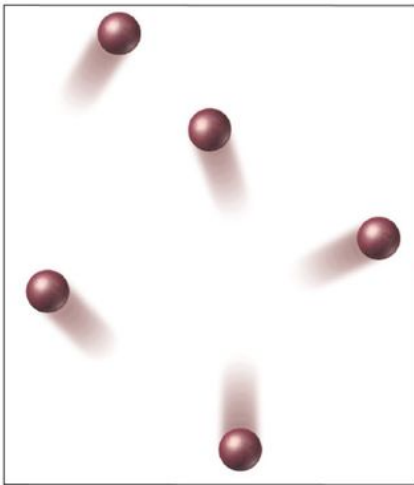
Modulo 2: Temperatura e a Teoria Cinética dos Gases

Capítulo 16 do livro texto
(Princípios de Física, Serway, Vol. 2)

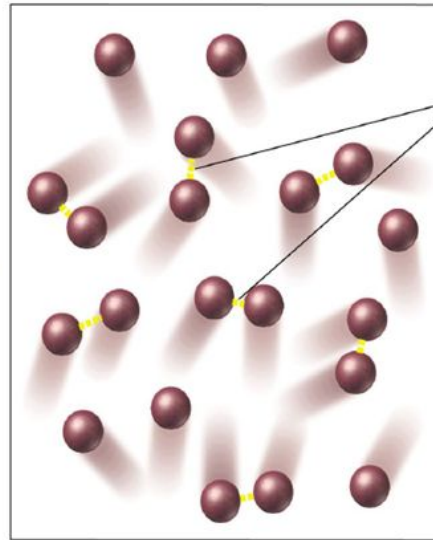
Unidades 16.4, 16.5 (páginas 139-146)

2.4 – Gás Real vs. Gás Ideal

Gás Ideal



Gás Real



Intermolecular Interactions



- Pequeno tamanho de partícula em relação ao espaço entre elas.
- Interações entre as partículas são insignificantes.

- O tamanho das partículas é significativo em comparação com o espaço entre elas

- **Equação de Estado = A equação que relaciona a pressão, temperatura, e volume de um gás.**

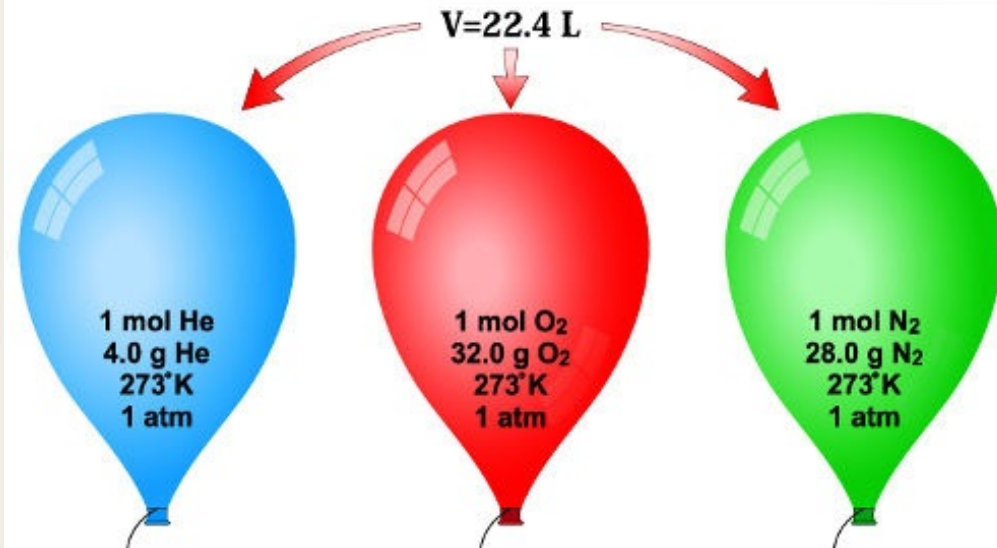
- *Esta equação dos gases reais é complexo.*

- Um gás real a uma pressão muito baixa, ou baixa densidade, tem uma equação de estado simples.

- **Gás Ideal = Um gás de baixa densidade (ou baixa pressão) que pode ser descrito pela equação de estado do gás ideal.**
- Presumimos, o gás ideal é um conjunto de átomos ou moléculas que:
 - 1) Se movem aleatoriamente,
 - 2) Não exercem forças de longo alcance uns sobre os outros,
 - 3) São tão pequenos que ocupam uma pequena fração do volume do seu recipiente.

Número de Mols de Gás

- A quantidade de gás em um volume fixo é expressa em termos do número de mols.
- Um mol de um material é a quantidade do material que contém o Número de Avogadro (N_A) de moléculas dele.



Número de Avogadro: $N_A = 6,022 \times 10^{23}$

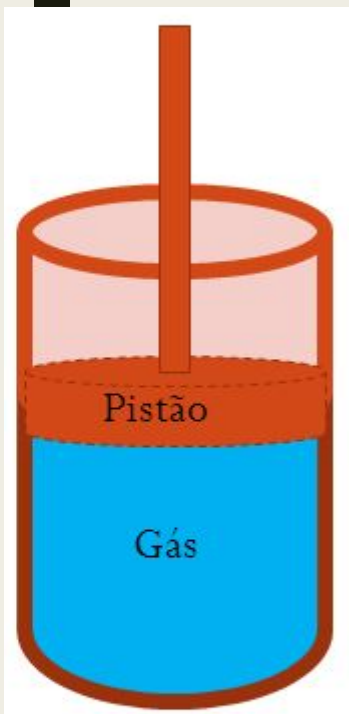
Número de mols: $n = m / M$

- Número de Mols eq.:
 - $m = \text{Massa do material}$
 - $M = \text{Massa Molar do material (unidade = gramas/mol)}$.
- Ex.: a massa molar do oxigênio molecular $M(\text{O}_2) = 32,0 \text{ g/mol}$.
- Massa de uma molécula do oxigênio, $m_0 = M(\text{O}_2) / \text{Número de moléculas}$.

$$m_0 = \frac{M}{N_A} = \frac{32,0 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}}{6,02 \times 10^{23} \text{ molécula/mol}} = 5,32 \times 10^{-26} \text{ kg/molécula}$$

Lei de Boyle do Gás Ideal

- Um gás ideal é confinado dentro de um recipiente com um pistão móvel
- Assumimos: o número de moles do gás permanece constante.
- Propriedades do gás:
 - Confinado em um recipiente de **Volume = V**
 - **Pressão = P**
 - **Temperatura = T**

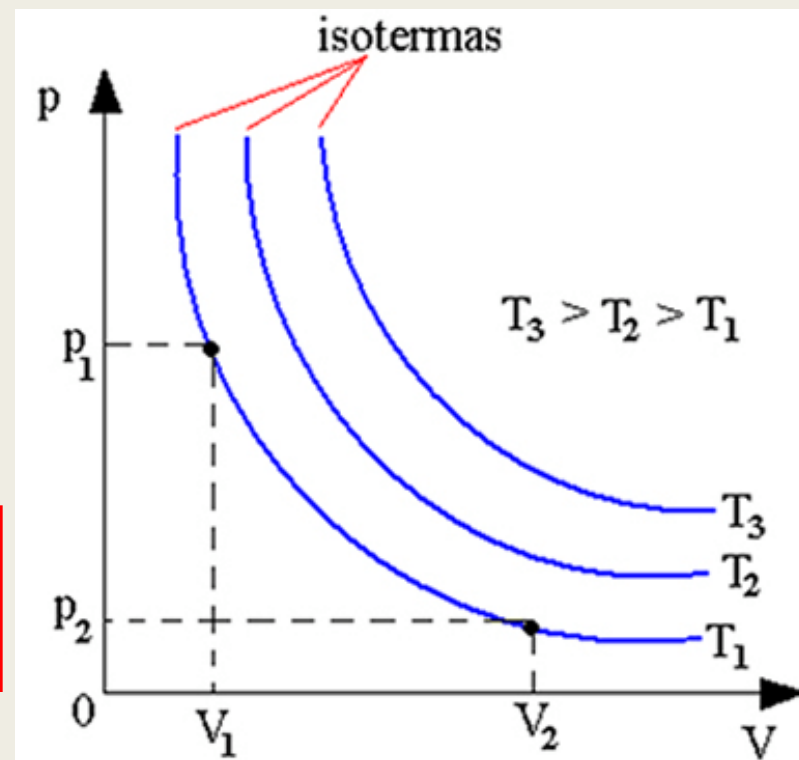


- Quando o gás é mantido em temperatura constante, sua pressão é inversamente proporcional ao volume

✓ A lei de Boyle

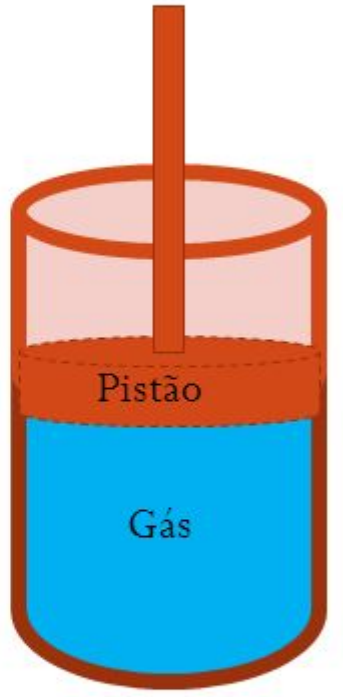
se $T = \text{constante}$: $P \propto 1/V$

ou, $PV = \text{constante}$



Lei de Charles do Gás Ideal

- Um gás ideal é confinado dentro de um recipiente com um pistão móvel
- Assumimos: o número de moles do gás permanece constante.
- Propriedades do gás:
 - Confinado em um recipiente de $\text{Volume} = V$
 - Pressão = P
 - Temperatura = T

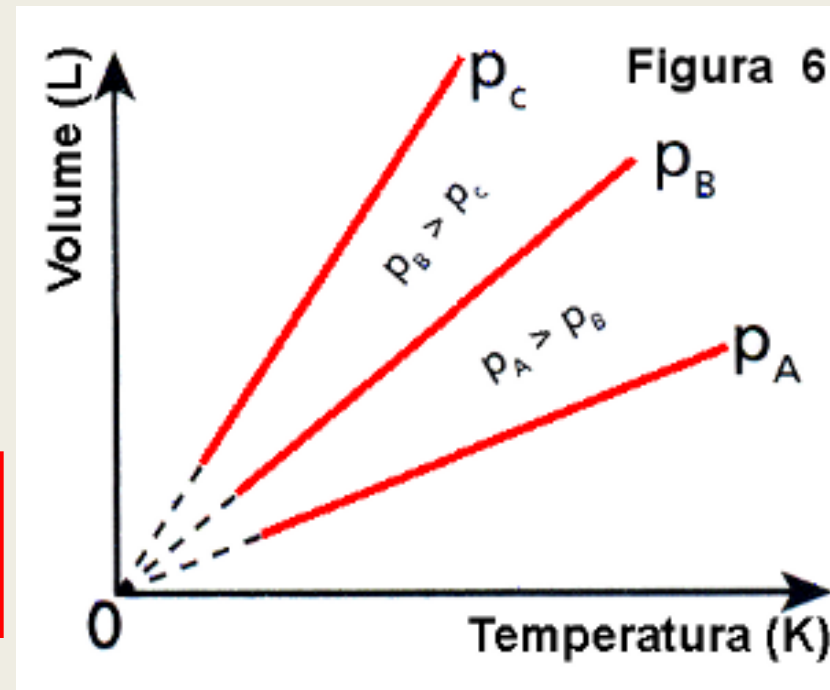


- Quando a pressão do gás é mantida constante, o volume é diretamente proporcional à temperatura.

✓ A lei de Charles

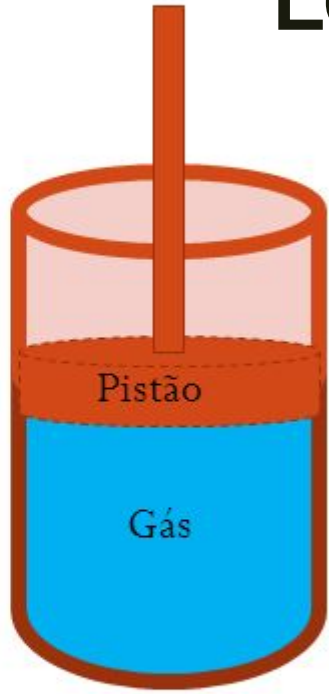
se $P = \text{constante}$: $V \propto T$

ou, $V/T = \text{constante}$



Lei de Gay-Lussac do Gás Ideal

- Um gás ideal é confinado dentro de um recipiente com um pistão móvel
- Assumimos: o número de moles do gás permanece constante.
- Propriedades do gás:
 - Confinado em um recipiente de Volume = V
 - Pressão = P
 - Temperatura = T

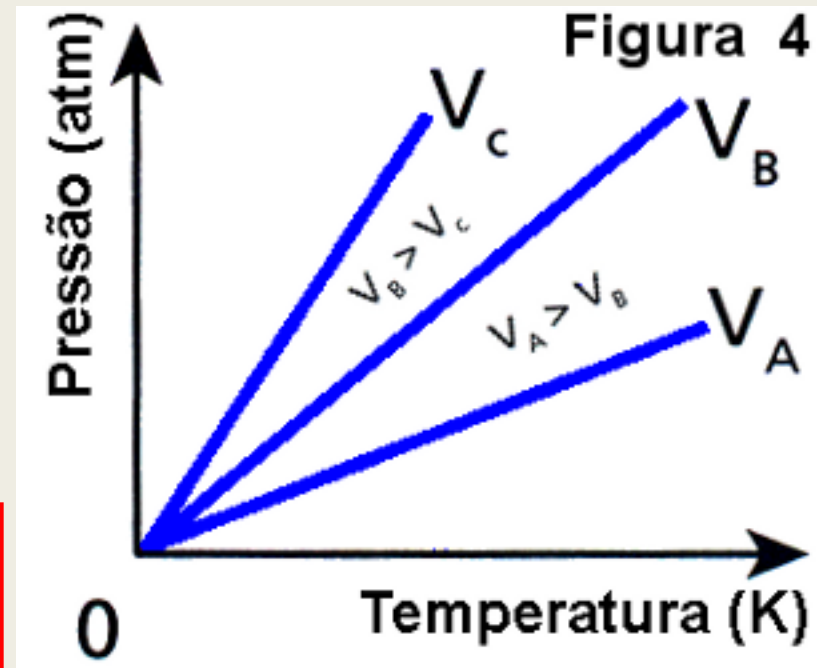


- Quando o volume do gás é mantido constante, a pressão é diretamente proporcional à temperatura.

✓ A lei de Gay-Lussac

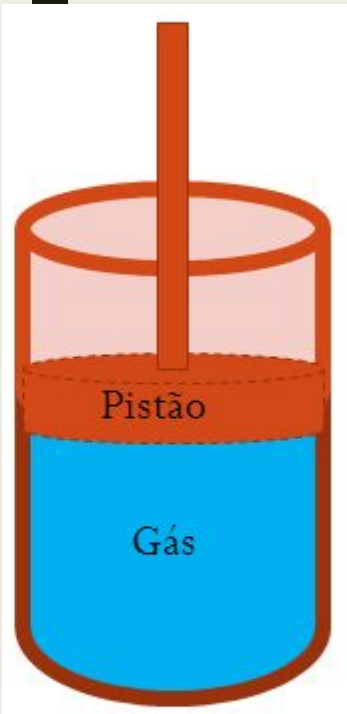
se $V = \text{constante}$: $P \propto T$

ou, $P/T = \text{constante}$



ATENÇÃO: Há um erro no livro texto sobre esta lei

Lei dos Gases Ideais



- Propriedades do gás:
 - Confinado em um recipiente de Volume = V
 - *Número de mols* = n
 - Pressão = P
 - Temperatura absoluta (Kelvin) = T
- Um gás ideal segue esta **Equação de Estado**:

$$P V = n R T$$

$$R = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} = 0,082 \text{ L atm mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

➤ Número total de moléculas do gás = N

- Experimentos com vários gases mostram:
 - ✓ $PV/(nT) \rightarrow = R$, para todos os gases.
- R = **Constante Universal dos Gases**
- Em pressão atmosférica e a 273 K, o volume ocupado por 1 mol de qualquer gás = 22,4 L

$$P V = n R T = (N/N_A) R T = N k_B T$$

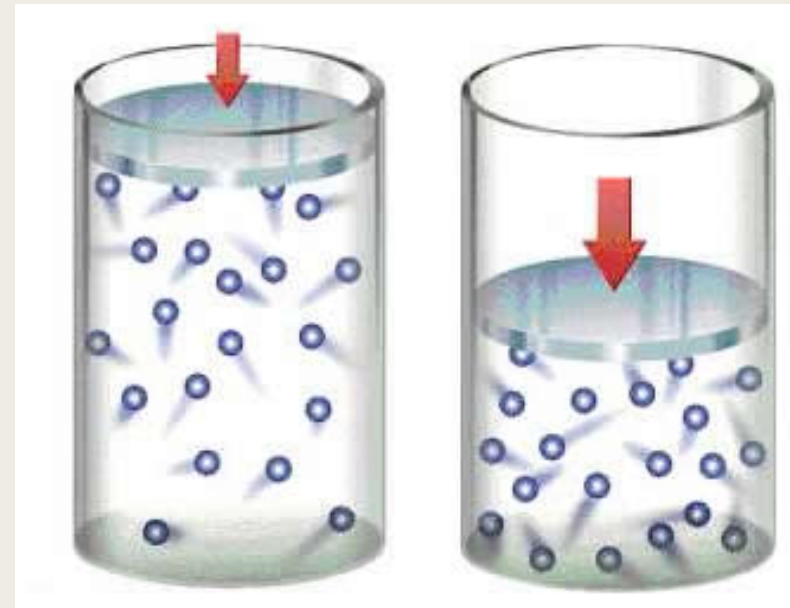
$$\text{Constante de Boltzmann, } k_B = R/N_A = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$$

2.4 – Descrição Macroscópica de gases ideais:

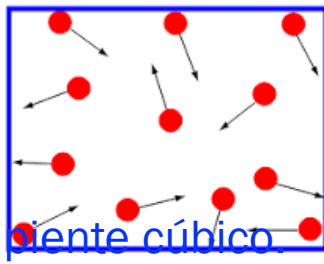
- ❖ Propriedades : Pressão, Volume, Temperature, Número de mols.
- ❖ Gás segue o Lei dos gases ideais.

2.5 – A Teoria Cinética dos Gases

- Descrição Microscópica de gases ideais
- Modelo estrutural de um gás mantido em um recipiente.
- A estrutura matemática e as previsões feitas por este modelo constituem a **Teoria Cinética dos Gases**.



Componentes do Modelo Estrutural



1) Componentes físicos do sistema:

- Gás consiste em várias moléculas idênticas dentro de um recipiente cúbico.
- As moléculas ocupam um volume insignificante no recipiente.

2) Onde os componentes estão localizados, e como eles interagem: As moléculas estão distribuídas uniformemente no recipiente, e eles:

- a) Obedecem às leis de movimento de Newton,
- b) Interagem apenas pelas forças de curto alcance durante colisões elásticas.
- c) Têm colisões elásticas com as paredes.

3) Evolução do tempo no sistema:

- O sistema atinge uma situação estável.
 - As descrições macroscópicas do gás (V , T , P , n) permanecem fixas.
- A velocidade das moléculas individuais muda constantemente.

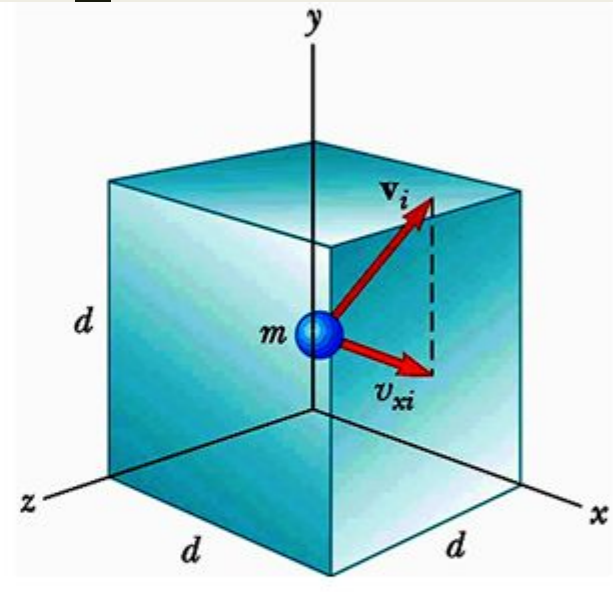
4) Concordância entre as previsões do modelo e as observações reais:

- Previsões relacionando medições macroscópicas ao comportamento microscópico.

□ Comportamento dos gases moleculares é muito próximo ao dos gases ideais em baixas pressões.

∴ As descrições a seguir podem ser aplicadas a gases moleculares e gases monoatômicos.

Interpretação Molecular da Pressão

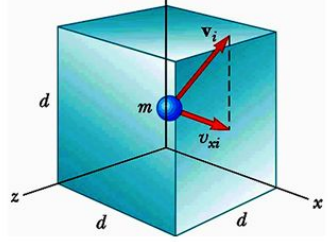


- Gás ideal em um cubo (lado = d) de volume = V
 - Número de moléculas de gás = N
- Movimento da i 'ésima molécula (Massa = m_0)
 - Componente de velocidade na direção $x = v_{xi}$
- Quando a molécula collide elasticamente com uma parede, sua velocidade perpendicular à parede é invertido: $v_{xi} \text{ (depois colisão)} = -v_{xi}$
- Componente do momento da molécula:
 - $p_{xi} \text{ (depois colisão)} = m_0 v_{xi} \text{ (depois colisão)} = -m_0 v_{xi}$
- Mudança no momento da molécula na direção $x = \Delta p_{xi}$

$$\Delta p_{xi} = p_{xi} \text{ (depois colisão)} - p_{xi} = -m_0 v_{xi} - (m_0 v_{xi}) = -2m_0 v_{xi}$$

$$\bar{F}_i \Delta t_{\text{colisão}} = \Delta p_{xi} = -2m_0 v_{xi}$$

- \bar{F}_i = Componente da força media perpendicular à parede.
- $\Delta t_{\text{colisão}}$ = Duração da colisão.



- Para a molécula ter outra colisão com a parede, ela tem que viajar uma distância = $2d$ na direção x .
- O intervalo de tempo entre duas colisões com a mesma parede = Δt

- Força que altera v atua durante $\Delta t_{\text{colisão}}$
 - Colisão acontece só uma vez durante Δt
- ∴ Força média ($\Delta t_{\text{colisão}}$) = Força média (Δt)
- \bar{F}_i = Força média na molécula durante Δt para se mover através do cubo + retornar.
- Substituição de Δt na equação:
- Força da molécula na parede:
 - 3ª lei de Newton
- Força total \bar{F} exercida na parede pelo gás
 - Adicionar $\bar{F}_{i, \text{na parede}}$ para todas as moléculas ($i = 1 - N$)
- Fatoramos o comprimento da caixa (d), e a massa m_0
 - Todas as moléculas são iguais.

$$\Delta t = 2d/v_{xi}$$

$$\bar{F}_i \Delta t_{\text{colisão}} = -2m_0 v_{xi}$$

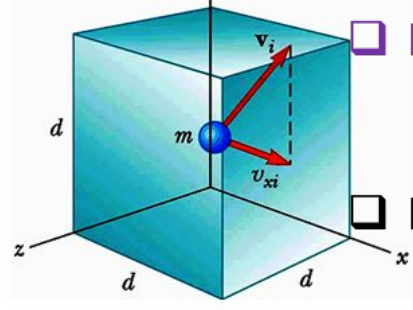
$$\bar{F}_i \Delta t = -2m_0 v_{xi}$$

$$\bar{F}_i = -2m_0 v_{xi} / \Delta t = -m_0 v_{xi}^2 / d$$

$$\bar{F}_{i, \text{na parede}} = -\bar{F}_i = m_0 v_{xi}^2 / d$$

$$\bar{F} = \sum_{i=1}^N \frac{m_0 v_{xi}^2}{d}$$

$$\bar{F} = \frac{m_0}{d} \sum_{i=1}^N v_{xi}^2$$



☐ Força na parede:

$\neq 0$, durante $\Delta t_{\text{colisão}}$ de uma colisão da molécula com a parede,
 $= 0$, quando nenhuma das moléculas atinge a parede.

☐ Para um grande número de moléculas N_A , variações de \bar{F} são suavizadas,

✓ Força média é a mesma em qualquer intervalo de tempo.

■ Força contínua F na parede devido às colisões de todas as moléculas = Força média \bar{F}

■ Componente x da velocidade quadrada média para N moléculas:

■ Combinando as duas expressões acima, a Força total na parede:

■ Aplicando o teorema de Pitágoras no components (v_{xi} , v_{yi} , v_{zi}) de velocidade da molécula:

■ Adicionar v_i^2 para todas as moléculas ($i = 1 - N$):

■ Dividindo cada termo por N :

■ Movimento isotrópico das moléculas:

$$F = \bar{F} = \frac{m_0}{d} \sum_{i=1}^N v_{xi}^2$$

$$\bar{v}_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^N v_{xi}^2}{N}$$

$$F = \frac{m_0}{d} N \bar{v}_x^2$$

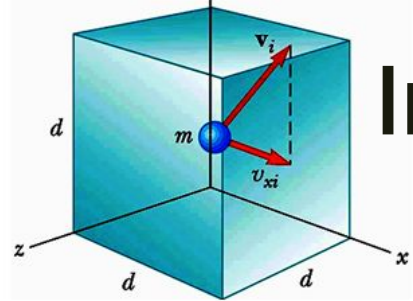
$$v_i^2 = v_{xi}^2 + v_{yi}^2 + v_{zi}^2$$

$$\sum_{i=1}^N v_i^2 = \sum_{i=1}^N v_{xi}^2 + \sum_{i=1}^N v_{yi}^2 + \sum_{i=1}^N v_{zi}^2$$

$$\bar{v}^2 = \bar{v}_x^2 + \bar{v}_y^2 + \bar{v}_z^2$$

$$\bar{v}_x^2 = \bar{v}_y^2 = \bar{v}_z^2$$

$$\bar{v}^2 = 3 \bar{v}_x^2$$



Interpretação Molecular da Pressão

- Força total nas paredes é
- Pressão exercida na parede = esta força / área da parede:
- Pressão é proporcional a:
 - 1) Número de moléculas por unidade de volume (N/V)
 - 2) Energia cinética translacional média das moléculas ($m_0 \bar{v}^2/2$)
- Relação entre a propriedade macroscópica (a Pressão) e uma característica microscópica (o valor médio da energia cinética translacional das moléculas).

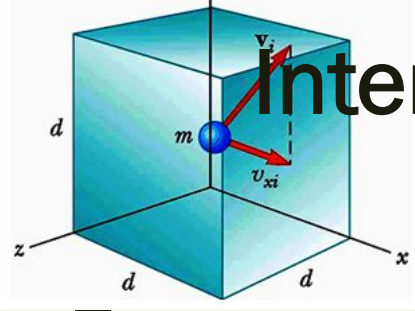
$$F = \frac{m_0}{d} N \left(\frac{1}{3} \bar{v}^2 \right) = \frac{N}{3} \left(\frac{m_0 \bar{v}^2}{d} \right)$$

$$P = \frac{F}{A} = \frac{F}{d^2} = \frac{1}{3} \frac{N}{d^3} (m_0 \bar{v}^2)$$

$$P = \frac{1}{3} \frac{N}{V} (m_0 \bar{v}^2)$$

$$P = \frac{2}{3} \left(\frac{N}{V} \right) \left(\frac{1}{2} m_0 \bar{v}^2 \right)$$

➤ Esta é uma conexão entre o mundo atômico e o mundo em grande escala !



Interpretação Molecular da Temperatura

- Re-escrever a equação da pressão:
- Equação de Estado de um gás ideal:
- Igualando os lados direitos das 2 eqs.
 - **Temperatura** em termos de propriedades moleculares do gás

$$P V = \frac{2}{3} N \left(\frac{1}{2} m_0 \bar{v}^2 \right)$$

$$P V = N k_B T$$

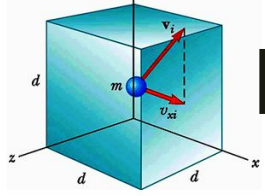
$$T = \frac{2}{3k_B} \left(\frac{1}{2} m_0 \bar{v}^2 \right)$$

■ Temperatura mede:

1) Energia cinética translacional média da molécula ($m_0 v^2/2$)

- ✓ Quando a temperatura de um gás aumenta, as moléculas se movem com maior energia cinética média.

$$\frac{3}{2} k_B T = \frac{1}{2} m_0 \bar{v}^2$$



Interpretação Molecular da Temperatura

- Energia cinética translacional média da molécula = $(3k_B T/2)$

$$\bar{v}^2 = 3 \bar{v}_x^2 = 3 \bar{v}_y^2 = 3 \bar{v}_z^2$$

- Movimento isotrópico das moléculas:

$$\bar{v}_x^2 = \bar{v}_y^2 = \bar{v}_z^2 = \bar{v}^2/3$$

- ❖ Energia cinética media da molécula em cada direção x, y, z:

$$\frac{1}{2} m_0 \bar{v}_x^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} m_0 \bar{v}^2 \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{3}{2} k_B T \right) = \frac{1}{2} k_B T$$

- ❖ **Grau de Liberdade = Número de meios pelos quais uma molécula pode ter energia.**
- ❖ Cada grau de liberdade translacional contribui com uma quantidade igual de energia para o gás = $k_B T/2$ por molécula.

$$\frac{1}{2} k_B T = \frac{1}{2} m_0 \bar{v}_x^2 = \frac{1}{2} m_0 \bar{v}_y^2 = \frac{1}{2} m_0 \bar{v}_z^2$$

- Teorema da Equipartição de Energia:

- ✓ Cada grau de liberdade contribui com $k_B T/2$ para a energia de um sistema.
 - Possíveis graus de Liberdade – Translação, Rotação e Vibração das moléculas.

Interpretação Molecular da Temperatura

- Energia cinética translacional total de N moléculas:

- $n = N/N_A =$ Número de mols
- $k_B = R/N_A =$ Constante de Boltzmann

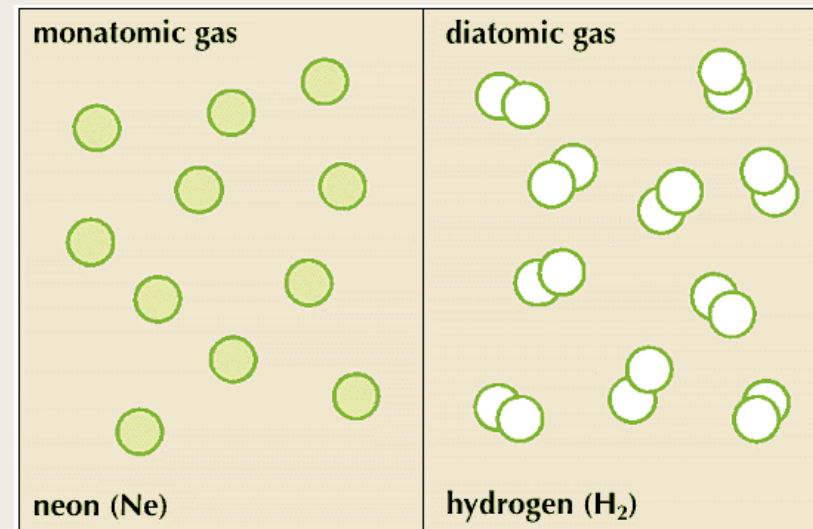
$$E_{total} = N \left(\frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} \right)$$

$$E_{total} = \frac{3}{2} N k_B T = \frac{3}{2} n R T$$

- Energia cinética translacional total do gás \propto Temperatura absoluta.

- **Gás Monoatômico:**

- Esta é a **Energia Interna**.
 - $E_{int} = (3 n R T) / 2$
 - Energia cinética translacional é o único tipo de energia que as partículas podem ter.



- ❖ Para moléculas diatômicas e poliatômicas, a rotação e vibração das moléculas contribuem para alguma energia interna.

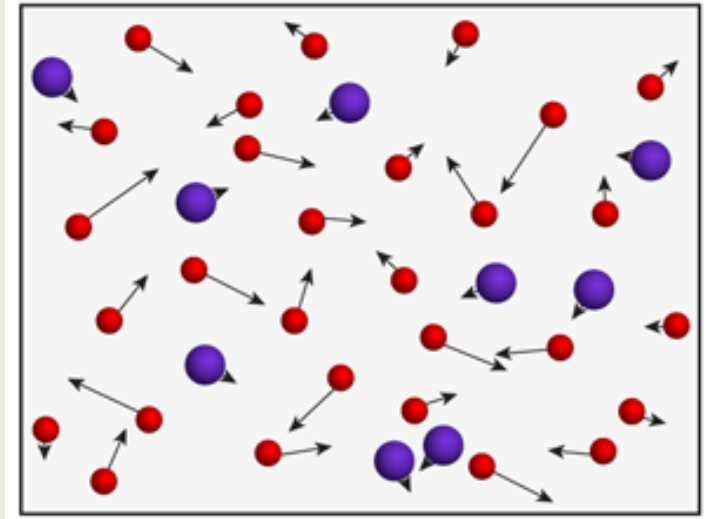
✓ Mas lá também: $E_{int} \propto T$

Valor Médio Quadrático (vmq) da Velocidade

$$\frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} = \frac{3}{2} k_B T$$

- A raiz quadrada de v^2 média é chamada de valor médio quadrático (vmq) da velocidade das moléculas.

$$v_{vmq} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$



- M = Massa Molar do material (kg/mol).
- Se T = constante, as moléculas mais leves se movem mais rapidamente do que as moléculas mais pesadas.
- Ex.: o hidrogênio (com uma massa molar menor) move-se mais rápido que o oxigênio (com uma massa molar maior).
- Velocidade vmq para hidrogênio à temperatura ambiente (T=300 K):

$$v_{vmq} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(300 \text{ K})}{2,0 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}}} = 1,9 \times 10^3 \text{ m/s}$$