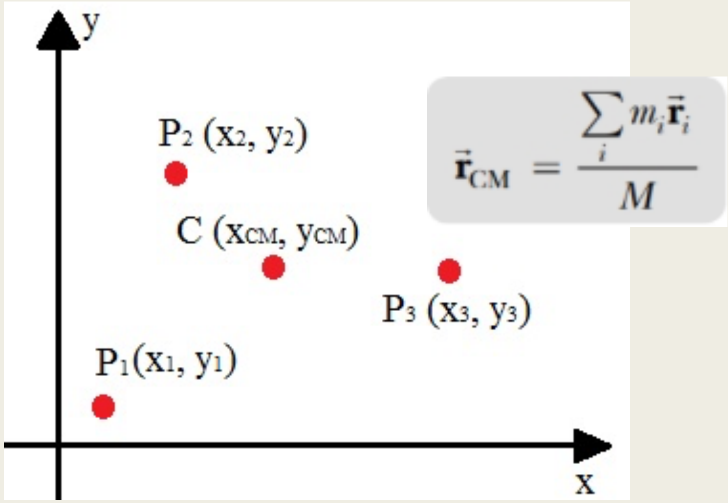
Movimento de um Sistema de Partículas

- **Velocidade do centro de massa** do sistema:
  - *massas = constantes*
  - $\mathbf{v}_i$ *= velocidade da i-ésima partícula.*
- O momento total do Sistema = sua massa total × velocidade do centro de massa.
- O momento total do sistema é igual ao momento de uma única partícula de massa M movendo-se com uma velocidade $\mathbf{v}_{CM}$
  - ✓ *Este é o modelo de partículas.*



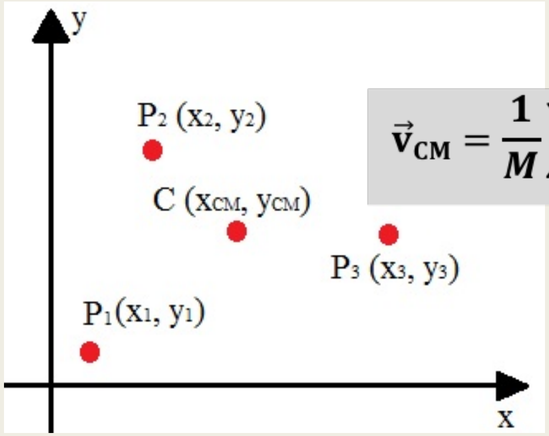
$$\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{CM}} = \frac{d\vec{r}_{\mathbf{CM}}}{dt}$$

$$= \frac{1}{M}\sum_i m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \vec{\mathbf{v}}_i$$

$$M\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{CM}} = \sum_i m_i \vec{\mathbf{v}}_i$$

$$M\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{CM}} = \sum_i \vec{p}_i = \vec{p}_{\mathbf{tot}}$$

Força em um Sistema de Partículas



$$\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{CM}} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \vec{\mathbf{v}}_i$$

- **Aceleração do centro de massa** do sistema:

$$\vec{\mathbf{a}}_{\mathrm{CM}} = \frac{d\vec{\mathbf{v}}_{\mathrm{CM}}}{dt}$$

$$= \frac{1}{M}\sum_i m_i \frac{d\vec{\mathbf{v}}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \vec{\mathbf{a}}_i$$

- Usando a Segunda Lei de Newton:
  - F_i = Força na partícula i.

$$M\vec{\mathbf{a}}_{\mathrm{CM}} = \sum_i m_i \vec{\mathbf{a}}_i = \sum_i \vec{\mathbf{F}}_i$$

- Quando somamos todas as forças internas, elas cancelar em pares → Força resultante é causada apenas por forças externas.

✓ Segunda lei de Newton para um sistema de partículas

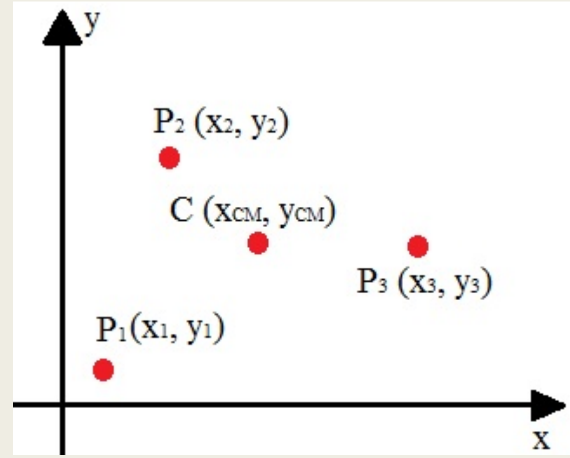
$$\boxed{\sum \vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{ext}} = M\vec{\mathbf{a}}_{\mathrm{CM}} = \frac{d\vec{p}_{\mathrm{tot}}}{dt}}$$

❖ O centro de massa de um sistema de partículas com massa M se move como uma partícula de massa equivalente M se moveria sob a influência da força externa resultante no sistema.

Momento e Impulso em um Sistema de Partículas

$$\int \sum \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{ext}}\, dt = \int M\vec{\mathbf{a}}_{\mathbf{CM}}\, dt$$

$$= \int M \frac{d\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{CM}}}{dt} dt = M \int d\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{CM}} = M\Delta\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{CM}}$$



- Teorema impulso-momento para um sistema de partículas:
  - I = *impulso exercido no sistema por forças externas*
  - p_{tot} = *momento total do sistema.*

$$\boxed{\Delta\vec{p}_{\mathbf{tot}} = \vec{\mathbf{I}}}$$

- Se a força resultante atuar ao longo da linha que passa pelo centro de massa de um corpo alongado, o corpo é acelerado sem rotação.

- Se, a força externa resultante = 0:

$$\sum \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{ext}} = \mathbf{0} = M\vec{\mathbf{a}}_{\mathbf{CM}} = \frac{d\vec{p}_{\mathbf{tot}}}{dt}$$

$$\vec{p}_{\mathbf{tot}} = M\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{CM}} = \text{constante}$$

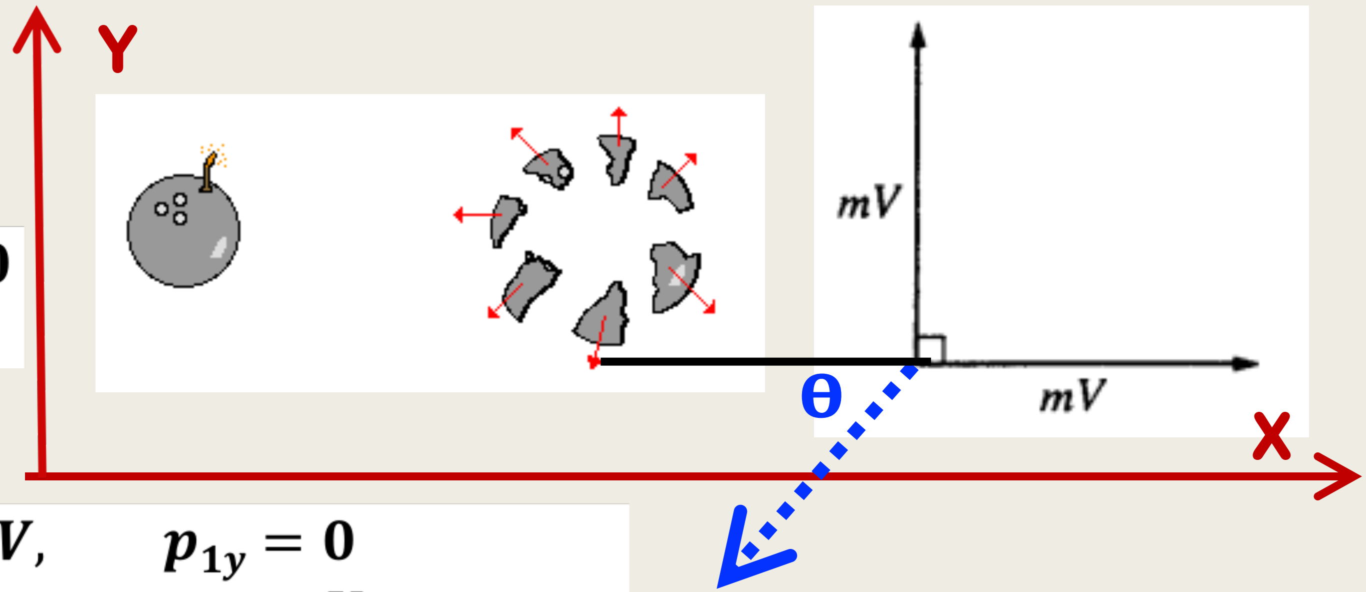
✓ Em um sistema de partículas isolado, o momento total é conservado.

Exercício

- Um objeto estacionário explode, quebrando-se em três pedaços de massas *m*, *m* e *3m*. As duas peças de massa *m* movem-se em ângulos retos entre si com a mesma magnitude de momento *mV*, como mostrado na figura. Qual é a magnitude e direção da velocidade da peça com massa de *3m* ?

- SOLUÇÃO:

$$\vec{p}_{tot} = \text{constante} = 0$$
$$v_3 = ?\,, \theta = ?$$



$$p_{1x} = mV, \qquad p_{1y} = 0$$
$$p_{2x} = 0, \qquad p_{2y} = mV$$
$$p_{3x} = -3mv_3 \cos\theta\,, \qquad p_{3y} = -3mv_3 \sin\theta$$

$$p_{1x} + p_{2x} + p_{3x} = 0$$
$$mV - 3mv_3 \cos\theta = 0$$
$$v_3 \cos\theta = \frac{V}{3}$$

$$p_{1y} + p_{2y} + p_{3y} = 0$$
$$mV - 3mv_3 \sin\theta = 0$$
$$v_3 \sin\theta = \frac{V}{3}$$

$$\boxed{v_3 = \frac{\sqrt{2}V}{3}, \qquad \theta = 45^{o}}$$