

Determinação de Massa de Estrelas

Sistemas Binários e Razão M/L

Sistemas Múltiplos

Sistemas Binários

Tipos de Binárias: visuais, espectroscópicas, contato, eclipsantes, astrométricas

Determinação de Massas Estelares

Relação Massa-Luminosidade

Tempo de Vida de uma Estrela

Teorema de Russel–Vogt

Sandra dos Anjos

IAG/USP

www.astro.iag.usp.br/~aga210

2º semestre/2023

Vimos em aulas anteriores que é possível obter a maior parte das propriedades estelares como **Luminosidade (L)**, **Raio ou Diâmetro (R)**, **Temperatura efetiva (Teff)** e **Composição Química (CQ)**, através de observações (fotometria, espectroscopia) e relações entre grandezas físicas (Lei de Stefan-Boltzman, Lei do Inverso do Quadrado da Luz, entre outras)

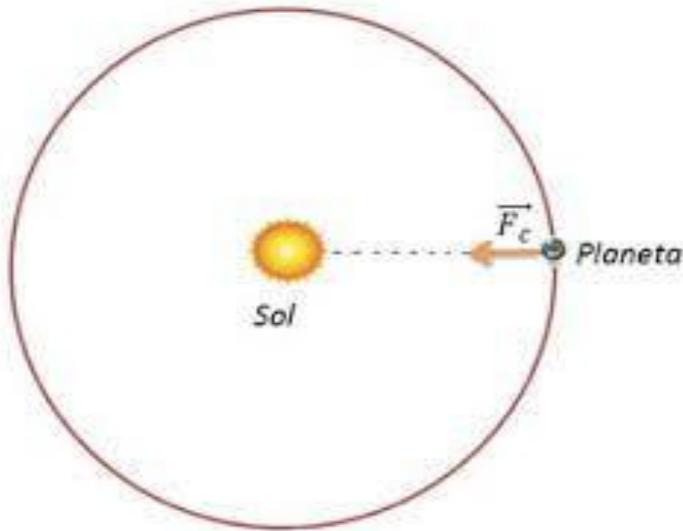
Existe uma outra quantidade física muito importante, que é fundamental, e determina como as estrelas evoluem....que é a **MASSA (M)** das estrelas.

Esta quantidade vai nos permitir também obter outra grandeza extremamente relevante...que é o **tempo de vida das estrelas (Tv)**.

O único caminho que conhecemos para se obter massas estelares diretamente é através de **Sistemas Estelares Binários**, onde aplicando-se a 3a Lei de movimento de Kepler, que mostra que o “quadrado do período orbital (T^2) de um planeta é diretamente proporcional ao cubo de sua distância média ao Sol (R^3) é constante”, expresso matematicamente pela seguinte fórmula

$$\frac{T^2}{r^3} = K$$

Deduzindo a 3a Lei de Kepler



$$F_G = \frac{GMm}{R^2}$$

$$F_{CP} = \frac{mv^2}{R}$$

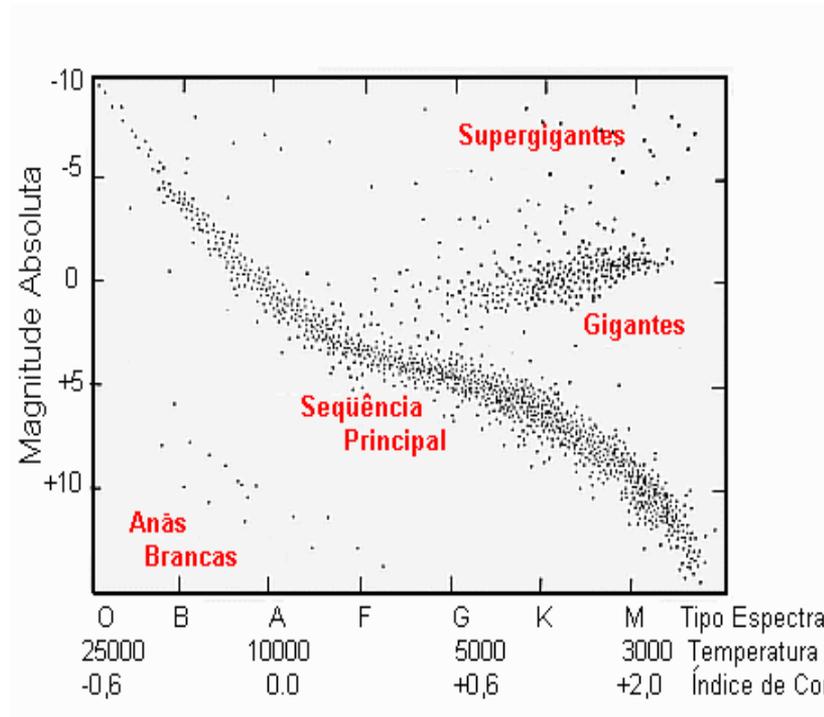
$$\frac{mv^2}{R} = \frac{GMm}{R^2}$$

$$\rightarrow v = \frac{2\pi R}{T}$$

$$\frac{4\pi^2 R^2}{T^2 R} = \frac{GM}{R^2} \rightarrow \frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$



Outro caminho, mas que é indireto!... é utilizar uma relação empírica entre a massa (M) e a luminosidade (L) conhecida **Relação Massa-Luminosidade – M/L** , que pode ser utilizada para determinar a massa de estrelas que estão na **Sequência Principal (SP)**.



Massa, juntamente com a **composição química** determinam todas as outras propriedades básicas da estrutura e evolução das estrelas, sintetizadas no Teorema de Russell-Vogt, como veremos nesta aula...

O que são estrelas ?

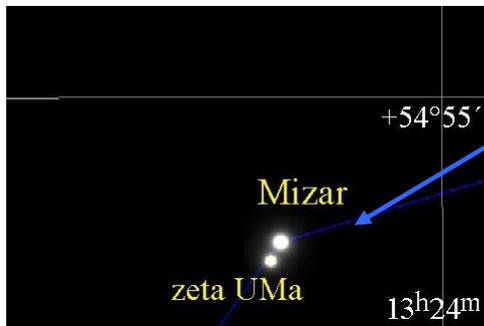
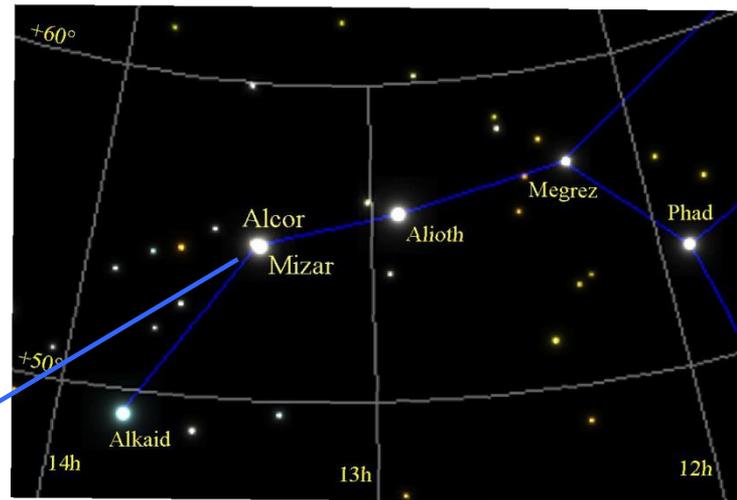
- Resultado do colapso gravitacional de nuvens interestelares de gás e poeira do Meio Interestelar (MIS). São sistemas gasosos que produzem energia através de **fusões termonucleares**.
- Durante sua vida elas sofrem a ação da força gravitacional e também da força de pressão de radiação, gerada como consequência do processo de fusão.
- Veremos em detalhes durante as próximas aulas sobre estrelas o que ocorre no equilíbrio destas forças e o que acontece no desequilíbrio...
- Existe da ordem de 200-300 bilhões de estrelas, só na Via-Láctea.
- Durante o processo de colapso, estas estrelas podem nascer em grupos com poucas ou muitas estrelas e também em Sistemas Binários



Sistemas Estelares Múltiplos

O colapso gravitacional de uma nuvem molecular pode gerar estrelas isoladas, como o Sol, bem como sistema binários até sistemas com várias estrelas, os sistemas múltiplos..

Grande parte das estrelas estão em sistemas múltiplos, como Alfa-Centauro (3 estrelas); Sírius (2) estrelas e Mizar...



É, na verdade um sistema duplo

Vamos estudar somente os SISTEMAS BINÁRIOS...

...já que são estes vão nos permitir obter a Massa

William Herschel mostra em 1804 que algumas “estrelas duplas” são sistemas onde uma estrela orbita ao redor da outra.

Conhecendo a órbita das estrelas de um sistema duplo podemos determinar a **massa** das estrelas, usando a 3a Lei de Kepler

massa é um parâmetro fundamental e **não** é observável diretamente

XV. Account of the Changes that have happened, during the last Twenty-five Years, in the relative Situation of Double-stars; with an Investigation of the Cause to which they are owing. By William Herschel, LL. D. F. R. S.

Read June 9, 1803.

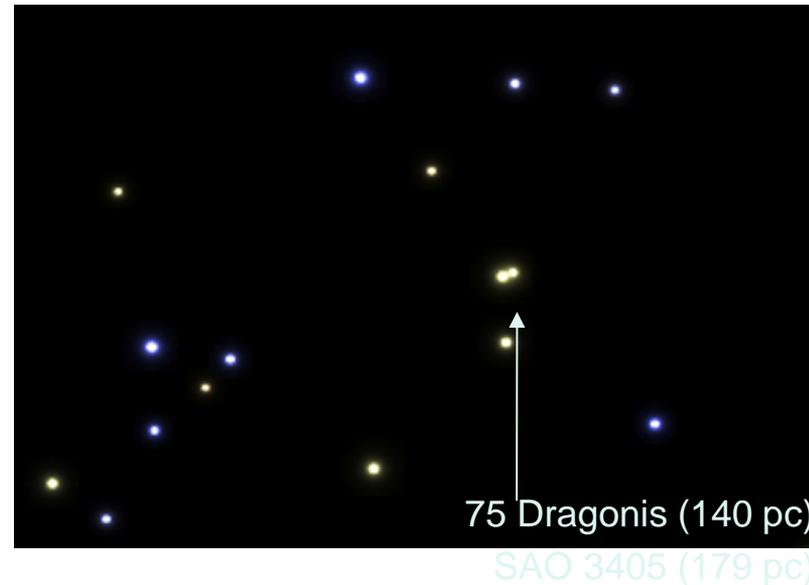
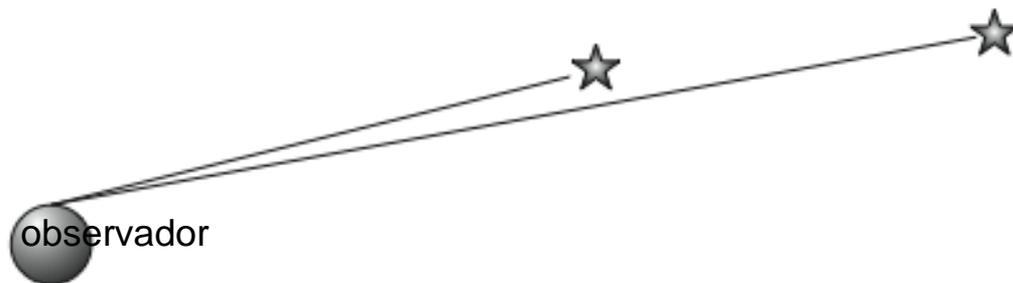
IN the Remarks on the Construction of the Heavens, contained in my last Paper on this subject,* I have divided the various objects which astronomy has hitherto brought to our view, into twelve classes. The first comprehends insulated stars.

Phil. Trans. of the Royal Soc. of London

São 2 os Tipos de Sistemas Binários : reais e aparentes

Binárias aparentes

Alguns sistemas são apenas alinhamentos "aparentes" na linha de visada. São estrelas aparentemente binárias, mas **não possuem órbitas mútuas nem estão ligadas gravitacionalmente**



Binárias reais

Sistemas ligados pela gravitação, onde orbitam em torno de um centro de massa comum.

Serão estes Sistemas que iremos estudar nesta aula....

Tipos de Sistemas Binários Reais – órbitas mútuas

Binárias Visuais

Sistemas onde ambas estrelas podem ser identificadas individualmente em um telescópio.

Estão suficientemente separadas para serem resolvidas

Representam **pequena fração dos SB**



Binárias Eclipsantes

Sistemas onde uma estrela passa pela frente da outra fazendo variar o brilho do par (não pode ser resolvido).

Binárias Espectroscópicas

Não podem ser resolvidas.

O “vai-vem” das estrelas pode ser detectado pelo Efeito Doppler.

Binárias Astrométricas

Apenas uma das estrelas é observada (a mais brilhante...)

Sua trajetória revela a presença de uma companheira.

Binárias de Contato

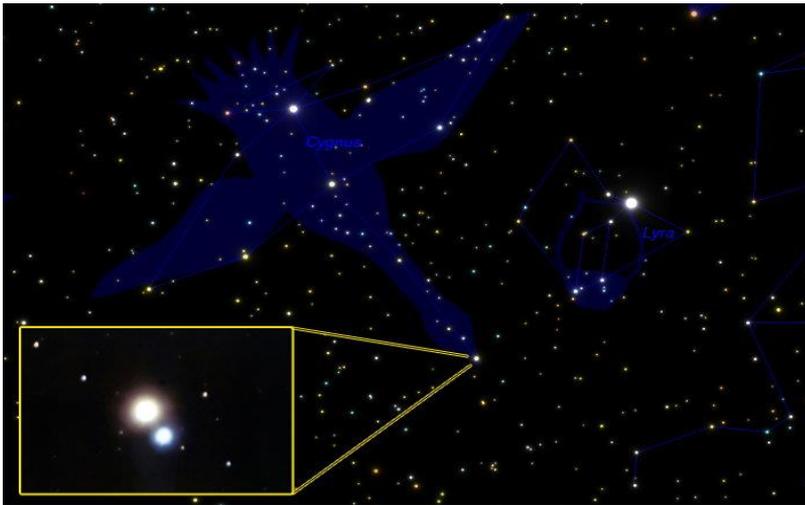
Estrelas muito próximas entre si, com "contato"

Vamos ver como se calcula a Massa em Sistemas Binários Visuais e Espectroscópicos.

Para os outros Sistemas os cálculos são semelhantes...

Binárias Visuais

Par de estrelas **associadas gravitacionalmente** e que podem ser observadas no telescópio como 2 estrelas isoladas, como se observa na figura abaixo.



Albireo na constelação de Cisne (Beta Cygni)

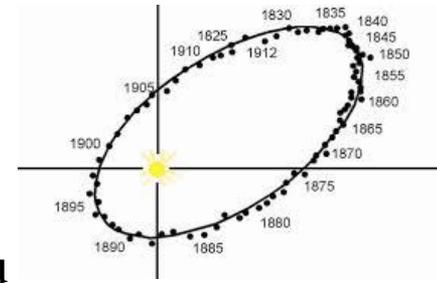
Está a ≈ 380 a.l. de distância e tem separação de $35''$

A separação usual é de centenas de unidades astronômicas.

Limitação observacional : devido a atmosfera da Terra raramente a imagem de uma estrela vista com diâmetro menor que $1''$.

A 2ª estrela é usualmente muito fraca e muito próxima da companheira brilhante para ser detectada e sua presença pode ser inferida por outras pistas observacionais.

Binária Visual



Para verificar se as estrelas se movem de forma independente ou não, é necessário realizar um estudo do movimento.

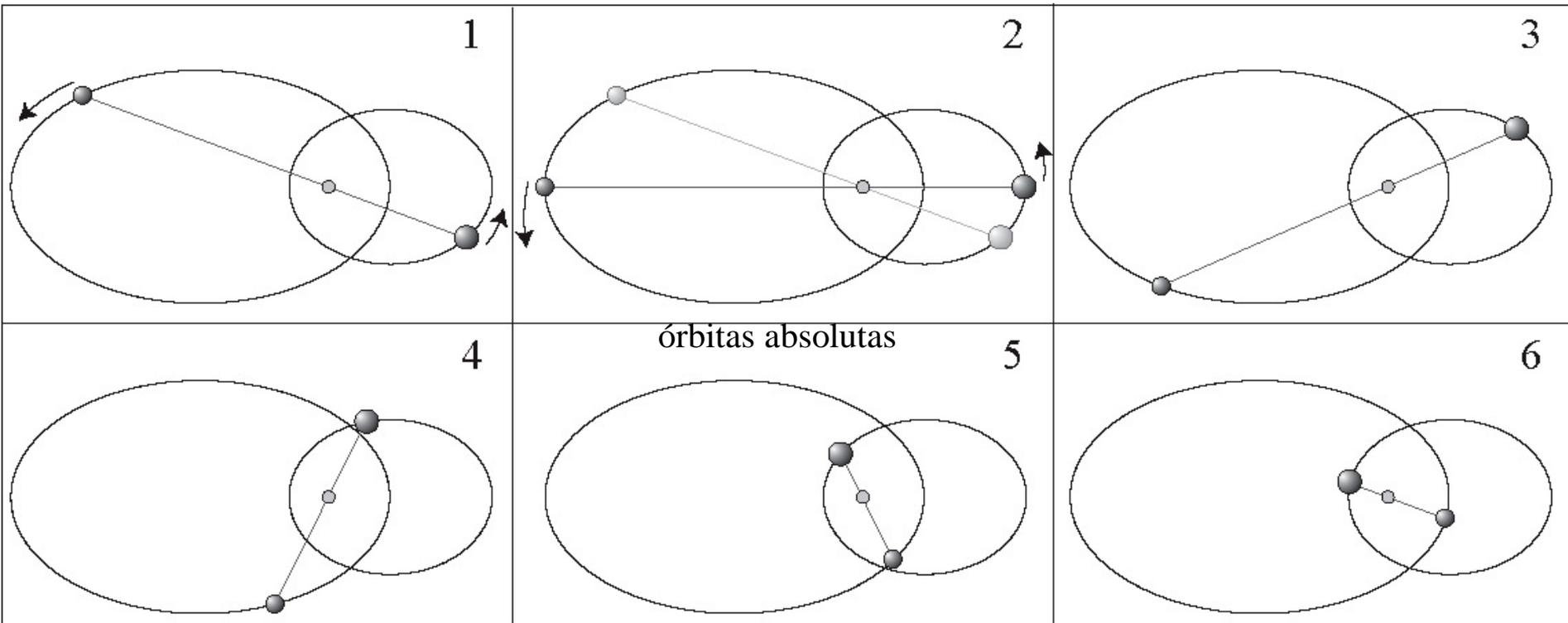
Períodos e separações entre binárias podem ser observados diretamente se cada estrela é vista claramente. Períodos orbitais podem ser longos - alguns anos até milhares de anos.

Uma vez **determinada a órbita do sistema**, o passo seguinte é **obter** os **parâmetros** que estas orbitas permitem calcular, ou seja, o **período (P)** e **separação aparente das 2 estrelas (r)**, para serem aplicados a 3ª Lei de Kepler.

Importante enfatizar que a massa assim obtida é a **Massa do Sistema Binário**, e que é necessário então utilizar uma outra correlação, conhecida como “razão das massas”, para se obter as **massas individuais das estrelas**.

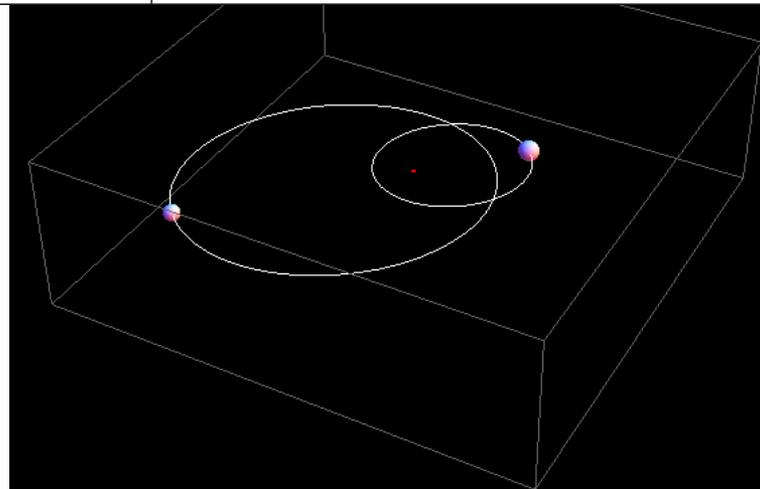
Assim, a obtenção da Massa se faz utilizando 2 etapas, como veremos a seguir

Órbita em Sistemas Binários Visuais



Cada estrela orbita em torno do **centro de massa** e descrevem um movimento ondular em torno do centro de massa.

Assim como no Sistema Solar, elas varrem áreas iguais em tempos iguais, e valem as Leis de Kepler.



Órbita em Sistemas Binários Visuais ...órbita absoluta, órbita relativa e órbita aparente

A órbita de cada uma das estrelas é elíptica em relação ao centro de massa, e é conhecida como **órbita absoluta**. Esta não é usualmente observada devido a dificuldades observacionais.

Em vez de observar o movimento seguido pelas duas estrelas, observa-se apenas uma delas, **normalmente a mais fraca**, em torno da mais brilhante, que ocuparia um dos focos (**ver figura abaixo**). Observa-se, portanto, a **órbita relativa ou órbita relativa verdadeira**, que também é descrita por uma elipse.

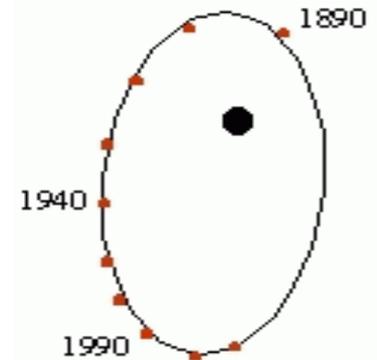
Se o sistema binário estiver inclinado em relação a linha de visada, então observaremos uma órbita aparente (**ver figura no próximo slide**).

Todas estas órbitas podem ser descritas e aplicadas pelas leis do

Movimento Planetário de Kepler → $(m_1+m_2) P^2=a^3 \rightarrow m_1+m_2=a^3/P^2$

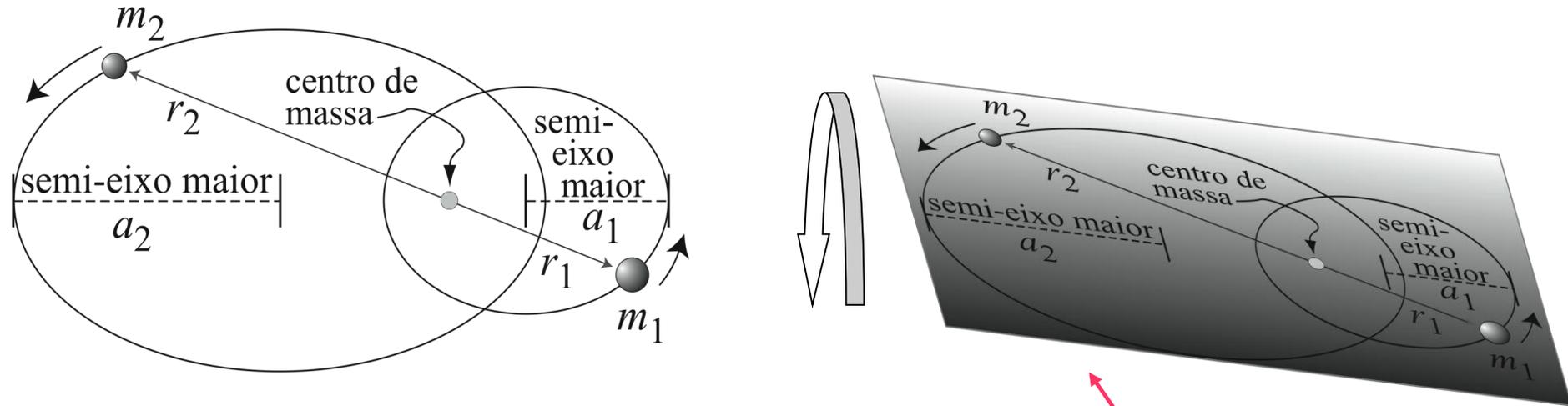
onde o parâmetro **a** (UA) é o **semi-eixo maior**, e **P** **período orbital** (anos)

O que vamos observar nesta órbita ?



Órbita em Sistemas Binários - complicações

Os parâmetros observados são: **ângulo de separação aparente** ($r = r_1 + r_2$) e o **período (P)**.



Complicadores :

Movimento próprio do centro de massa*;

O plano da órbita pode estar inclinado em relação ao observador -> efeito de projeção;

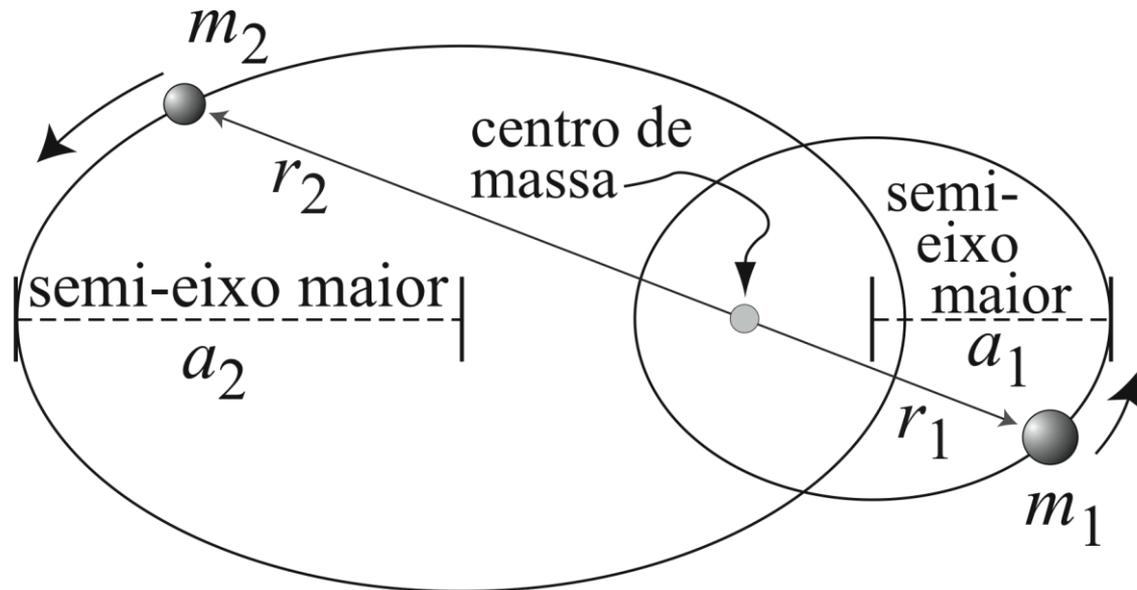
Este método só funciona se pudermos “resolver” as estrelas!

* Centro de Massa em um plano, é como o **equilíbrio** de um balanço sobre um ponto de articulação com respeito aos torques produzidos →



Órbita em Sistemas Binários (SB)

...e a determinação das massas, em 2 etapas



1ª etapa: A massa total do sistema é determinada pela 3ª Lei de Kepler – Lei dos Períodos, onde P é o período em anos e r ($r = r_1 + r_2$) representa a separação aparente das 2 estrelas:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(m + M)} a^3 \quad \text{adaptada ao SB -->}$$

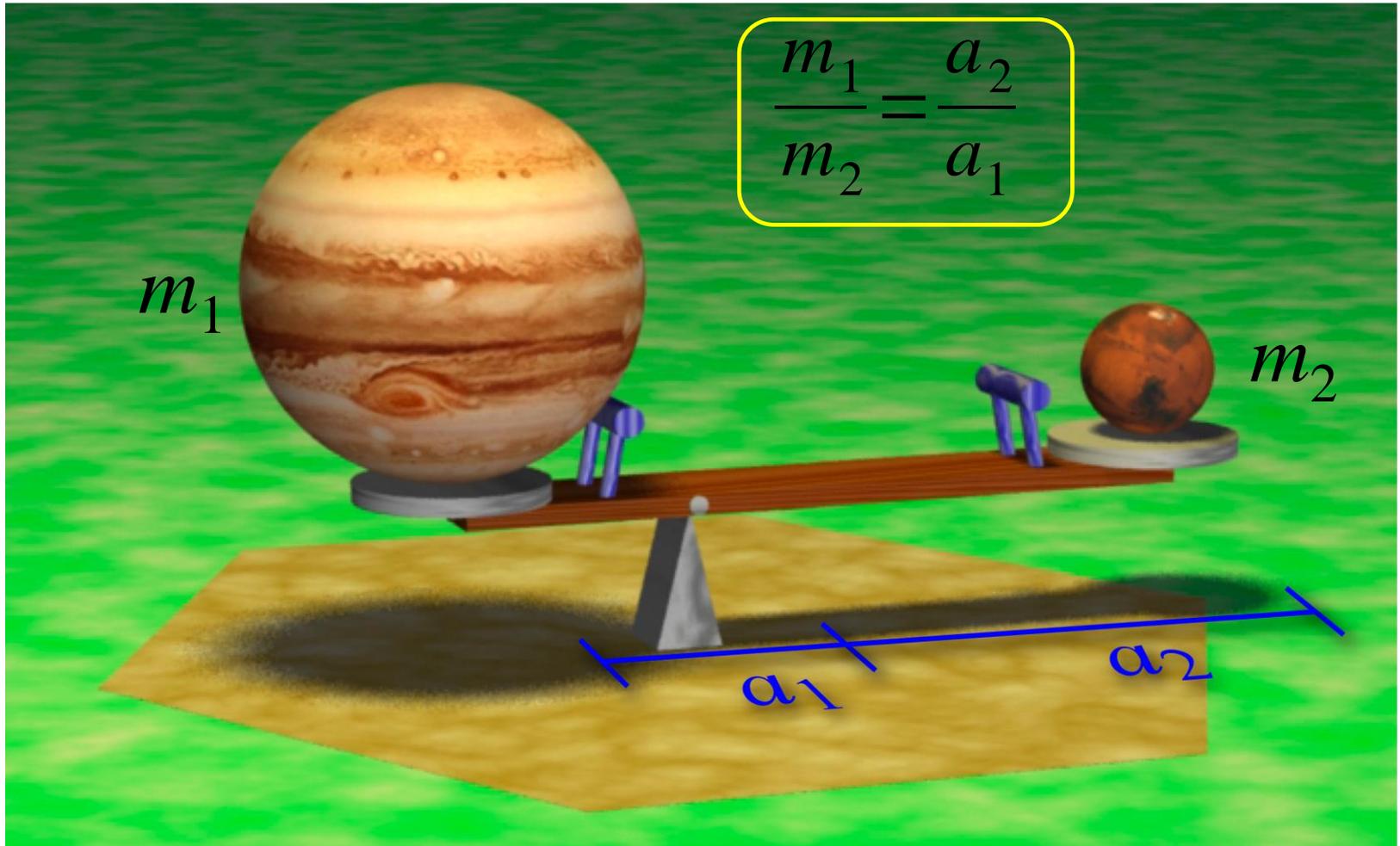
$$\text{massa total} = m_1 + m_2 = \frac{4\pi^2}{G} \frac{(r_1 + r_2)^3}{P^2}$$

Órbita em Sistemas Binários

...para resolver a equação da “soma das massas”, precisamos de outra equação...a da

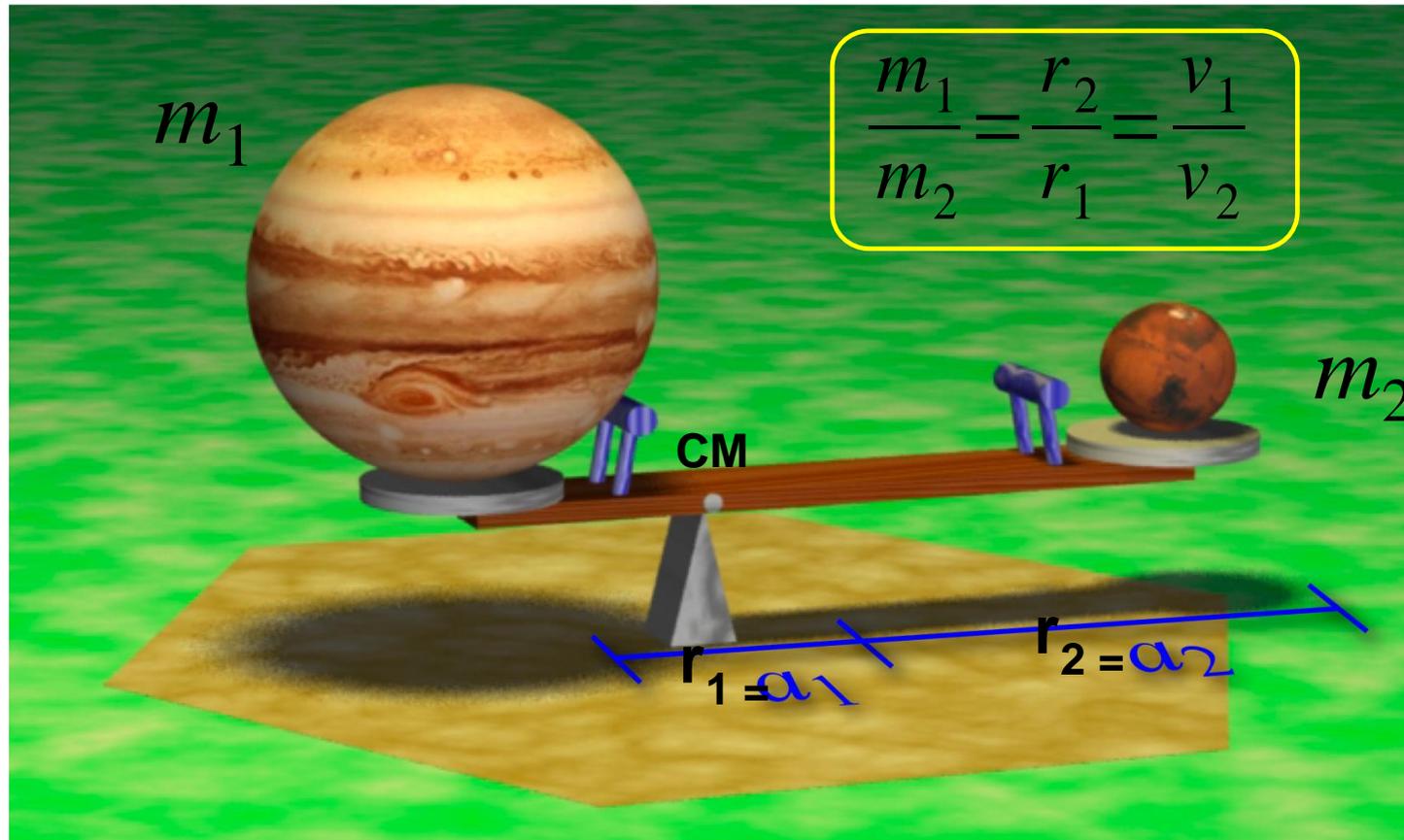
“razão das massas”

- **2ª Etapa:** A razão das massas é dada pela razão das distâncias entre as estrelas ao centro de massa (CM), já que, por definição, CM: $m_1 \cdot a_1 = m_2 \cdot a_2$

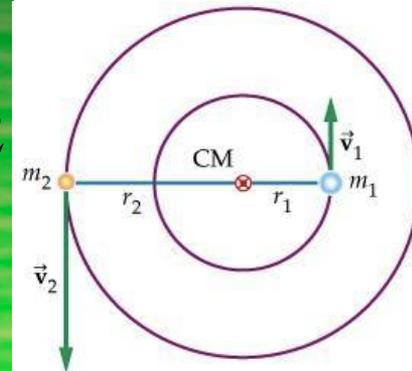


Órbita em Sistemas Binários

2ª Etapa: A razão das massas é dada pela razão dos semi-eixos maior (a_1 , a_2) ou da distância (r_1 , r_2) e da velocidade v_1 e v_2 , de cd estrela em relação ao centro de massa (**CM**):



lembrando que se a órbita for circular, $a = \text{raio}$:



Em **síntese**, para estimarmos a massa de estrelas em sistemas binários são necessárias 2 etapas:

- 1ª - Aplicar a 3ª Lei Kepler, onde se obtém a massa das 2 estrelas
- 2ª - Utilizar a equação da razão das massas

Como?

Observa-se o período orbital, **P**, e a separação das estrelas **a** (=a1+a2) ou **r** = (r1+r2)
Período (**P**) e tamanho da órbita (r=r1+r2) são aplicados a 3ª lei de Kepler usando a Eq. 1:

Eq. 1
$$P^2 = \left[\frac{4 \pi^2}{G (m_1 + m_2)} \right] a^3 \quad \text{-----} \rightarrow \quad \text{massa total} = m_1 + m_2 \text{ (em } M_{\text{Sol}}) = \frac{(r_1 + r_2)^3 \text{ (em U.A.)}}{\text{período}^2 \text{ (em anos)}}$$

...e aplicando a razão das massas \rightarrow

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

Eq. 2

Assim, obtemos as massas individuais.....Vamos ver um exemplo....

Exemplo do Sistema Binário: Sírius A e Sírius B

1a etapa: aplicação da 3a Lei de Kepler (soma das massas)

Medidas da trajetória do Sistema Sírius nos informa que:

Período = 49,9 anos

Semi-eixo de Sirius A, $a_A = 2,309''$

Semi-eixo de Sirius B, $a_B = 5,311'''$

Pela 3ª lei de Kepler: $M_A + M_B (\text{em } M_{\text{Sol}}) = \frac{(d(\text{pc})a(\text{arcsec}))^3}{P^2(\text{em anos})}$

mas, $a_A + a_B = r_1 + r_2 = \mathbf{a = 7,62''}$ e a distância (d) de Sirius é 2,67 pc. Então, temos:

$$M_{\text{SiriusA}} + M_{\text{SiriusB}} (M_{\text{Sol}}) = \frac{(2,67(\text{pc})7,5(\text{arcsec}))^3}{49,9^2(\text{em anos})} = 3,2 (M_{\text{sol}})$$

Portanto, $M_{\text{SiriusA}} + M_{\text{SiriusB}} = 3,2 M_{\text{sol}}$

Exemplo do Sistema Binário: Sírius A e Sírius B

2a etapa : cálculo da razão de massas

- Medidas da trajetória do sistema Sírius nos informa que:

- Período = 49,9 anos
- Semi-eixo maior de Sirius A, $a_A = 2,309''$
- Semi-eixo maior de Sirius B, $a_B = 5,311''$

- Pela equação da razão de massas, temos: $\text{Massa}_A/\text{Massa}_B = a_B/a_A$

Então: $\text{Massa}_A/\text{Massa}_B = 5,311''/2,309''$

$$\text{Massa}_A/\text{Massa}_B = 2,3 \quad \text{ou} \quad M_{\text{SiriusA}} = 2,3 M_{\text{SiriusB}}$$

Exemplo de binária: Sírius A, B

Portanto,
como sabemos que

$$M_{\text{SiriusA}} + M_{\text{SiriusB}} = 3,23 M_{\text{sol}} \quad \text{e} \quad M_{\text{SiriusA}} = 2,25 M_{\text{Sol}} \quad \rightarrow \quad M_{\text{SiriusB}} = 0,98 M_{\text{Sol}}$$

E então $M_{\text{SiriusA}} = 2,25 M_{\text{sol}}$

Sírius B, a luminosidade muito fraca, mas com a massa do Sol!

Vamos ver agora outros Sistemas Binários que observamos com mais dificuldade....
e que também aplicamos o mesmo método....

Binárias Espectroscópicas

Neste caso, método de detecção é via efeito Doppler, ou seja, pelo “vai-vem” das estrelas observado pela mudança na posição das estrelas binárias.

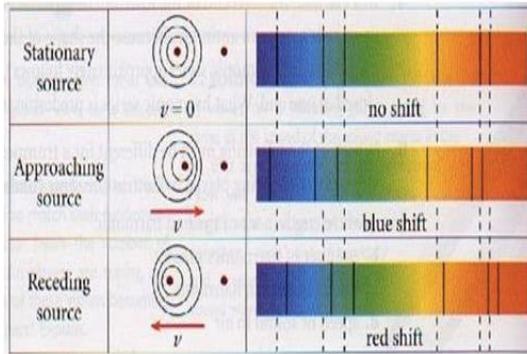
O Sistema Binário está muito distante para ser resolvido pelo telescópio. A separação média é de 1 UA.

Como o efeito Doppler pode ser medido para qualquer estrela cujo espectro foi observado, **são relativamente fáceis de serem detectadas**, portanto, são sistemas comuns.

Ao obter o espectro de uma estrela, **o carácter binário é detectado pela variação de posição das linhas espectrais** (desvio para o azul ou vermelho) revelando, portanto, o movimento orbital → ver figs no próximo slide...

As propriedades do Sistema Binário podem ser obtidas medindo-se o desvio Doppler periódico de uma estrela em relação à outra conforme elas se movem na órbita.

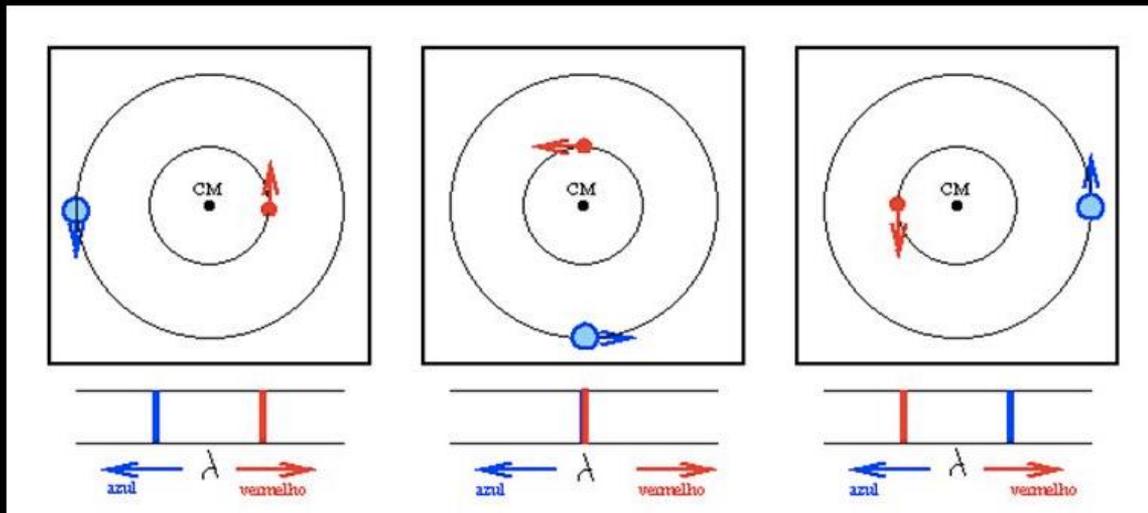
Observação de Sistemas Binários Espectroscópicos



$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{lab}} = \frac{v}{c}$$

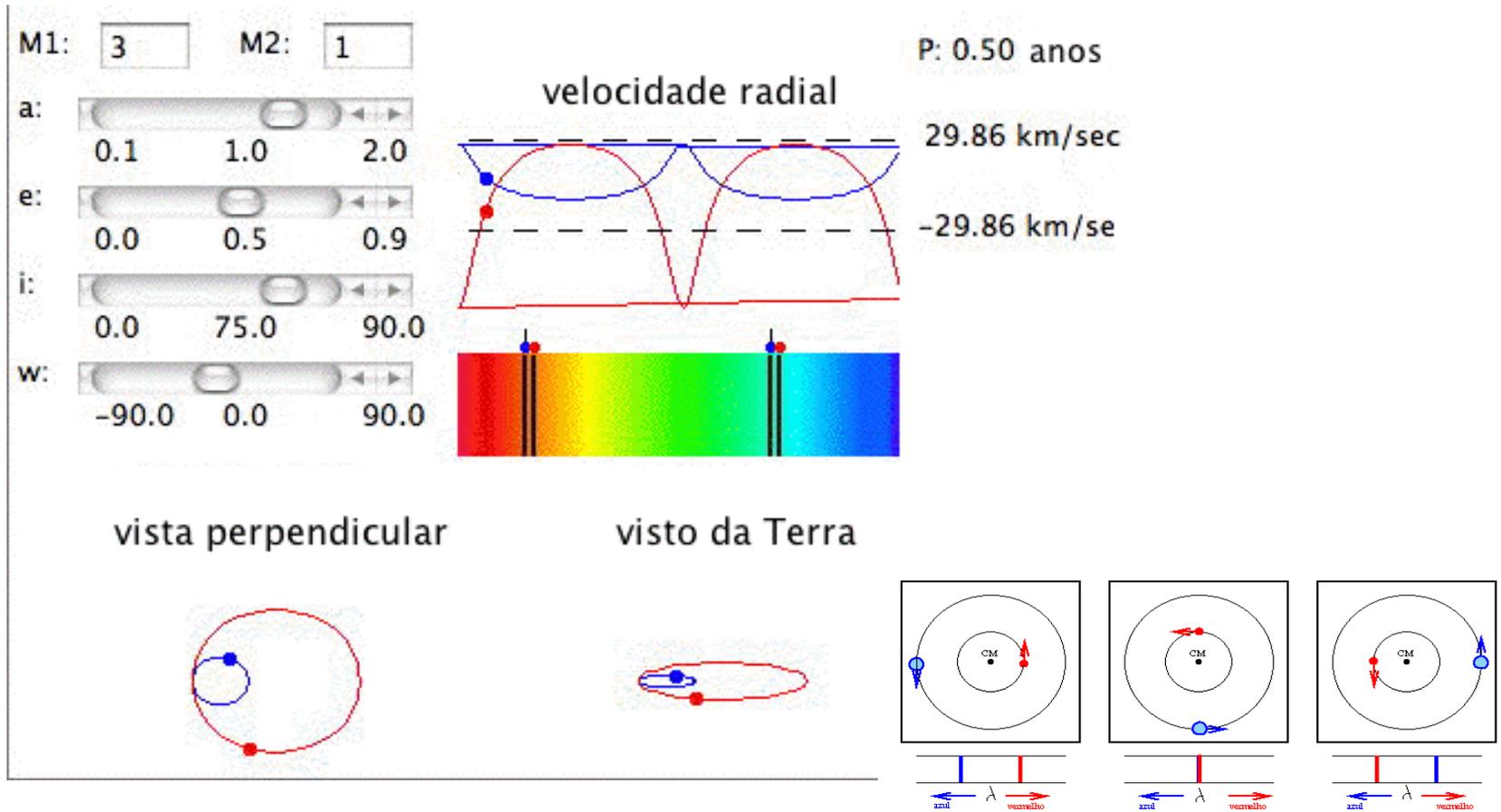
lembram-se de que $\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{v_1}{v_2}$

O movimento aparente das estrelas do sistema faz com que estas se afastem e se aproximem de nós, gerando assim o Efeito Doppler.



“vai-e-vem” das linhas do espectro a medida em que uma estrela se afasta e a outra se aproxima de nós.

Exemplo de um Sistema Binário Espectroscópico

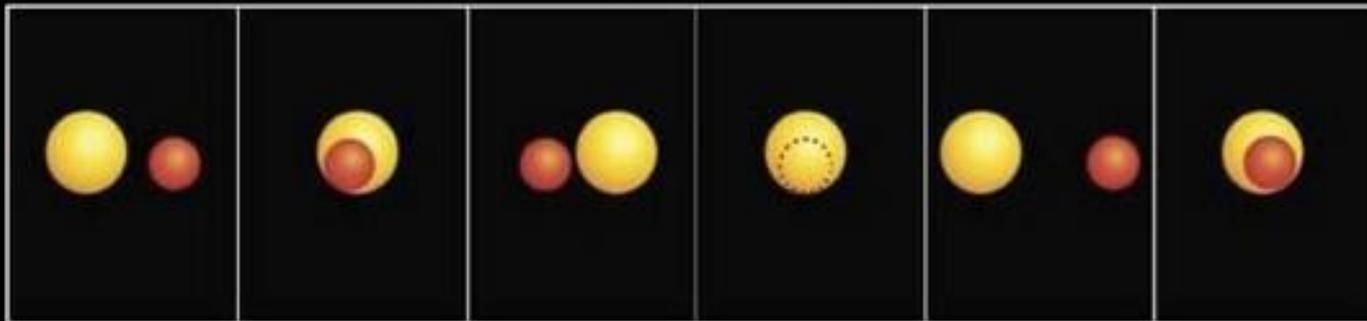


“vai-e-vem” das linhas do espectro a medida em que uma estrela se afasta e a outra se aproxima de nós.

Binárias Eclipsantes

Sistemas onde uma estrela passa pela frente da outra fazendo variar o brilho do par

Eclipsing Binary Stars

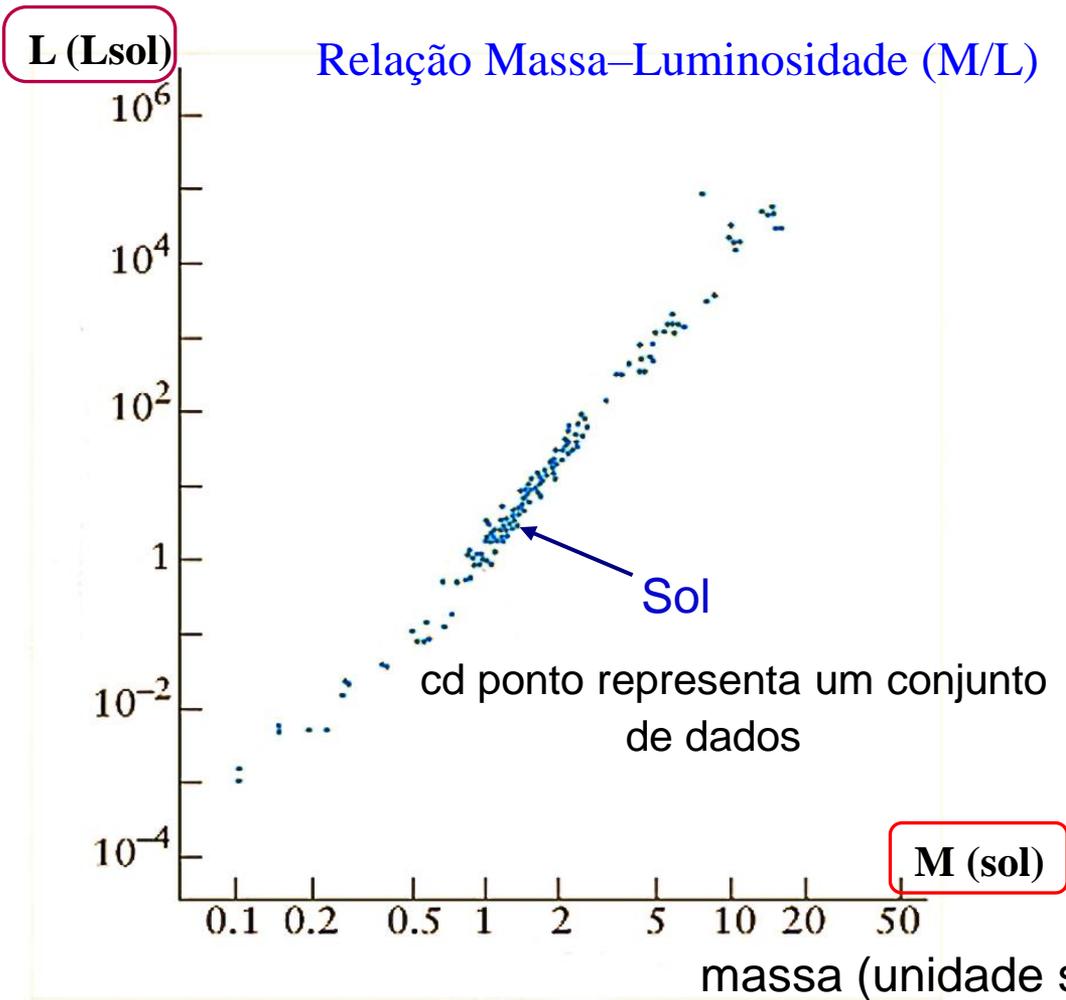


Vamos ver agora outro caminho para se obter a massa de estrelas:

A relação M/L

Para as estrelas da **Seqüência Principal** existe uma relação bem definida **entre a Massa e a Luminosidade de estrelas**, como se observa na figura abaixo.

Uma consequência importante desta Relação é que ela pode ser usada para determinação de distâncias, através das 2 equações abaixo (Sistemas Binários e Propriedades Fundamentais das Estrelas).



→ Pela 3a Lei Kepler

$$m_1 + m_2 = \frac{(a)^3}{P^2}$$

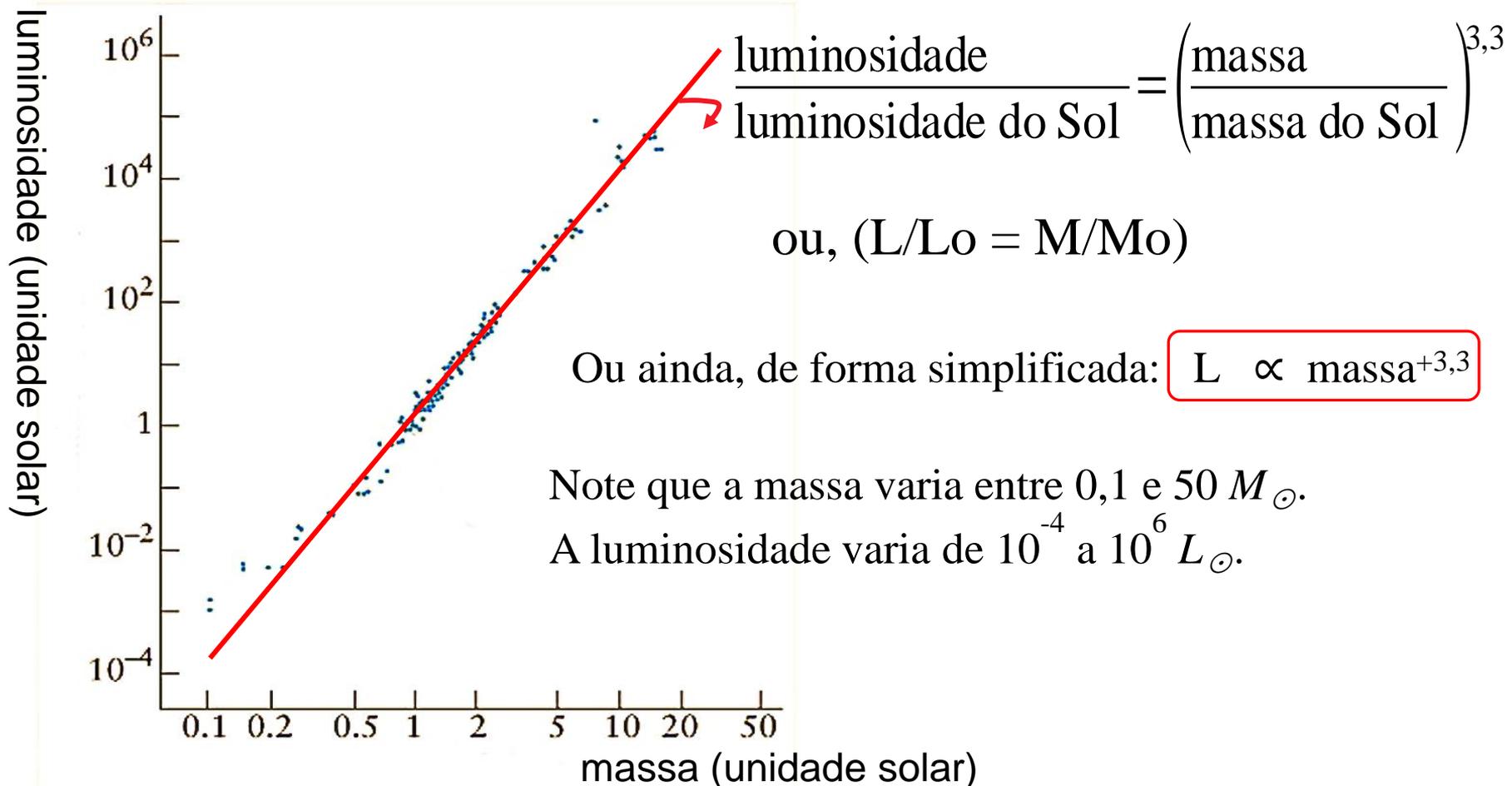
→ Obtenção de :

$$a \text{ (UA)} = d \text{ (pc)} \times \alpha \text{ (")}$$

- a** → semi-eixo maior
- r** → distância do sistema ao Sol
- α** → tamanho angular do semi-eixo maior da órbita relativa verdadeira

Relação Massa–Luminosidade (M/L)

Esta relação é baseada em observações de Sistemas Binários e pode ser descrita matematicamente quando se ajusta uma reta média aos pontos observados:



Tempo de Vida de uma Estrela - T_v

A **duração de vida** (T_v) de uma estrela pode ser estimada utilizando o seguinte raciocínio:

$$T_v = \frac{\text{energia disponível}}{\text{energia emitida}}$$

A **energia disponível** é aproximadamente a **massa** da estrela
(lembrar que **energia \propto massa $\rightarrow E = mc^2$)**

A **energia emitida** diz respeito a luminosidade da estrela

Então,

$$\text{tempo de vida } (T_v) \simeq \frac{\text{massa}}{\text{luminosidade}}$$

Tempo de Vida de uma Estrela - $T_v = M/L$

Mas, como vimos, a luminosidade de uma estrela que se encontra na Sequência Principal (SP) obedece a relação:

$$L \propto \text{massa}^{+3,3} \propto M^{+3,3}$$

Portanto, substituindo **L** na relação **M/L**, temos:

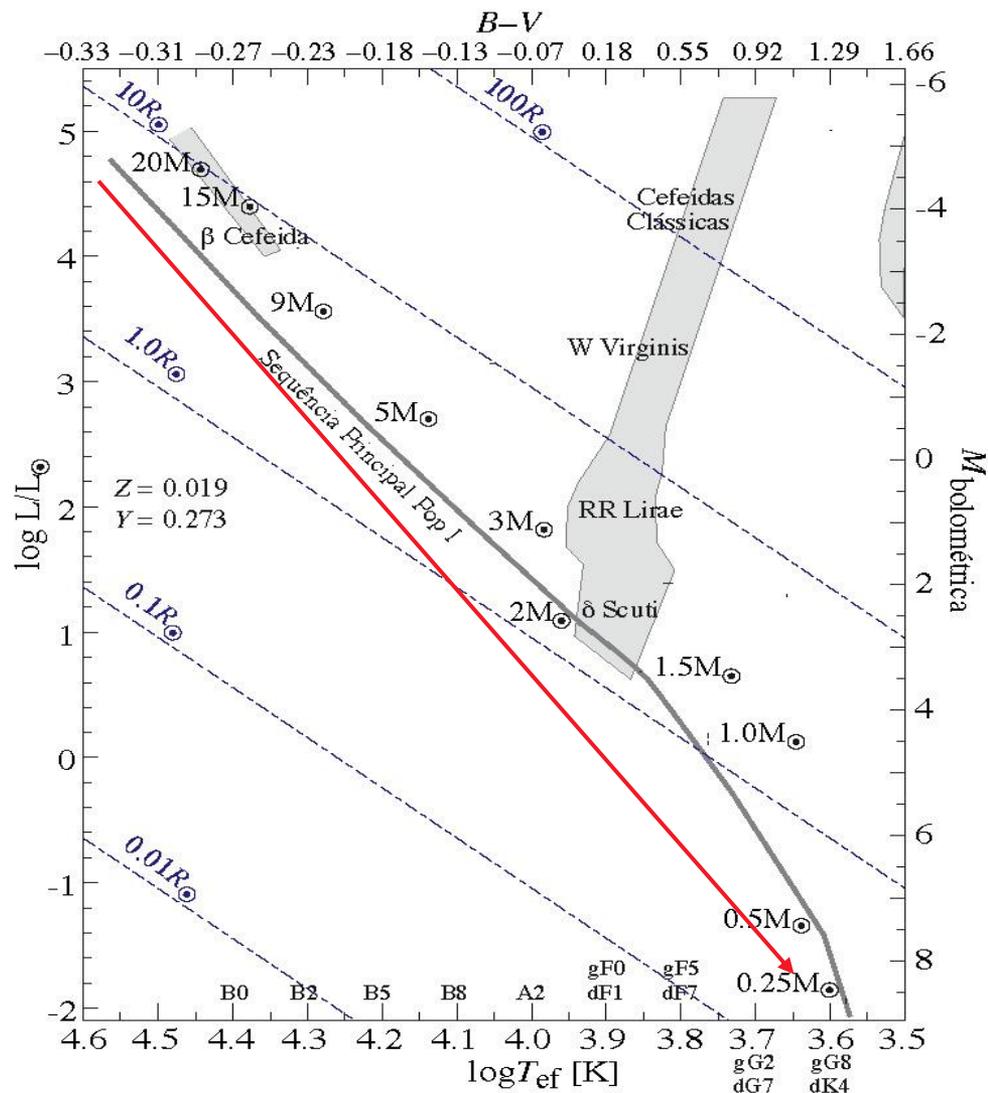
$$T_v = \frac{M}{M^{+3,3}} = M^{(1-3,3)} \Rightarrow T_v = M^{-2,3}$$

Portanto, quanto **mais massiva a estrela, mais rapidamente gasta sua energia e menos tempo ela dura.**

Distribuição da massa das estrelas no Diagrama HR

A posição de uma estrela ao longo da Sequência Principal está diretamente relacionada com sua massa, ou seja, a SP representa também uma sequência de Massa.

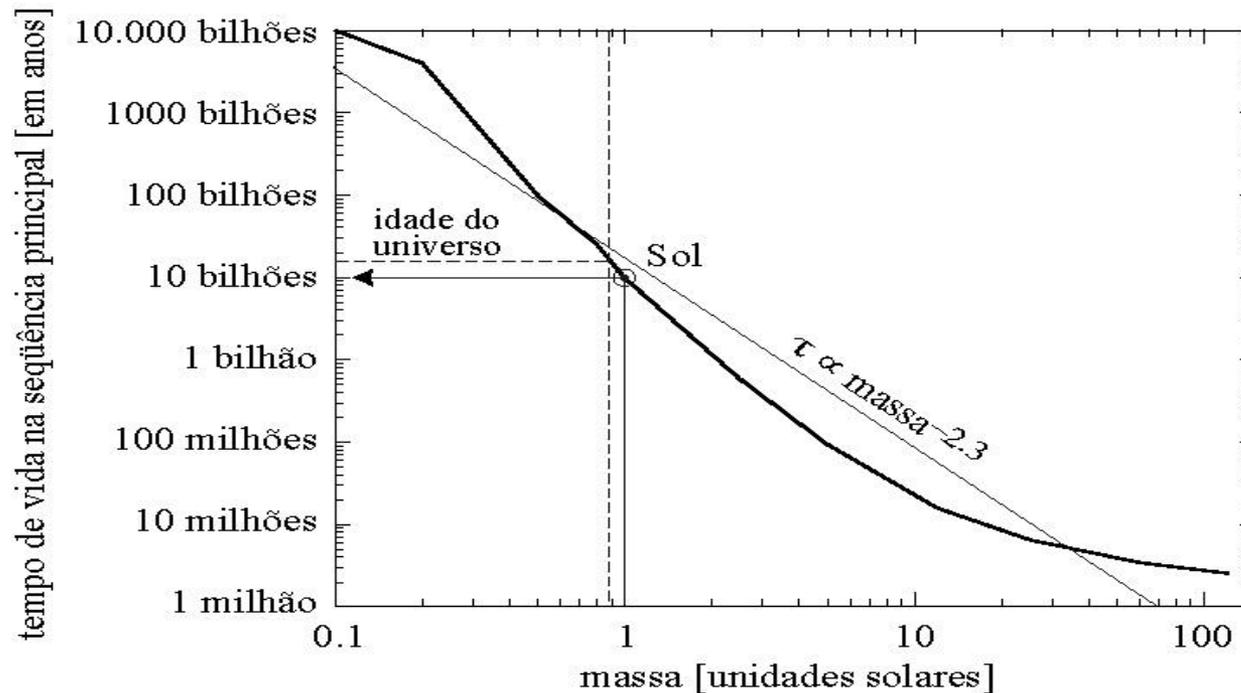
Estrelas mais massivas ocupam a porção superior do Diagrama HR.



- Estrelas com $0,1 M_{\odot}$ podem viver até 10 trilhões de anos.
- Estrelas com $0,9 M_{\odot}$ têm vida igual à idade do universo (~14 bilhões de anos).
- Estrelas com $100 M_{\odot}$ vivem ~ 3 milhões de anos.

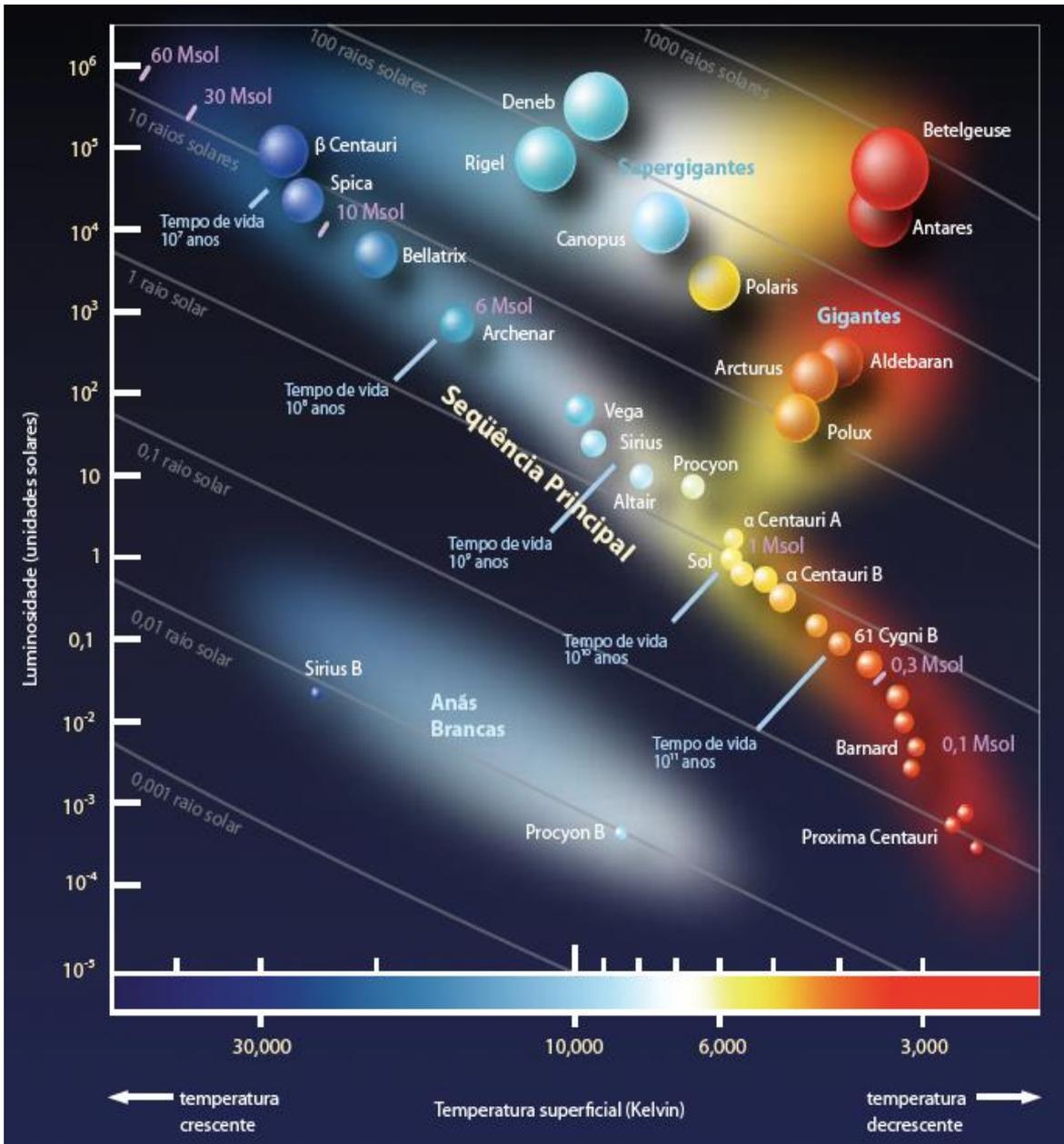
Exs de Tempo de Vida na Seqüência Principal (T_v ou τ)

...quanto mais massiva a estrela, mais rapidamente gasta sua energia e menos tempo ela dura.



Massa da estrela	Tempo de vida aproximado
70 massas solares	300.000 anos
32 massas solares	1,000.000 anos (um milhão de anos)
16 massas solares	10.000.000 anos
6 massas solares	100.000.000 anos (cem milhões de anos)
3 massas solares	1.000.000.000 anos (um bilhão de anos)
1 massa solar	10.000.000.000 anos (dez bilhões de anos)
0,8 massa solar	20.000.000.000 anos
0,48 massa solar	75.000.000.000 anos
0,2 massa solar	200.000.000.000 anos (duzentos bilhões de anos)

Propriedades das Estrelas - “Teorema” de Russel–Vogt de 1926



As propriedades das estrelas dependem apenas da massa e composição química.

SP: Sequencia de massas

Massa: Tv da estrela

Na próxima aula, veremos como ocorre o **nascimento, vida e morte das estrelas...**o que denominamos
Evolução Estelar

Referências

<http://astro.if.ufrgs.br/bin/binarias.htm>

<http://homepages.spa.umn.edu/~larry/CLASS/AST2001/RESOURCES/>

<http://www.obspm.fr/actual/nouvelle/bobi.fr.shtml>