

# Determinação de Massa de Estrelas

## Sistemas Binários e Razão M/L

Sistemas Múltiplos

Sistemas Binários

Tipos de Binárias: visuais, espectroscópicas, contato, eclipsantes, astrométricas

Determinação de Massas Estelares

Relação Massa-Luminosidade

Tempo de Vida de uma Estrela

Teorema de Russel–Vogt

Sandra dos Anjos

IAG/USP

[www.astro.iag.usp.br/~aga210](http://www.astro.iag.usp.br/~aga210)

2º semestre/2023

Vimos em aulas anteriores que é possível obter a maior parte das propriedades estelares como **Luminosidade (L)**, **Raio ou Diâmetro (R)**, **Temperatura efetiva (Teff)** e **Composição Química (CQ)**, através de observações (fotometria, espectroscopia) e relações entre grandezas físicas (Lei de Stefan-Boltzman, Lei do Inverso do Quadrado da Luz, entre outras)

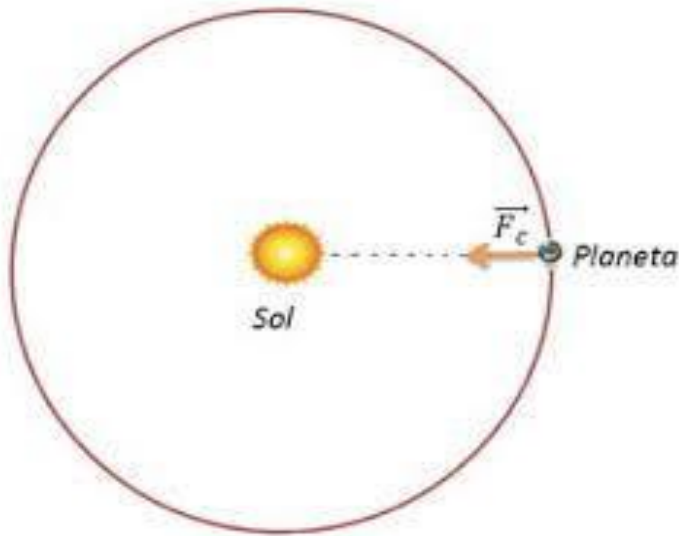
Existe uma outra quantidade física muito importante, que é fundamental, e determina como as estrelas evoluem....que é a **MASSA (M)** das estrelas.

Esta quantidade vai nos permitir também obter outra grandeza extremamente relevante...que é o **tempo de vida das estrelas (Tv)**.

O único caminho que conhecemos para se obter massas estelares diretamente é através de **Sistemas Estelares Binários**, onde aplicando-se a 3a Lei de movimento de Kepler, que mostra que o “quadrado do período orbital ( $T^2$ ) de um planeta é diretamente proporcional ao cubo de sua distância média ao Sol ( $R^3$ ) é constante”, expresso matematicamente pela seguinte fórmula

$$\frac{T^2}{r^3} = K$$

# Deduzindo a 3a Lei de Kepler



$$F_G = \frac{GMm}{R^2}$$

$$F_{CP} = \frac{mv^2}{R}$$

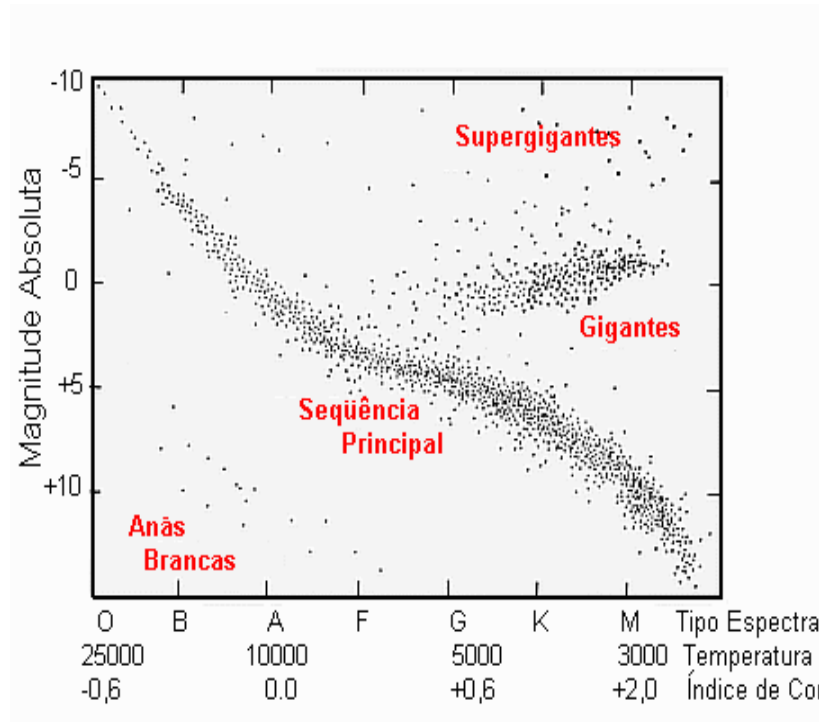
$$\frac{mv^2}{R} = \frac{GMm}{R^2}$$

$$\rightarrow v = \frac{2\pi R}{T}$$

$$\frac{4\pi^2 R^2}{T^2 R} = \frac{GM}{R^2} \rightarrow \frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$



Outro caminho, mas que é indireto!... é utilizar uma relação empírica entre a massa ( $M$ ) e a luminosidade ( $L$ ) conhecida **Relação Massa-Luminosidade –  $M/L$** , que pode ser utilizada para determinar a massa de estrelas que estão na **Sequência Principal (SP)**.



**Massa**, juntamente com a **composição química** determinam todas as outras propriedades básicas da estrutura e evolução das estrelas, sintetizadas no Teorema de Russell-Vogt, como veremos nesta aula...

# O que são estrelas ?

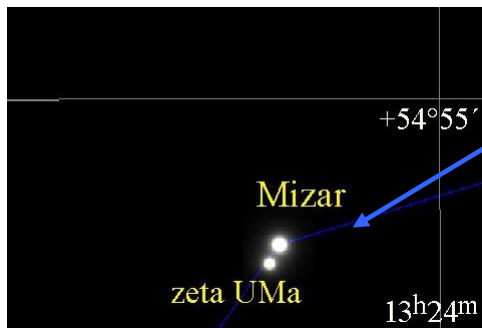
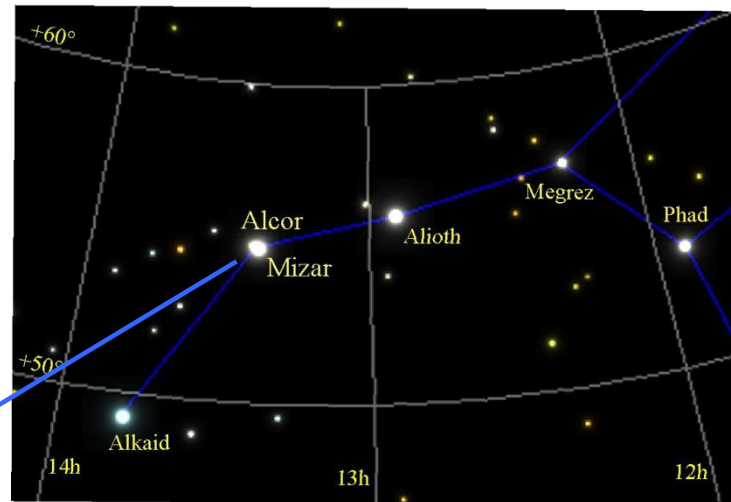
- Resultado do colapso gravitacional de nuvens interestelares de gás e poeira do Meio Interestelar (MIS). São sistemas gasosos que produzem energia através de **fusões termonucleares**.
- Durante sua vida elas sofrem a ação da força gravitacional e também da força de pressão de radiação, gerada como consequência do processo de fusão.
- Veremos em detalhes durante as próximas aulas sobre estrelas o que ocorre no equilíbrio destas forças e o que acontece no desequilíbrio...
- Existe da ordem de 200-300 bilhões de estrelas, só na Via-Láctea.
- Durante o processo de colapso, estas estrelas podem nascer em grupos com poucas ou muitas estrelas e também em Sistemas Binários



# Sistemas Estelares Múltiplos

O colapso gravitacional de uma nuvem molecular pode gerar estrelas isoladas, como o Sol, bem como sistema binários até sistemas com várias estrelas, os sistemas múltiplos..

Grande parte das estrelas estão em sistemas múltiplos, como Alfa-Centauro (3 estrelas); Sírius (2) estrelas e Mizar...



É, na verdade um sistema duplo

# Vamos estudar somente os SISTEMAS BINÁRIOS...

...já que são estes vão nos permitir obter a Massa

William Herschel mostra em 1804 que algumas “estrelas duplas” são sistemas onde uma estrela orbita ao redor da outra.

Conhecendo a órbita das estrelas de um sistema duplo podemos determinar a **massa** das estrelas, usando a 3a Lei de Kepler

**massa** é um parâmetro fundamental e **não** é observável diretamente

*XV. Account of the Changes that have happened, during the last Twenty-five Years, in the relative Situation of Double-stars; with an Investigation of the Cause to which they are owing. By William Herschel, LL. D. F. R. S.*

Read June 9, 1803.

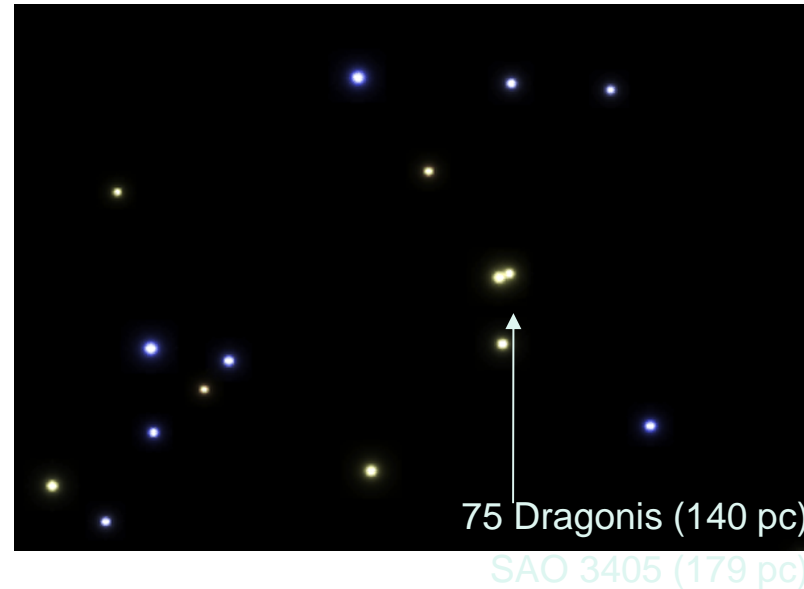
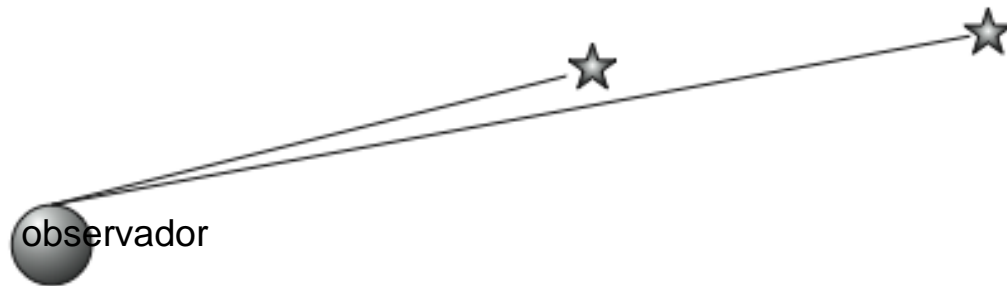
**I**N the Remarks on the Construction of the Heavens, contained in my last Paper on this subject,\* I have divided the various objects which astronomy has hitherto brought to our view, into twelve classes. The first comprehends insulated stars.

Phil. Trans. of the Royal Soc. of London

# São 2 os Tipos de Sistemas Binários : reais e aparentes

## Binárias aparentes

Alguns sistemas são apenas alinhamentos "aparentes" na linha de visada. São estrelas aparentemente binárias, mas **não possuem órbitas mútuas nem estão ligadas gravitacionalmente**



## Binárias reais

Sistemas ligados pela gravitação, onde orbitam em torno de um centro de massa comum.

Serão estes Sistemas que iremos estudar nesta aula....



# Tipos de Sistemas Binários Reais – órbitas mútuas

## Binárias Visuais

Sistemas onde ambas estrelas podem ser identificadas individualmente em um telescópio.

Estão suficientemente separadas para serem resolvidas

Representam **pequena fração dos SB**



## Binárias Eclipsantes

Sistemas onde uma estrela passa pela frente da outra fazendo variar o brilho do par (não pode ser resolvido).

## Binárias Espectroscópicas

Não podem ser resolvidas.

O “vai-vem” das estrelas pode ser detectado pelo Efeito Doppler.

## Binárias Astrométricas

Apenas uma das estrelas é observada (a mais brilhante...)

Sua trajetória revela a presença de uma companheira.

## Binárias de Contato

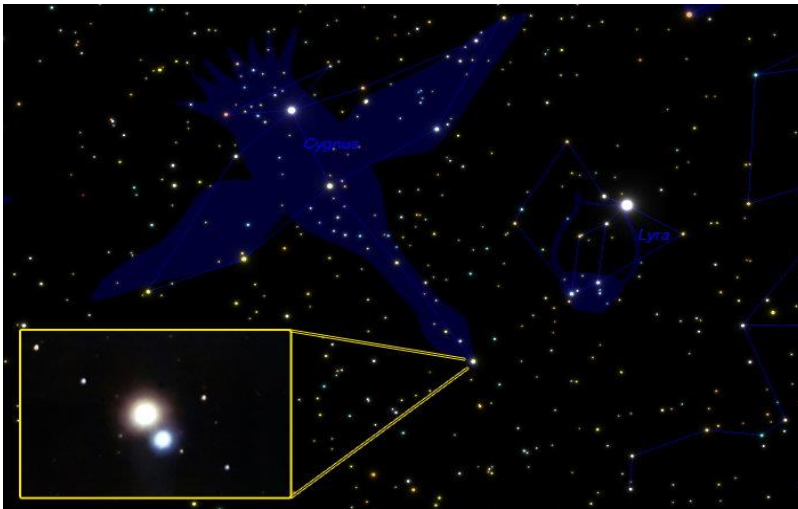
Estrelas muito próximas entre si, com "contato"

Vamos ver como se calcula a Massa em Sistemas Binários Visuais e Espectroscópicos.

Para os outros Sistemas os cálculos são semelhantes...

## Binárias Visuais

Par de estrelas **associadas gravitacionalmente** e que podem ser observadas no telescópio como 2 estrelas isoladas, como se observa na figura abaixo.



**Albireo** na constelação de Cisne (Beta Cygni)

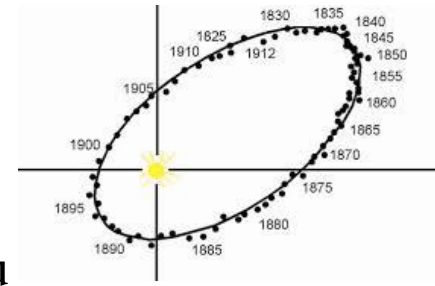
Está a  $\approx 380$  a.l. de distância e tem separação de  $35''$

A separação usual é de centenas de unidades astronômicas.

Limitação observacional : devido a atmosfera da Terra raramente a imagem de uma estrela vista com diâmetro menor que  $1''$ .

A 2ª estrela é usualmente muito fraca e muito próxima da companheira brilhante para ser detectada e sua presença pode ser inferida por outras pistas observacionais.

## Binária Visual



Para verificar se as estrelas se movem de forma independente ou não, é necessário realizar um estudo do movimento.

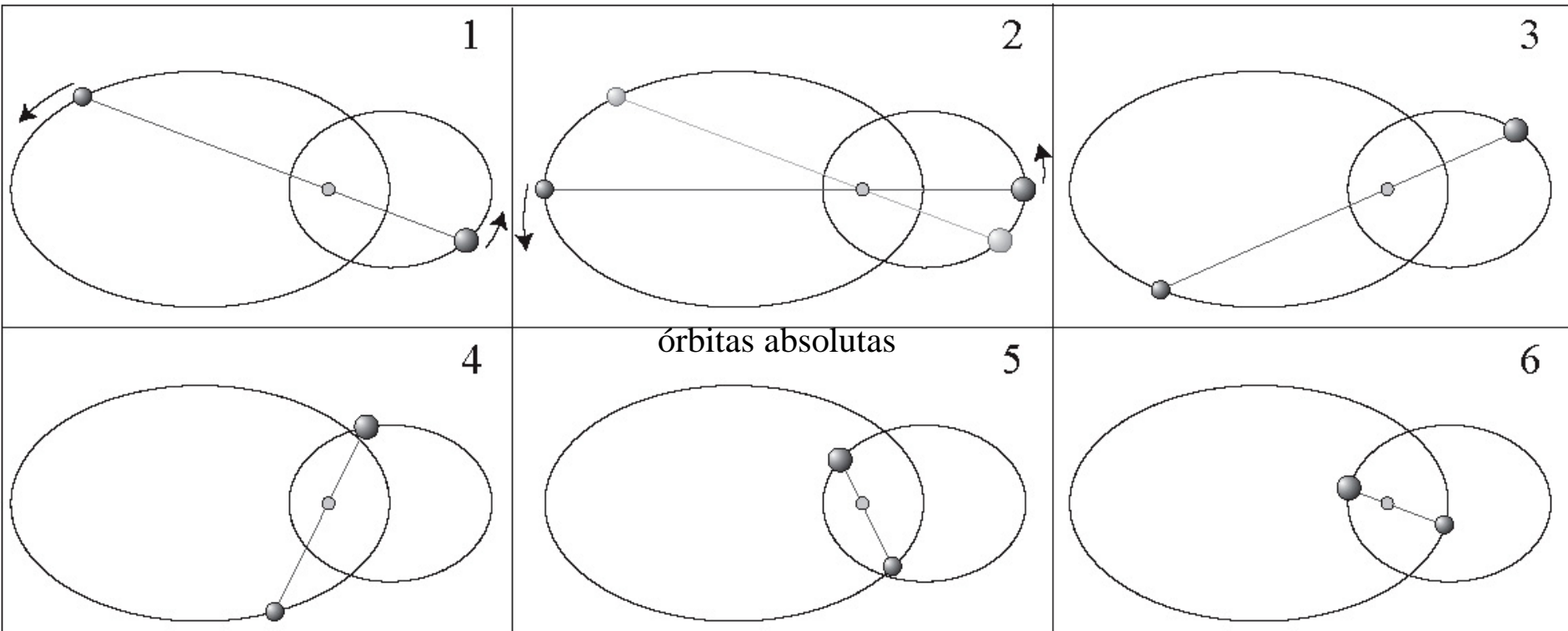
**Períodos e separações entre binárias** podem ser observados diretamente se cada estrela é vista claramente. Períodos orbitais podem ser longos - alguns anos até milhares de anos.

Uma vez **determinada a órbita do sistema**, o passo seguinte é **obter** os **parâmetros** que estas orbitas permitem calcular, ou seja, o **período (P)** e **separação aparente das 2 estrelas (r)**, para serem aplicados a 3ª Lei de Kepler.

Importante enfatizar que a massa assim obtida é a **Massa do Sistema Binário**, e que é necessário então utilizar uma outra correlação, conhecida como “razão das massas”, para se obter as **massas individuais das estrelas**.

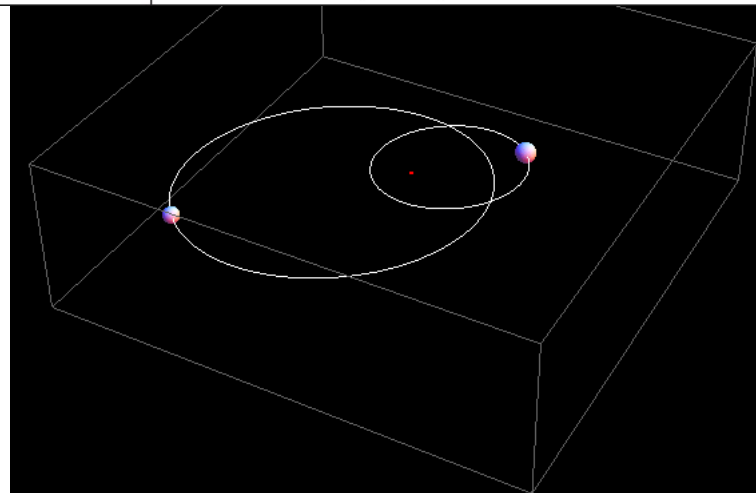
Assim, a obtenção da Massa se faz utilizando 2 etapas, como veremos a seguir

# Órbita em Sistemas Binários Visuais



Cada estrela orbita em torno do **centro de massa** e descrevem um movimento ondular em torno do centro de massa.

Assim como no Sistema Solar, elas varrem áreas iguais em tempos iguais, e valem as Leis de Kepler.



## Órbita em Sistemas Binários Visuais ...órbita absoluta, órbita relativa e órbita aparente

A órbita de cada uma das estrelas é elíptica em relação ao centro de massa, e é conhecida como **órbita absoluta**. Esta não é usualmente observada devido a dificuldades observacionais.

Em vez de observar o movimento seguido pelas duas estrelas, observa-se apenas uma delas, **normalmente a mais fraca**, em torno da mais brilhante, que ocuparia um dos focos (**ver figura abaixo**). Observa-se, portanto, a **órbita relativa ou órbita relativa verdadeira**, que também é descrita por uma elipse.

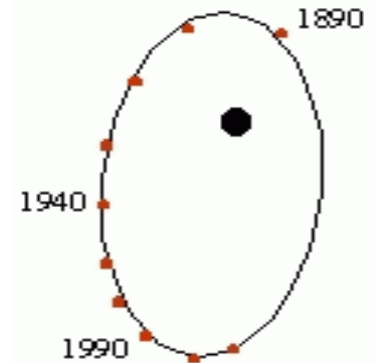
Se o sistema binário estiver inclinado em relação a linha de visada, então observaremos uma órbita aparente (**ver figura no próximo slide**).

Todas estas órbitas podem ser descritas e aplicadas pelas leis do

**Movimento Planetário de Kepler** →  $(m_1+m_2) P^2=a^3 \rightarrow m_1+m_2=a^3/P^2$

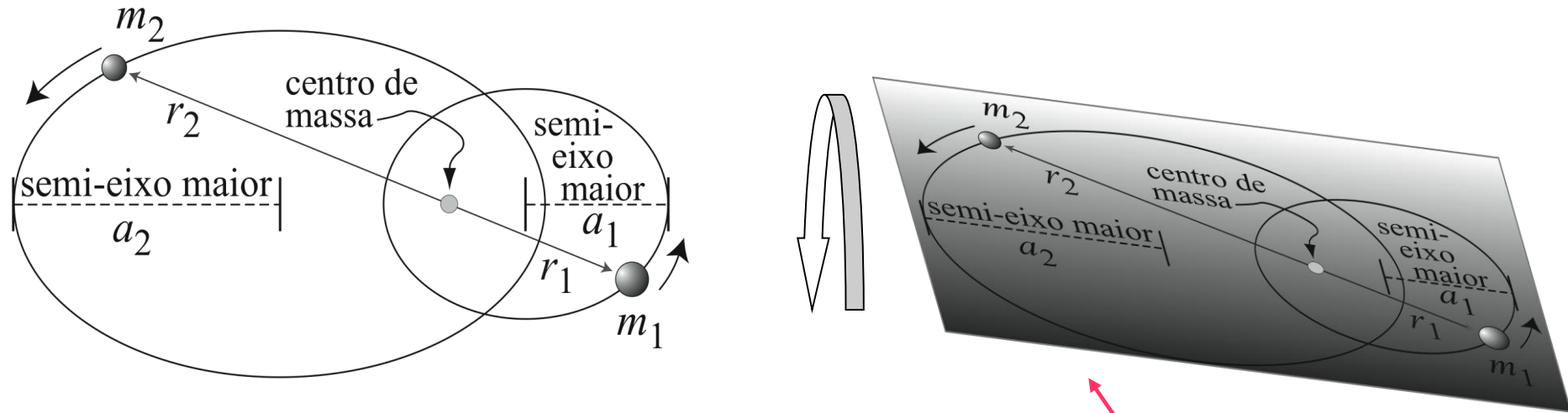
onde o parâmetro **a** (UA) é o **semi-eixo maior**, e **P** **período orbital** (anos)

O que vamos observar nesta órbita ?



# Órbita em Sistemas Binários - complicações

Os parâmetros observados são: **ângulo de separação aparente** ( $r = r_1 + r_2$ ) e o **período (P)**.



Complicadores :

Movimento próprio do centro de massa\*;

O plano da órbita pode estar inclinado em relação ao observador -> efeito de projeção;

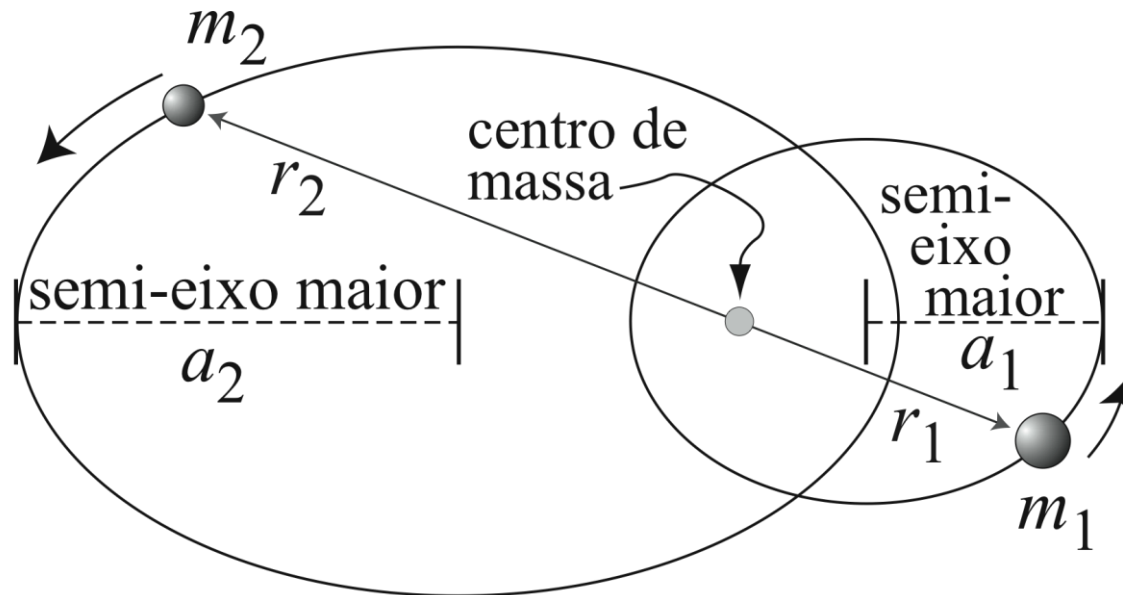
Este método só funciona se pudermos “resolver” as estrelas!

\* Centro de Massa em um plano, é como o **equilíbrio** de um balanço sobre um ponto de articulação com respeito aos torques produzidos →



# Órbita em Sistemas Binários (SB)

...e a determinação das massas, em 2 etapas



**1ª etapa:** A massa total do sistema é determinada pela 3ª Lei de Kepler – Lei dos Períodos, onde  $P$  é o período em anos e  $r$  ( $r = r_1 + r_2$ ) representa a separação aparente das 2 estrelas:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(m + M)} a^3 \quad \text{adaptada ao SB -->}$$

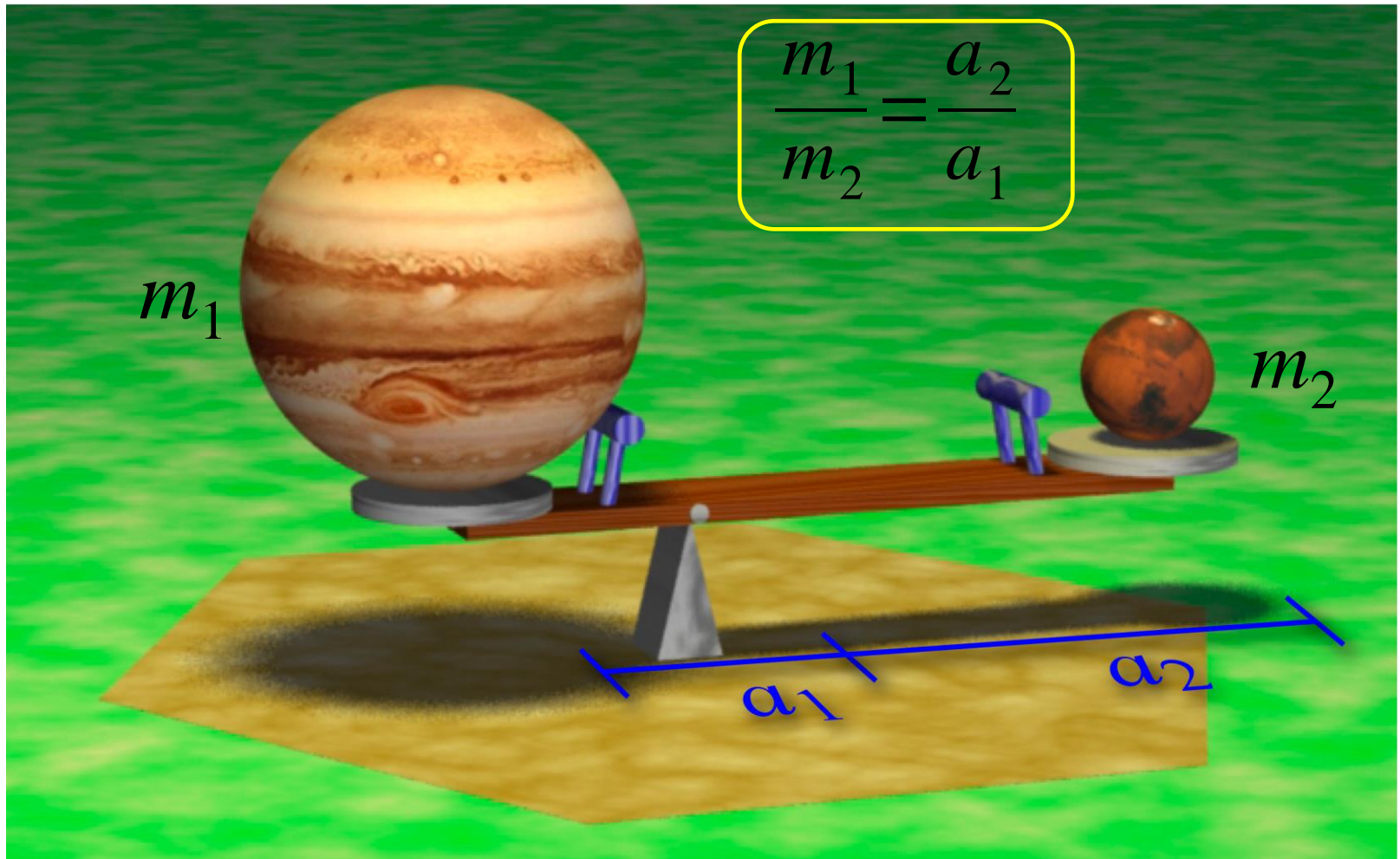
$$\text{massa total} = m_1 + m_2 = \frac{4\pi^2}{G} \frac{(r_1 + r_2)^3}{P^2}$$

# Órbita em Sistemas Binários

...para resolver a equação da “soma das massas”, precisamos de outra equação...a da

“razão das massas”

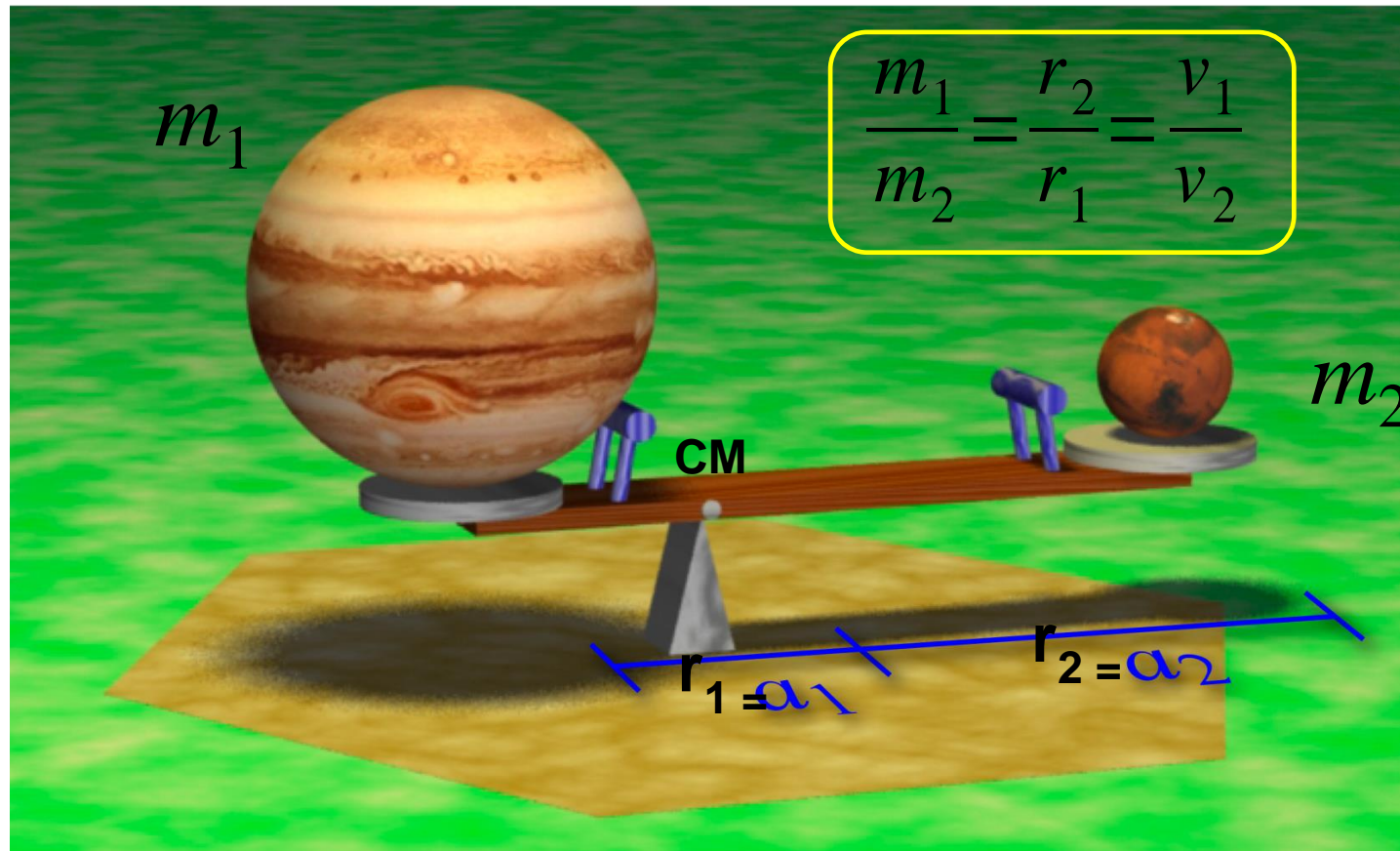
- **2ª Etapa:** A razão das massas é dada pela razão das distâncias entre as estrelas ao centro de massa (CM), já que, por definição, CM:  $m_1 \cdot a_1 = m_2 \cdot a_2$



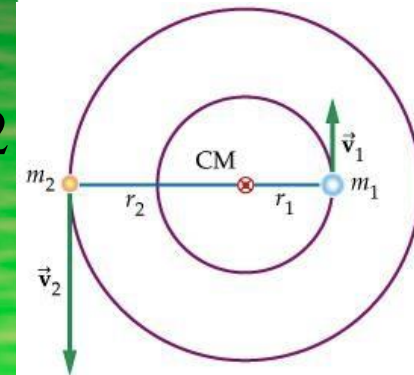


# Órbita em Sistemas Binários

2ª Etapa: A razão das massas é dada pela razão dos semi-eixos maior ( $a_1$ ,  $a_2$ ) ou da distância ( $r_1$ ,  $r_2$ ) e da velocidade  $v_1$  e  $v_2$ , de cd estrela em relação ao centro de massa (**CM**):



lembrando que se a órbita for circular,  $a = \text{raio}$ :



Em **síntese**, para estimarmos a massa de estrelas em sistemas binários são necessárias 2 etapas:

- 1ª - Aplicar a 3ª Lei Kepler, onde se obtém a massa das 2 estrelas
- 2ª - Utilizar a equação da razão das massas

Como?

Observa-se o período orbital, **P**, e a separação das estrelas **a** (=a1+a2) ou **r** = (r1+r2)  
Período (**P**) e tamanho da órbita (r=r1+r2) são aplicados a 3ª lei de Kepler usando a Eq. 1:

**Eq. 1** 
$$P^2 = \left[ \frac{4 \pi^2}{G (m_1 + m_2)} \right] a^3 \quad \text{-----} \rightarrow \quad \text{massa total} = m_1 + m_2 \text{ (em } M_{\text{Sol}}) = \frac{(r_1 + r_2)^3 \text{ (em U.A.)}}{\text{período}^2 \text{ (em anos)}}$$

...e aplicando a razão das massas →

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

**Eq. 2**

Assim, obtemos as massas individuais.....Vamos ver um exemplo....

# Exemplo do Sistema Binário: Sírius A e Sírius B

1a etapa: aplicação da 3a Lei de Kepler (soma das massas)

Medidas da trajetória do Sistema Sírius nos informa que:

Período = 49,9 anos

Semi-eixo de Sirius A,  $a_A = 2,309''$

Semi-eixo de Sirius B,  $a_B = 5,311'''$

Pela 3ª lei de Kepler:  $M_A + M_B (\text{em } M_{\text{Sol}}) = \frac{(d(\text{pc})a(\text{arcsec}))^3}{P^2(\text{em anos})}$

mas,  $a_A + a_B = r_1 + r_2 = a = 7,62''$  e a distância (d) de Sirius é 2,67 pc. Então, temos:

$$M_{\text{SiriusA}} + M_{\text{SiriusB}} (M_{\text{Sol}}) = \frac{(2,67(\text{pc})7,5(\text{arcsec}))^3}{49,9^2(\text{em anos})} = 3,2 (M_{\text{sol}})$$

Portanto,  $M_{\text{SiriusA}} + M_{\text{SiriusB}} = 3,2 M_{\text{sol}}$

# Exemplo do Sistema Binário: Sírius A e Sírius B

## 2a etapa : cálculo da razão de massas

- Medidas da trajetória do sistema Sírius nos informa que:

- Período = 49,9 anos
- Semi-eixo maior de Sirius A,  $a_A = 2,309''$
- Semi-eixo maior de Sirius B,  $a_B = 5,311''$

- Pela equação da razão de massas, temos:  $\text{Massa}_A/\text{Massa}_B = a_B/a_A$

Então:  $\text{Massa}_A/\text{Massa}_B = 5,311''/2,309''$

$$\text{Massa}_A/\text{Massa}_B = 2,3 \quad \text{ou} \quad M_{\text{SiriusA}} = 2,3 M_{\text{SiriusB}}$$

## Exemplo de binária: Sírius A, B

Portanto,  
como sabemos que

$$M_{\text{SiriusA}} + M_{\text{SiriusB}} = 3,23 M_{\text{sol}} \quad \text{e} \quad M_{\text{SiriusA}} = 2,25 M_{\text{Sol}} \quad \rightarrow \quad M_{\text{SiriusB}} = 0,98 M_{\text{Sol}}$$

E então  $M_{\text{SiriusA}} = 2,25 M_{\text{sol}}$

Sírius B, a luminosidade muito fraca, mas com a massa do Sol!

Vamos ver agora outros Sistemas Binários que observamos com mais dificuldade....  
e que também aplicamos o mesmo método....

# Binárias Espectroscópicas

Neste caso, método de detecção é via efeito Doppler, ou seja, pelo “vai-vem” das estrelas observado pela mudança na posição das estrelas binárias.

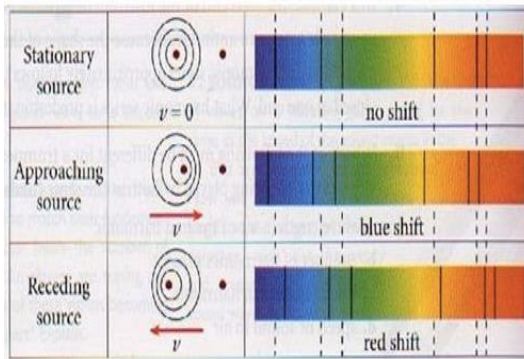
O Sistema Binário está muito distante para ser resolvido pelo telescópio. A separação média é de 1 UA.

Como o efeito Doppler pode ser medido para qualquer estrela cujo espectro foi observado, **são relativamente fáceis de serem detectadas**, portanto, são sistemas comuns.

Ao obter o espectro de uma estrela, **o carácter binário é detectado pela variação de posição das linhas espectrais** (desvio para o azul ou vermelho) revelando, portanto, o movimento orbital → ver figs no próximo slide...

As propriedades do Sistema Binário podem ser obtidas medindo-se o desvio Doppler periódico de uma estrela em relação à outra conforme elas se movem na órbita.

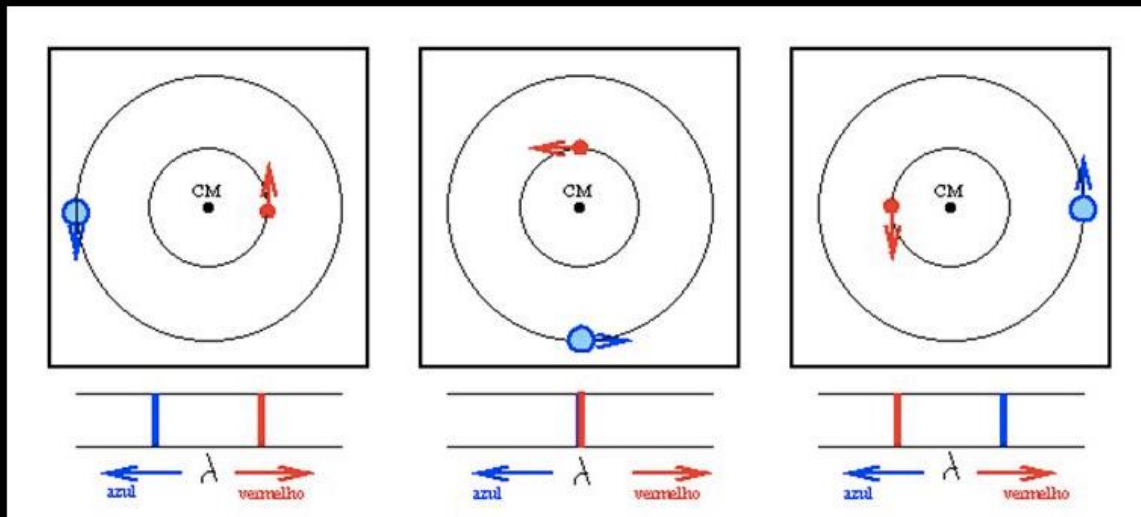
# Observação de Sistemas Binários Espectroscópicos



$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{lab}} = \frac{v}{c}$$

lembram-se de que  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{v_1}{v_2}$

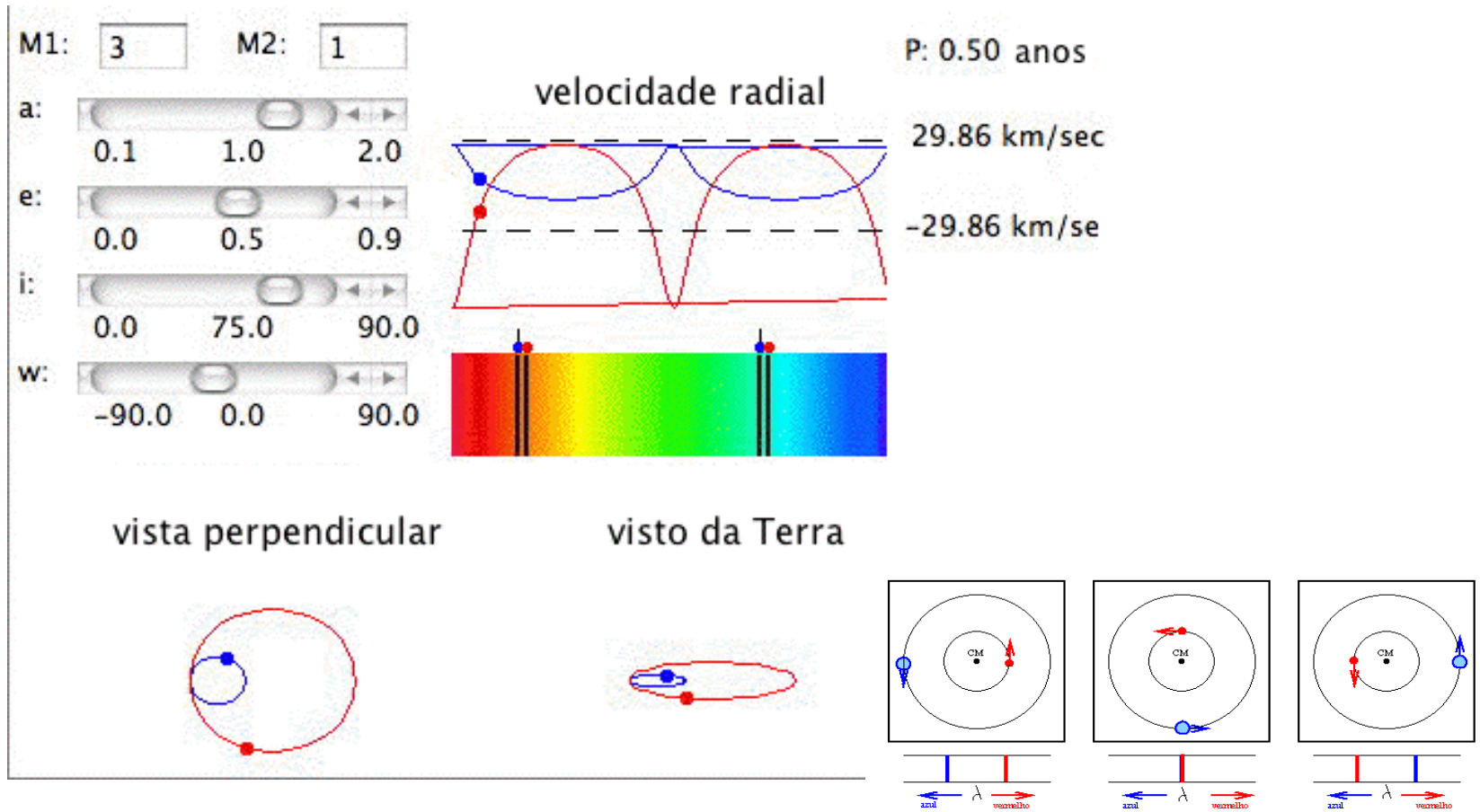
*O movimento aparente das estrelas do sistema faz com que estas se afastem e se aproximem de nós, gerando assim o Efeito Doppler.*



“vai-e-vem” das linhas do espectro a medida em que uma estrela se afasta e a outra se aproxima de nós.



# Exemplo de um Sistema Binário Espectroscópico



“vai-e-vem” das linhas do espectro a medida em que uma estrela se afasta e a outra se aproxima de nós.

# Binárias Eclipsantes

Sistemas onde uma estrela passa pela frente da outra fazendo variar o brilho do par

## Eclipsing Binary Stars

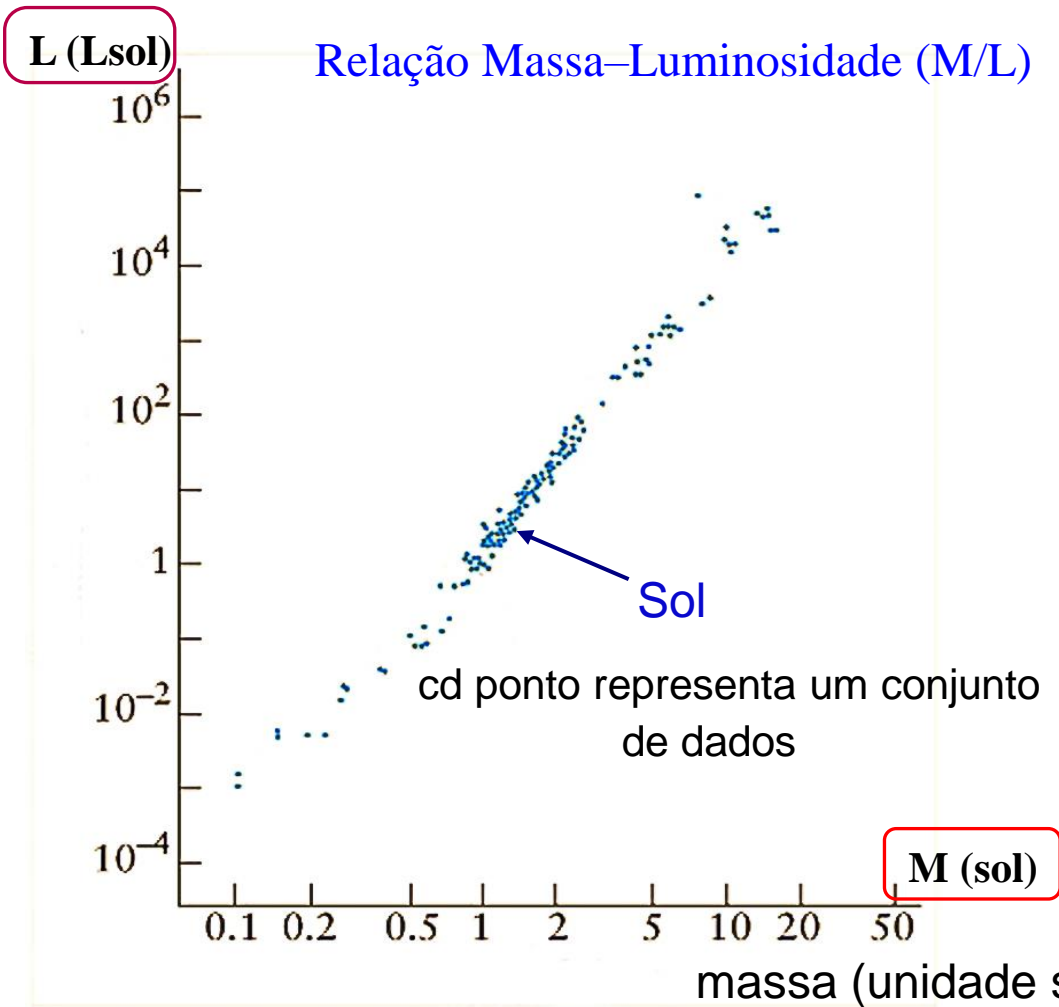


Vamos ver agora outro caminho para se obter a massa de estrelas:

A relação  $M/L$

Para as estrelas da **Seqüência Principal** existe uma relação bem definida **entre a Massa e a Luminosidade de estrelas**, como se observa na figura abaixo.

Uma consequência importante desta Relação é que ela pode ser usada para determinação de distâncias, através das 2 equações abaixo (Sistemas Binários e Propriedades Fundamentais das Estrelas).



→ Pela 3a Lei Kepler

$$m_1 + m_2 = \frac{(a)^3}{P^2}$$

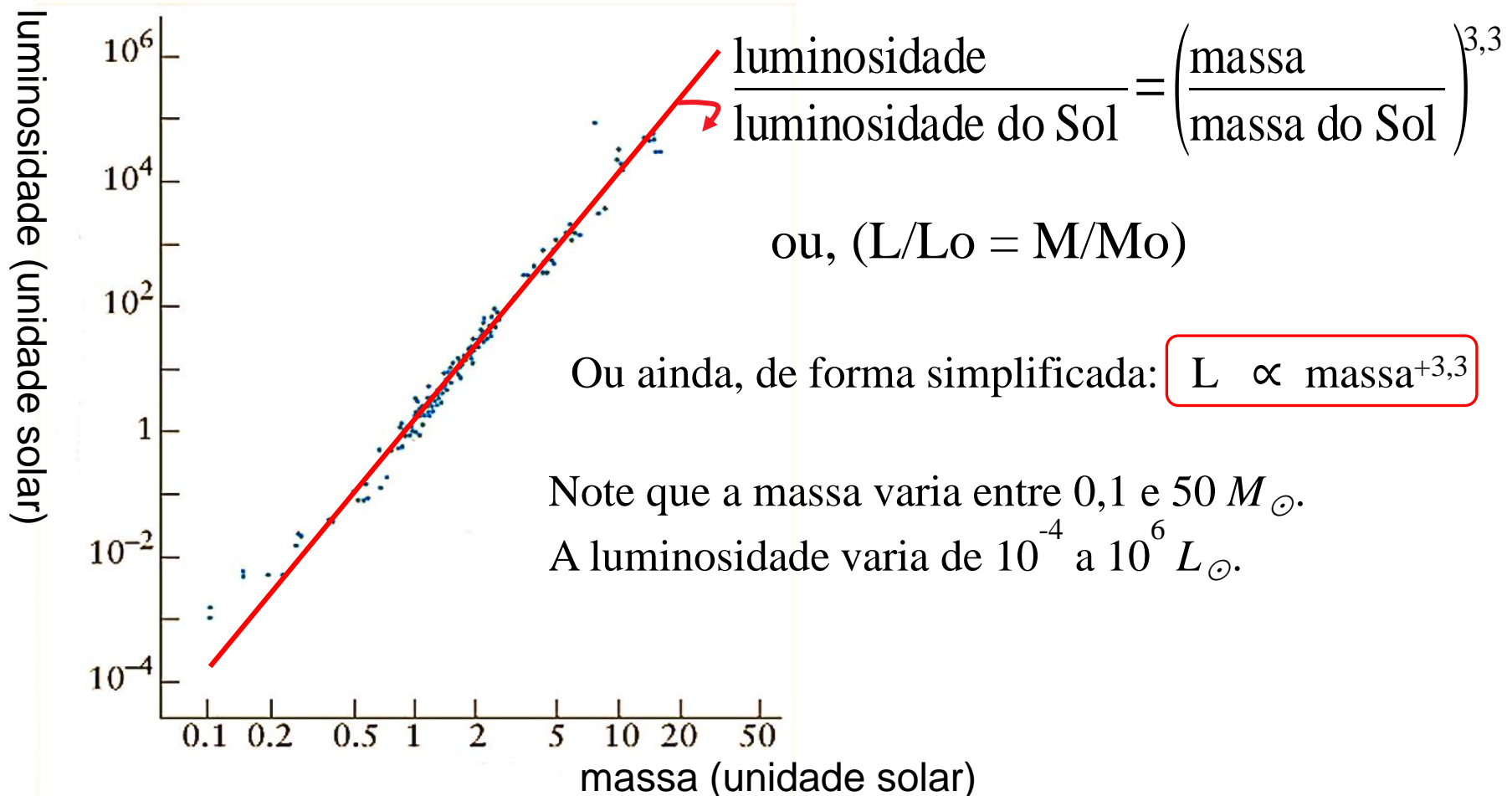
→ Obtenção de :

$$a \text{ (UA)} = d \text{ (pc)} \times \alpha \text{ (")}$$

- a** → semi-eixo maior
- r** → distância do sistema ao Sol
- α** → tamanho angular do semi-eixo maior da órbita relativa verdadeira

## Relação Massa–Luminosidade (M/L)

Esta relação é baseada em observações de Sistemas Binários e pode ser descrita matematicamente quando se ajusta uma reta média aos pontos observados:



## Tempo de Vida de uma Estrela - $T_v$

A **duração de vida** ( $T_v$ ) de uma estrela pode ser estimada utilizando o seguinte raciocínio:

$$T_v = \frac{\text{energia disponível}}{\text{energia emitida}}$$

A **energia disponível** é aproximadamente a **massa** da estrela  
(lembrar que **energia  $\propto$  massa  $\rightarrow E = mc^2$ )**

A **energia emitida** diz respeito a luminosidade da estrela

Então,

$$\text{tempo de vida } (T_v) \simeq \frac{\text{massa}}{\text{luminosidade}}$$

## Tempo de Vida de uma Estrela - $T_v = M/L$

Mas, como vimos, a luminosidade de uma estrela que se encontra na Sequência Principal (SP) obedece a relação:

$$L \propto \text{massa}^{+3,3} \propto M^{+3,3}$$

Portanto, substituindo  $L$  na relação  $M/L$ , temos:

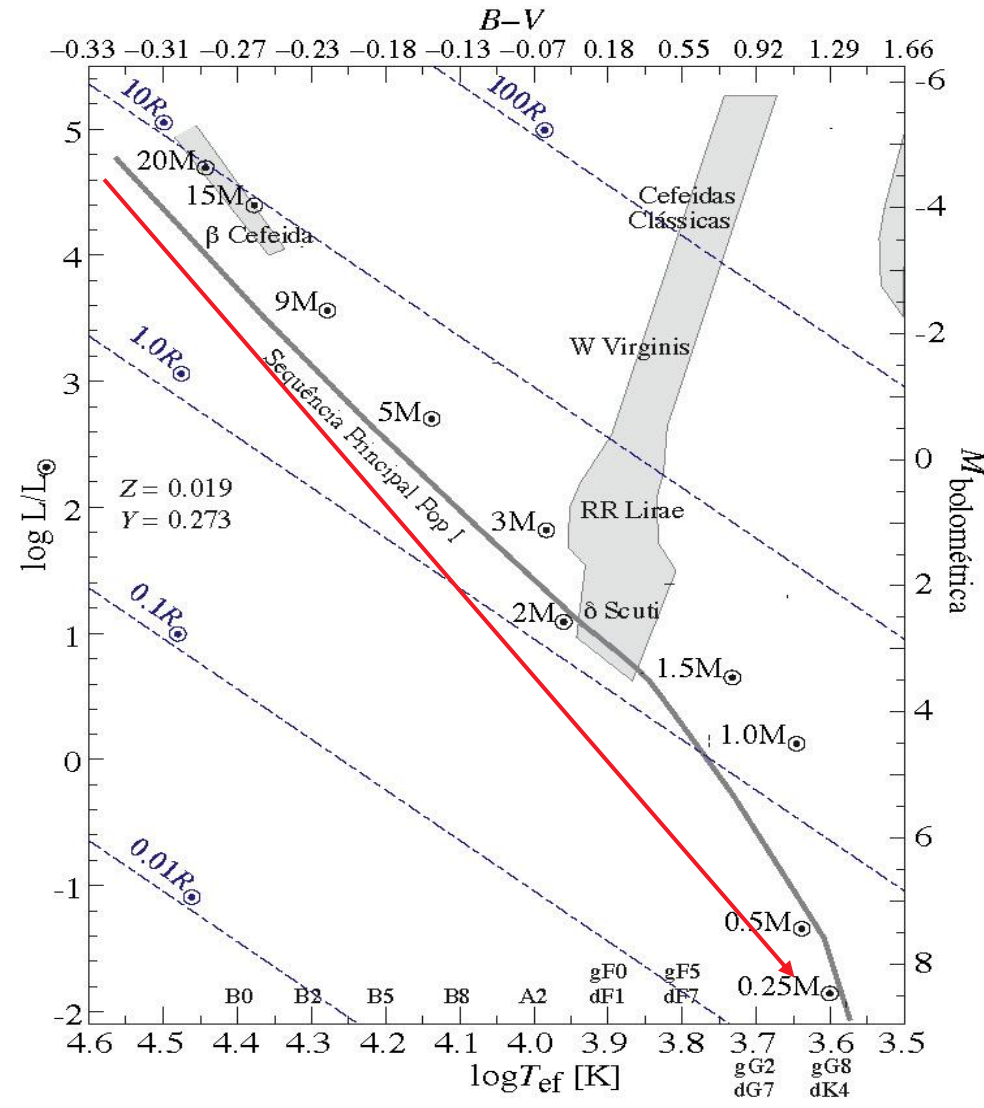
$$T_v = \frac{M}{M^{+3,3}} = M^{(1-3,3)} \Rightarrow T_v = M^{-2,3}$$

Portanto, quanto **mais massiva a estrela, mais rapidamente gasta sua energia e menos tempo ela dura.**

## Distribuição da massa das estrelas no Diagrama HR

A posição de uma estrela ao longo da Sequência Principal está diretamente relacionada com sua massa, ou seja, a SP representa também uma sequência de Massa.

Estrelas mais massivas ocupam a porção superior do Diagrama HR.

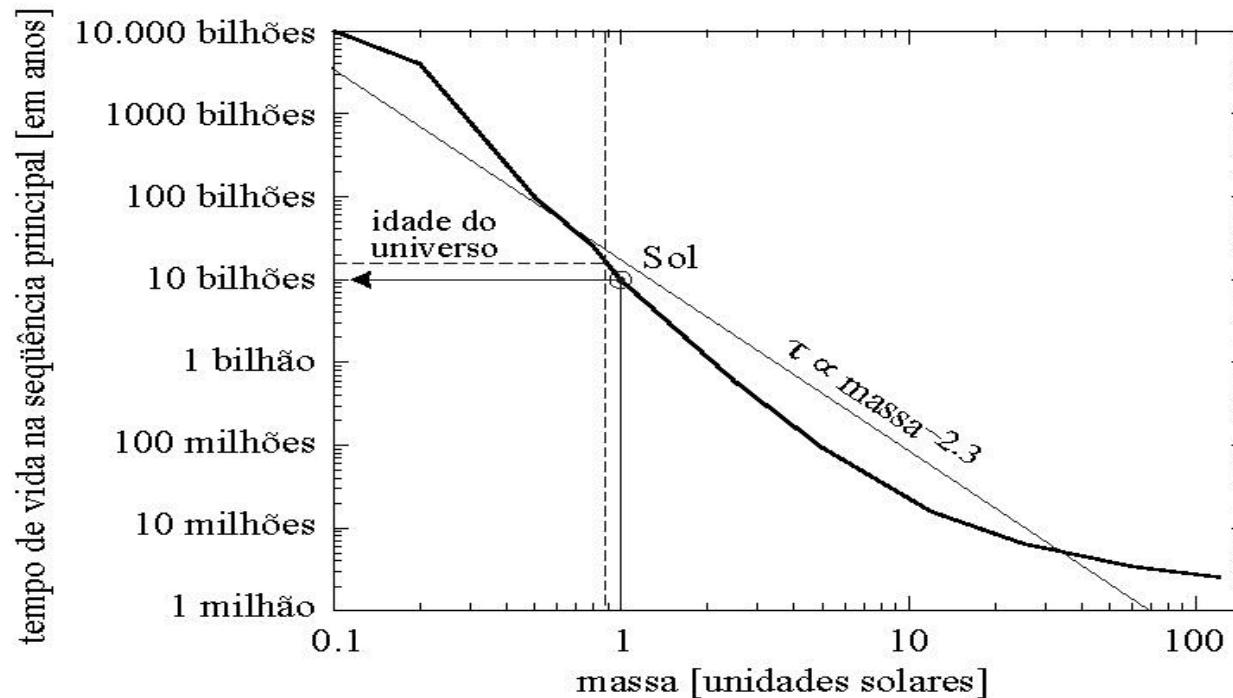


- Estrelas com  $0,1 M_{\odot}$  podem viver até 10 trilhões de anos.
- Estrelas com  $0,9 M_{\odot}$  têm vida igual à idade do universo ( $\sim 14$  bilhões de anos).
- Estrelas com  $100 M_{\odot}$  vivem  $\sim 3$  milhões de anos.



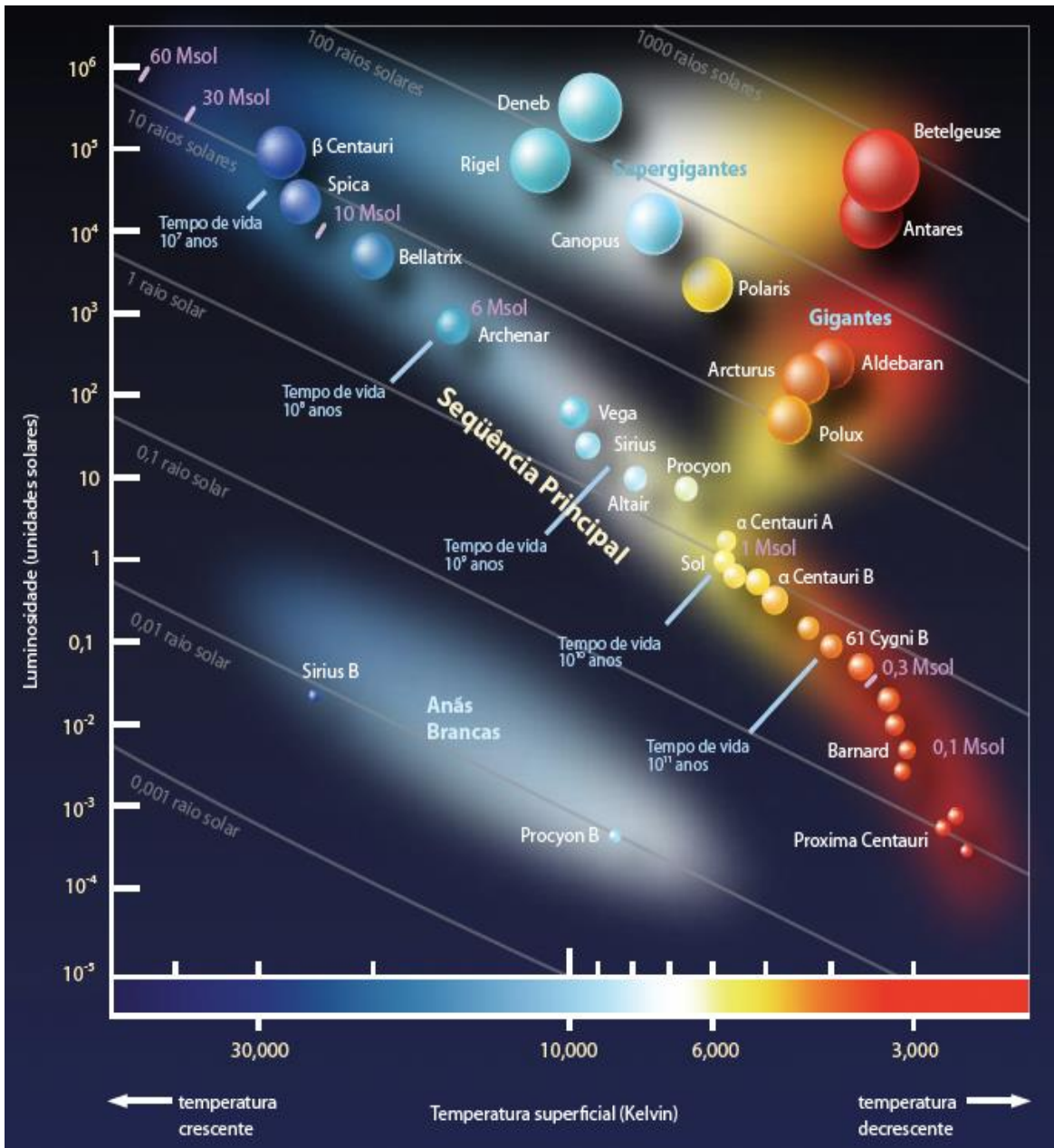
# Exs de Tempo de Vida na Seqüência Principal ( $T_v$ ou $\tau$ )

...quanto mais massiva a estrela, mais rapidamente gasta sua energia e menos tempo ela dura.



<b>Massa da estrela</b>	<b>Tempo de vida aproximado</b>
<b>70 massas solares</b>	<b>300.000 anos</b>
<b>32 massas solares</b>	<b>1,000.000 anos (um milhão de anos)</b>
<b>16 massas solares</b>	<b>10.000.000 anos</b>
<b>6 massas solares</b>	<b>100.000.000 anos (cem milhões de anos)</b>
<b>3 massas solares</b>	<b>1.000.000.000 anos (um bilhão de anos)</b>
<b>1 massa solar</b>	<b>10.000.000.000 anos (dez bilhões de anos)</b>
<b>0,8 massa solar</b>	<b>20.000.000.000 anos</b>
<b>0,48 massa solar</b>	<b>75.000.000.000 anos</b>
<b>0,2 massa solar</b>	<b>200.000.000.000 anos (duzentos bilhões de anos)</b>

# Propriedades das Estrelas - “Teorema” de Russel–Vogt de 1926



As propriedades das estrelas dependem apenas da massa e composição química.

SP: Sequencia de massas

Massa: Tv da estrela

Na próxima aula, veremos como ocorre o **nascimento, vida e morte das estrelas...**o que denominamos  
**Evolução Estelar**

# Referências

<http://astro.if.ufrgs.br/bin/binarias.htm>

<http://homepages.spa.umn.edu/~larry/CLASS/AST2001/RESOURCES/>

<http://www.obspm.fr/actual/nouvelle/bobi.fr.shtml>