Constante Cosmológica e Energia Escura

Ronaldo E. de Souza
mailto:ronaldo@astro.iag.usp.br

11 de junho de 2007

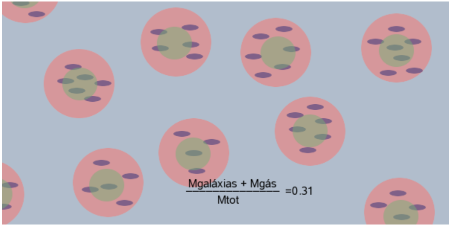
1 As Supernovas e o Universo Acelerado
- Supernovas Como Indicadores de Distância
- Calibração das Curvas de Luz
- Supernovas e a Geometria do Universo
- O Universo Acelerado

2 A Constante Cosmológica
- O Model Estático de Einstein
- Constante Cosmológica e Universo Acelerado
- Interpretação Newtoniana da Constante Cosmológica

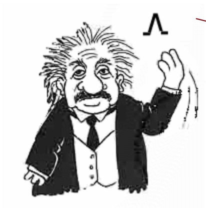
3 O modelo Plano com Constante Cosmológica
- A Idade do Universo
- Parâmetro de Desaceleração

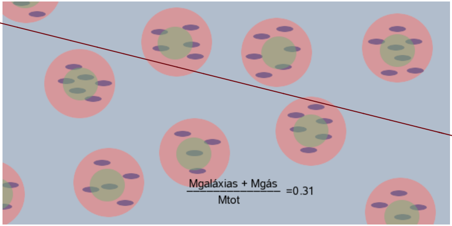
4 Energia Escura
- Pressão do Vácuo e Constante Cosmológica
- Quintessência
- O Paradigma Atual

A proporção de matéria bariônica nos aglomerados de galáxias é da ordem de $\rho_b/\rho_m \simeq 0.13 \pm 0.015$, sendo ρ_m a densidade de matéria total. Como os aglomerados são representativos da distribuição de massa do Universo e $\Omega_b \simeq 0.04$, pelos argumentos da nucleossíntese primordial, resulta que $\Omega_m \simeq 0.31 \pm 0.01$. Mas se o Universo é plano como indicam as observações do fundo de radiação ($\Omega = \Omega_m + \Omega_? = 1$) onde está o restante da fonte de curvatura?



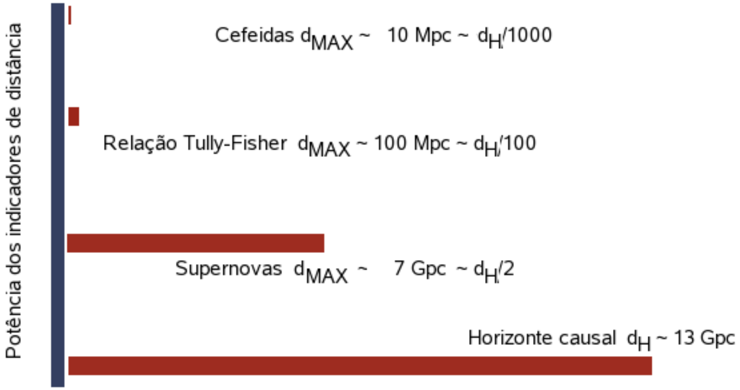
A proporção de matéria bariônica nos aglomerados de galáxias é da ordem de $\rho_b/\rho_m \simeq 0.13 \pm 0.015$, sendo ρ_m a densidade de matéria total. Como os aglomerados são representativos da distribuição de massa do Universo e $\Omega_b \simeq 0.04$, pelos argumentos da nucleossíntese primordial, resulta que $\Omega_m \simeq 0.31 \pm 0.01$. Mas se o Universo é plano como indicam as observações do fundo de radiação ($\Omega = \Omega_m + \Omega_? = 1$) onde está o restante da fonte de curvatura?





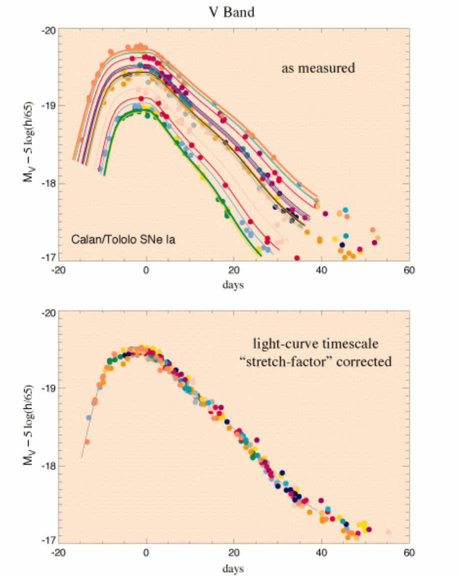
Uma parte da curvatura do Universo é oriunda da contribuição da energia escura responsável pela aceleração do Universo

O estudo da aceleração do Universo requer o uso de indicadores de distância que nos permitam rastrear dimensões comparáveis com aquela do horizonte causal.



As supernovas do tipo Ia ocorrem quando uma anã branca em um sistema binário acreta massa e ultrapassa o limite de 1.44 $M_\odot$. Sendo rompido este limite a estrela perde a sua condição de equilíbrio gravitacional e explode. Como este limite é muito bem definido a luminosidade do evento é praticamente constante, com flutuações da ordem de 20% garantindo a sua utilidade como indicador de distância.

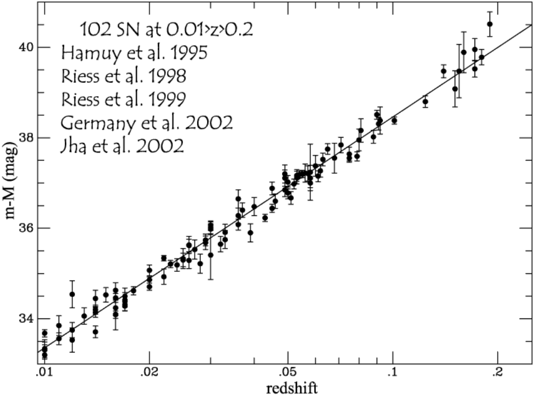
Exemplo de supernova Ia identificada na galáxia NGC 4526 do aglomerado de Virgo



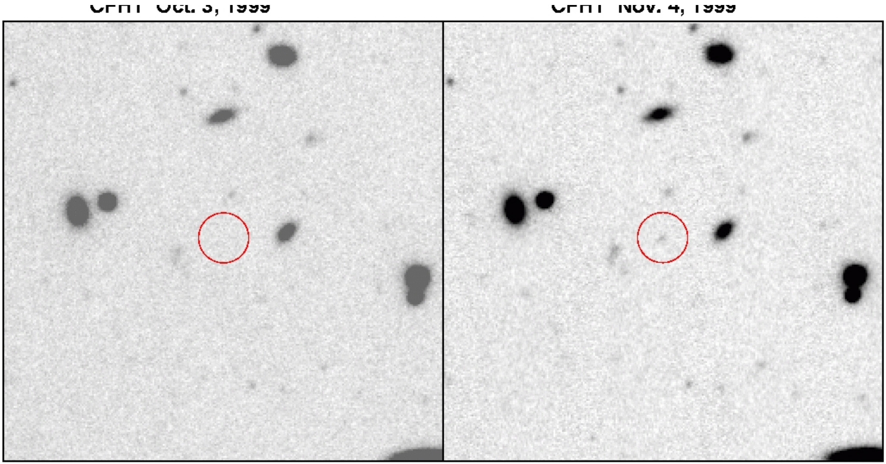
Exemplo de calibração das curvas de luz de objetos próximos.

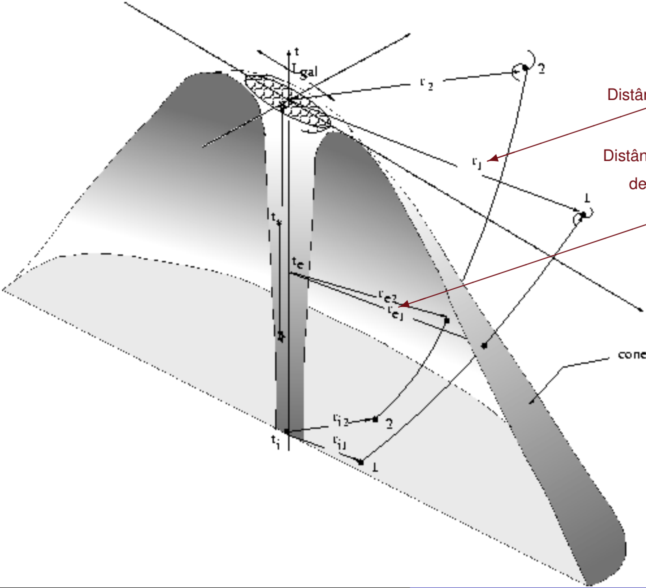
A curva sintética é utilizada posteriormente para identificar os eventos em galáxias distantes.

Acredita-se que a amostra local de SNIa componham um indicador de distância relativa bastante acurado e cujas incertezas repousam no valor de H_0 e na calibração da relação período-luminosidade das Nuvens de Magalhães.



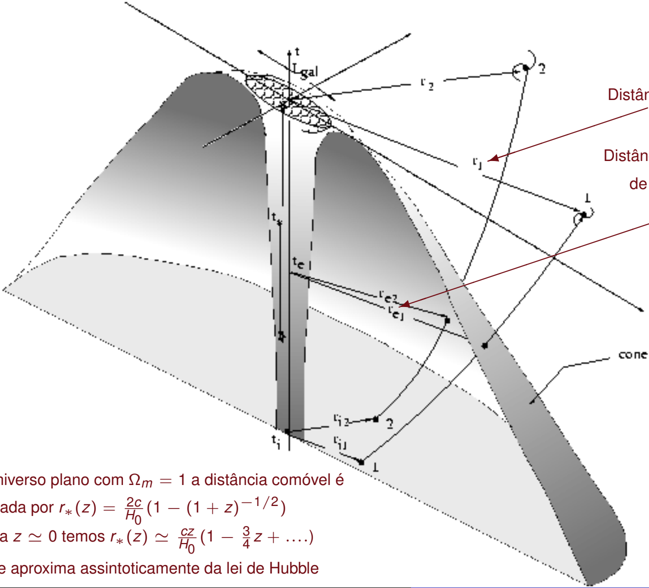
O que as supernovas a distâncias cosmológicas nos dizem sobre a geometria do Universo?





Distância comóvel (r_1) hoje em $R = 1$

Distância física ao cruzar o nosso cone de luz $r_{e1} = Rr_1 = r_1/(1+z)$



Distância comóvel (r_1) hoje em $R = 1$

Distância física ao cruzar o nosso cone de luz $r_{e1} = Rr_1 = r_1/(1+z)$

Em um Universo plano com $\Omega_m = 1$ a distância comóvel é dada por $r_*(z) = \frac{2c}{H_0}(1 - (1+z)^{-1/2})$

e para $z \simeq 0$ temos $r_*(z) \simeq \frac{cz}{H_0}(1 - \frac{3}{4}z + \ldots.)$

que se aproxima assintoticamente da lei de Hubble

Em um Universo plano, $\Omega = 1$, o fluxo observado é dado por

$$f_{obs} = \frac{1}{(1+z)^2} \frac{L}{4\pi r_*^2}$$

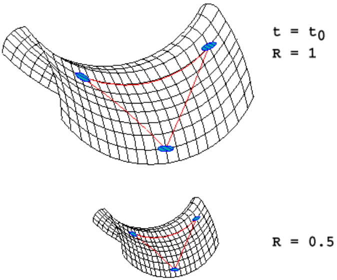
o que nos permite definir a *distância de luminosidade*

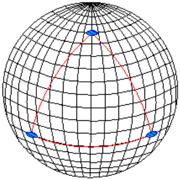
$$d_L = (1+z) r_*$$

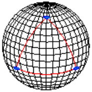
tal que

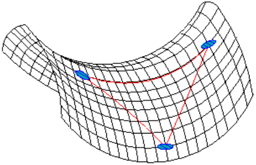
$$f_{obs} = \frac{L}{4\pi d_L^2}$$

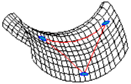
Portanto medindo o fluxo de fontes de luminosidade conhecida estimamos d_L e inferimos a relação da distância comóvel com o redshift a qual depende da geometria do Universo.

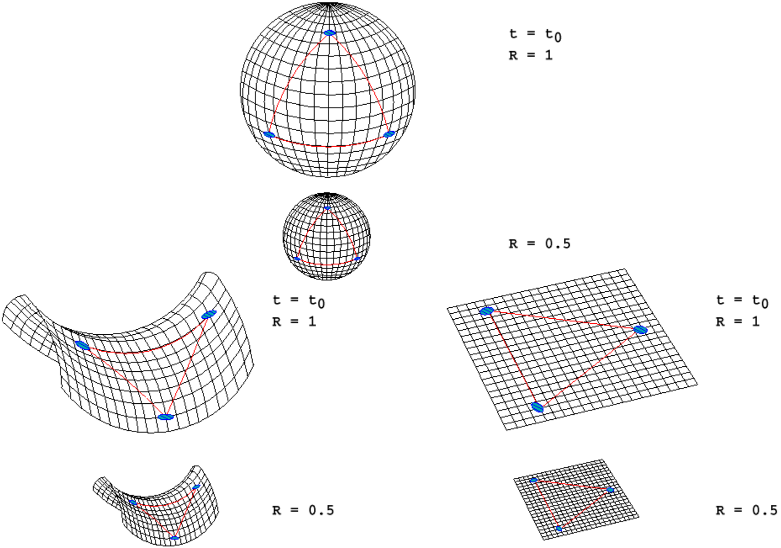

t = t0
R = 1
R = 0.5

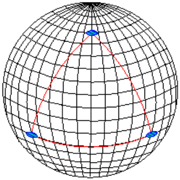

$t = t_0$
$R = 1$


$R = 0.5$


$t = t_0$
$R = 1$


$R = 0.5$


t = t_0
R = 1
R = 0.5
t = t_0
R = 1
t = t_0
R = 1
R = 0.5
R = 0.5



t = t_0
R = 1

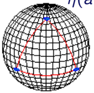
No caso mais geral $d_L = d_L(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$

sendo $\Omega = \Omega_m + \Omega_\Lambda$ e para $\Omega = 1$ temos

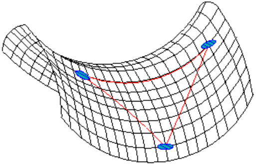
$$d_L \simeq \frac{c}{H_0}(1+z)[\eta(1,\Omega_m) - \eta(\tfrac{1}{1+z},\Omega_m)]$$

$$\eta(a,\Omega_m) = 2\sqrt{s^3+1}[\frac{1}{a^4} - 0.1540\frac{s}{a^3} + 0.4304\frac{s^2}{a^2} + 0.19097\frac{s^3}{a} + 0.066941 s^4]$$

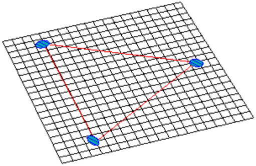
$$s^3 = \frac{1-\Omega_m}{\Omega_m}$$



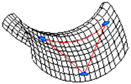
R = 0.5



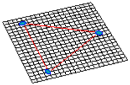
t = t_0
R = 1



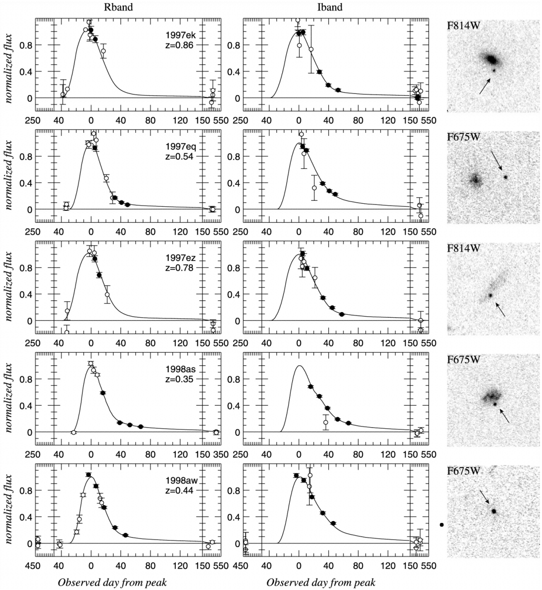
t = t_0
R = 1



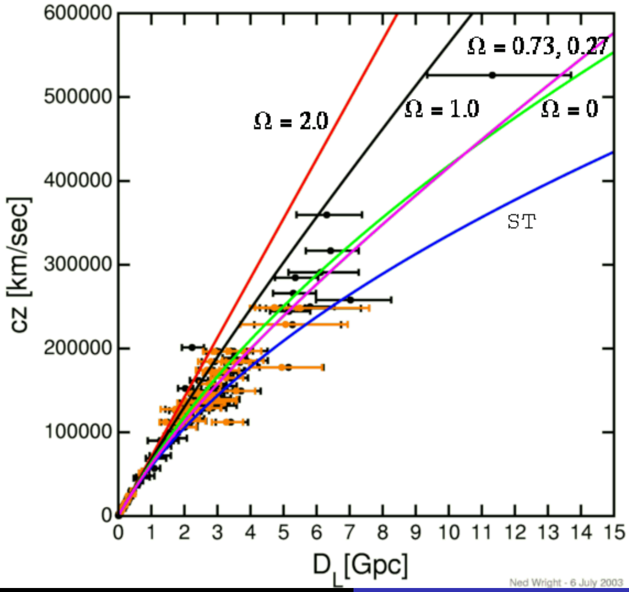
R = 0.5

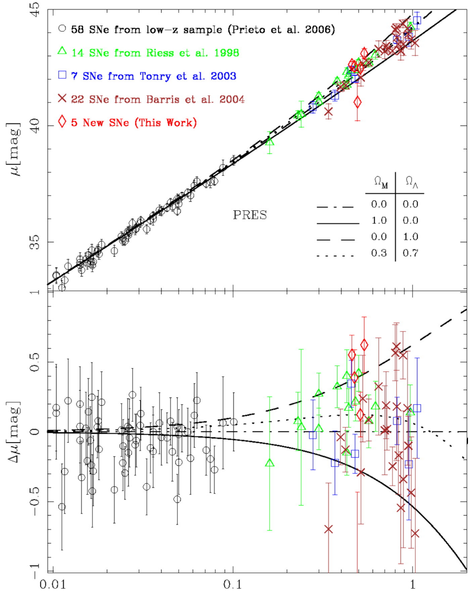


R = 0.5



Exemplos de curvas de luz de Knop etal. 2003


600000
500000
400000
300000
200000
100000
0
cz [km/sec]
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
D_L [Gpc]
Ω = 2.0
Ω = 1.0
Ω = 0.73, 0.27
Ω = 0
ST
Ned Wright - 6 July 2003



Resultados recentes de Clocchiati et al. 2006 confirmando a expansão acelerada

Os dados de distância das supernovas Ia, se interpretados com a equação magnitude-redshift do modelo padrão,

$$m - M + 5 \log h = 42.38 + 5 \log z - 1.086(\Omega_0/2 - 1)z + ...$$

indicariam que $\Omega_0 \simeq -0.4$, correspondendo a um Universo com conteúdo negativo de massa!

A discrepância encontrada pode ser compatibilizada com a teoria da relatividade geral se considerarmos que além da matéria exista ainda um termo de pressão negativa associada ao vácuo

$$\left(\frac{\dot{R}^2}{R^2} - \frac{8\pi}{3}G\rho - \frac{1}{3}\Lambda c^2\right) R^2 = -K_0 c^2$$

onde Λ é a célebre constante cosmológica introduzida inicialmente por Einstein para viabilizar um Universo estático mais ao gosto da época.

Se $\frac{8\pi}{3}G\rho + \frac{1}{3}\Lambda c^2 = 0$ e $K_0 = 0$ obtemos que a constante cosmológica é capaz de frear a expansão cósmica criando um Universo estático.

A constante cosmológica pode ser utilizada para explicar o Universo acelerado conforme indicado pelas observações de supernovas. Considerando-se que a conservação de massa requer $\rho R^3 = \rho_0$ podemos derivar a equação anterior e obter

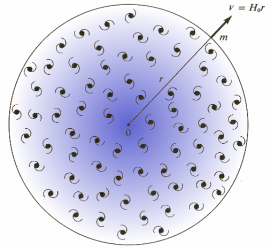
$$\ddot{R} = -\frac{4\pi}{3} G\rho R + \frac{1}{3}\Lambda c^2 R \, .$$

Indicando que quando $\Lambda = 0$ o Universo é necessariamente desacelerado. Mas se $\Lambda > 4\pi G\rho/c^2$ o parâmetro de escala do Universo é acelerado conforme indicam as recentes observações.

No modelo Newtoniano a contribuição do vácuo pode ser adicionada na forma

$$\frac{1}{2}mv^2 - G\frac{M_r m}{r} - \frac{1}{6}\Lambda mc^2 r^2 = 0 \ ,$$

onde o terceiro termo corresponde a uma energia potencial $U_\Lambda = -\frac{1}{6}\Lambda mc^2 r^2$ associada ao vácuo. Quando $\Lambda > 0$ a força associada a este potencial, $F_\Lambda = -\frac{dU_\Lambda}{dr} = \frac{1}{3}\Lambda mc^2 r$, corresponde a uma repulsão gravitacional que freia a expansão cósmica.



Para que o modelo com constante cosmológica seja plano, $k = 0$, devemos ter

$$\rho_0 + \frac{\Lambda c^2}{8\pi G} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} = \rho_{0c} \; .$$

$$\Omega_{0m} + \Omega_{0\Lambda} = 1$$

onde $\Omega_{0\Lambda} = \frac{\Lambda c^2}{8\pi G \rho_{0c}} = \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2}$ representa a contribuição atual do vácuo para o parâmetro de densidade. Se mantivermos a noção favorecida pela Inflação de que vivemos em um Universo plano resulta que $\Omega_{0\Lambda} \simeq 0,7$ e $\Omega_{0m} \simeq 0,3$.

No modelo plano com constante cosmológica a idade do Universo é a solução da equação

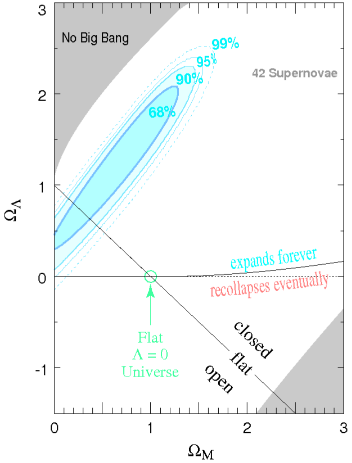
$$(\frac{dR}{dt})^2 = H_0^2\Omega_{0m}\frac{1}{R} + H_0^2(1-\Omega_{0m})R^2$$

para $R = 1$ e esta relação pode ser integrada possibilitando a obtenção da estimativa de idade na forma

$$t_0 = \frac{1}{H_0}\int_0^1 \frac{R^2\,dR}{\sqrt{\Omega_{0m} + (1-\Omega_{0m})R^3}} \simeq \frac{2}{3H_0}\Omega_{0m}^{-0,3} ,$$

e para o modelo plano com $\Omega_{0\Lambda} \simeq 0,7$ e $\Omega_{0m} \simeq 0,3$ obtemos $t_0 = 14.2x10^9$ anos, em concordância com as estimativas de idade dos aglomerados globulares.

O parâmetro de densidade do vácuo favorecido pelas observações de supernovas é $\Omega_\Lambda \simeq 0.7$ compatível com um Universo plano tendo $\Omega_m \simeq 0.3$.



Na presença de uma constante cosmológica o parâmetro de desaceleração é dado por

$$q_0 = -\frac{\ddot{R}_0 R_0}{\dot{R}_0^{\,2}} = \frac{\Omega_0}{2} - \Omega_{0\Lambda}$$

e para termos um Universo plano acelerado

$$q_0 = \frac{1 - 3\Omega_{0\Lambda}}{2} < 0 \qquad\qquad (\Omega_{0m} + \Omega_{0\Lambda} = \Omega_{tot} = 1)\ ,$$

e portanto devemos ter $\Omega_{0\Lambda} > 1/3$.

Num Universo com constante cosmológica a variação do parâmetro de escala pode ser aproximada pela série

$$R(t) \simeq 1 + \dot{R}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\ddot{R}_0(t - t_0)^2 + \ldots$$

considerando-se apenas os termos mais importantes até a segunda ordem. Ao observarmos um objeto no instante $t = t_e$ estamos examinando um intervalo de tempo no passado (*look back time*), $\tau = t_0 - t_e$. Naquele momento o parâmetro de escala devia ser

$$R(\tau) \simeq 1 - H_0\tau - \frac{1}{2}H_0^2 q_0 \tau^2 + \ldots$$

e esta relação pode ser reescrita na forma

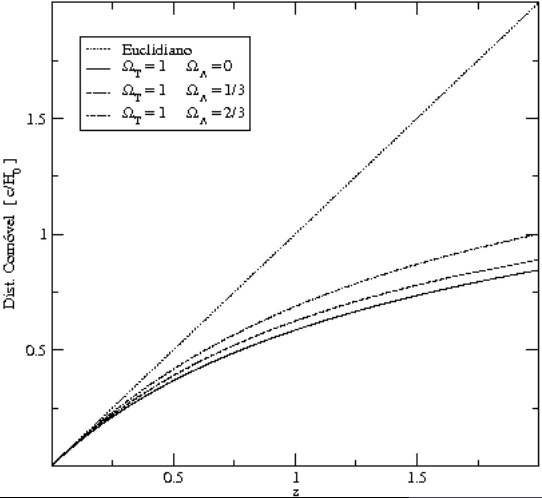
$$H_0\tau \simeq (1-R) - \frac{1}{2}(1-q_0)(1-R)^2 + ...$$

Podemos agora utilizar a equação (3.16) que desenvolvemos no capítulo 3 para estimar a distância comóvel em um Universo plano

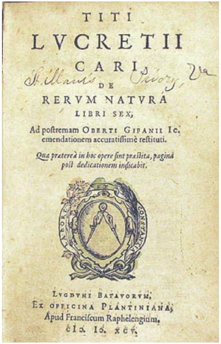
$$r_* \simeq \frac{c}{H_0}[1 - R + \frac{1}{2}(1-q_0)(1-R)^2 + ...]$$

$$\simeq \frac{c}{H_0}[\frac{z}{1+z} + \frac{1}{2}(1-q_0)(\frac{z}{1+z})^2 + ...] \qquad (\Omega_{tot} = 1)$$

Devido ao efeito de aceleração uma constante cosmológica positiva aumenta a distância comóvel para um dado redshift.



Para Lucrécio (100aC, 55aC) o Universo deveria ser descrito por seis proposições: (1)Os átomos são indestrutíveis; (2)Nada pode ser criado do nada; (3)Nada pode ser completamente aniquilado;(4)A matéria existe na forma de partículas invisíveis (átomos); (5)Além da matéria o Universo contém espaço vazio; (6)O Universo consiste de matéria, vácuo e nada mais.

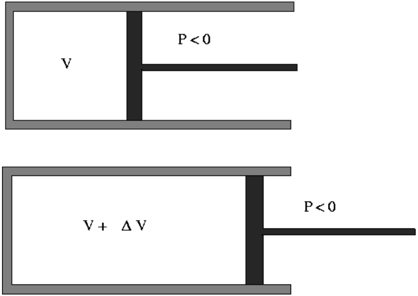


Para a Cosmologia moderna a noção do vácuo não corresponde à noção habitual do nada herdada dos filósofos gregos.

A aceleração do Universo também pode ser entendida de uma forma alternativa utilizando o conceito da energia escura associada ao vácuo. O ponto de partida é que, de acordo com a teoria da relatividade geral, a pressão também atua como fonte de gravidade. Por esse motivo pode-se mostrar que a equação de Poisson, derivada a partir da relatividade geral, tem a forma

$$\nabla^2\phi = 4\pi G(\rho + 3\frac{p}{c^2})$$

O vácuo faz com que uma dada região, ao expandir por dV, ganhe uma energia $\rho_v c^2 dV$. Como o trabalho correspondente é $p_v dV$ e a energia deve se conservar obtemos que $p_v = -\rho_v c^2$ ou seja a pressão do vácuo é negativa.



A conseqüência é que a equação de Friedmann correspondente deve ser

$$\left(\frac{\dot{R}^2}{R^2} - \frac{8\pi}{3}G(\rho + \rho_V)\right) R^2 = -K_0 c^2 \; .$$

e portanto a densidade do vácuo determina o valor da constante cosmológica

$$\rho_V = \frac{\Lambda c^2}{8\pi G}$$

Uma forma alternativa consiste em introduzir no Universo um campo quântico que satisfaça as condições:

- Não emite luz, já que toda a radiação do Universo pode ser explicada naturalmente pela matéria bariônica presente nas estrelas, galáxias e aglomerados de galáxias.
- Tem uma pressão negativa importante, $\rho_X + 3p_X/c^2 < 0$, o que justifica a sua utilização como fator de aceleração do Universo.
- Deve ser homogênea em grandes escalas, pois em caso contrário a sua presença já teria sido detectada como uma perturbação importante nas estimativas de massa dos aglomerados de galáxias.

A pressão da quintessência pode ser escrita na forma

$$p_X = \omega \rho_X$$

Podemos verificar através da equação de Poisson que a energia escura contribui para a aceleração do Universo desde que $-1 \leq \omega < -1/3$, sendo que o limite inferior corresponde ao modelo de constante cosmológica.

Considerando-se que um elemento de volume cosmológico deve obedecer à relação $V \propto R^3$, e que a densidade de energia do Uiverso é $\rho = \rho_m + \rho_X$, temos pela primeira lei da termodinâmica que

$$d[(\rho_m + \rho_X)c^2 R^3] + 3p_X dR^3 = 0$$

e como $\rho_m R^3 = Cte$ devemos ter

$$R^3 d\rho_X = -3(\omega + 1)\rho_X R^2 dR$$

Como $\rho_m R^3 = Cte$ a condição acima expressa um comportamento dinâmico da densidade de energia escura durante o processo da expansão cosmológica

$$R^3 d\rho_X = -3(\omega + 1)\rho_X R^2 dR$$

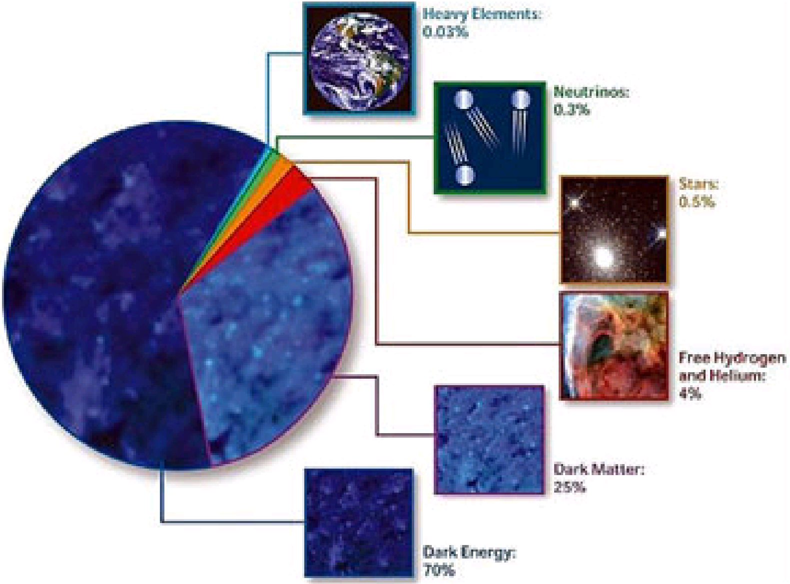
e em conseqüência temos $d \ln \rho_X / d \ln R = -3(\omega + 1)$ implicando uma evolução da densidade de energia escura

$$\rho_X = \rho_{0X} R^{-3(\omega+1)} = \rho_{0X}(1 + z)^{3(\omega+1)}$$

No caso $\omega = -1$, correspondendo ao modelo de constante cosmológica, a densidade de energia se mantém constante ao longo da evolução cosmológica. Mas, no caso mais geral, sendo $\omega \neq -1$, a contribuição da densidade de energia escura também se modifica durante a evolução

$$\frac{\rho_X}{\rho_m} = \frac{\rho_{0X}}{\rho_{0m}}(1+z)^{3\omega} \; .$$

E uma vez que $\omega < -1/3$ resulta que a contribuição da energia escura era muito menor no passado evolutivo do Universo.


Heavy Elements:
0.03%
Neutrinos:
0.3%
Stars:
0.5%
Free Hydrogen
and Helium:
4%
Dark Matter:
25%
Dark Energy:
70%

FIM