

Teoria Inflacionária em Universos Anisotrópicos

Thiago S. Pereira¹ Cyril Pitrou² Jean-Philippe Uzan²

¹Departamento de Física Matemática
Instituto de Física - USP

²Institut d'Astrophysique de Paris
Université Pierre & Marie Curie - Paris VI

VIII Workshop Nova Física no Espaço
fevereiro de 2009

Idéia Geral

Construir a teoria de perturbações cosmológicas sobre um espaço-tempo **anisotrópico** e aplicá-la à **inflação primordial**.

Motivações

- Os cálculos inflacionários usuais **pressupõem** que o espaço-tempo de fundo seja homogêneo e isotrópico... Quão robusta é essa hipótese?
- Algumas das **anomalias de baixos multipolos** da RCF podem ser uma manifestação da anisotropia espacial. Ex: **alinhamento** entre quadrupolo e octopolo.

Teoria Inflacionária Anisotrópica

Inflação Anisotrópica

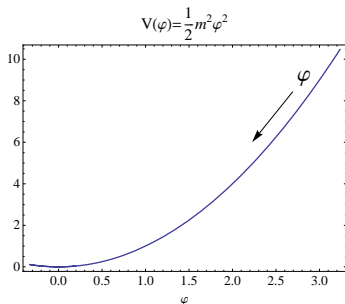
Métrica de Bianchi do tipo I

- $ds^2 = -dt^2 + X^2(t)dx^2 + Y^2(t)dy^2 + Z^2(t)dz^2$
 $= a^2(\eta) [-d\eta^2 + \gamma_{ij}(\eta)dx^i dx^j]$
- $a(\eta) \equiv (X(\eta)Y(\eta)Z(\eta))^{1/3}$, $\eta \equiv \int^t dt/a(t)$

Campo escalar canônico

- $\rho = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi)$
- $p = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V(\varphi)$

Expansão: $p < -\rho/3 \leftrightarrow V(\varphi) > \dot{\varphi}^2$



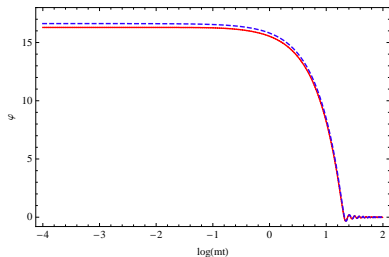
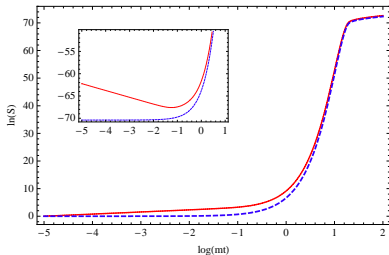
Dinâmica

Anisotropia \rightarrow Cisalhamento

- $\sigma_{ij} \equiv \gamma'_{ij}/2$
- $\gamma^{ij}\sigma_{ij} = 0$
- $\sigma^2 = \sigma^{ij}\sigma_{ij}$

Equações de Movimento

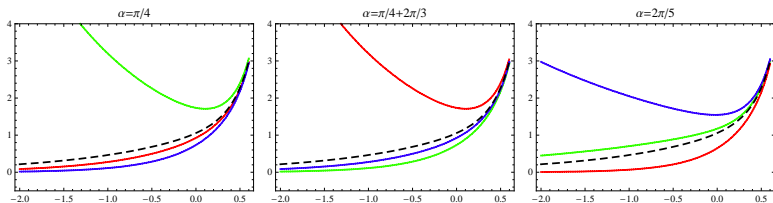
- $\mathcal{H} \equiv a'/a$
- $6\mathcal{H} = M_p^{-2}(\varphi' + 2V(\varphi)) + \sigma^2$
- $\varphi'' + 2\mathcal{H}\varphi' + m^2 a^2 \varphi = 0$
- $\sigma' + 2\mathcal{H}\sigma = 0 \rightarrow \sigma \propto 1/a^2$



Constante Cosmológica

Solução exata (C. Pitrou *et al* (2008)):

- $V(\varphi) = \text{cte}, \quad \varphi' = 0$
- $a(t) = a_* [\sinh(t/\tau_*)]^{1/3}, \quad \tau_*^{-1} \equiv 3\sqrt{V_0}$
- $X_i(t) = a_* [\sinh(t/\tau_*)]^{1/3} [\tanh(t/(2\tau_*))]^{2/3} \sin \alpha_i, \quad \alpha_i = \alpha + \frac{2\pi}{3}i$



Teoria de Perturbações Cosmológicas

Perturbações Lineares

$$g_{\mu\nu} = \bar{g}_{\mu\nu} + \delta g_{\mu\nu}, \quad \varphi = \bar{\varphi} + \delta\varphi$$

onde

$$\bar{g}_{\mu\nu}(\eta) = a^2(\eta) \text{diag}(-1, \gamma_{ij}(\eta)), \quad \bar{\varphi} = \bar{\varphi}(\eta)$$

Decomposição EVT (calibre newtoniano)

- $\delta g_{00} = 2\Phi$
- $\delta g_{ij} = -2\Psi(\gamma_{ij} + \sigma_{ij}/\mathcal{H}) + 2\partial_{(i}E_{j)} + 2E_{ij}$
- $\partial^i E_i = E_i^i = 0, \quad \partial^i E_{ij} = 0$

Decomposição em Modos de Fourier

$$f(x^j, \eta) = \int d^3k f(k_j, \eta) e^{ik_i x^i}, \quad k_i x^i = k^i(\eta) x_i(\eta)$$

Construção das Equações de Movimento

Dois procedimentos distintos:

- **Linearização** das eqs. de Einstein + eq. de Klein-Gordon
- **Expansão quadrática** da ação de Einstein-Hilbert

Os graus de liberdade efetivos **generalizam** as variáveis de Mukhanov & Sasaki

$$v \equiv a \left(\delta\varphi + \Psi \frac{\varphi'}{\mathcal{H}} \right), \quad \mu_+ \equiv \frac{1}{8\pi G} a E_+, \quad \mu_\times \equiv \frac{1}{8\pi G} a E_\times$$

Em particular:

- as polarizações $+$ e \times têm dinâmicas distintas!
- os modos vetoriais não possuem dinâmica!

Equações de movimento

Em ambos os casos, obtém-se:

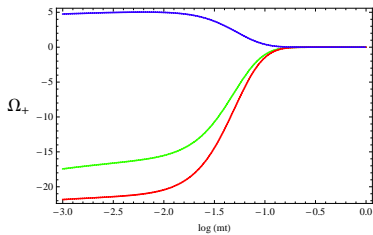
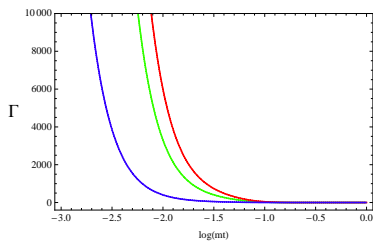
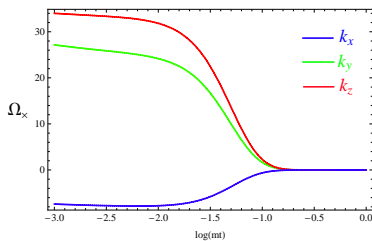
$$\begin{pmatrix} v \\ \mu_+ \\ \mu_- \end{pmatrix}'' + \begin{pmatrix} \omega_v^2 & -\Omega_+ & -\Omega_- \\ -\Omega_+ & \omega_+^2 & -\Gamma \\ -\Omega_- & -\Gamma & \omega_-^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \mu_+ \\ \mu_- \end{pmatrix} = 0$$

$$\Omega_\lambda = \Omega_\lambda(k_i, \eta), \quad \Gamma = \Gamma(k_i, \eta), \quad \omega^2 = k^2 - m^2(\eta)$$

Principais Características

- Acoplamento **não-trivial** entre os modos v , μ_+ e μ_-
- Dependência **direcional** da matriz de acoplamento.
- Desacoplamento dos modos no limite $k \gg 1$ e $\sigma \rightarrow 0$

Acoplamentos



Quantização e Previsões

Quantização Canônica

Procedimento Padrão

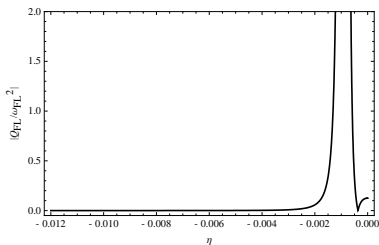
- $S = \frac{1}{2} \int d\eta d^3x [(U')^2 - \partial_i U \partial^i U + m^2(\eta) U^2]$
- $U(\mathbf{k}, \eta) \rightarrow U_k(\eta) \hat{a}_{\mathbf{k}} + c.c.$, $\Pi(\mathbf{k}, \eta) \rightarrow \Pi_k(\eta) \hat{a}_{\mathbf{k}} + c.c.$
- $[\hat{a}_{\mathbf{k}}, \hat{a}_{\mathbf{q}}^\dagger] = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{q})$, $[\hat{a}_{\mathbf{k}}, \hat{a}_{\mathbf{q}}] = 0$

A solução da **equação clássica** $U_k'' + \omega^2 U_k = 0$ define o estado $|0\rangle$.
Na ausência de soluções exatas...

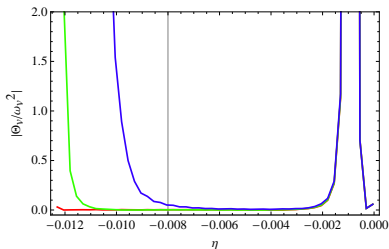
Aproximação WKB

$$U_k = \frac{1}{\sqrt{2\omega(\eta)}} e^{i \int^\eta \omega(\tilde{\eta}) d\tilde{\eta}}, \quad \Theta \equiv \frac{3}{4} \left(\frac{\omega'}{\omega} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{\omega''}{\omega}, \quad \left| \frac{\Theta}{\omega^2} \right| \ll 1$$

Caso Isotrópico



Caso Anisotrópico



Definimos as condições iniciais

$$U_k = \frac{1}{\sqrt{2\omega}} e^{i \int^\eta \omega(\tilde{\eta}) d\tilde{\eta}}, \quad U_k U_k'^* - U_k'^* U_k = i$$

no instante $t = t(\mathbf{k})$ em que $|\Theta/\omega^2|$ é um mínimo.

Espectros de Potências

Expansão Multipolar

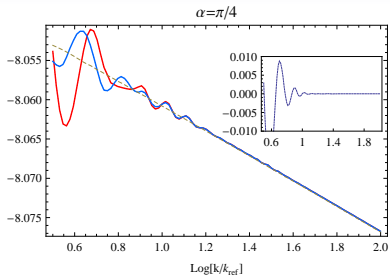
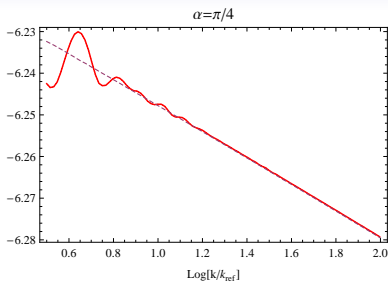
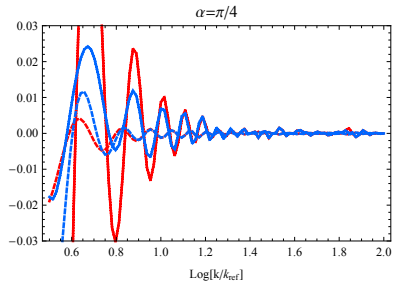
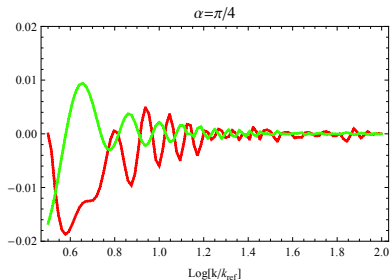
$$\mathcal{P}_X(\mathbf{k}) = f_X(k) \sum_{\ell,m} r_{\ell,m}^X(k) Y_{\ell,m}(\hat{\mathbf{k}}), \quad X = (\mathcal{R}, +, \times)$$

onde

$$f_X(k) = \int \mathcal{P}_X(\mathbf{k}) \frac{d\Omega_{\mathbf{k}}}{4\pi}$$

Principais Características

- $r_{\ell,m}^X \rightarrow 0$ quando $k \gg k_{\text{ref}}$ e/ou $\ell \gg 1$
- $\ell \rightarrow 2\ell, \quad m \rightarrow 2m \in [0, \ell], \quad r_{\ell,m}^X \in \mathbb{R}$
- **Nenhuma** correlação para $\Delta\ell = \text{ímpar}$

$f_X(k)$  $r_{lm}^X(k)$ 

Conclusões

- Anisotropia primordial em **grandes escalas**
- Polarizações das ondas gravitacionais com **espectros distintos**
- Convergência ao espectro isotrópico e invariante de escala
- Correlações **respeitam paridade**: $\langle a_{2m} a_{3m}^* \rangle = 0$!
- Correlações da forma $\langle v \mu_\lambda \rangle$ existem, porém são de **difícil acesso**

Perspectivas

- Quais são os vínculos da RCF sobre a anisotropia primordial?
- Quais as relações entre as anomalias da RCF e as simetrias do universo?

Agradecimentos

- Organizadores do Workshop
- Colaboradores: Raul Abramo, Marcelo Rebouças, Jean-Philippe Uzan e Cyril Pitrou
- Fapesp (apoio financeiro ao projeto 04/07380-4).