

ANÁLISE DE SINAIS E DETERMINAÇÃO DA POLARIZAÇÃO DAS ONDAS GRAVITACIONAIS ORIUNDAS DE OBJETOS ASTROFÍSICOS

Nadja S. Magalhães^{*}, Claudemir Stellati[†], César H. Lenzi^{††},

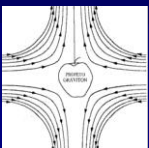
Carlos Frajuca[^] e Fábio S. Bortoli[^]

^{*}Universidade Federal de São Paulo – Campus Diadema (UNIFESP)

[†]Universidade de Taubaté (UNITAU)

^{††} Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA)

[^] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
(IF-SP, antigo CEFET-SP)



GRUPO GRÁVITON



NSM agradece a FAPESP
pelo apoio através do
Auxílio a Pesquisa 06/07316-0

Ondas Gravitacionais

- Variações de massa no tempo (com simetria não esférica) perturbariam o espaço-tempo. Essa perturbação se propagaria e, ao longe, chegaria sob a forma de uma onda.
- Fenômeno previsto por teorias métricas da gravitação, como a Relatividade Geral.
- Sinais mais intensos têm origem astrofísica.
- Fontes classificadas conforme o sinal que emitem: periódicas, impulsivas ou estocásticas.

Forças devidas a ondas gravitacionais

■ Densidade de força:

$$\rho \frac{d^2}{dt^2} \vec{x} = \vec{f}$$

■ A onda gravitacional exerce força sobre corpo maciço:

- Equação do desvio geodésico
- Partícula (em repouso na origem de um referencial em queda livre) movendo-se ao longo de uma geodésica
- Transporte paralelo; tempo próprio; métrica de Minkowski

■ Em termos do tensor de Riemann:

$$\rho \frac{d^2}{dt^2} x_\mu = f_\mu^{OG}(\vec{x}, t) = -\rho c^2 R_{0\mu 0\beta}(t) x^\beta$$

Não depende de x

Pois a dimensão física da antena é muito menor que o comprimento de onda da radiação gravitacional

Classificação de teorias métricas de gravitação

Parâmetros de Newmann-Penrose

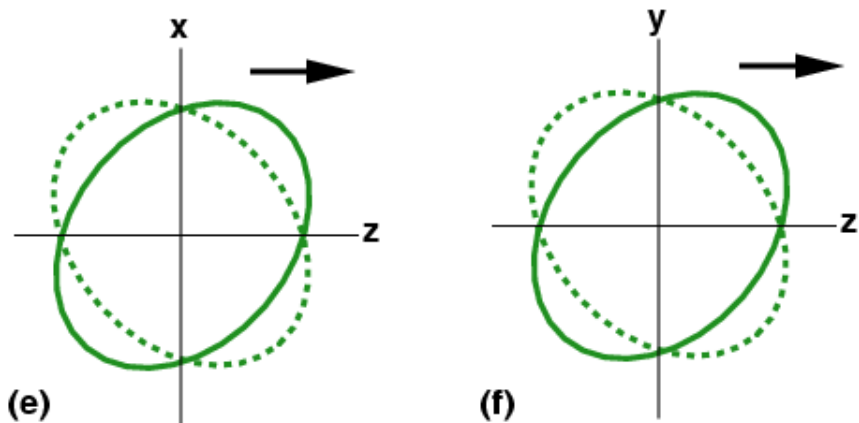
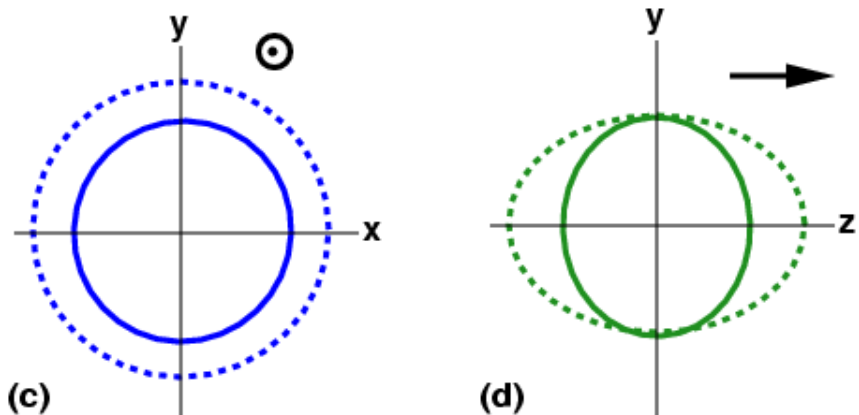
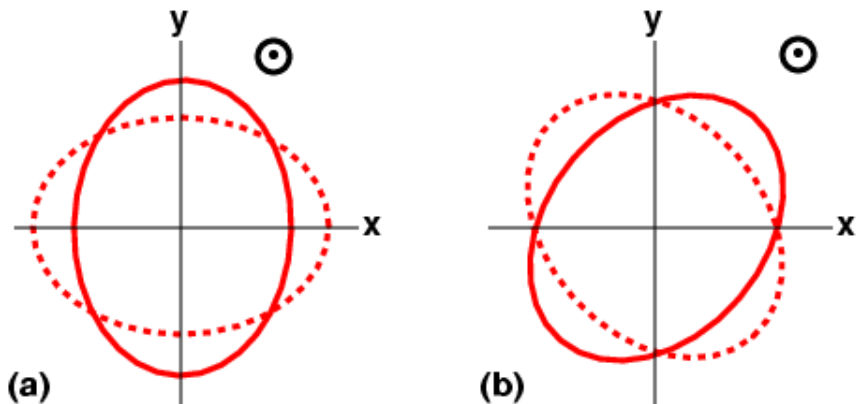
- São eles: Ψ_2 , Ψ_3 , Ψ_4 e Φ_{22} .
- Permitem identificar o conteúdo de spin de uma teoria métrica geradora de onda gravitacional. ,Eardley, Lee, Lightman, 1973.

Teorias Métricas	Parâmetros de N-P	Exemplos
Tensorial (spin 2)	$\Phi_{22} = \Psi_2 = \Psi_3 = 0;$ $\Psi_4 \neq 0$	Relatividade Geral
Tensorial-vetorial (spins 1 e 2)	$\Phi_{22} = \Psi_2 = 0;$ $\Psi_3 \neq 0; \Psi_4 \neq 0$	
Escalar-tensorial (spins 0 e 2)	$\Psi_3 = 0; \Psi_4 \neq 0;$ $\Phi_{22} \neq 0$ e/ou $\Psi_2 \neq 0$	Brans-Dicke: $\Psi_3 = 0;$ $\Psi_4 \neq 0; \Phi_{22} \neq 0; \Psi_2 = 0$
Geral (spins 0, 1 e 2)	$\Psi_3 \neq 0; \Psi_4 \neq 0; \Phi_{22} \neq 0$ e/ou $\Psi_2 \neq 0$	Teoria de Visser; Kaluza-Klein: $\Psi_3 \neq 0;$ $\Psi_4 \neq 0; \Phi_{22} \neq 0 \Psi_2 = 0$

- As diferenças de spin refletem-se nas seis componentes “elétricas” independentes do tensor de Riemann, R_{0i0j} .
- Em ordem mais baixa (não trivial) da expansão perturbativa, para uma onda chegando na direção do eixo z:

$$\left(R_{0i0j} \right) = \begin{pmatrix} -\operatorname{Re} \Psi_4 - \Phi_{22} & \operatorname{Im} \Psi_4 & -2\sqrt{2} \operatorname{Re} \Psi_3 \\ \operatorname{Im} \Psi_4 & \operatorname{Re} \Psi_4 - \Phi_{22} & 2\sqrt{2} \operatorname{Im} \Psi_3 \\ -2\sqrt{2} \operatorname{Re} \Psi_3 & 2\sqrt{2} \operatorname{Im} \Psi_3 & -6\Psi_2 \end{pmatrix}$$

Gravitational-Wave Polarization



■ Deslocamentos que cada modo de polarização de OG, permitido em teorias métricas de gravitação, induz sobre um anel de partículas.

■ A OG se propaga no sentido $+z$.

■ (a) $\text{Re } \Psi_4$.

■ (b) $\text{Im } \Psi_4$.

■ (c) Φ_{22} .

■ (d) Ψ_2 .

■ (e) $\text{Re } \Psi_3$.

■ (f) $\text{Im } \Psi_3$.

Em termos da amplitude adimensional, $h_{\mu\nu}$

$$R_{0\mu 0\beta}(t) = \frac{-1}{2c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} h_{\mu\nu}(t)$$

$$[h_{ij}(\omega)] = \frac{2c^2}{\omega^2} \begin{pmatrix} -\text{Re } \Psi_4(\omega) - \Phi_{22}(\omega) & \text{Im } \Psi_4(\omega) & -2\sqrt{2} \text{Re } \Psi_3(\omega) \\ \text{Im } \Psi_4(\omega) & \text{Re } \Psi_4(\omega) - \Phi_{22}(\omega) & 2\sqrt{2} \text{Im } \Psi_3(\omega) \\ -2\sqrt{2} \text{Re } \Psi_3(\omega) & 2\sqrt{2} \text{Im } \Psi_3(\omega) & -6\Psi_2(\omega) \end{pmatrix}$$

$$f_{\mu}^{OG}(\vec{x}, \omega) = -\rho c^2 R_{0\mu 0\beta}(\omega) x^{\beta} = -\rho \frac{\omega^2}{2} h_{\mu\beta}(\omega) x^{\beta}$$

Relacionando os parâmetros de Newmann-Penrose com a amplitude adimensional

$$\text{Re } \Psi_4(\omega) = -\frac{\omega^2}{4c^2} [h_{11}(\omega) - h_{22}(\omega)]$$

$$\Phi_{22}(\omega) = -\frac{\omega^2}{4c^2} [h_{11}(\omega) + h_{22}(\omega)]$$

$$\text{Im } \Psi_4(\omega) = \frac{\omega^2}{2c^2} h_{12}(\omega)$$

$$\text{Re } \Psi_3(\omega) = -\frac{\omega^2}{8c^2} \sqrt{2} h_{13}(\omega)$$

$$\text{Im } \Psi_3(\omega) = \frac{\omega^2}{8c^2} \sqrt{2} h_{23}(\omega)$$

$$\Psi_2(\omega) = -\frac{\omega^2}{12c^2} h_{33}(\omega)$$

Exemplos

Relatividade Geral:

$$h_{11} = -h_{22} \quad h_{12} \neq 0$$

$$h_{33} = h_{13} = h_{23} = 0$$

Tensorial-vetorial: $h_{11} = -$

$$h_{22}; \quad h_{33} = 0;$$

$$h_{13}, h_{23}, h_{12} \neq 0$$

Brans-Dicke:

$$h_{13} = h_{23} = 0;$$

$$h_{11} \neq -h_{22}; \quad h_{11} \neq h_{22}$$

$$h_{33} = 0; \quad h_{12} \neq 0$$

Kaluza-Klein:

$$h_{33} = 0$$

Detecção de Ondas Gravitacionais

Detectores tipo antena
ressonante massiva

Detector SCHENBERG: esfera, última geração



© O. D. Aguiar

Freqüências
entre
3 e 3,4 kHz

Esfera livre

Massa responde a força

- Uma esfera maciça livre responde a uma força externa conforme a equação de um oscilador harmônico forçado:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} A_m(t) + \omega_{ml}^2 A_m(t) = \frac{3}{\rho 4\pi R^3} \int_V \vec{v}_{ml}(\vec{x}) \cdot \vec{f} d^3x$$

Amplitude do modo "m"
(m = 1, 2, ..., 2l+1)

Massa específica

Densidade de força externa

Deformação espacial

Modo de vibração "l"

Solução da parte espacial

Deformação espacial sofrida pela esfera **livre** tem duas famílias de soluções:

- Vibrações torsionais ou toroidais: ocorrem sobre a superfície da esfera, torcendo-a. (Sem componente radial.)
- Vibrações esferoidais: com componente radial

A antena do SCHENBERG

Maciça, de CuAl, com 65 cm de diâmetro e 1149,53 kg.



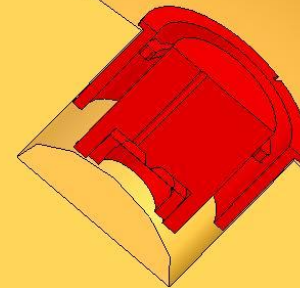
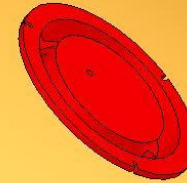
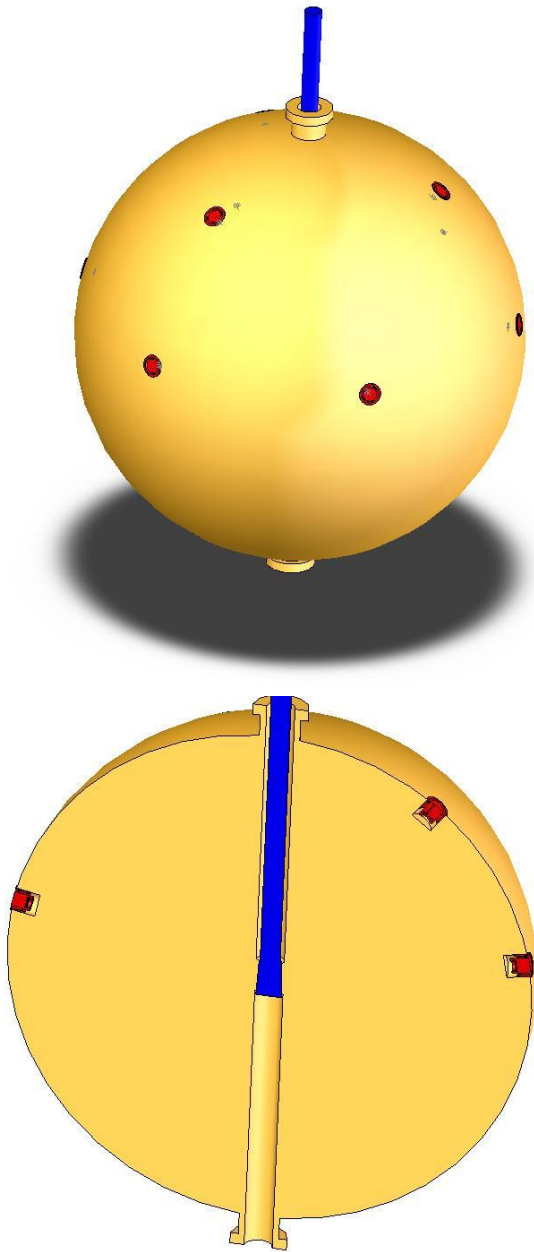
Freqüências naturais, esferoidais, para a antena (esfera livre) do SCHENBERG

Harmônica (n)	Monopolo, $l=0$ (Hz)	Dipolo $l=1$ (Hz)	Quadripolo $l=2$ (Hz)
1	7268,67	4365,37	3170,40
2	15869,53	8743,26	6183,49
3	24114,42	11029,41	10389,95

Esfera acoplada a
transdutores de dois modos,
sensíveis a movimentos
radiais da superfície

No SCHENBERG

Há seis transdutores de dois modos (cada um possui dois elementos de massa), idênticos, sensíveis apenas a movimentos radiais da superfície da esfera, sintonizados no modo fundamental ($n=1$) quadripolar ($l=2$) da esfera livre.



O sistema do SCHENBERG

- 1) Antena de CuAl com 65 cm de diâmetro e 1149,53 kg.
- 2) Seis transdutores sintonizados no modo fundamental quadripolar da esfera livre.
- 3) Um transdutor radial de dois modos sintonizado no modo fundamental ($n=1$) monopolar ($l=0$) da esfera livre.

Esfera acoplada a 6 transdutores de 2 modos sintonizados com o quadripolo da esfera livre

Degenerescência	Freqüência (Hz)
1º quintupletto	2842,32
1º singleto	2936,88
2º quintupletto	3180,39
2º singleto	3424,07
3º quintupletto	3527,69
<i>Caso Livre</i>	<i>3170,40</i>

Esfera acoplada a um transdutor de 2 modos sintonizado com o monopolo da esfera livre

Degenerescência	Frequência (Hz)
1º singleto	6627,89
2º singleto	7228,34
3º singleto	7925,73
<i>Caso Livre</i>	<i>7268,67</i>

Força gravitacional sobre os modos

Esfera acoplada a transdutores, sem ruídos

$$F_{ml}^{OG}(t) = -c^2 R_{0\mu 0\beta}(t) \int_V v_{ml}^{\mu}(\vec{x}) x^{\beta} \rho d^3x$$

Força da onda, correspondente ao modo monopolar

$$F_{monop}^{OG}(t) = \frac{1}{2} M \chi_{monop}(R) c^2 R (4\Phi_{22} + 12\Psi_2)$$

No espaço das frequências:

$$F_{monop}^{OG}(\omega) = \frac{1}{2} M \chi_{monop}(R) c^2 R (4\Phi_{22}(\omega) + 12\Psi_2(\omega))$$

Em termos da da amplitude adimensional, $h_{\mu\nu}$

$$F_{monop}^{OG}(\omega) = M \chi_{monop}(R) c^2 R [h_{11}(\omega) + h_{22}(\omega) + h_{33}(\omega)]$$

Força da onda, correspondente ao modo quadripolar

$$F_1^{OG}(t) = M \chi_{quadrip}(R) c^2 R (36 \operatorname{Re} \Psi_4)$$

$$F_2^{OG}(t) = M \chi_{quadrip}(R) c^2 R (-36 \operatorname{Im} \Psi_4)$$

$$F_3^{OG}(t) = M \chi_{quadrip}(R) c^2 R (-72 \operatorname{Im} \Psi_3)$$

$$F_4^{OG}(t) = M \chi_{quadrip}(R) c^2 R (72 \operatorname{Re} \Psi_3)$$

$$F_5^{OG}(t) = M \chi_{quadrip}(R) c^2 R [12\sqrt{3}(\Phi_{22} - 6\Psi_2)]$$

Em termos da da amplitude adimensional, $h_{\mu\nu}$

$$F_1^{OG}(\omega) = M \chi_{quadrip}(R) \omega^2 R \left\{ -9 [h_{11}(\omega) - h_{22}(\omega)] \right\}$$

$$F_2^{OG}(\omega) = M \chi_{quadrip}(R) \omega^2 R [-18h_{12}(\omega)]$$

$$F_3^{OG}(\omega) = M \chi_{quadrip}(R) \omega^2 R [-18h_{23}(\omega)]$$

$$F_4^{OG}(\omega) = M \chi_{quadrip}(R) \omega^2 R [-18h_{13}(\omega)]$$

$$F_5^{OG}(\omega) = M \chi_{quadrip}(R) \omega^2 R \left\{ -6\sqrt{3} \left[\frac{h_{11}(\omega) + h_{22}(\omega)}{2} - h_{33}(\omega) \right] \right\}$$

Sinais de saída do transdutor e sua relação com as teorias métricas

Caso da observação do **monopolo**, desprezando-se ruídos

Saída do transdutor para o monopolo

$$q_{monop} \propto [4\Phi_{22} + 12\Psi_2] \propto [h_{11} + h_{22} + h_{33}]$$

- Saída nula para teoria:
 - 1) tensorial (como a relatividade geral) ou
 - 2) tensorial-vetorial.
- Saída não nula para teoria:
 - 3) escalar-tensorial (como Brans-Dicke) ou
 - 4) geral (como a de Visser ou a de Kaluza-Klein).

Sinais de saída dos transdutores e sua relação com as teorias métricas

Caso da observação do **quadripolo**, desprezando-se ruídos

$$q_i(\vec{x}_i, \omega) = \sum_{j=1}^5 \{Q_{ij}^{OG}(\alpha, M_{R1}, M_{R2}, M, \omega_0) F_j^{OG}(\omega)\}$$

$$F_1^{OG}(\omega) = m_{quadrip}^{ef} c^2 R \frac{6}{5} [72 \operatorname{Re} \Psi_4(\omega)]$$

$$F_2^{OG}(\omega) = m_{quadrip}^{ef} c^2 R \frac{6}{5} [-72 \operatorname{Im} \Psi_4(\omega)]$$

$$F_3^{OG}(\omega) = m_{quadrip}^{ef} c^2 R \frac{6}{5} [-144 \operatorname{Im} \Psi_3(\omega)]$$

$$F_4^{OG}(\omega) = m_{quadrip}^{ef} c^2 R \frac{6}{5} [144 \operatorname{Re} \Psi_3(\omega)]$$

$$F_5^{OG}(\omega) = m_{quadrip}^{ef} c^2 R \frac{6}{5} \{24\sqrt{3} [\Phi_{22}(\omega) - 6\Psi_2(\omega)]\}$$

Canais dos modos e sua relação com as teorias métricas

Caso da observação do
quadripolo, desprezando-se
ruídos

$$\left[g_m(\omega) \right]_{5 \times 1} = \sum_{i=2}^4 G_i^{OG}(\alpha, M_{R1}, M_{R2}, M, \omega_0) F_{5 \times 1}^{OG}(\omega)$$

$$F_1^{OG}(\omega) = m_{quadrip}^{ef} c^2 R \frac{6}{5} \left[72 \operatorname{Re} \Psi_4(\omega) \right]$$

$$F_2^{OG}(\omega) = m_{quadrip}^{ef} c^2 R \frac{6}{5} \left[-72 \operatorname{Im} \Psi_4(\omega) \right]$$

$$F_3^{OG}(\omega) = m_{quadrip}^{ef} c^2 R \frac{6}{5} \left[-144 \operatorname{Im} \Psi_3(\omega) \right]$$

$$F_4^{OG}(\omega) = m_{quadrip}^{ef} c^2 R \frac{6}{5} \left[144 \operatorname{Re} \Psi_3(\omega) \right]$$

$$F_5^{OG}(\omega) = m_{quadrip}^{ef} c^2 R \frac{6}{5} \left\{ 24\sqrt{3} \left[\Phi_{22}(\omega) - 6\Psi_2(\omega) \right] \right\}$$

$$\left[g_m(\omega) \right]_{5 \times 1} = \sum_{i=2}^4 G_i^{OG}(\alpha, M_{R1}, M_{R2}, M, \omega_0) F_{5 \times 1}^{OG}(\omega)$$

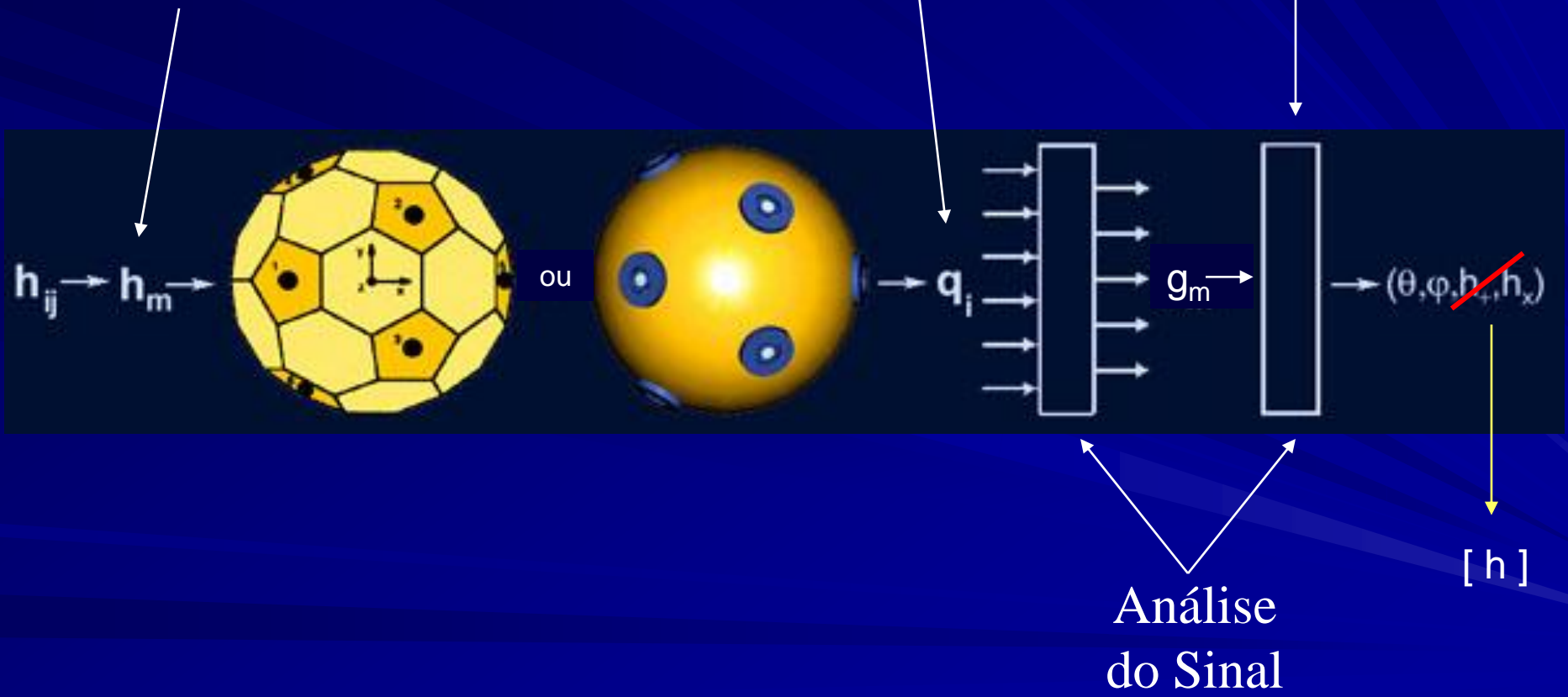
Exemplos	Canal do Modo 1	Canal do Modo 2	Canal do Modo 3	Canal do Modo 4	Canal do Modo 5
Relatividade Geral: $\Phi_{22} = \Psi_2 = \Psi_3 = 0;$ $\Psi_4 \neq 0$	Não nulo	Não nulo	0	0	0
Tensorial-vetorial: $\Phi_{22} = \Psi_2 = 0;$ $\Psi_3 \neq 0; \Psi_4 \neq 0$	Não-nulo	Não nulo	Não nulo	Não nulo	0
Brans-Dicke: $\Psi_3 = 0; \Phi_{22} \neq 0;$ $\Psi_2 = 0; \Psi_4 \neq 0$	Não nulo	Não nulo	0	0	Não nulo
Kaluza-Klein: $\Psi_2 = 0;$ $\Psi_3 \neq 0; \Psi_4 \neq 0; \Phi_{22} \neq 0$	Não nulo	Não nulo	Não nulo	Não nulo	Não nulo

Simulação do detector SCHENBERG

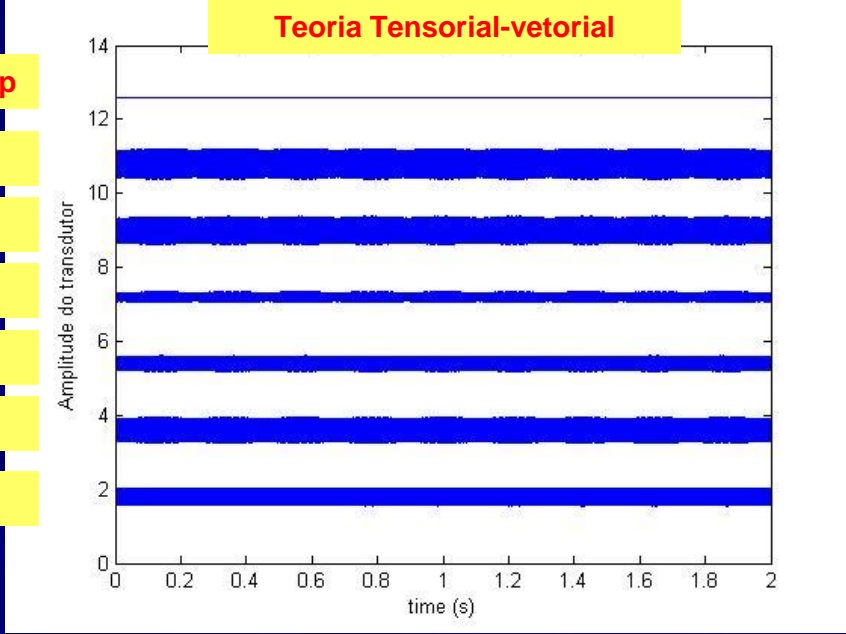
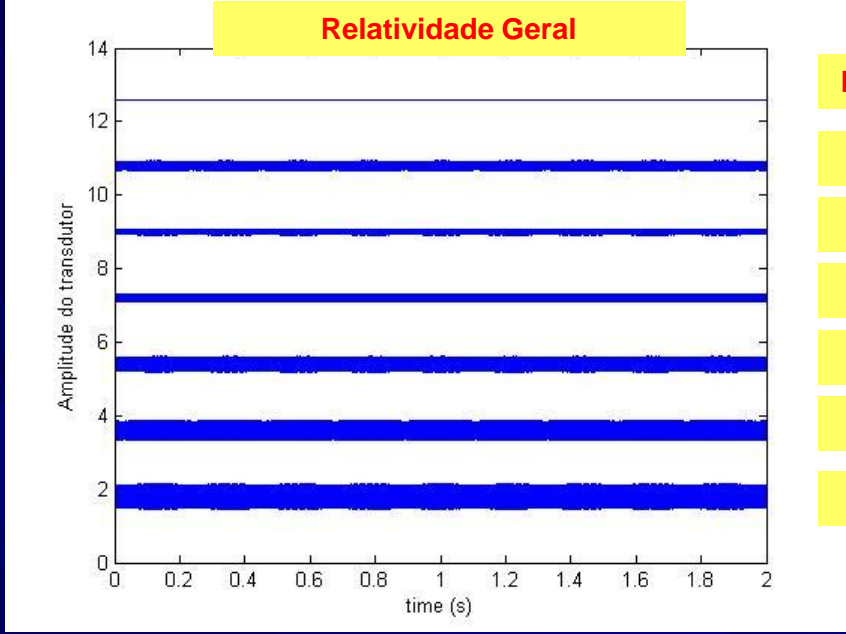
Sinal
Gravitacional

Saída dos
Transdutores

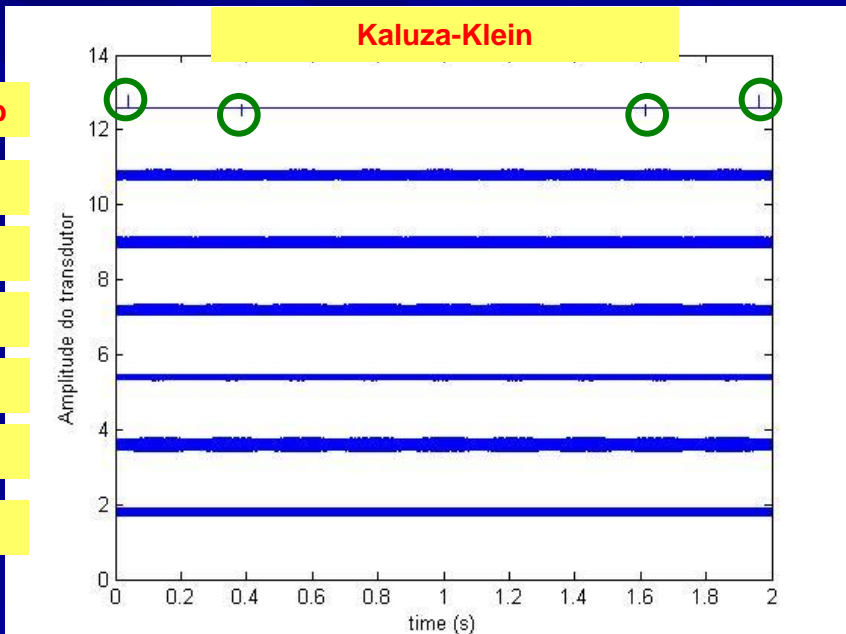
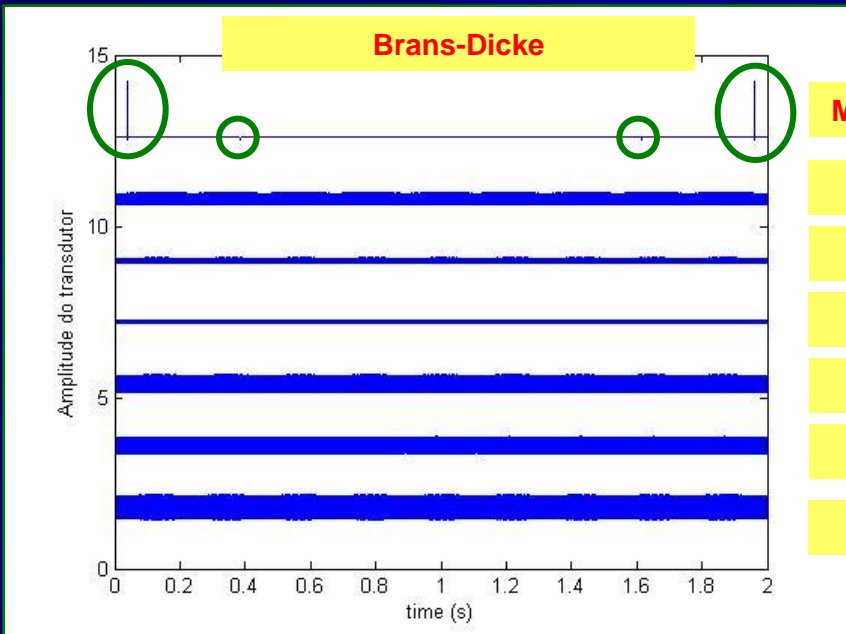
Deconvolução



Saídas dos transdutores



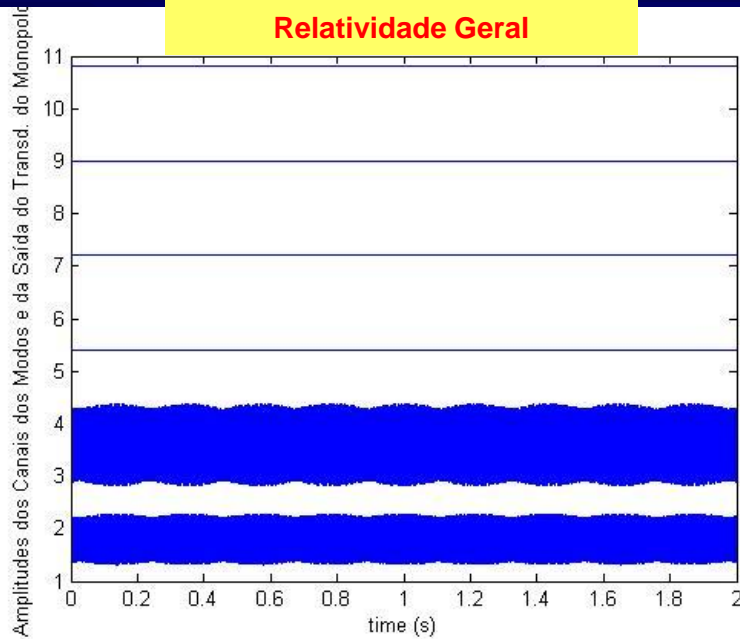
- Monop
- T 6
- T 5
- T 4
- T 3
- T 2
- T 1



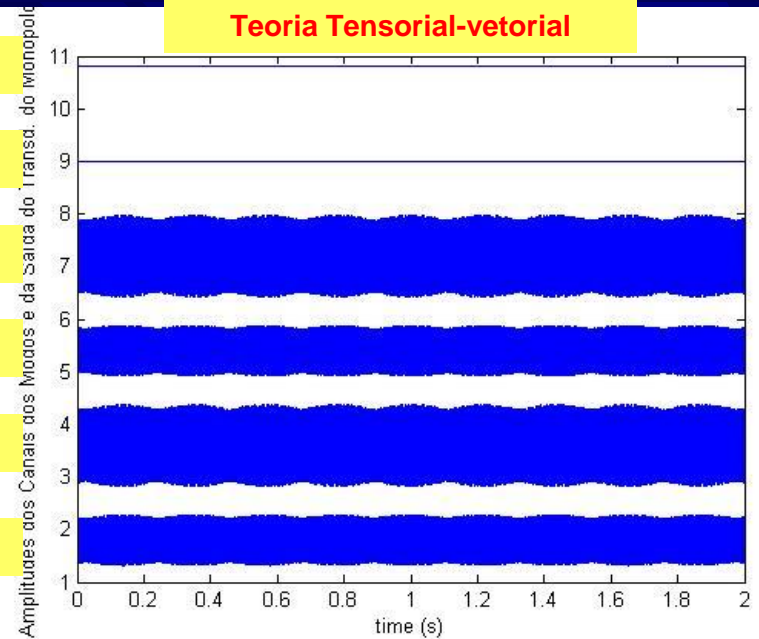
- Monop
- T 6
- T 5
- T 4
- T 3
- T 2
- T 1

Saídas dos Canais dos Modos

Relatividade Geral



Teoria Tensorial-vetorial



Monop

Modo 5

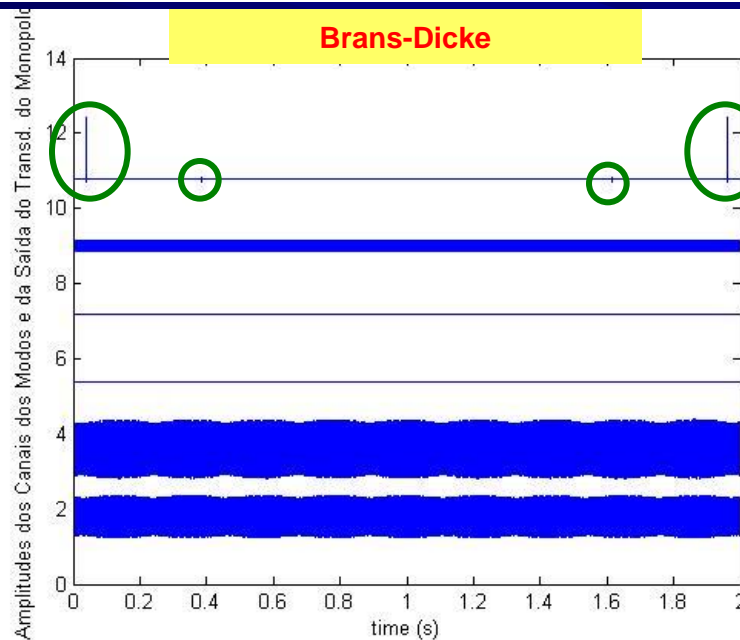
Modo 4

Modo 3

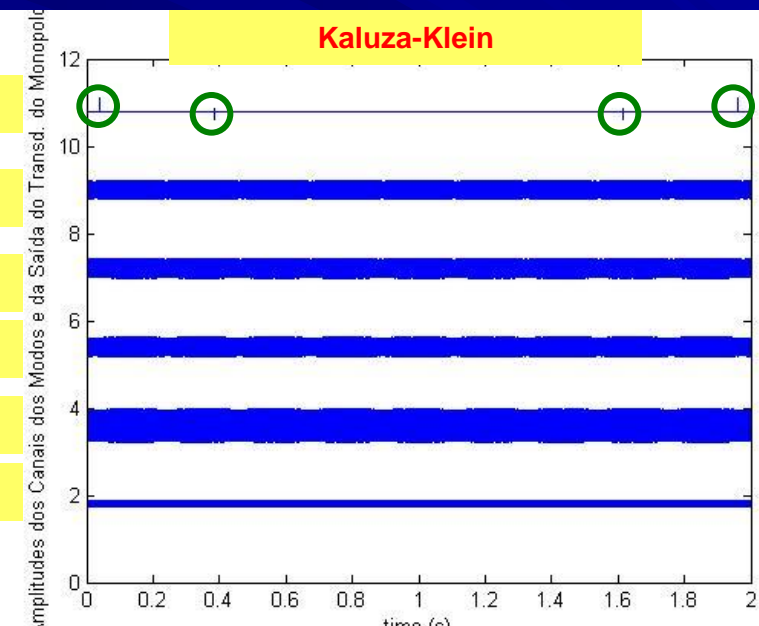
Modo 2

Modo 1

Brans-Dicke



Kaluza-Klein



Monop

Modo 5

Modo 4

Modo 3

Modo 2

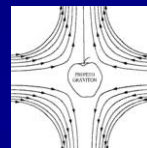
Modo 1

Continuidade

- Resolver o problema inverso (obter os h_s e informação sobre a direção da onda) para qualquer teoria métrica da gravitação
- Incluir ruídos no sistema



Obrigada.



GRUPO GRÁVITON