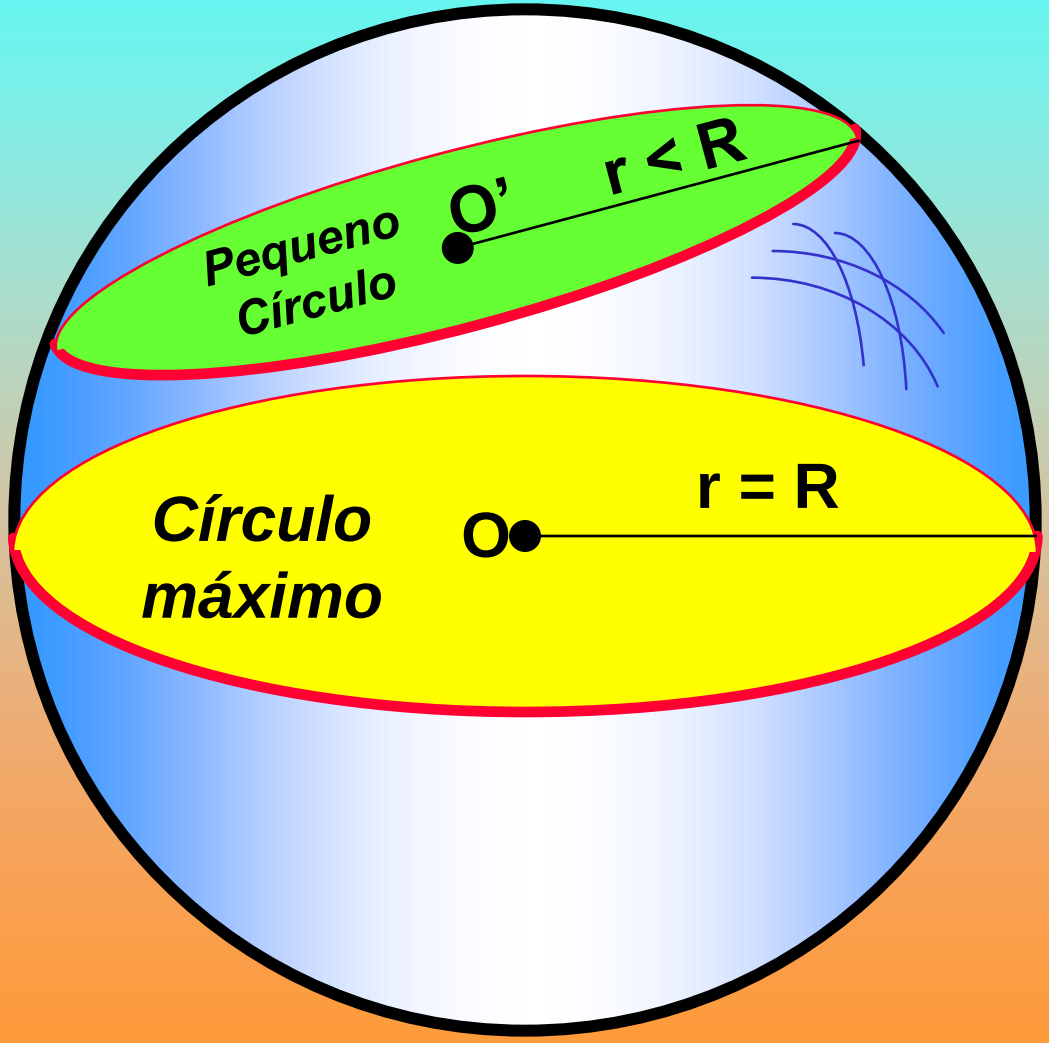
Triângulos Esféricos

J. Meléndez/R. Boczko
IAG-USP

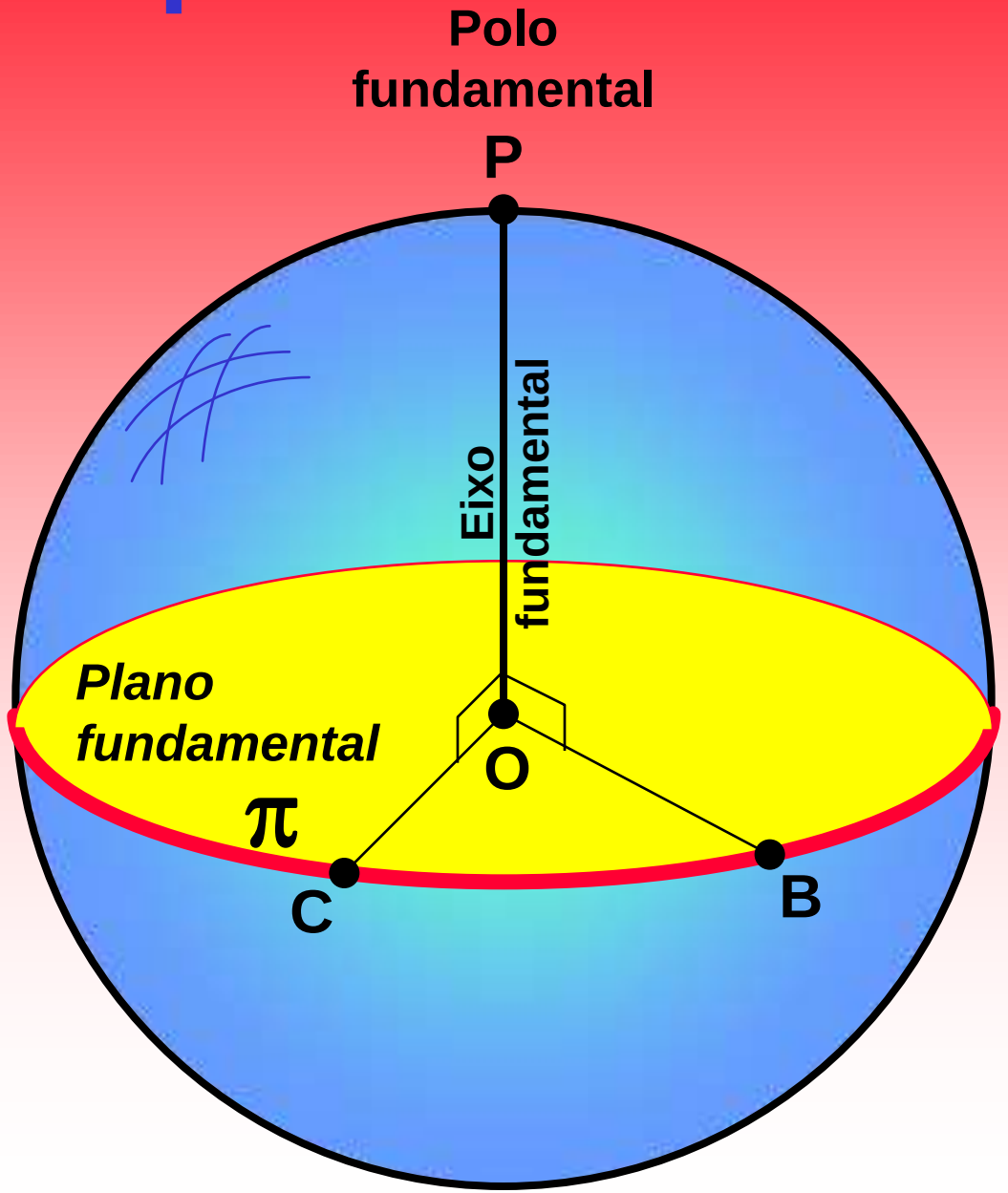
03
11
2011

Elementos de Geometria Espacial

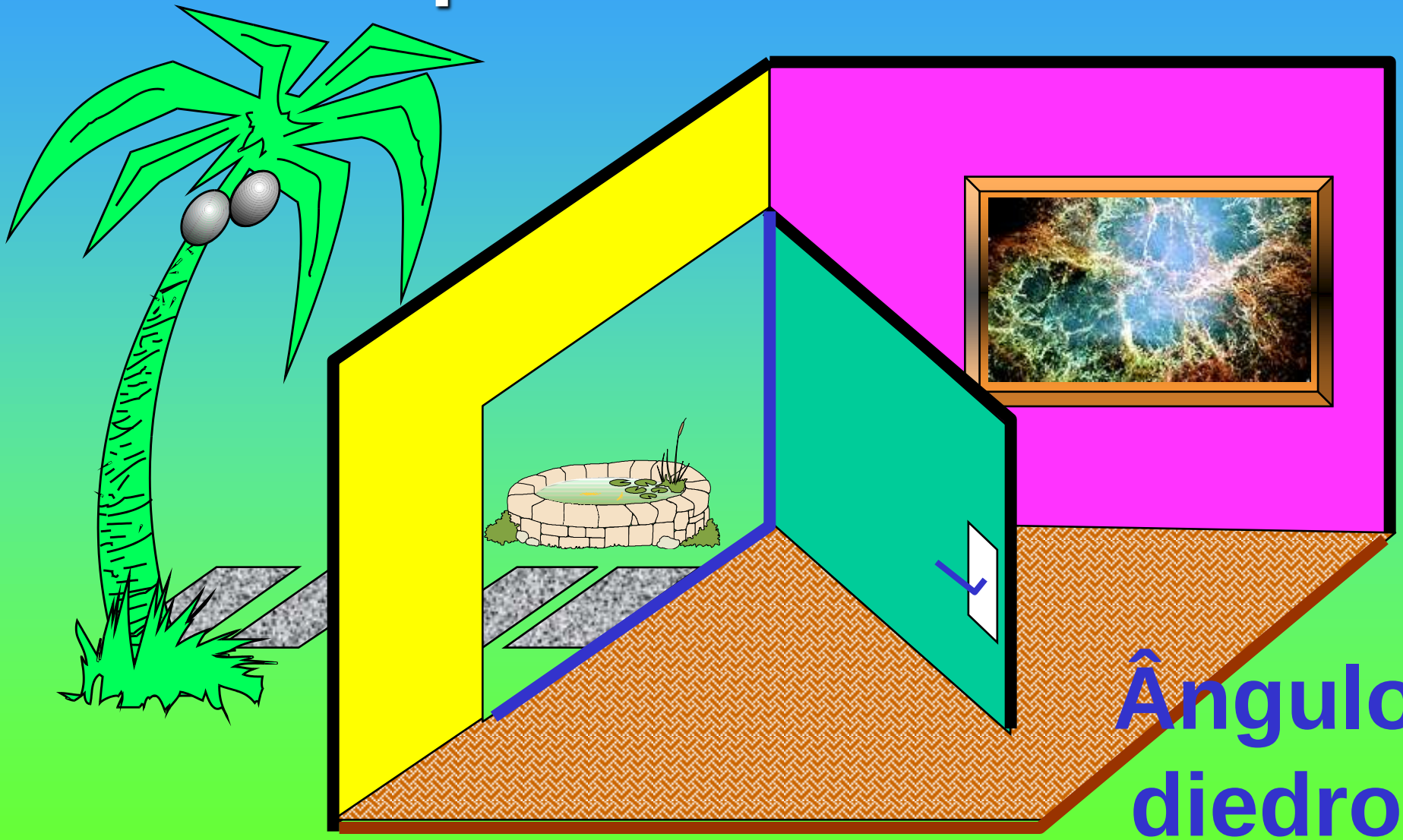
Grandes e pequenos círculos



Polo e plano fundamentais

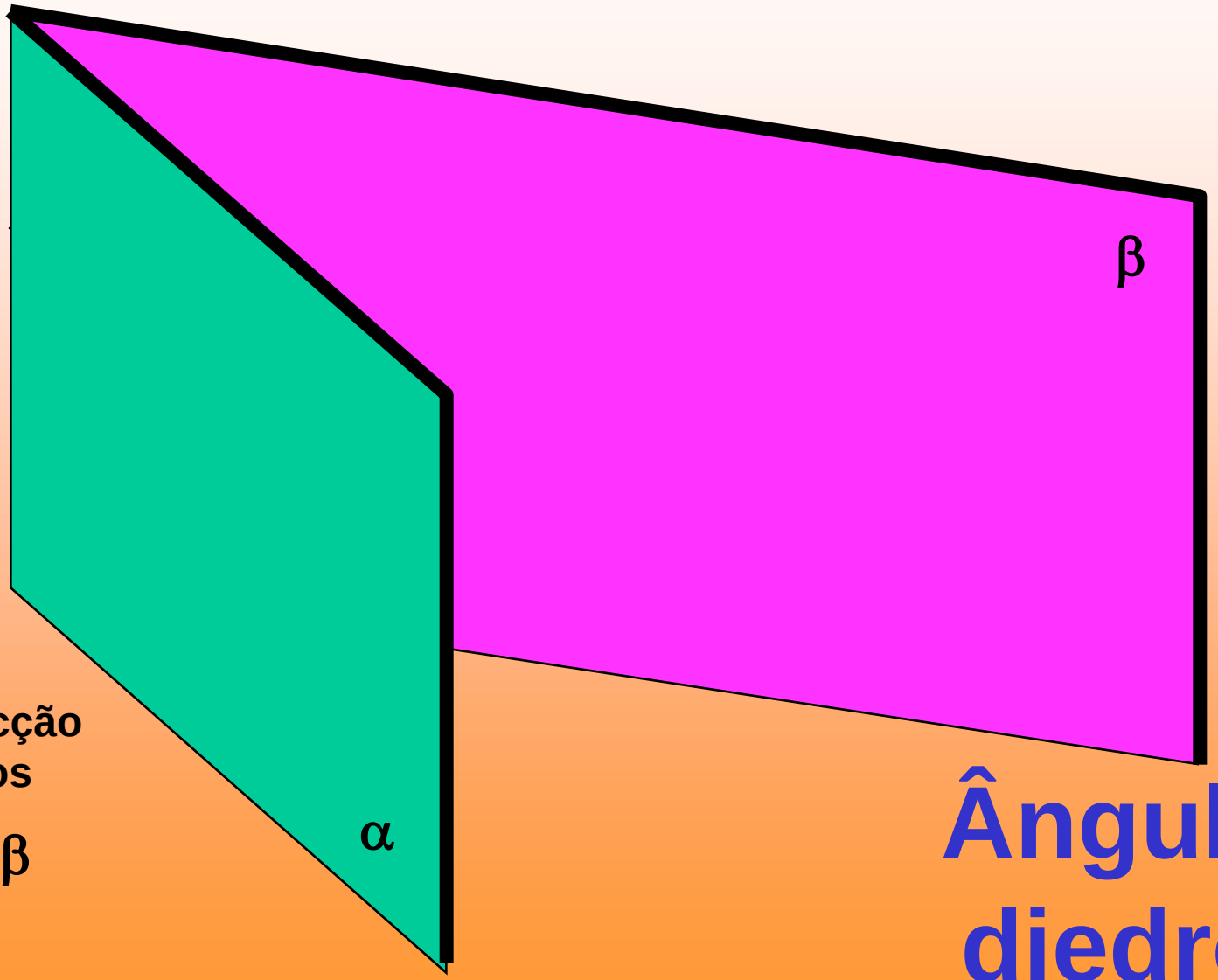


Ângulo entre a porta verde e a parede violeta



Ângulo diedro

Ângulo entre os planos α e β

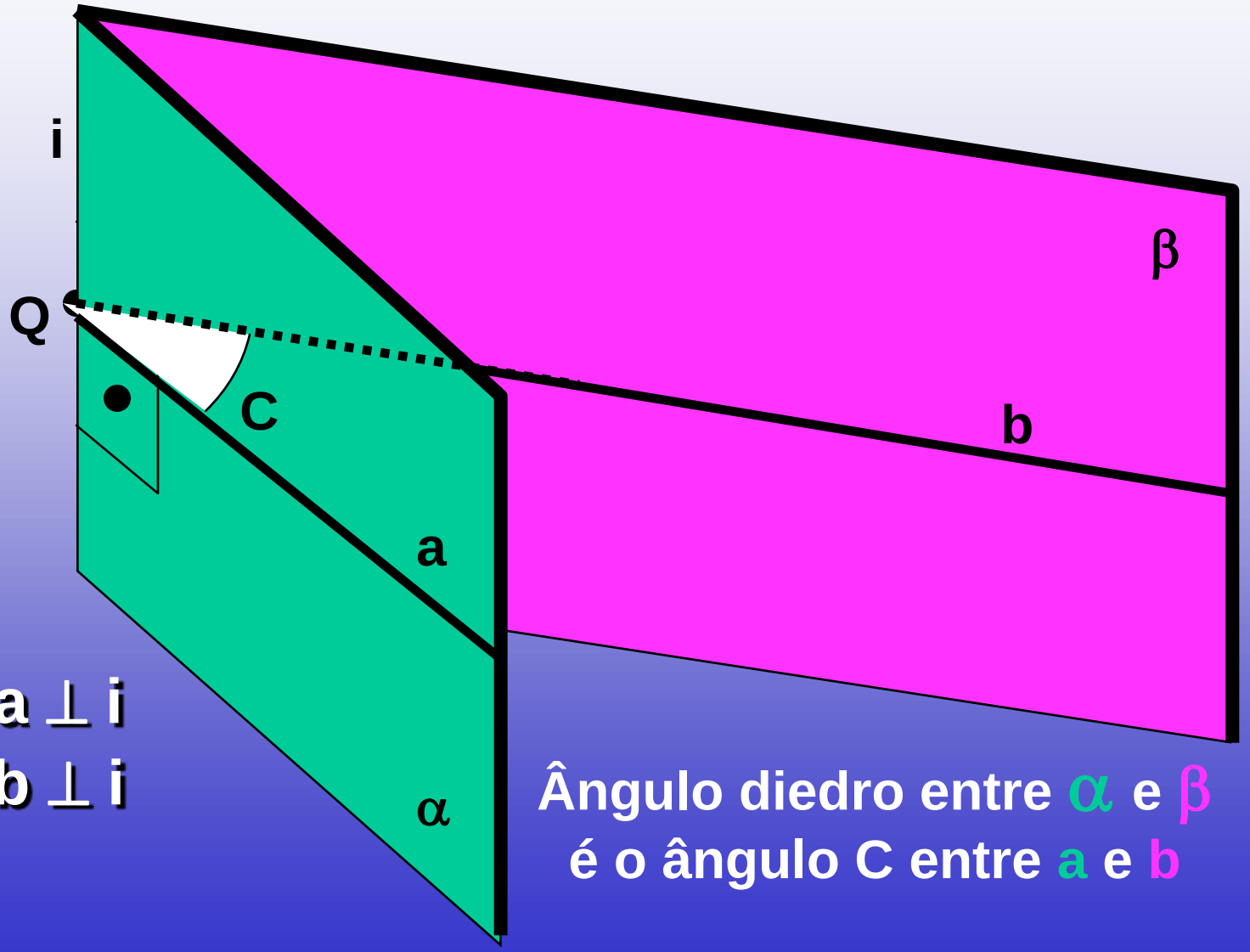


Linha intersecção dos 2 planos

$i \equiv \alpha \cap \beta$

Ângulo diedro

Ângulo diedro

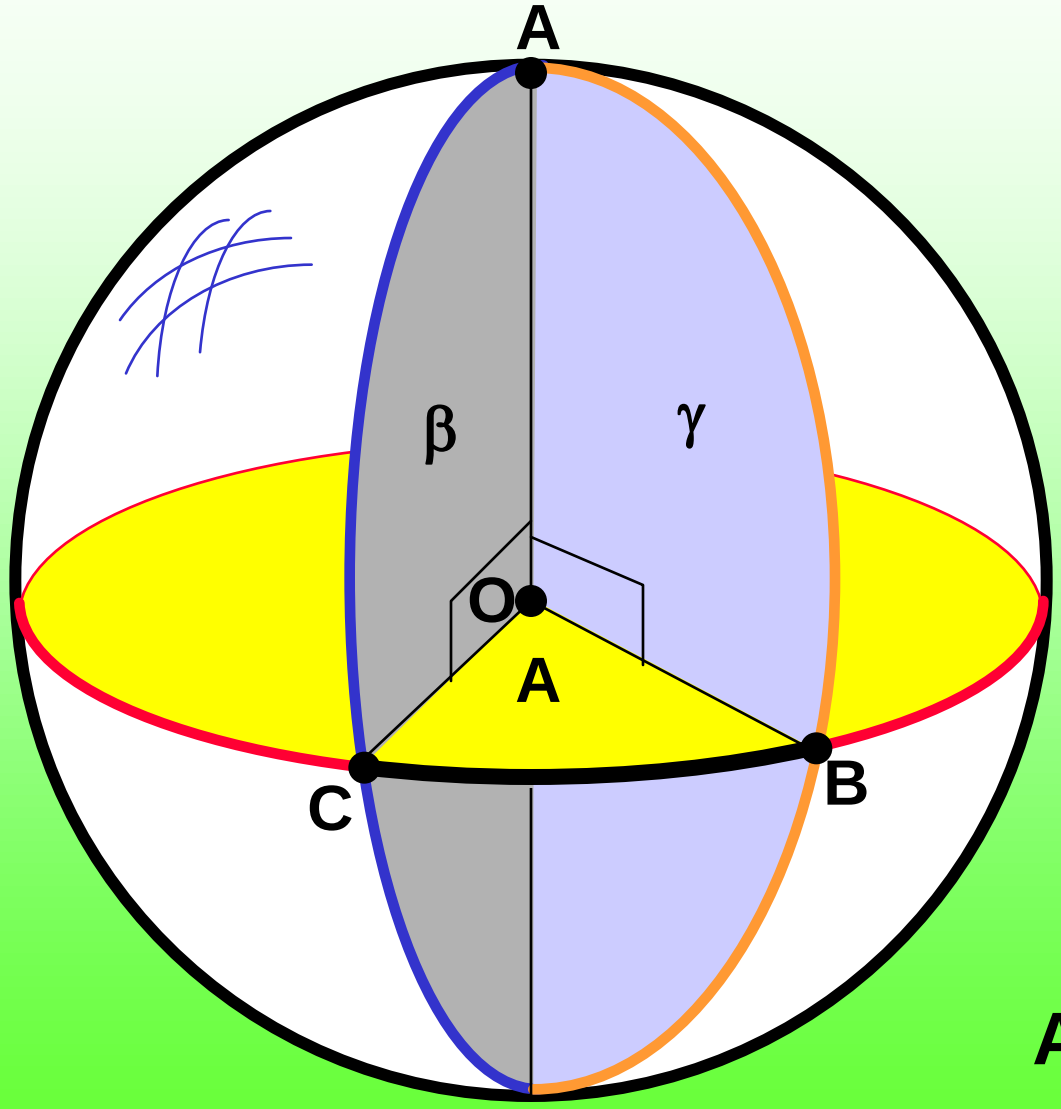


$a \in \alpha$
$b \in \beta$

$a \perp i$
$b \perp i$

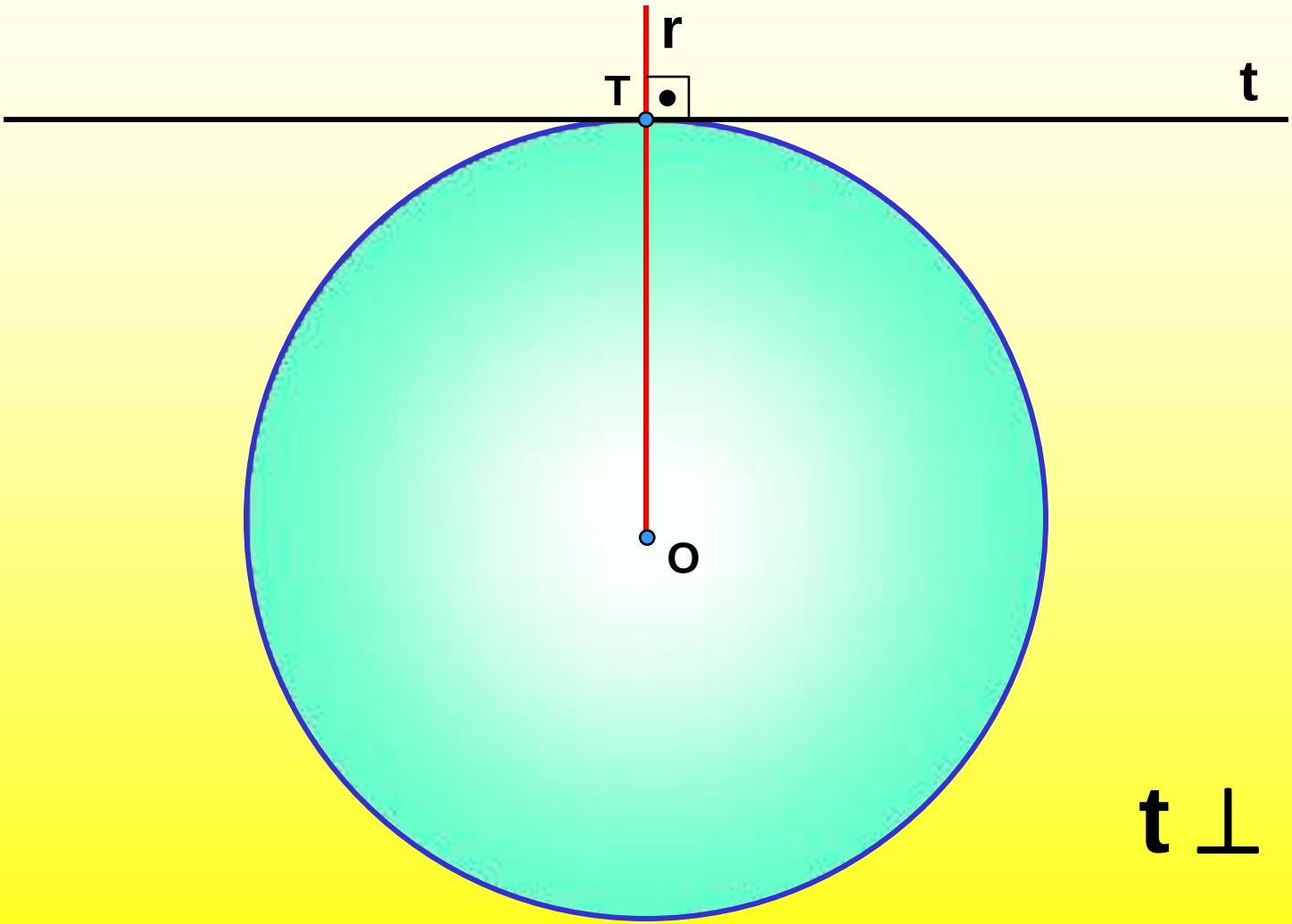
Ângulo diedro entre α e β
é o ângulo C entre a e b

Ângulo diedro A na esfera



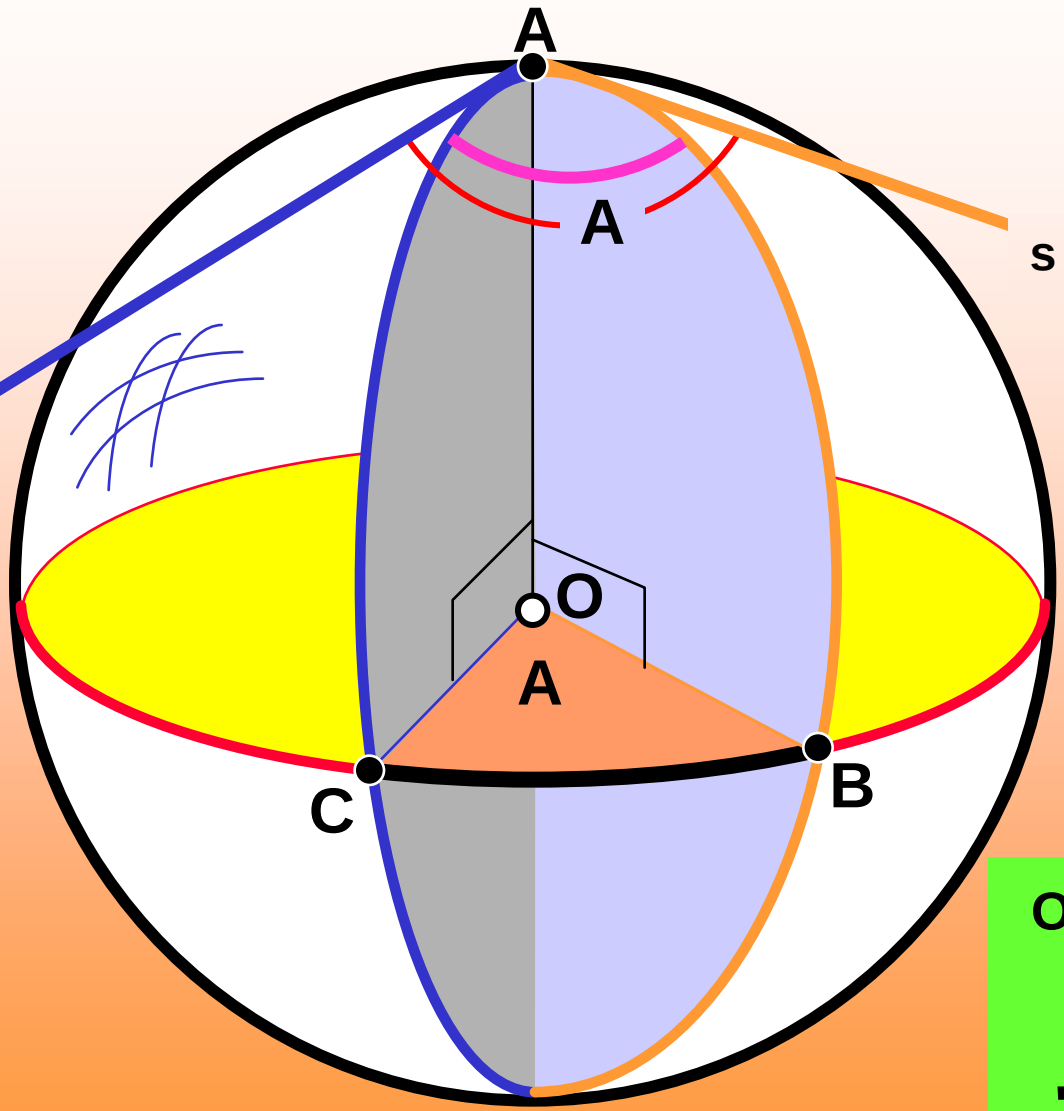
$A \equiv \angle(\beta, \gamma)$

Reta t tangente a uma circunferência



$t \perp r$

Ângulo diedro A dado por tangentes



r // AC

Tangente, por A, ao arco AC. Será paralela ao raio OC.

s // AB

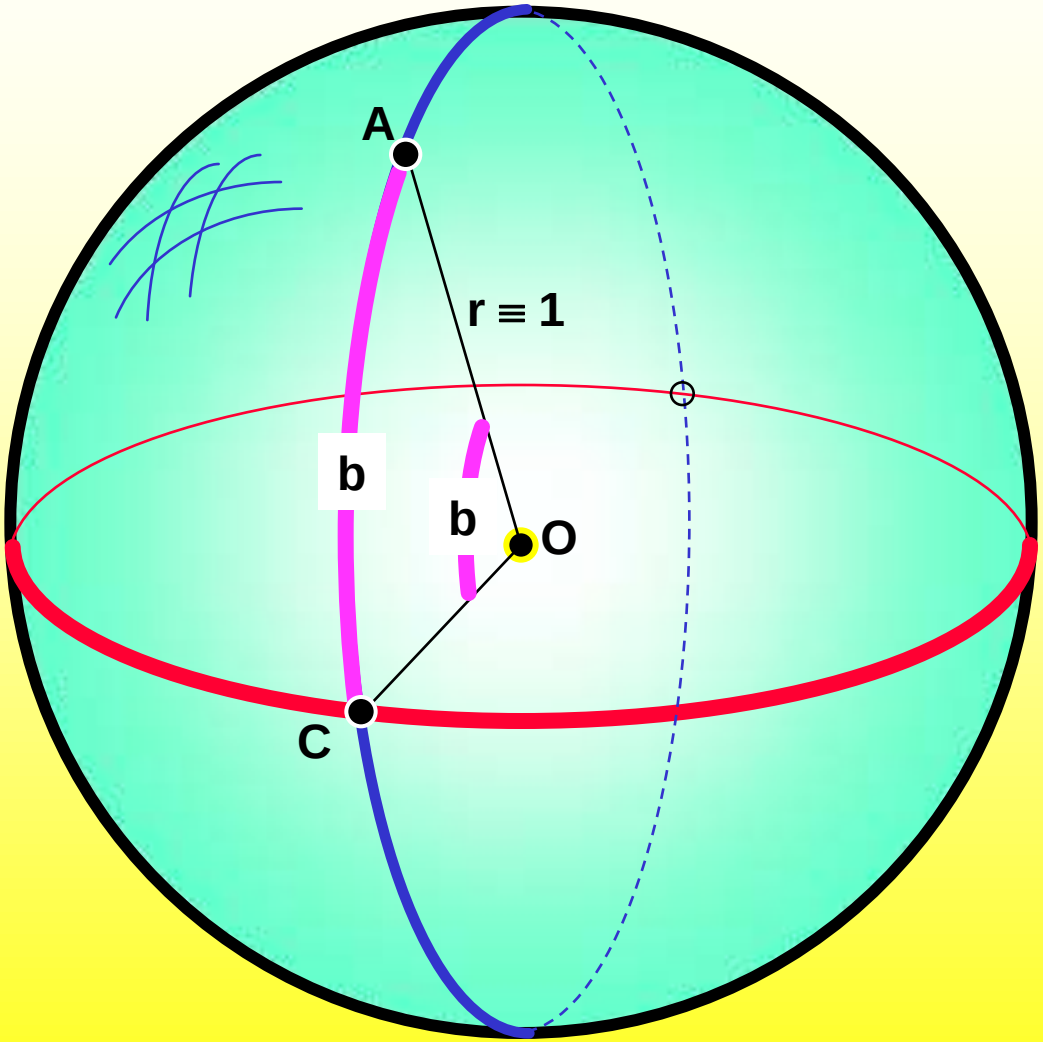
Tangente, por A, ao arco AB. Será paralela ao raio OB.

$A \equiv \angle(\beta,\gamma)$

O símbolo ≡ será usado com o significado de "Por definição"

Esfera trigonométrica

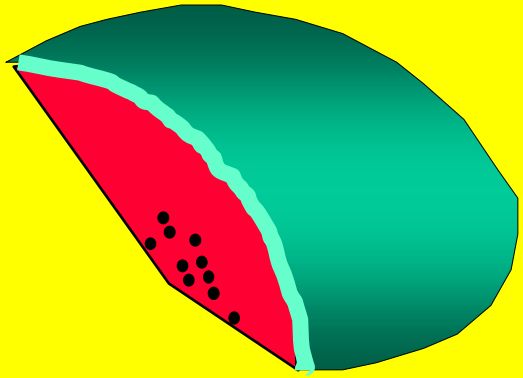
Ângulo central



b ≡ ∠AÔC

Triângulo esférico

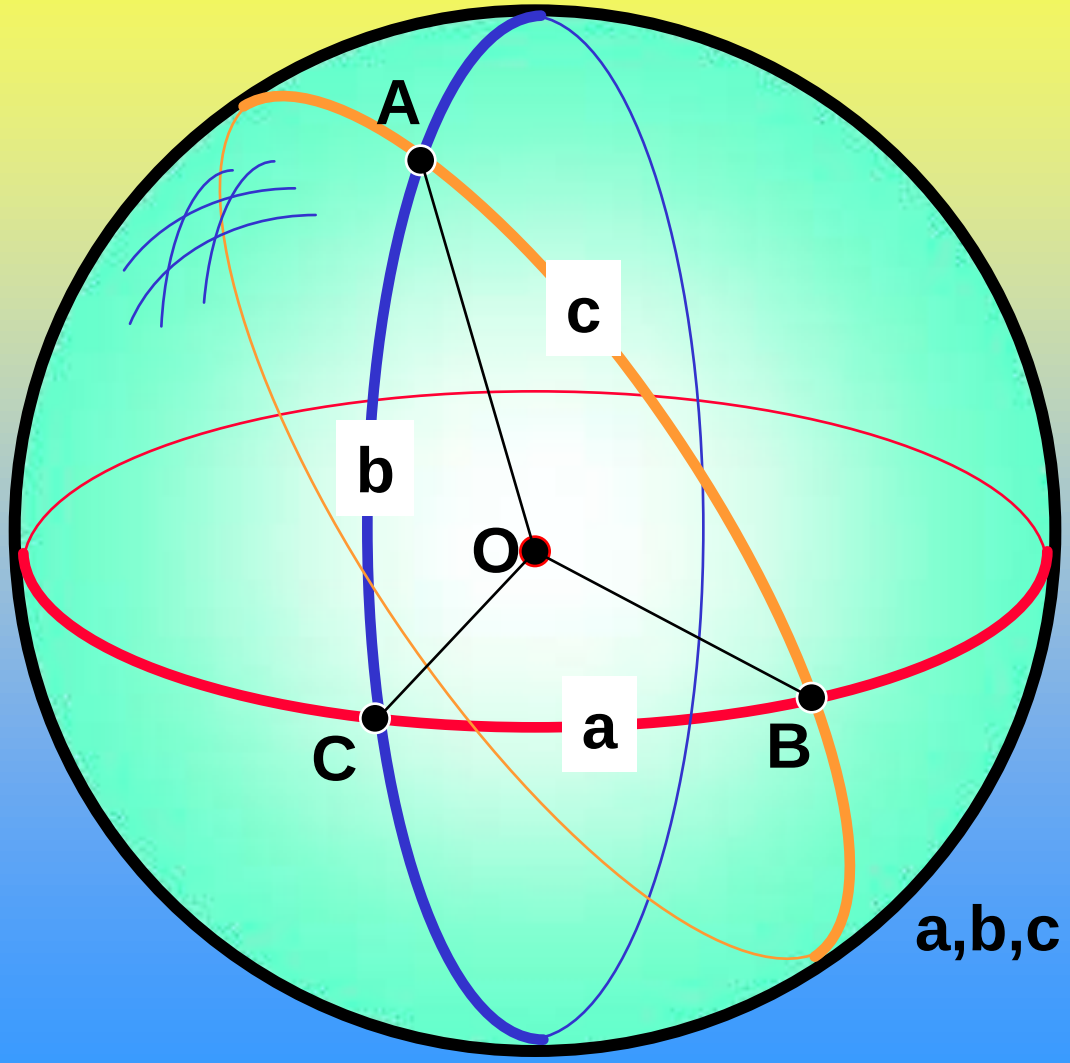
Triângulo esférico numa melancia



Triângulo esférico

Definição de Triângulo Esférico

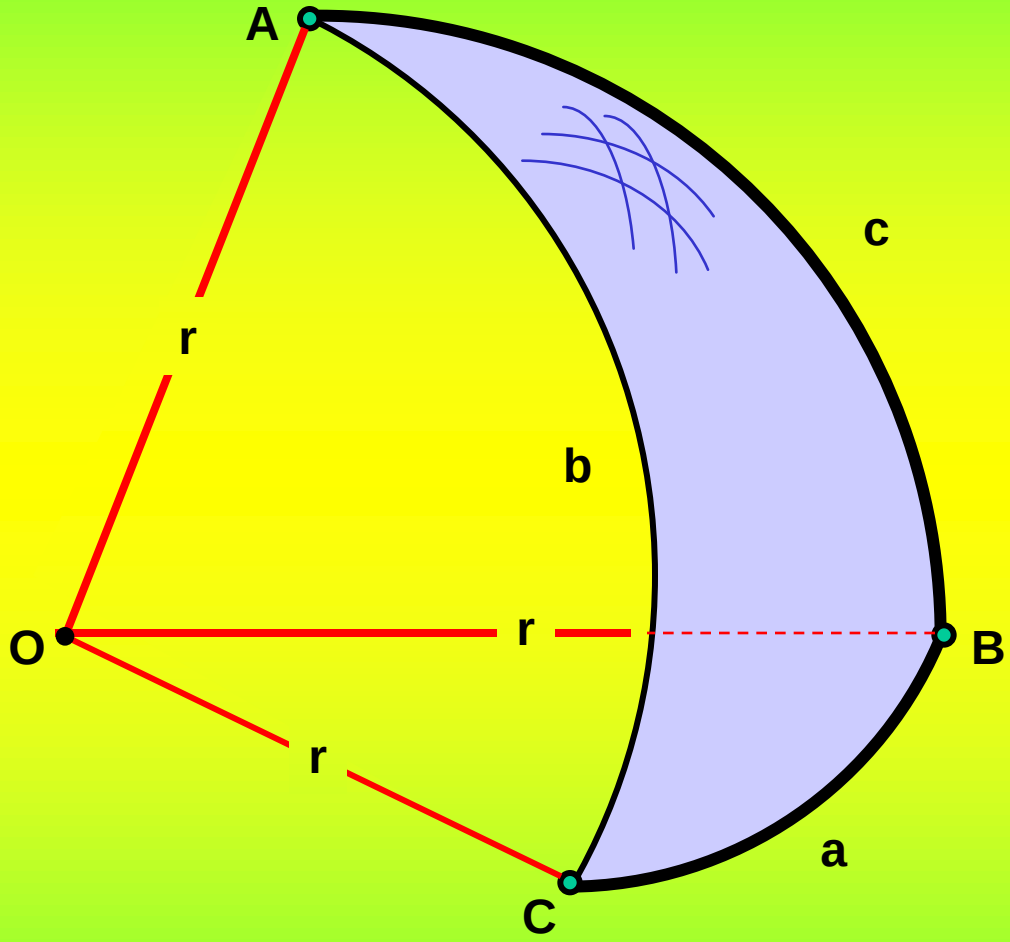
Triângulo esférico é a região da esfera delimitada pela intersecção, dois a dois, de 3 planos passantes pelo centro da esfera



A, B, C = vértices

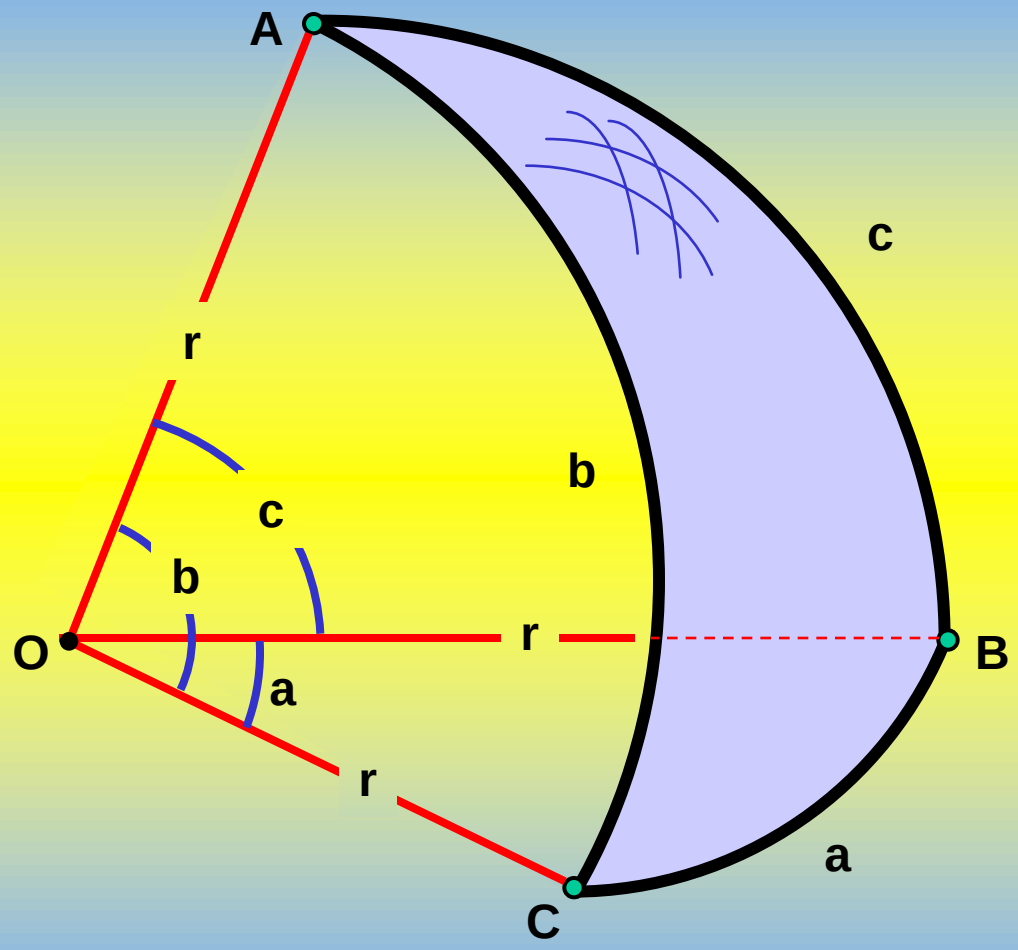
a,b,c = lados

Triângulo esférico



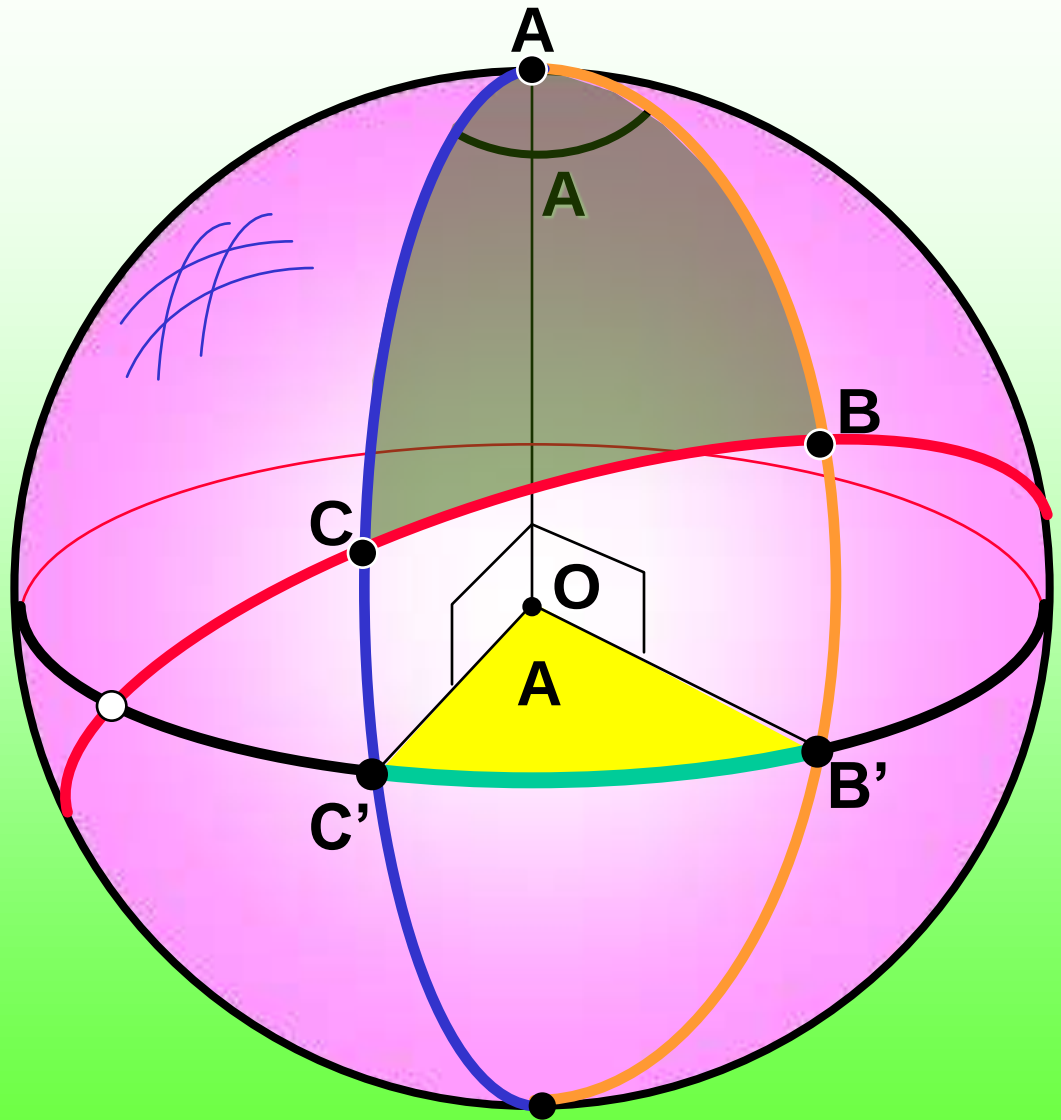
a , b , c : lados do triângulo esférico = medidas dos ângulos centrais

Lados do triângulo esférico



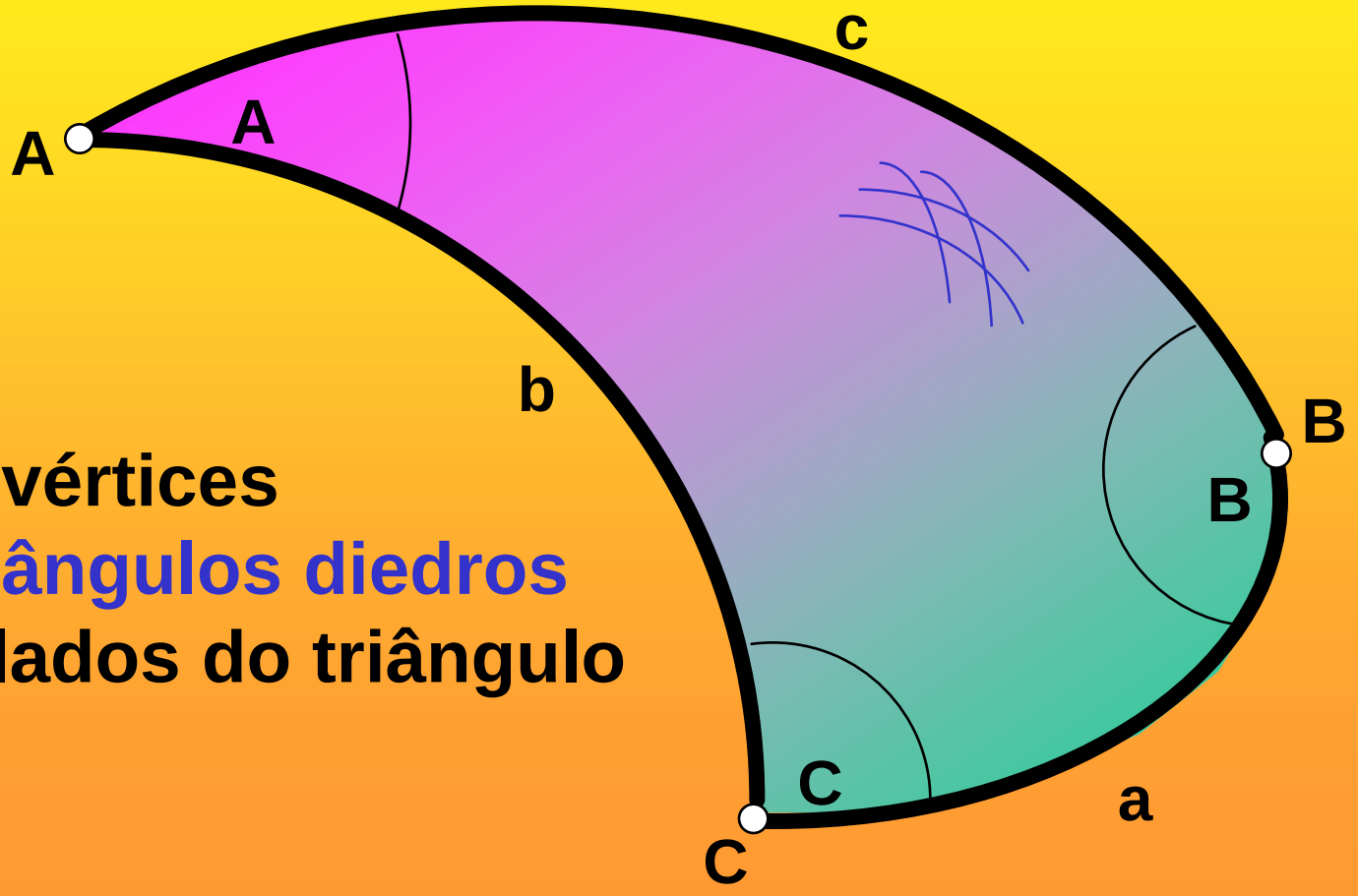
a , b , c : lados do triângulo esférico = medidas dos ângulos centrais

Ângulos do Triângulo Esférico



A,B,C = ângulos diedros = ângulos entre cada um dos pares de círculos

Elementos de um Triângulo Esférico



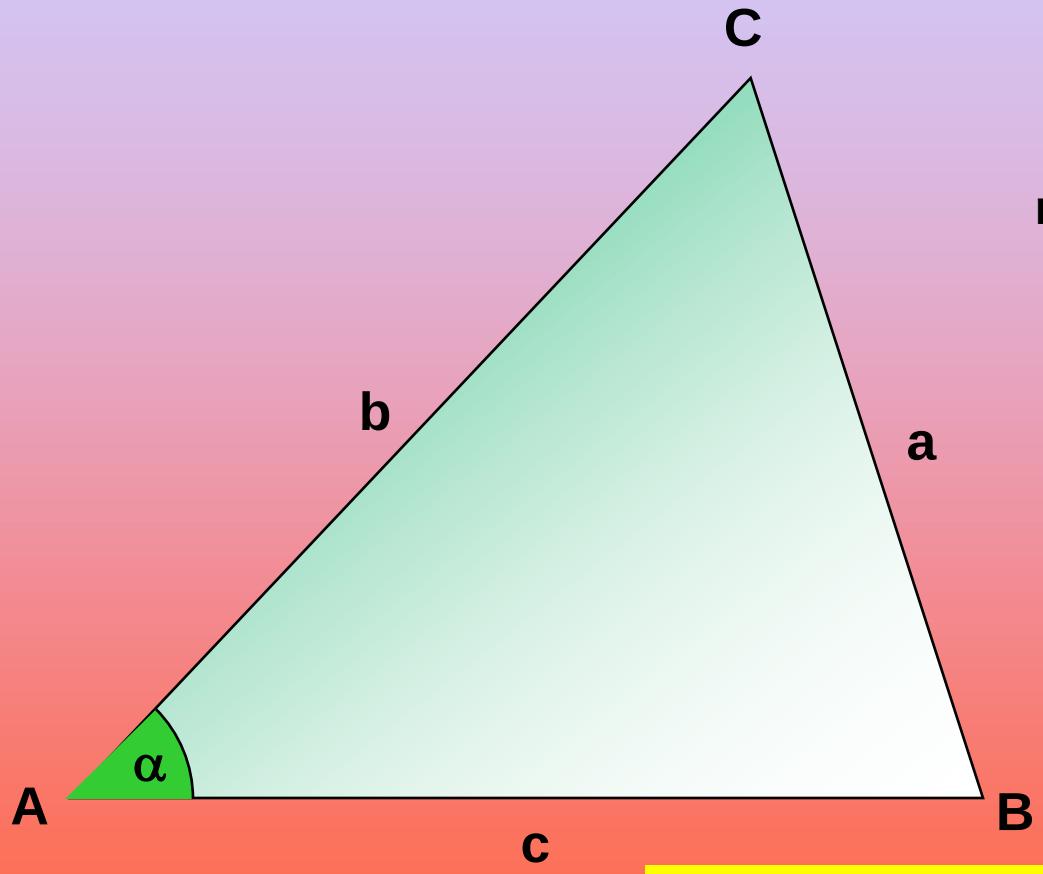
A,B,C = vértices

A,B,C = ângulos diedros

a,b,c = lados do triângulo

Fórmula do co-seno num triângulo plano

Relacionar 3 lados e 1 ângulo de um triângulo plano

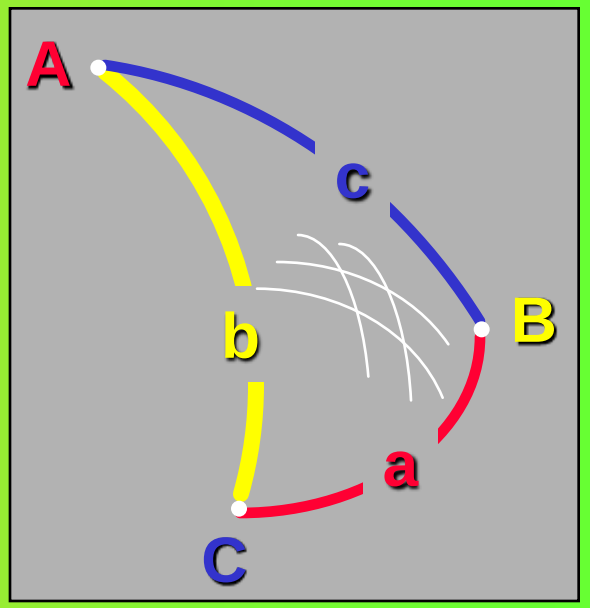


Fórmula do co-seno num triângulo qualquer

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

Fórmula do seno & co-seno num triângulo esférico

Resumo das Fórmulas de Trigonometria Esférica



Co-seno

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \operatorname{sen} b \cdot \operatorname{sen} c \cdot \cos A$$

Seno

$$\frac{\operatorname{sen} a}{\operatorname{sen} A} = \frac{\operatorname{sen} b}{\operatorname{sen} B} = \frac{\operatorname{sen} c}{\operatorname{sen} C}$$

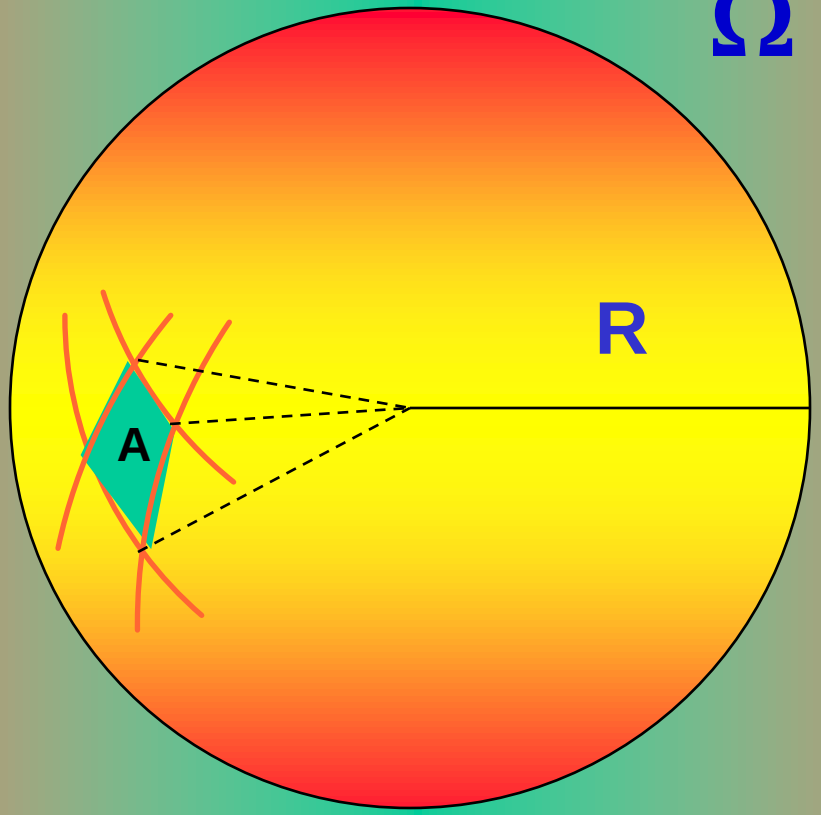
Seno & Co-seno

$$\operatorname{sen} a \cdot \cos B = \cos b \cdot \operatorname{sen} c - \operatorname{sen} b \cdot \cos c \cdot \cos A$$

Esterorradiano

Ângulo sólido

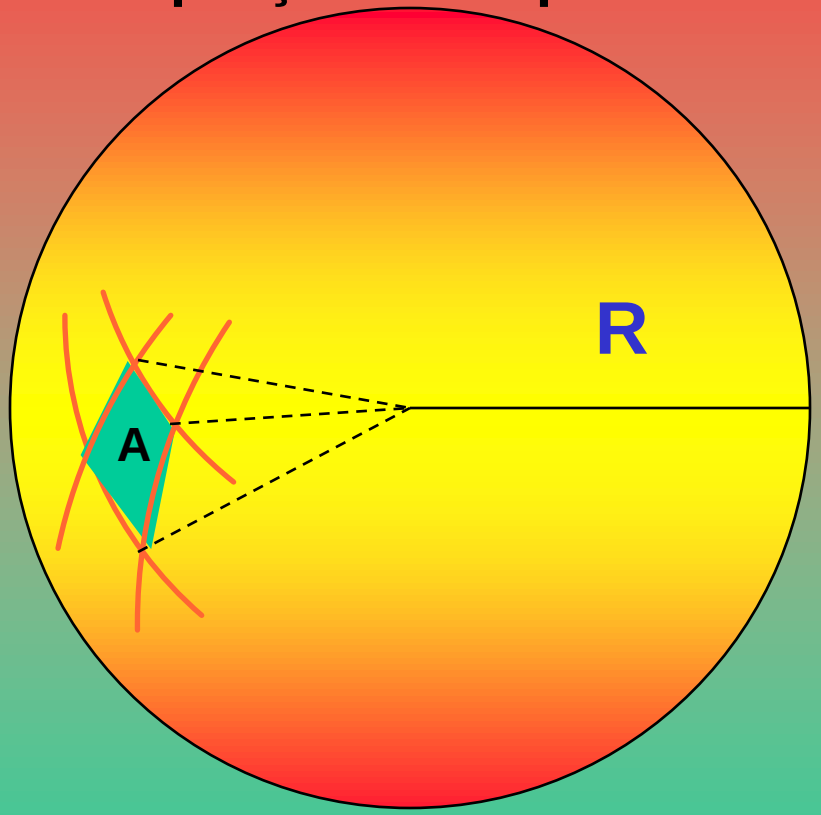
$$\Omega \equiv A \,/\, R^2$$



Esterorradiano

(esteradiano)

ângulo sólido subentendido no centro da esfera de raio *R* por uma porção de superfície de área R^2

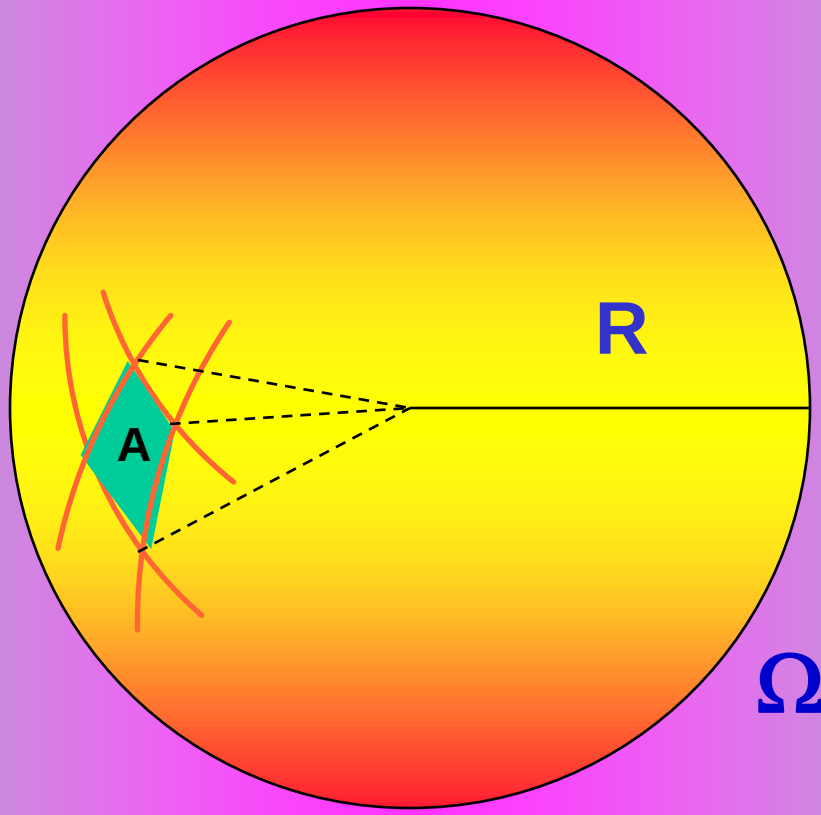


$$\Omega \equiv A / R^2$$

$$A \equiv R^2$$

$$\Omega \equiv 1 \text{ sr}$$

Ângulo sólido numa esfera completa



$$\Omega \equiv A / R^2$$

$$A_{esfera} \equiv 4 \pi R^2$$

$$\Omega_{esfera} \equiv 4 \pi \quad sr$$

Fim