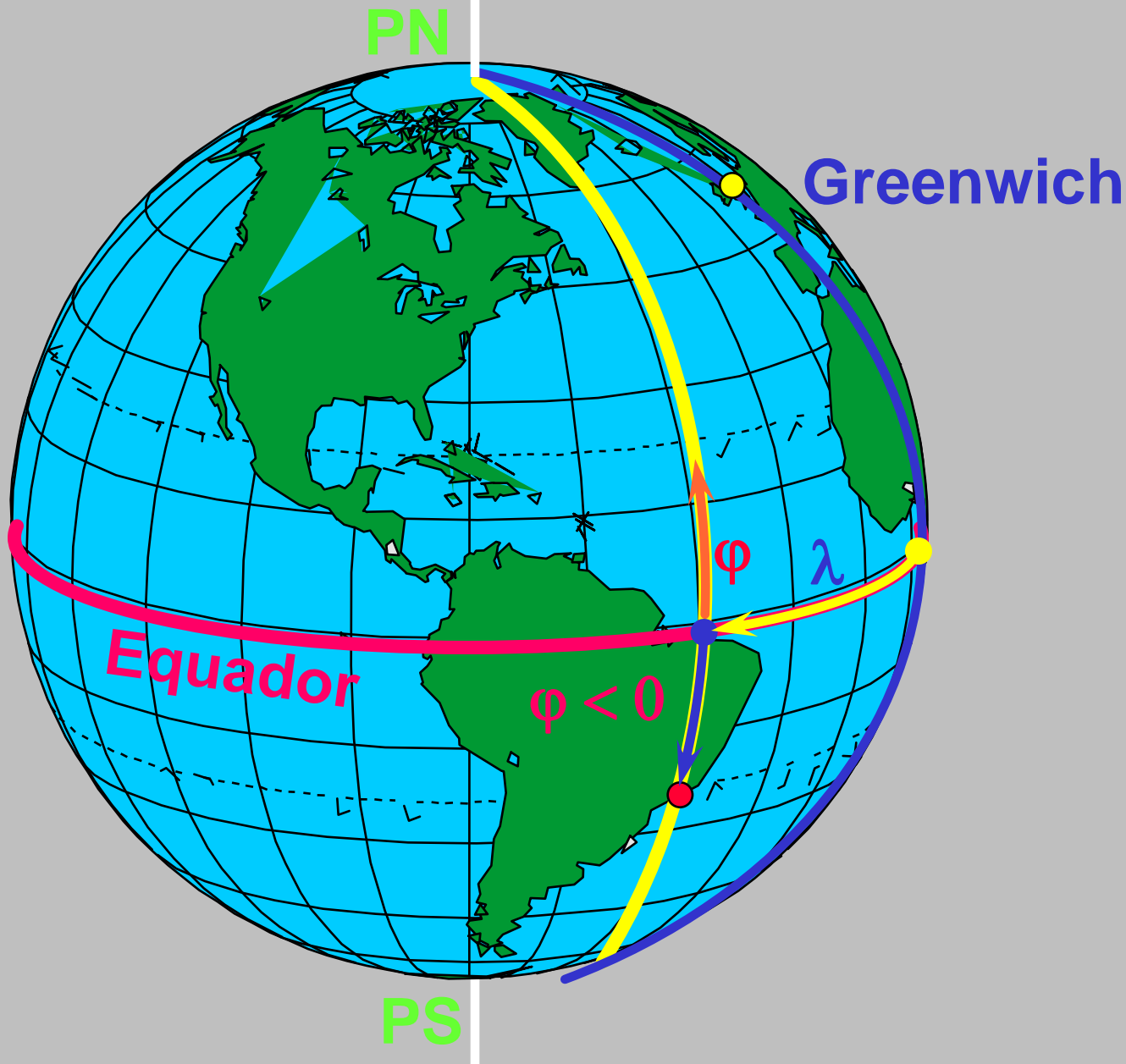
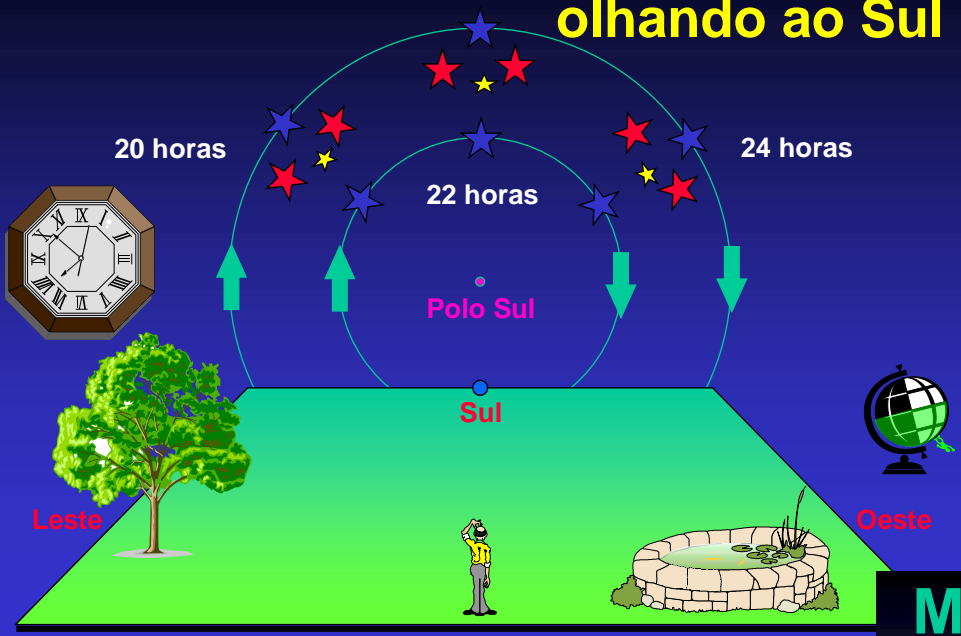


Determinação da Latitude e da Declinação

Latitude φ e Longitude λ

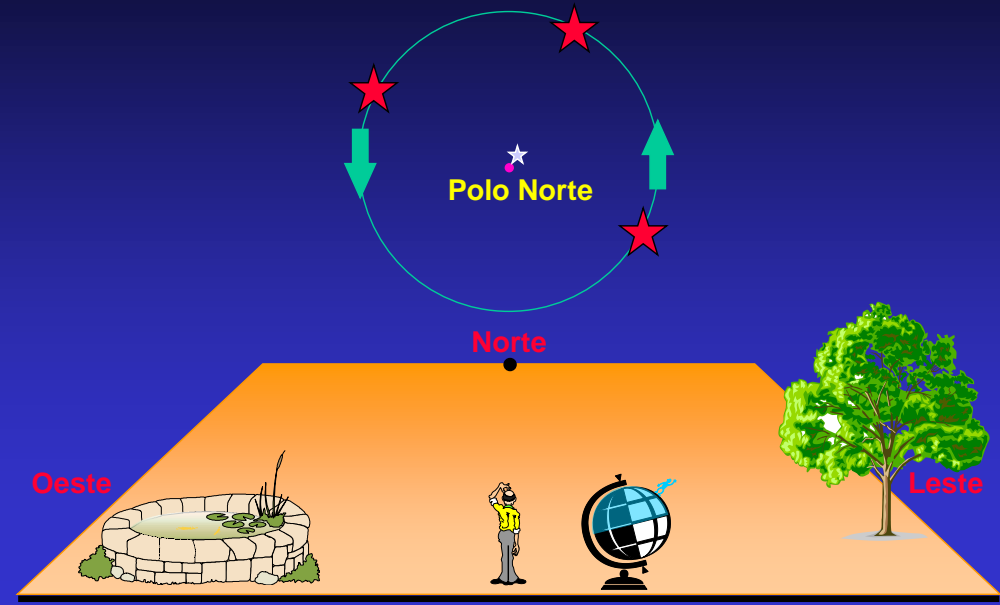


Movimento noturno aparente olhando ao Sul

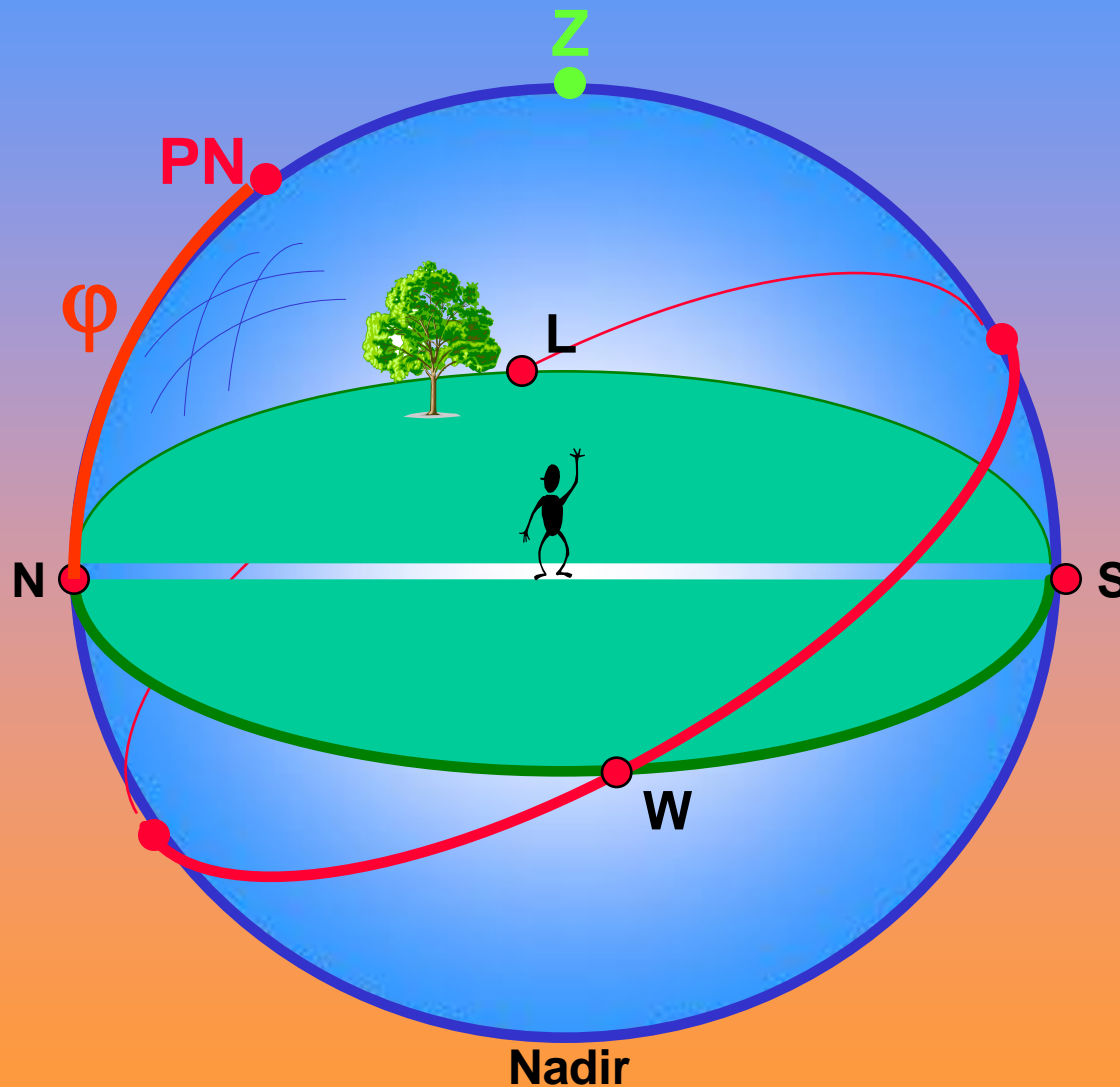


Determinação da latitude

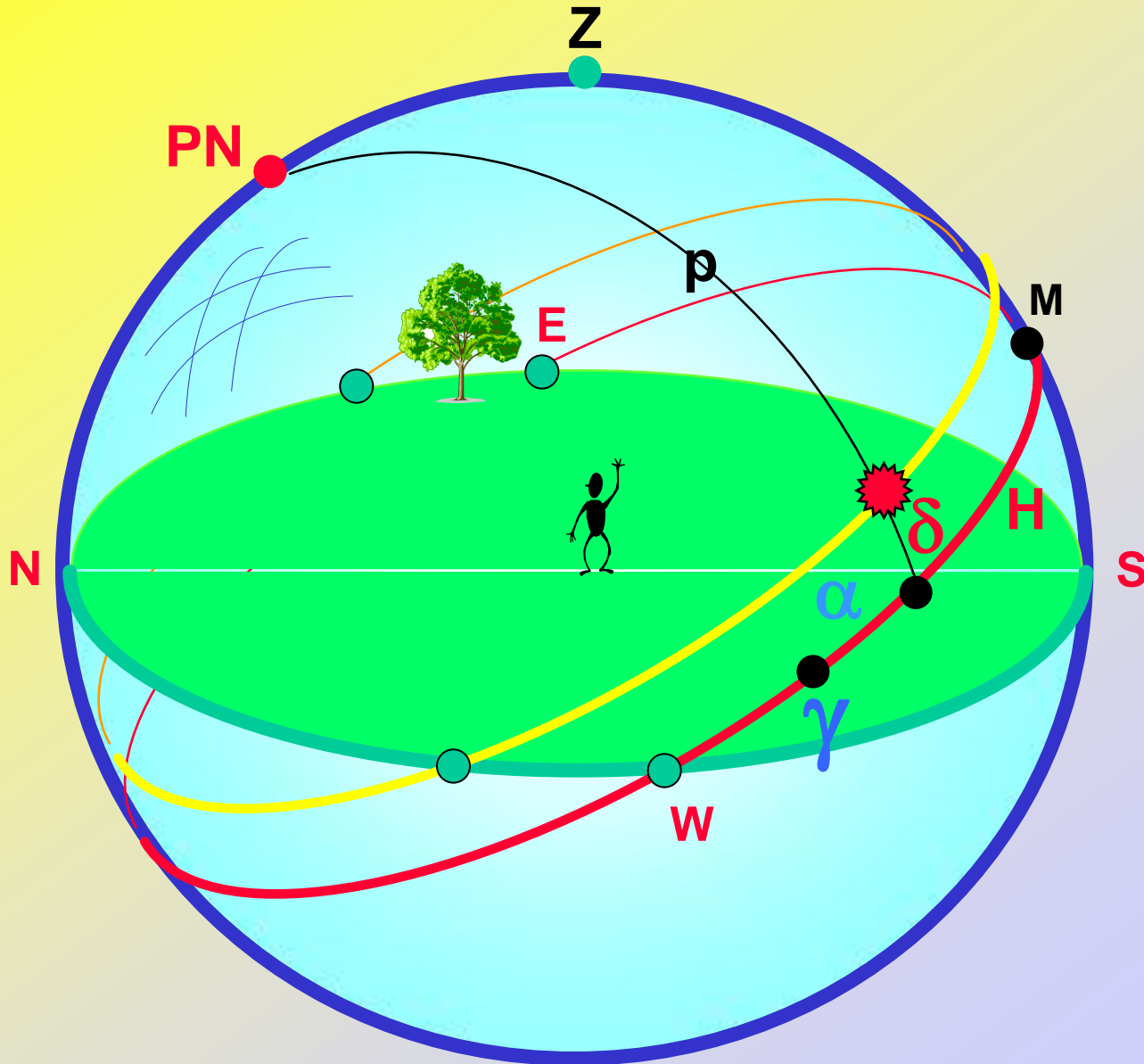
Movimento noturno aparente de uma estrela circumpolar norte



Altura do PN = latitude (boreal)

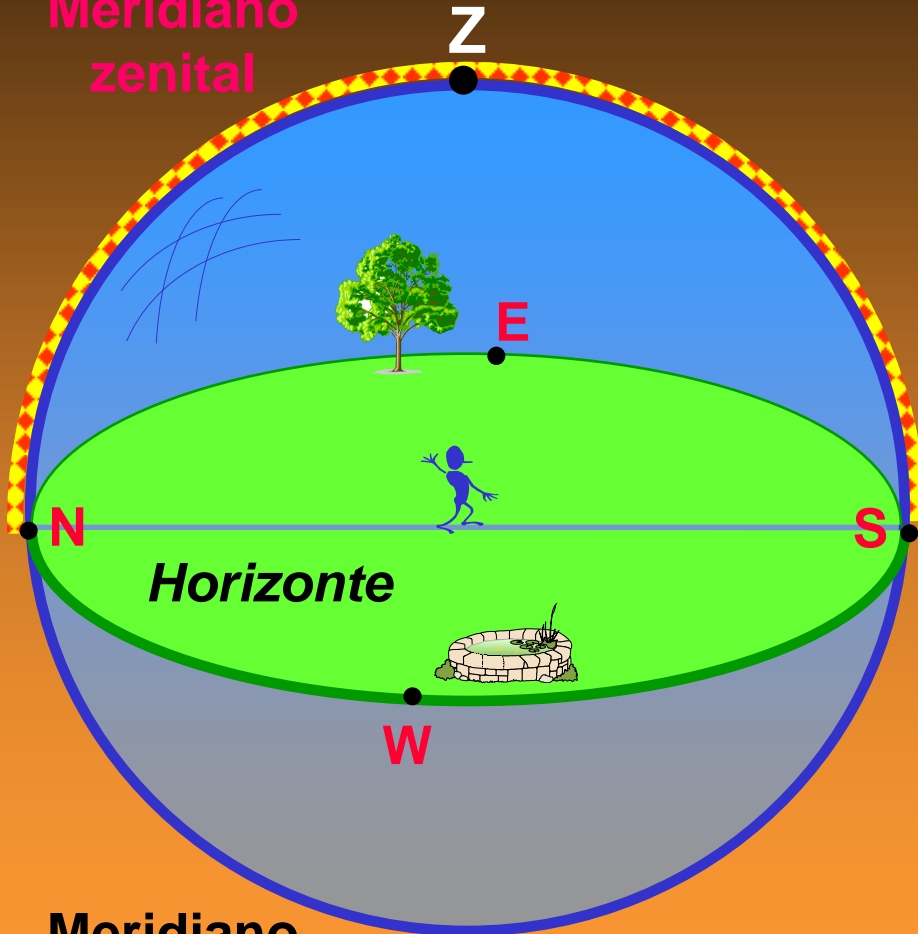


Coordenadas Horárias e Equatoriais



Tipos de Meridianos

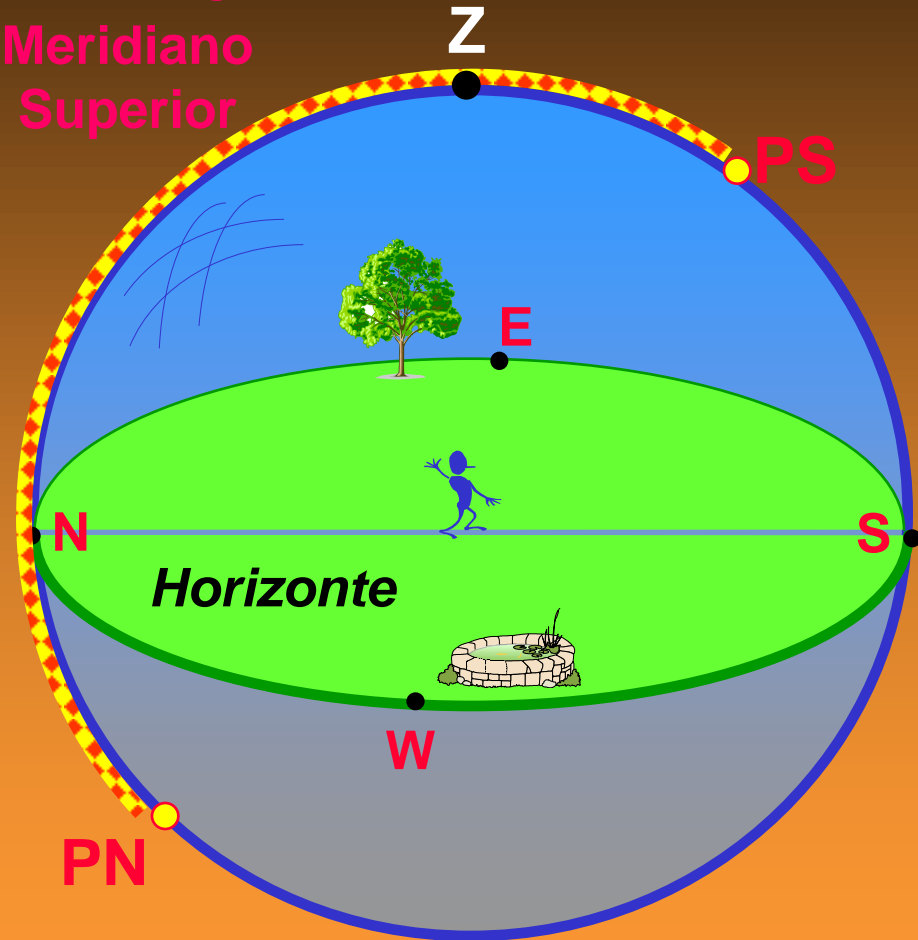
NZS
Meridiano
zenital



Meridiano
nadiral
NÑS

Ñ
Nadir

PN-Z-PS
Meridiano
Superior



Meridiano
Inferior
PN-Ñ-PS

Ñ
Nadir

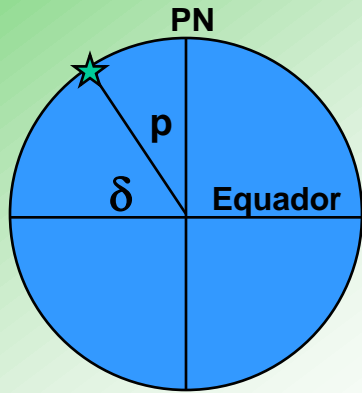
**Latitude local
e
Declinação da estrela
através de
passagens meridianas
(Método geométrico)**

Latitude e declinação no HN



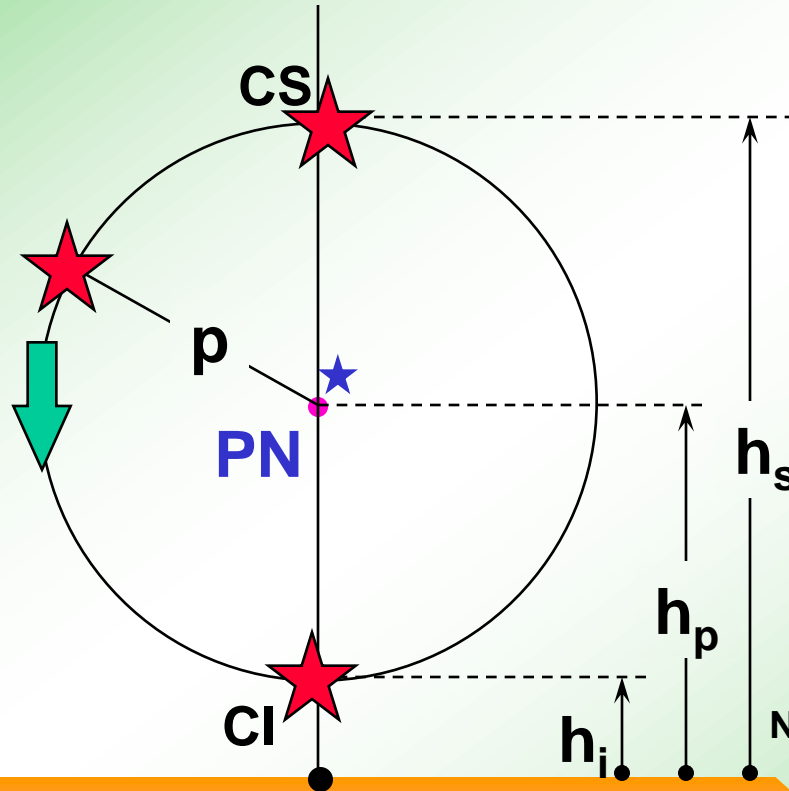
$$h_p = (h_s + h_i) / 2$$

Latitude $\varphi \equiv h_p$

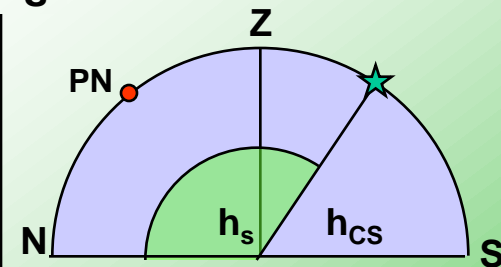


$$p = (h_s - h_i) / 2$$

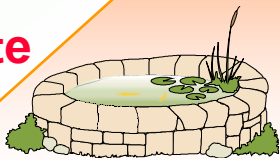
$$\delta = 90^\circ - p$$



Se a culminação superior se der ao **sul** do zênite:
 $h_s = 180^\circ - h_{CS}$



Oeste



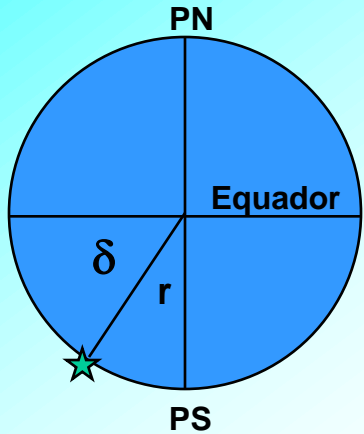
Leste

Latitude e declinação no HS



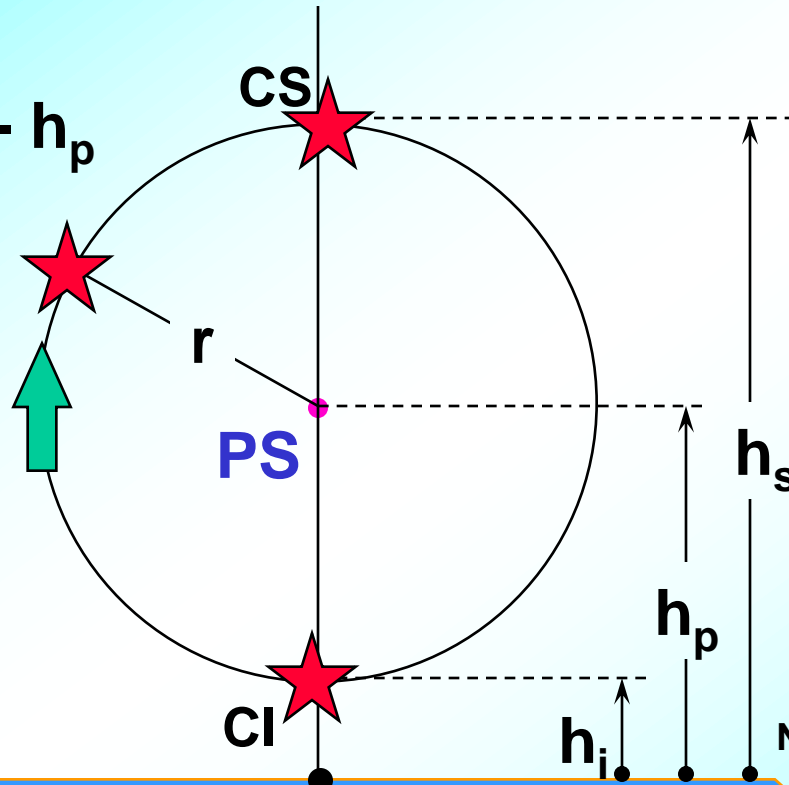
$$h_p = (h_s + h_i) / 2$$

$$\text{Latitude } \varphi = - h_p$$



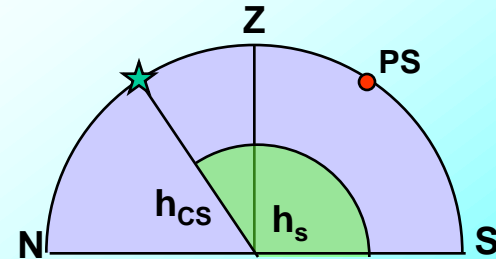
$$r = (h_s - h_i) / 2$$

$$\delta = - (90^\circ - r)$$

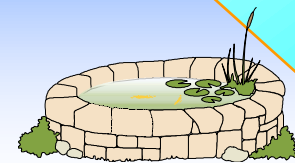


Se a culminação superior se der ao **norte** do zênite:

$$h_s = 180^\circ - h_{CS}$$



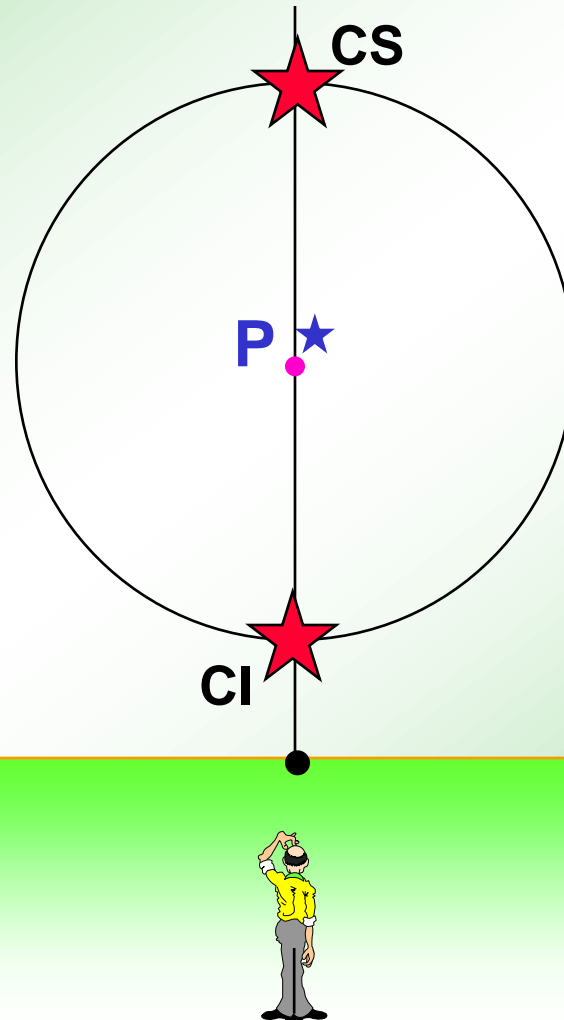
Leste



Oeste

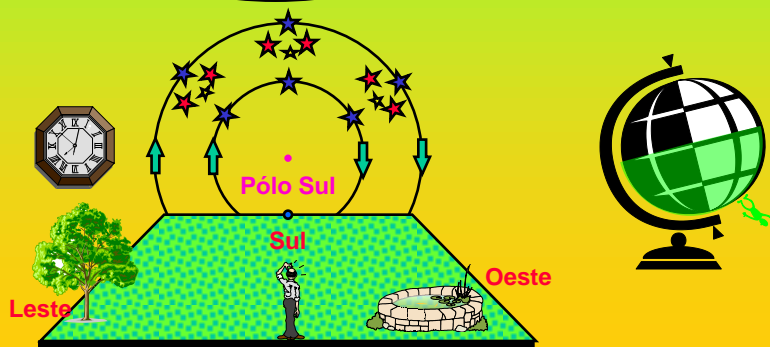
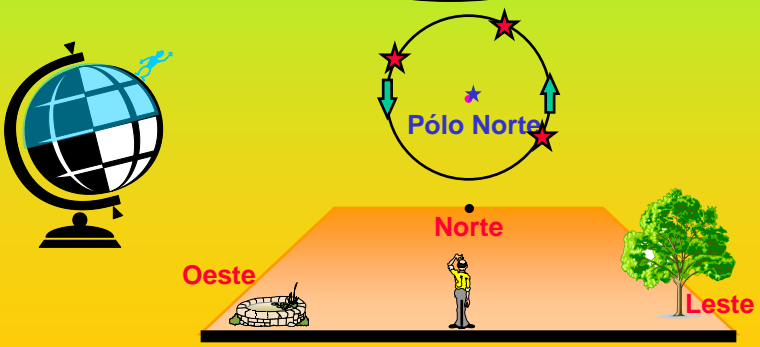
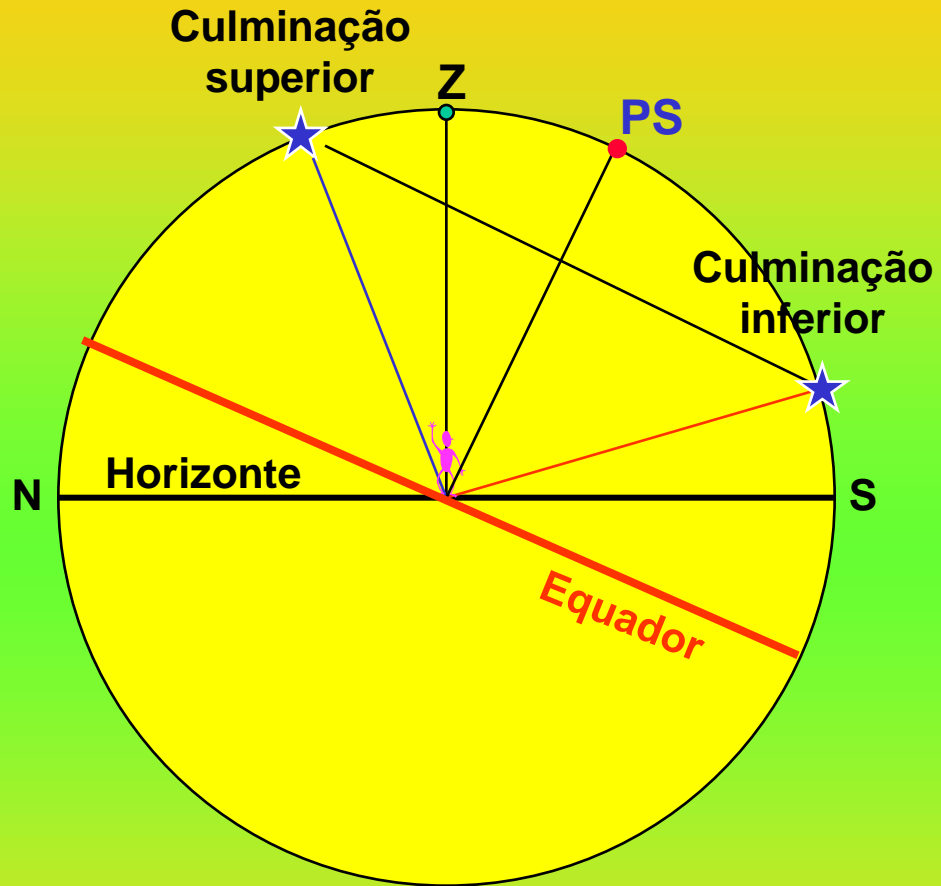
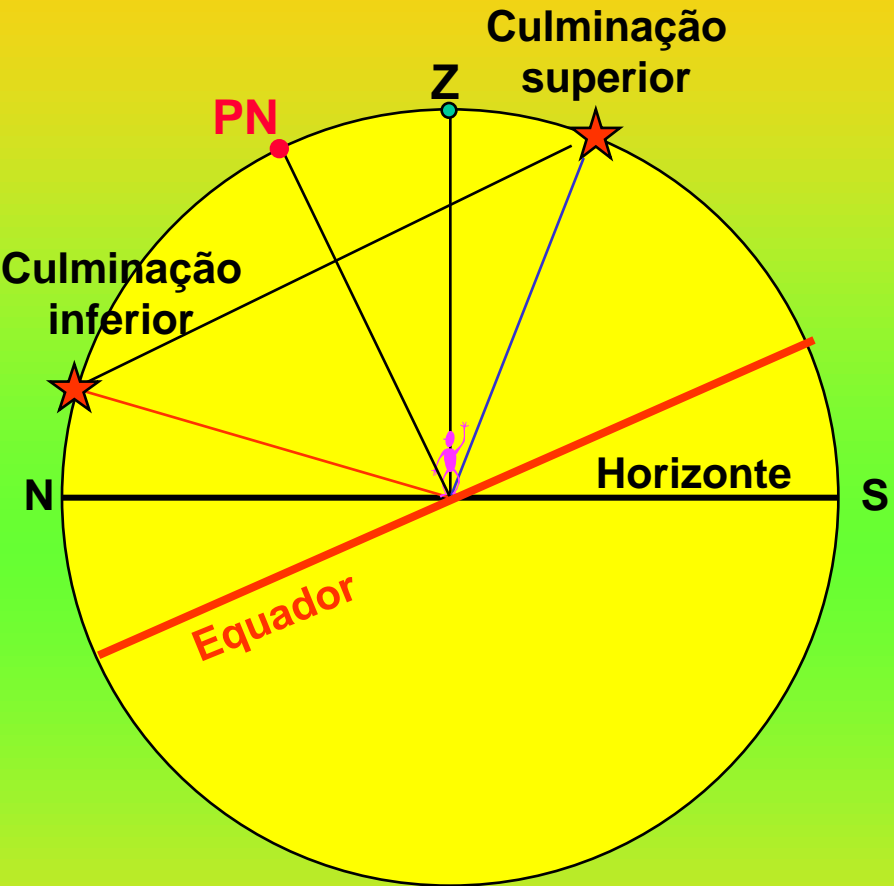
Restrições à determinação da Latitude e da Declinação através de passagens meridianas

No Verão, quando a noite é curta, o processo não funciona pois não se pode ver as 2 culminações meridianas num mesmo dia.

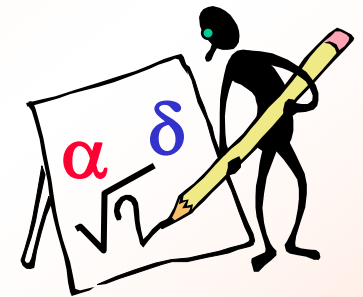
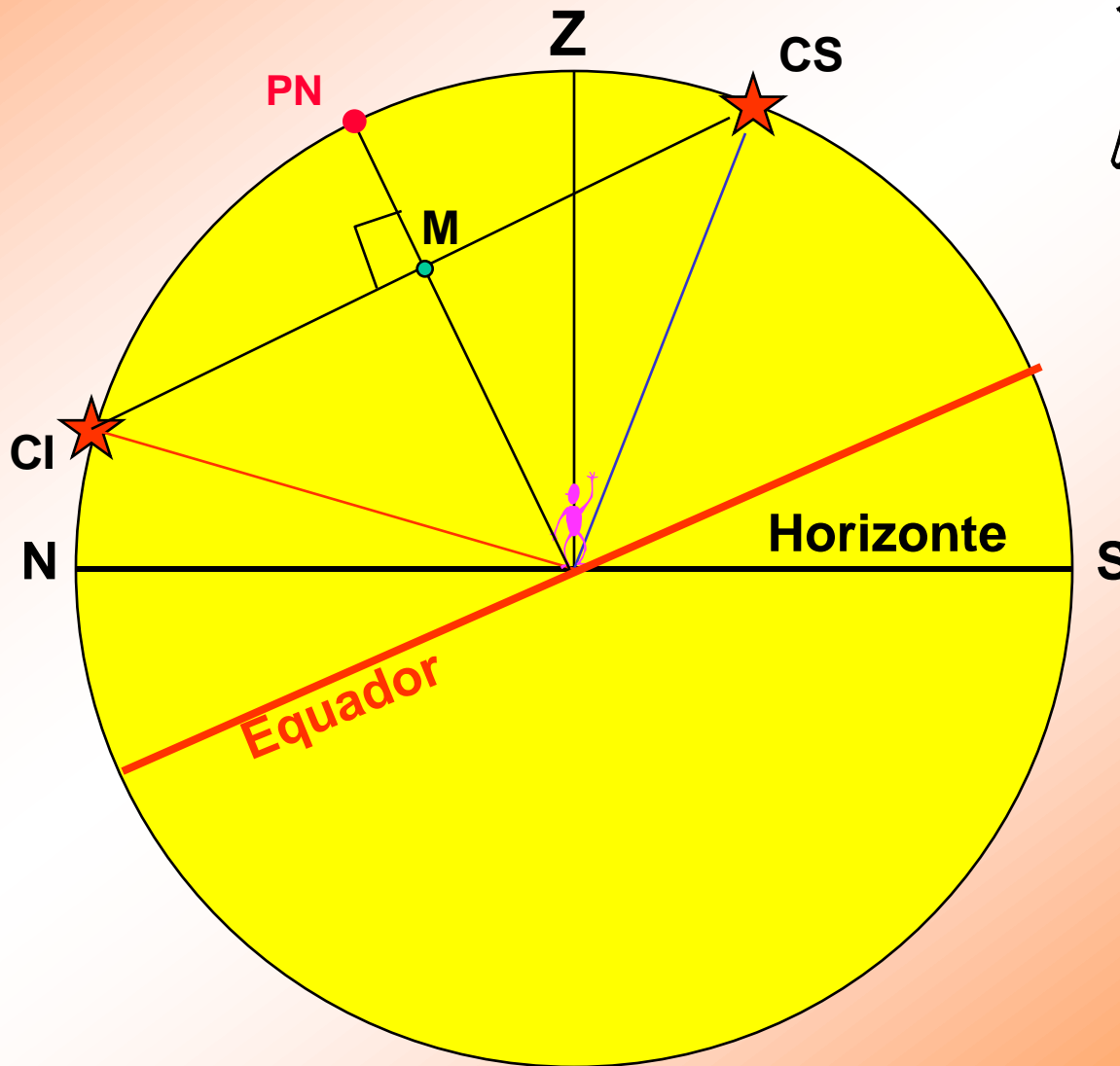


**Obtenção do polo
visível através de
culminações**

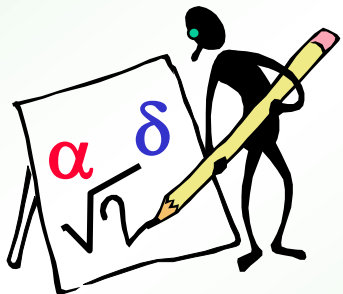
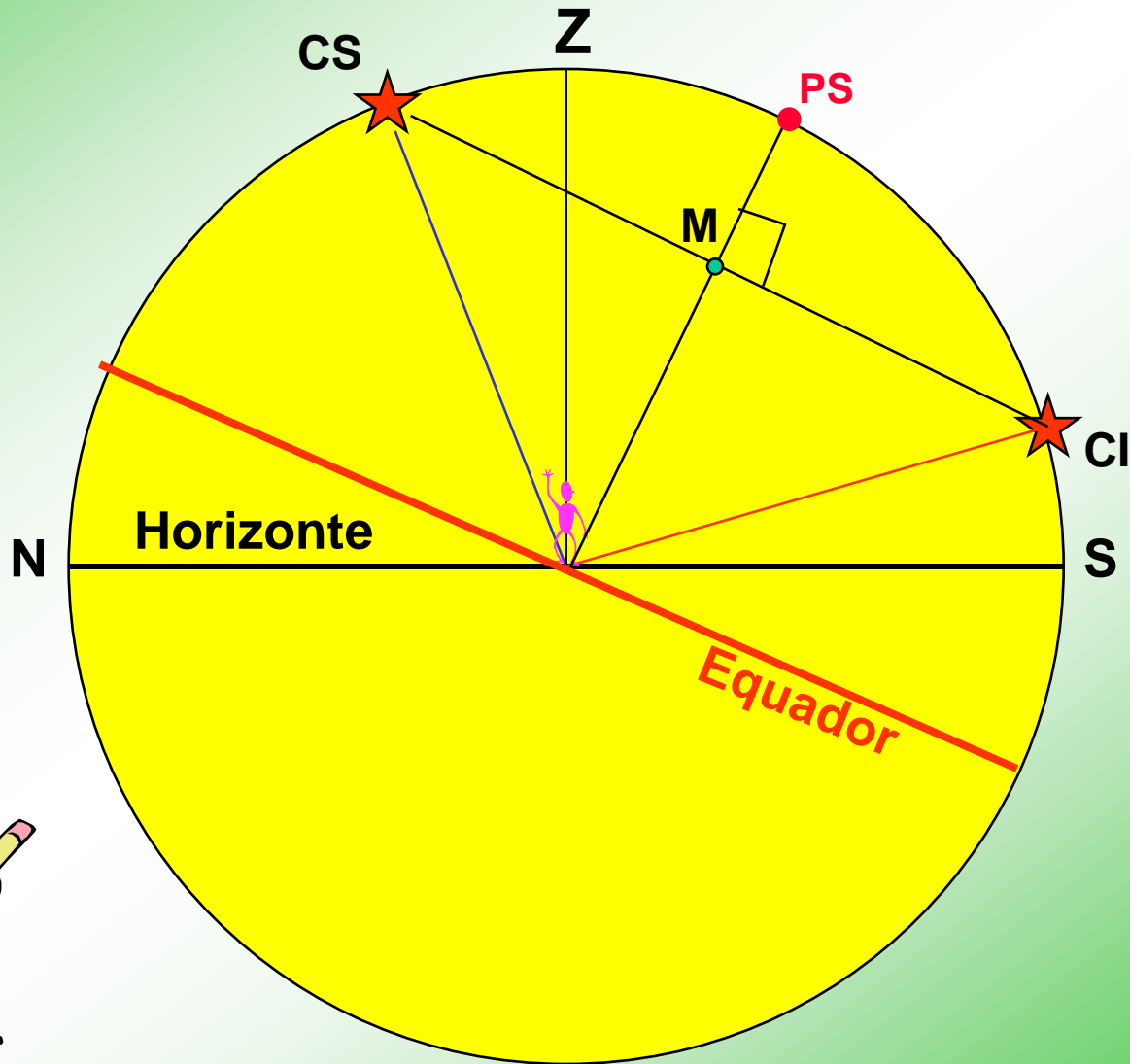
Polo visível



Obtenção do polo norte com Culminações



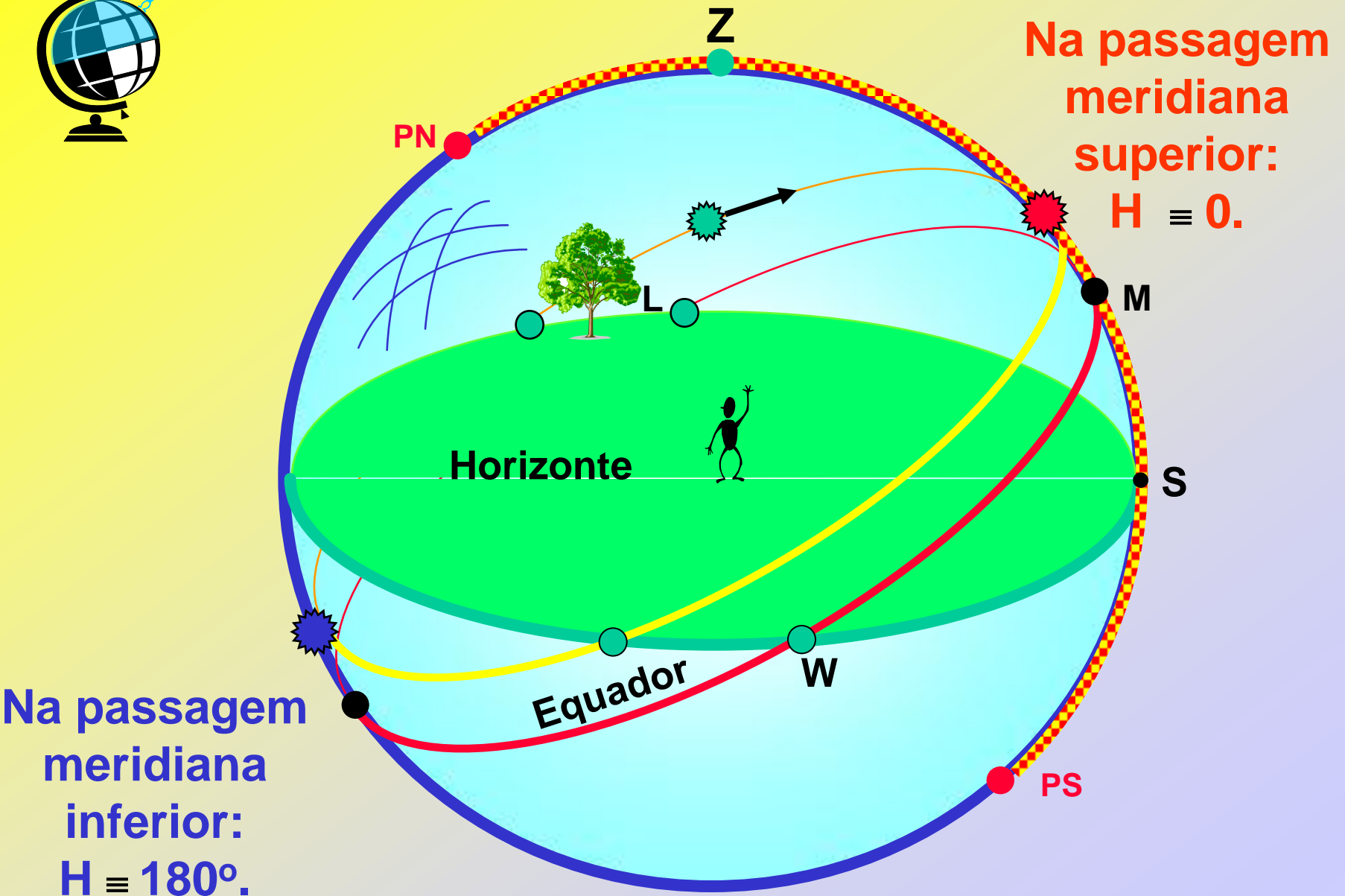
Obtenção do polo sul com Culminações



**Latitude local
e
Declinação da estrela
através de
passagens meridianas
(Método algébrico)**

**Culminações ou
passagens
meridianas**

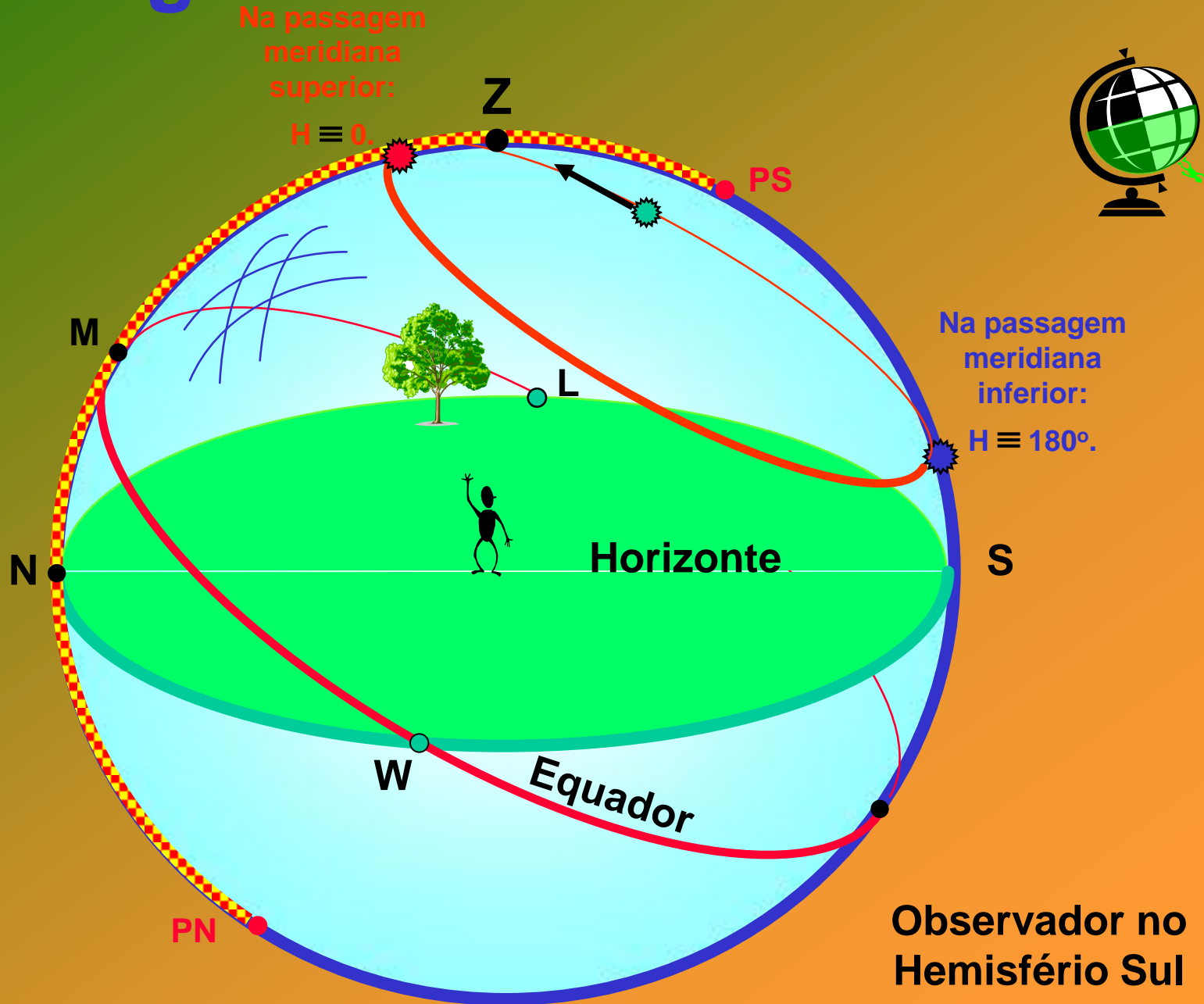
Culminação ou passagem meridiana



Na passagem meridiana superior:
 $H \equiv 0.$

Na passagem meridiana inferior:
 $H \equiv 180^\circ.$

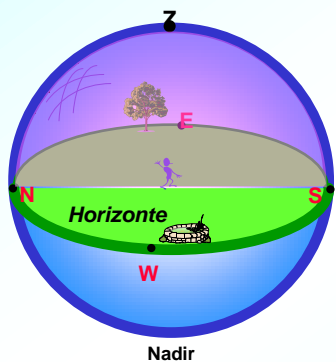
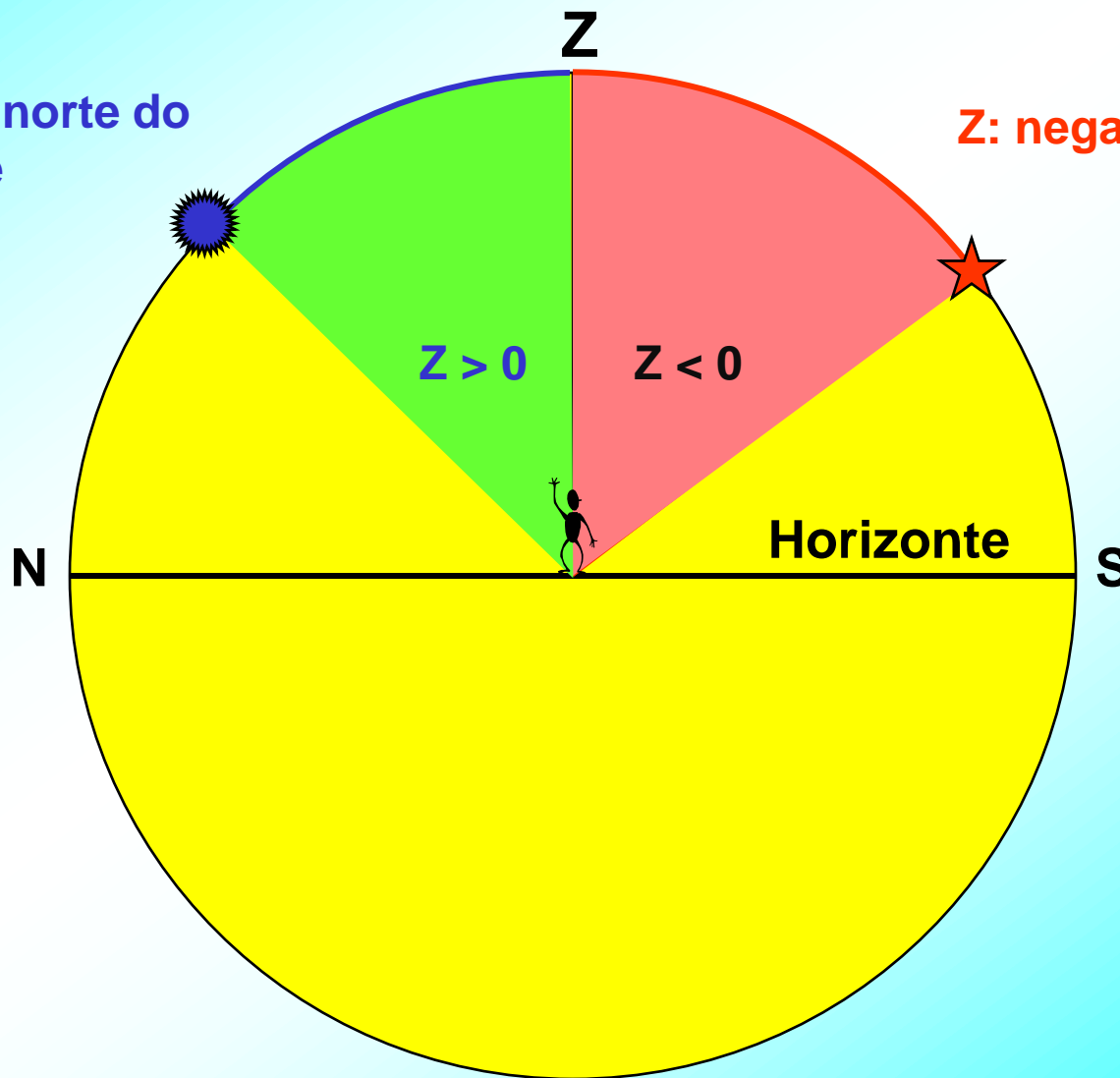
Passagens meridianas no HS



Convenção de sinais na passagem meridiana

Z: positivo ao norte do zênite

Z: negativo ao sul do zênite



Culminações no HN

Culminação inferior

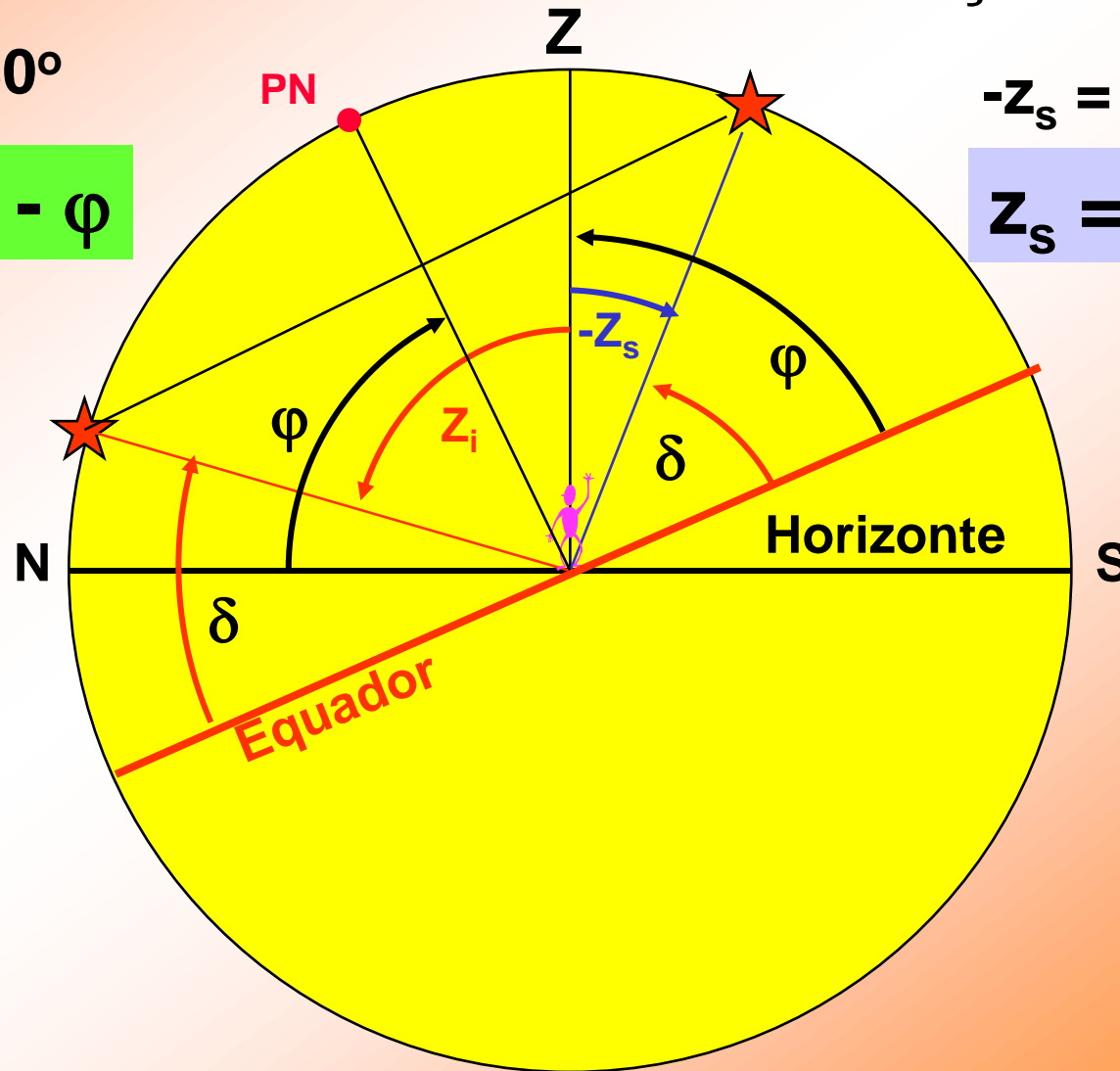
$$\varphi + z_i + \delta = 180^\circ$$

$$z_i = 180^\circ - \delta - \varphi$$

Culminação superior

$$-z_s = \varphi - \delta$$

$$z_s = \delta - \varphi$$



Latitude e declinação no HN

$$z_s = \delta - \varphi$$

$$z_i = 180^\circ - \delta - \varphi$$

Obtenção da latitude local

Somando membro a membro

$$z_i + z_s = 180^\circ - 2\varphi$$

$$\varphi = +90^\circ - (z_i + z_s) / 2$$

Obtenção da declinação do astro

Subtraindo membro a membro

$$z_i - z_s = 180^\circ - 2\delta$$

$$\delta = +90^\circ - (z_i - z_s) / 2$$



Culminações no HS

Culminação superior

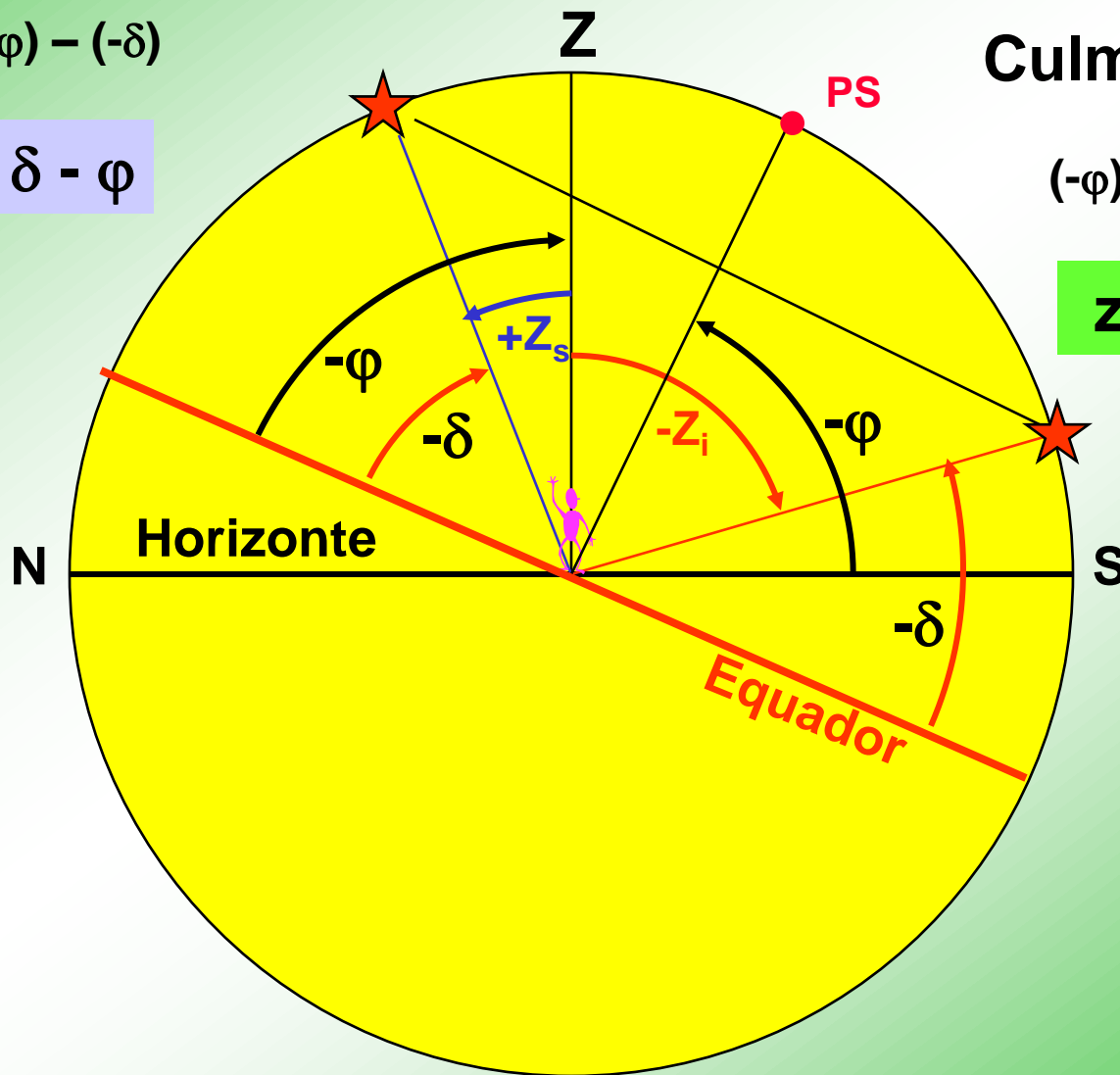
$$z_s = (-\varphi) - (-\delta)$$

$$z_s = \delta - \varphi$$

Culminação inferior

$$(-\varphi) + (-z_i) + (-\delta) = 180^\circ$$

$$z_i = -180^\circ - \delta - \varphi$$



Latitude e declinação no HS

$$z_s = \delta - \varphi$$

$$z_i = -180^\circ - \delta - \varphi$$

Obtenção da latitude local

Somando membro a membro

$$z_i + z_s = -180^\circ - 2\varphi$$

$$\varphi = -90^\circ - (z_i + z_s) / 2$$

Obtenção da declinação do astro

Subtraindo membro a membro

$$z_i - z_s = -180^\circ - 2\delta$$

$$\delta = -90^\circ - (z_i - z_s) / 2$$



Latitude e declinação



Hemisfério Norte

$$\varphi = +90^\circ - (z_i + z_s) / 2$$

$$\delta = +90^\circ - (z_i - z_s) / 2$$



Hemisfério Sul

$$\varphi = -90^\circ - (z_i + z_s) / 2$$

$$\delta = -90^\circ - (z_i - z_s) / 2$$

Fórmulas gerais

$$\varphi = \pm 90^\circ - (z_i + z_s) / 2$$

$$\delta = \pm 90^\circ - (z_i - z_s) / 2$$

+ : observador no HN
- : observador no HS

+ : astro no HN
- : astro no HS

Latitude e declinação

Exercício:

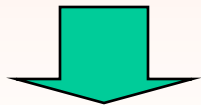
Um observador vê uma estrela X girando em torno de um ponto no sentido horário. Na culminação superior X está a 20° ao norte do zênite; na passagem inferior, X se encontra a 70° ao sul do zênite. Determine [a] o hemisfério do observador, [b] a latitude geográfica do local, [c] a declinação da estrela X.

$$z_s = +20^\circ$$

$$z_i = -70^\circ$$



Sentido horário



Hemisfério Sul

$$\varphi = \pm 90^\circ - (z_i + z_s) / 2$$

+ : observador no HN
- : observador no HS

$$\varphi = - 90^\circ - (z_i + z_s) / 2$$

$$\varphi = - 90^\circ - ([-70] + [+20]) / 2$$

$$\varphi = - 90^\circ - (- 50) / 2$$

$$\varphi = - 90^\circ + 25$$

$$\varphi = - 65^\circ$$

$$\delta = \pm 90^\circ - (z_i - z_s) / 2$$

+ : astro no HN
- : astro no HS

$$\delta = - 90^\circ - (z_i - z_s) / 2$$

$$\delta = - 90^\circ - ([-70] - [+20]) / 2$$

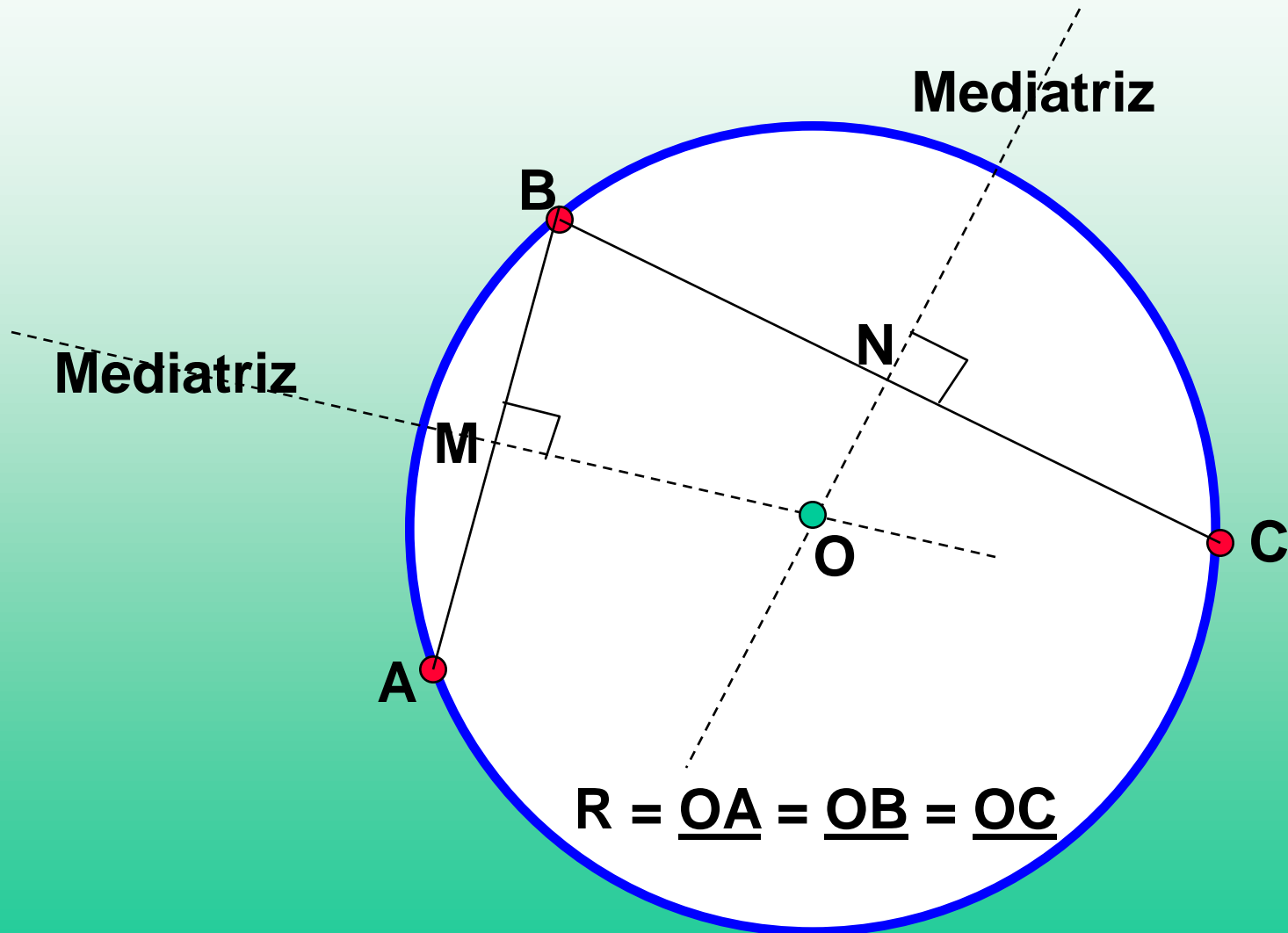
$$\delta = - 90^\circ - (- 90) / 2$$

$$\delta = - 90^\circ + 45$$

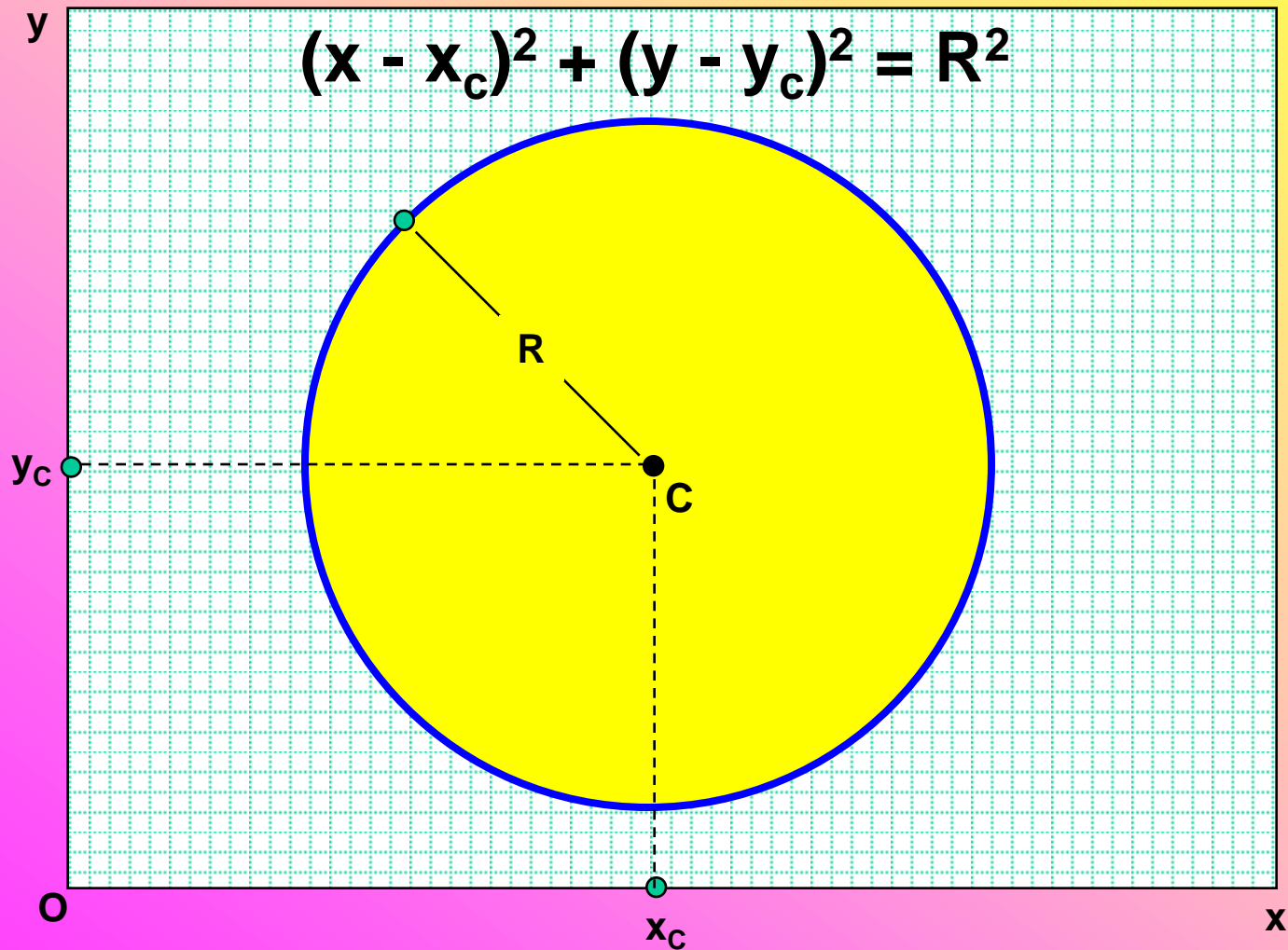
$$\delta = - 45^\circ$$

**Determinação do
centro e do raio de
uma
circunferência**

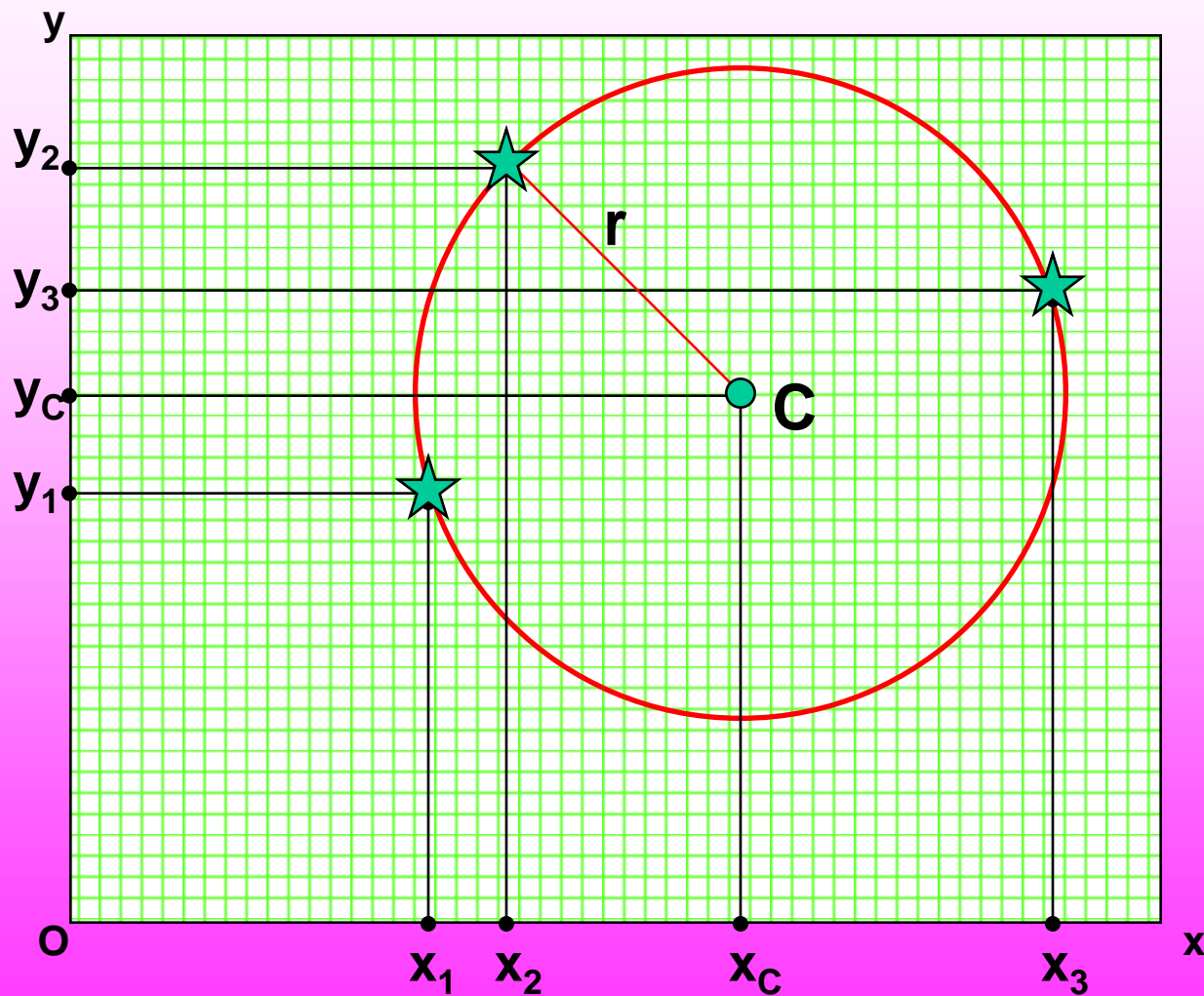
Determinação do centro **O** e do raio **R** de uma circunferência



Equação de uma circunferência de centro (x_c, y_c) e raio R



Circunferência dada por 3 pontos



Como obter o x_c e y_c do centro da circunferência

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = R^2$$

$$(x_1 - x_c)^2 + (y_1 - y_c)^2 = R^2$$

$$(x_2 - x_c)^2 + (y_2 - y_c)^2 = R^2$$

$$(x_3 - x_c)^2 + (y_3 - y_c)^2 = R^2$$

$$D \equiv (x_3 - x_2)(y_1 - y_2) - (x_1 - x_2)(y_3 - y_2)$$

Igualar:

$$(x_1 - x_c)^2 + (y_1 - y_c)^2 = (x_2 - x_c)^2 + (y_2 - y_c)^2$$



$$k \equiv (x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2) / 2$$

$$y_c = [k - (x_1 - x_2) x_c] / (y_1 - y_2)$$

$$x_c = [k - (y_1 - y_2) y_c] / (x_1 - x_2)$$

$$(x_3 - x_c)^2 + (y_3 - y_c)^2 = (x_2 - x_c)^2 + (y_2 - y_c)^2$$



$$q \equiv (x_3^2 - x_2^2 + y_3^2 - y_2^2) / 2$$

$$y_c = [q - (x_3 - x_2) x_c] / (y_3 - y_2)$$

$$x_c = [q - (y_3 - y_2) y_c] / (x_3 - x_2)$$

Igualar:

$$[k - (x_1 - x_2) x_c] / (y_1 - y_2) = [q - (x_3 - x_2) x_c] / (y_3 - y_2)$$

$$x_c = [q(y_1 - y_2) - k(y_3 - y_2)] / D$$

$$[k - (y_1 - y_2) y_c] / (x_1 - x_2) = [q - (y_3 - y_2) y_c] / (x_3 - x_2)$$

$$y_c = [k(x_3 - x_2) - q(x_1 - x_2)] / D$$

Obter o centro e o raio da circunferência

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = R^2$$

$$(x_1 - x_c)^2 + (y_1 - y_c)^2 = R^2$$

$$(x_2 - x_c)^2 + (y_2 - y_c)^2 = R^2$$

$$(x_3 - x_c)^2 + (y_3 - y_c)^2 = R^2$$

Sejam:

$$k = (x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2) / 2$$

$$q = (x_3^2 - x_2^2 + y_3^2 - y_2^2) / 2$$

$$D = (x_3 - x_2)(y_1 - y_2) - (x_1 - x_2)(y_3 - y_2)$$

$$x_c = [q (y_1 - y_2) - k (y_3 - y_2)] / D$$

$$y_c = [k (x_3 - x_2) - q (x_1 - x_2)] / D$$

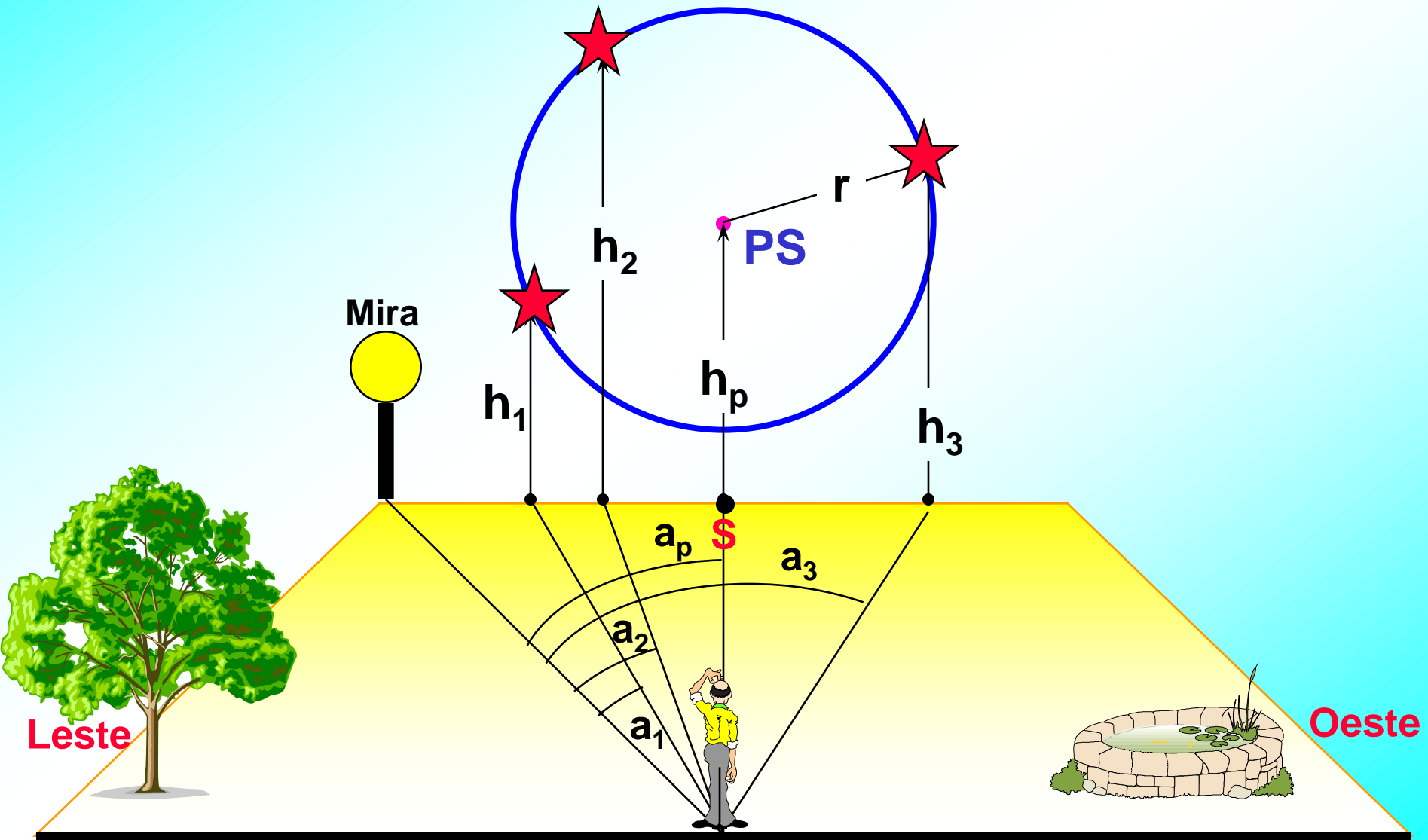
$$R^2 = (x_1 - x_c)^2 + (y_1 - y_c)^2$$

**Meridiano Local,
Latitude local**

e

**Declinação da estrela
através de 3 observações**

Meridiano, Latitude e Declinação no HS



Meridiano, Declinação e Latitude

Do céu
para o papel

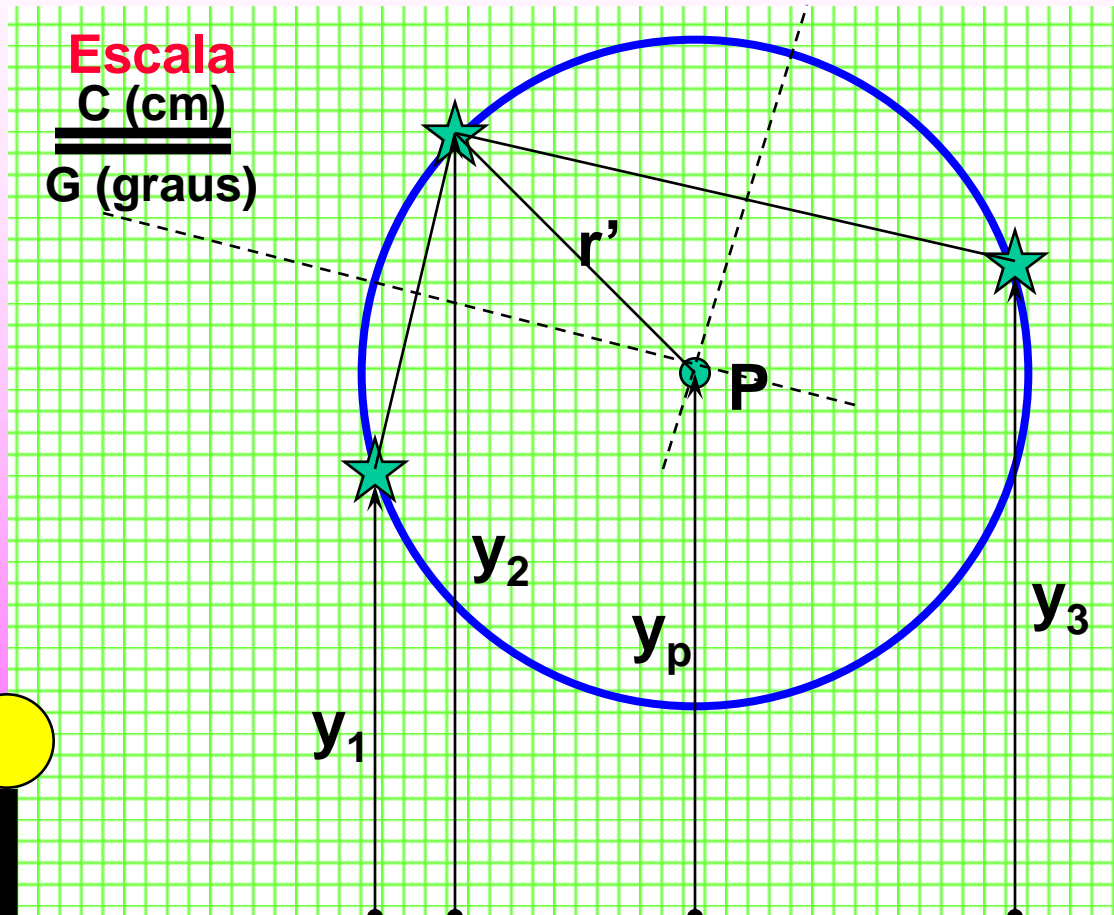
$$G \Rightarrow C$$

$$a_i \Rightarrow x_i$$

$$G \Rightarrow C$$

$$h_i \Rightarrow y_i$$

Escala
C (cm)
G (graus)



Do papel
para o céu

$$C \Rightarrow G$$

$$x_p \Rightarrow a_p$$

$$C \Rightarrow G$$

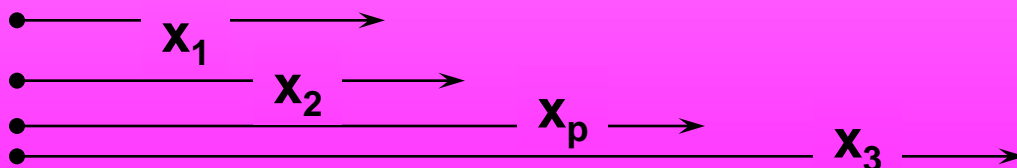
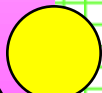
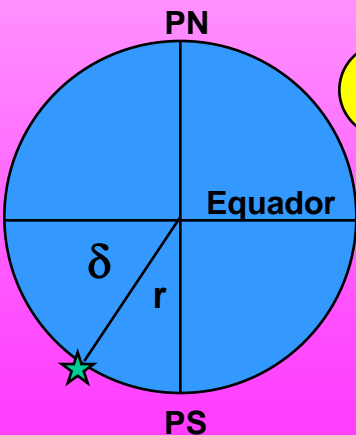
$$y_p \Rightarrow h_p$$

$$\varphi = -h_p$$

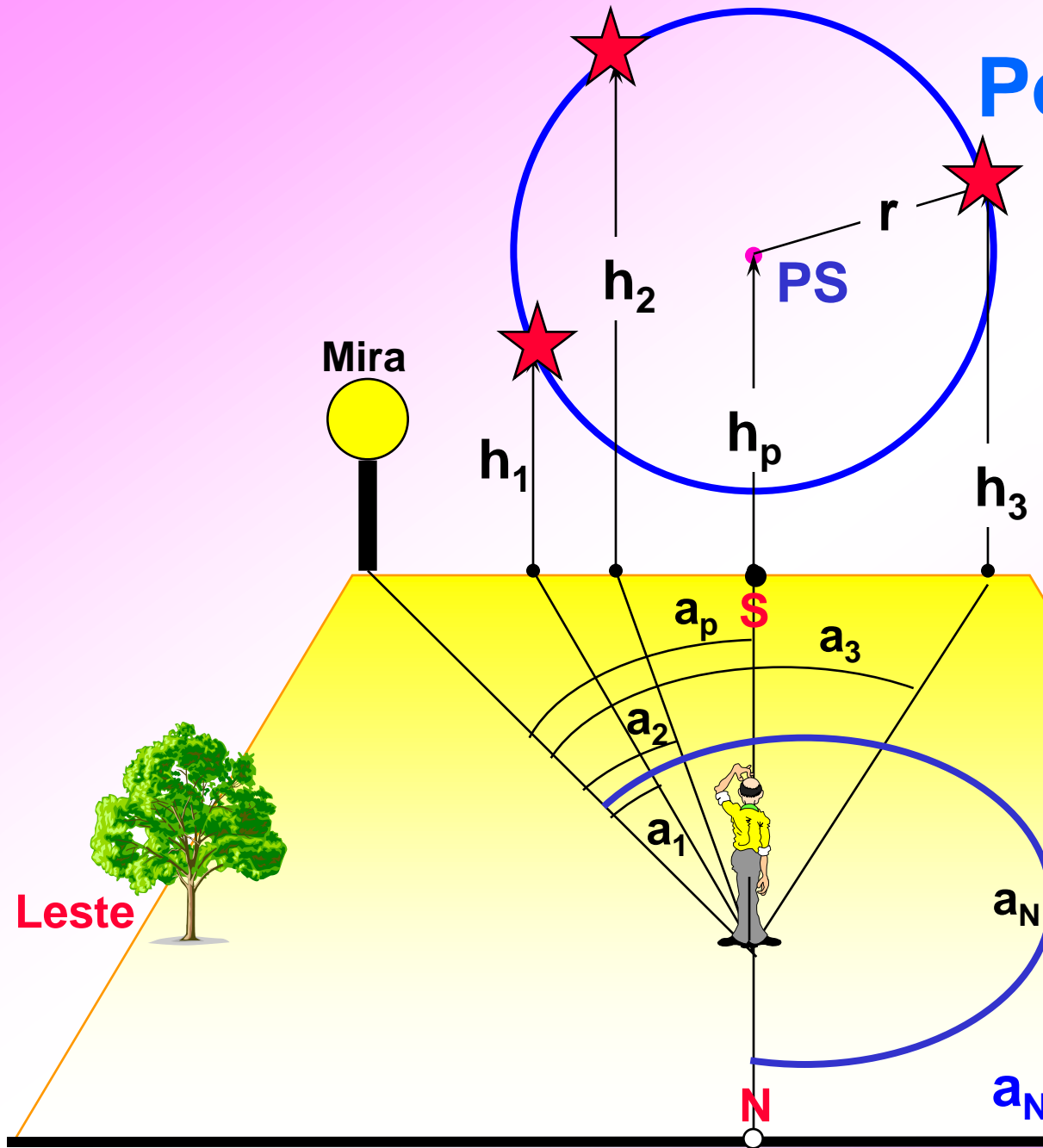
$$C \Rightarrow G$$

$$r' \Rightarrow r$$

$$\delta = -(90 - r)$$



Posição do Ponto Cardeal Norte

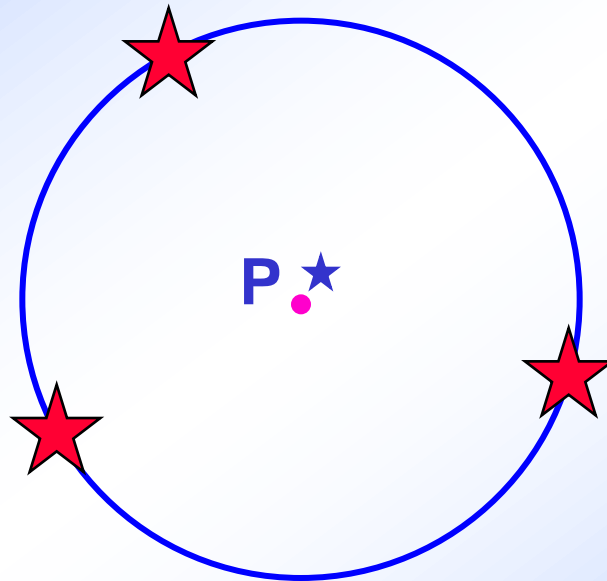


Hemisfério sul

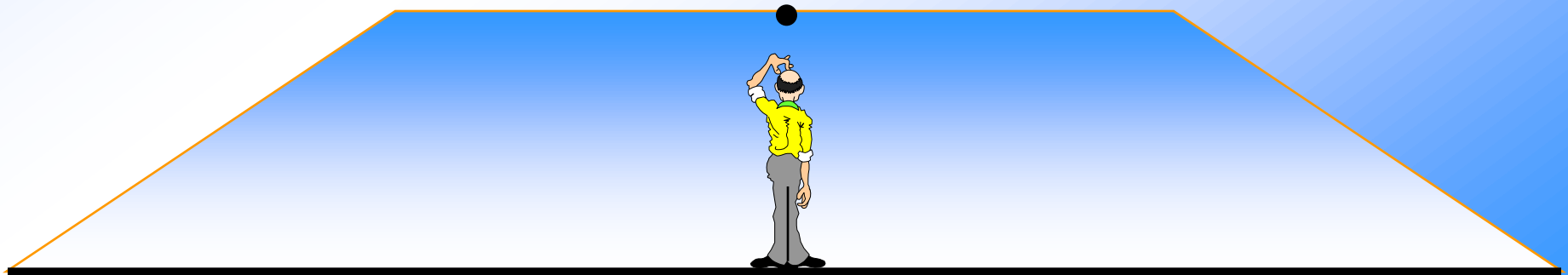
$$a_N = a_p + 180^\circ$$

Restrições à determinação da Latitude e da Declinação através de 3 medidas

A estrela não pode estar muito afastada do polo

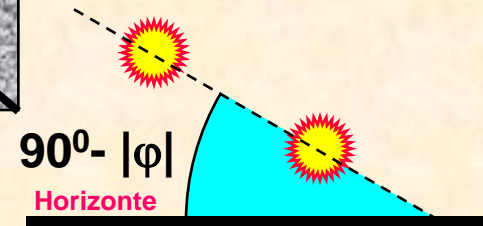
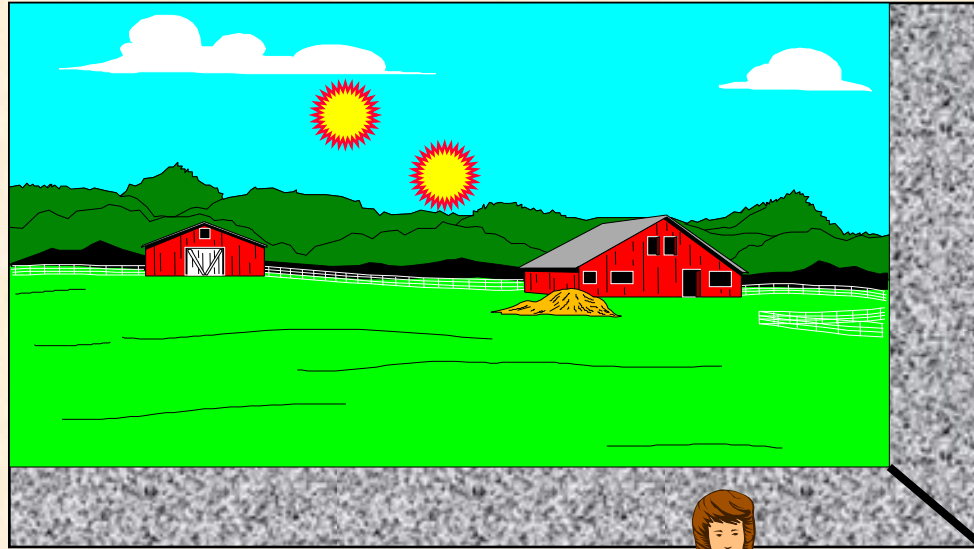


O local não pode estar muito afastado do equador



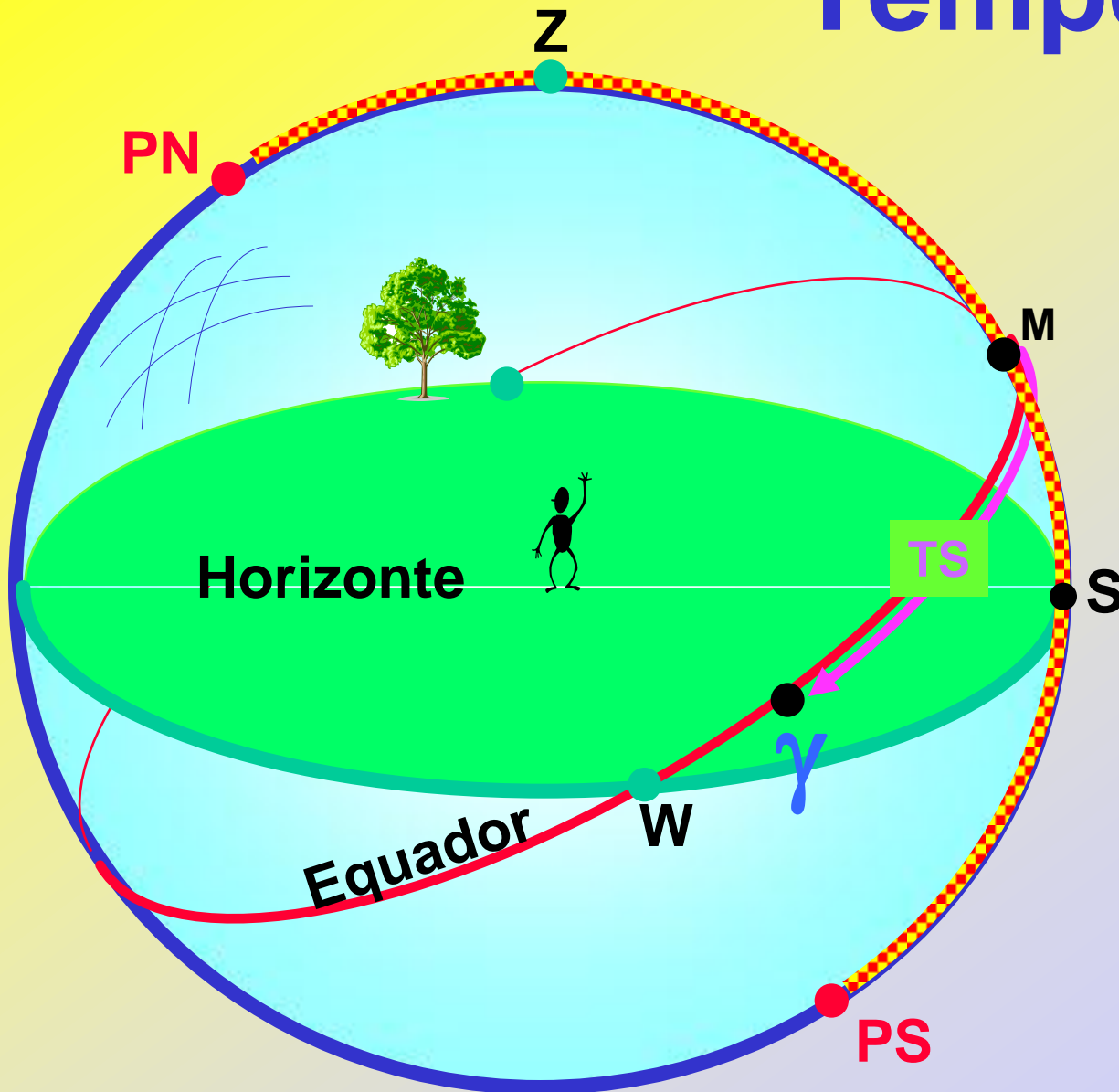
Outro método de determinação da latitude

Obtendo a latitude local observando perto do nascer ou do ocaso



Tempo sideral

Tempo sideral

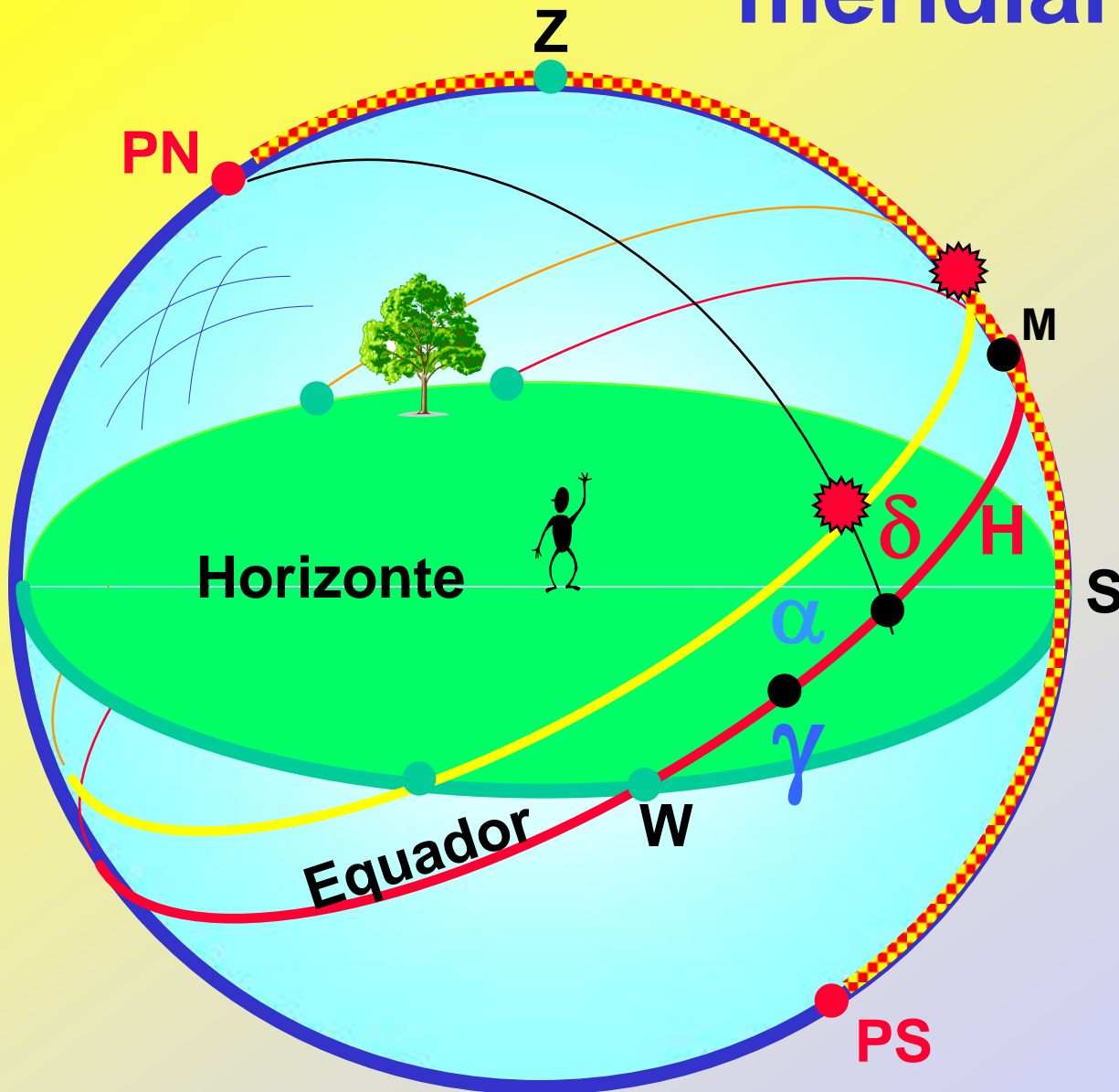


Tempo sideral é o
ângulo horário do
ponto γ

$$TS = H_{\gamma}$$

Determinação da Ascensão Reta

Ascensão reta com passagem meridiana



$$TS = H_{\gamma}$$

$$TS = \alpha + H$$

Na passagem
meridiana
superior:
 $H = 0.$

Logo:

$$\alpha = TS_{PMS}$$

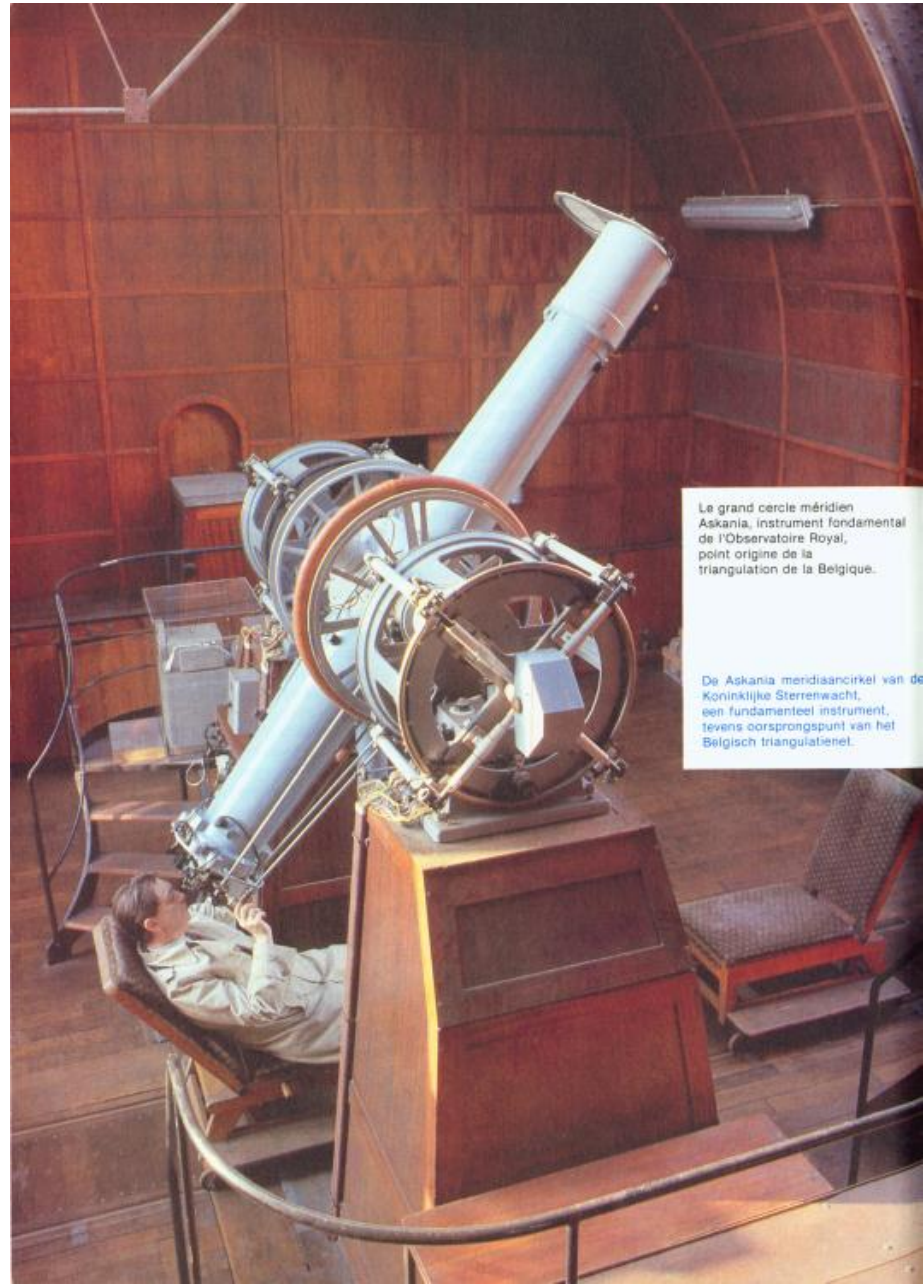
Círculo Meridiano



Prof. Rama



**Círculo meridiano
de Valinhos**



Le grand cercle méridien
Askania, instrument fondamental
de l'Observatoire Royal,
point origine de la
triangulation de la Belgique.

De Askania meridiaancirkel van de
Koninklijke Sterrenwacht,
een fundamenteel instrument,
tevens oorsprongpunt van het
Belgisch triangulatiernet.

Film