Astronomia Extragaláctica
e
Cosmologia

Notas de Aula

03/02/2025

Gastão Bierrenbach Lima Neto

Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas (IAG)
Universidade de São Paulo (USP)

www.astro.iag.usp.br/~gastao

Aviso: Na versão PDF, as referências às figuras, equações e bibliografia contêm "*hyperlinks*" navegáveis com a utilização de AcrobatReader 5 ou superior. Links vermelhos são do próprio documento, links azuis são externos e necessitam de um navegador WEB (Firefox, Safari, Chrome, etc...) e, obviamente, conexão com a Internet.

A "*homepage*" destas Notas é: http://www.astro.iag.usp.br/~gastao.

Ficha catalográfica

Lima Neto, G. B.
Astronomia Extragaláctica e Cosmologia: Notas de Aula / Gastão Bierrenbach Lima Neto – São Paulo: IAG/USP, 2022
298 p.; 21 × 29,7 cm.
Acesso em:
http://www.astro.iag.usp.br/~gastao/Extragal.html

1. Astrofísica - Cosmologia, Extragaláctica I. Título

Conteúdo

1 Breve Introdução Histórica **1**

2 Introdução à cosmologia **17**
2.1 Princípios básicos . . . 17
2.2 Princípio antrópico . . . 18
2.3 Expansão do Universo e a lei de Hubble–Lemaître . . . 18
2.3.1 Paradoxo de Olbers . . . 19
2.4 História térmica do Universo primordial . . . 20
2.4.1 Partículas relativísticas no Universo primordial . . . 21
2.5 Radiação cosmológica de fundo em micro-ondas (RCF ou CMB) . . . 22
2.5.1 Dipolo cinemático e anisotropias da RCF (CMB) . . . 23
2.5.2 Equipartição . . . 25
2.5.3 Recombinação . . . 28
2.5.4 Temperatura da matéria bariônica intergaláctica . . . 29
2.5.5 Entropia da CMB . . . 30
2.6 Radiação de fundo não cosmológica . . . 30
2.7 Descrição geométrica do Universo . . . 31
2.7.1 Tensor métrico: isotropia e homogeneidade . . . 31
2.7.2 Métrica de Robertson-Walker, curvatura e fator de escala . . . 32
2.7.3 Redshift . . . 34
2.7.4 Distâncias . . . 35
2.7.5 Correção K . . . 37
2.7.6 Contagem de objetos extragalácticos . . . 39
2.8 Modelos de Friedmann–Lemaître . . . 41
2.9 Parâmetros cosmológicos H_0, Ω_M, Ω_Λ . . . 46
2.9.1 Idade do Universo . . . 46
2.9.2 Velocidade de recessão e *redshift* . . . 50
2.9.3 Horizonte . . . 51
2.10 Determinação observacional dos parâmetros cosmológicos . . . 51
2.11 Inflação . . . 54
2.12 Bariogênese . . . 57
2.13 Nucleossíntese primordial . . . 58
2.13.1 Balanço de bárions . . . 62
2.14 Anisotropias da CMB . . . 64
2.14.1 Efeito Sachs-Wolfe Integrado . . . 68
2.14.2 Polarização da CMB . . . 69
2.15 Antes do Big Bang . . . 71

3 Formação de estruturas **73**
3.1 Instabilidade de Jeans . . . 73
3.1.1 Crescimento de perturbações . . . 73
3.1.2 Crescimento de perturbações: Universo em expansão . . . 75
3.1.3 Crescimento de perturbações maiores que o horizonte. . . . 77
3.1.4 Evolução das massas de Jeans e Silk . . . 78
3.1.5 Velocidades peculiares . . . 80
3.2 Flutuações primordiais . . . 81
3.2.1 Matéria escura: quente e fria . . . 81
3.2.2 Origem das flutuações primordiais . . . 82
3.3 Tipos de Flutuações . . . 84
3.4 Espectro de potência de flutuações . . . 85
3.4.1 Evolução do espectro de potência $P(k)$ . . . 86
3.4.2 Normalização do espectro de potência . . . 87
3.4.3 Modelo de "panqueca" de Zel'dovich (Зельдо́вич) . . . 88
3.4.4 Modelo hierárquico . . . 90
3.5 Halos de matéria escura . . . 91
3.6 Matéria escura fria na vizinhança solar . . . 95

3.7 Oscilações acústicas de bárions (BAO) . . . 96
3.8 Simulações numéricas . . . 97

4 Cosmografia, "surveys" e distribuição de galáxias 100
4.1 Distribuição de galáxias . . . 100
4.2 Super-aglomerado de galáxias . . . 102
4.3 *Surveys* 3D – *redshift* como distância . . . 103
4.3.1 Vazios cósmicos (*voids*) . . . 105
4.4 Função de correlação . . . 106
4.4.1 Função de correlação e espectro de potência . . . 110
4.4.2 Função de correlação em duas dimensões. . . . 111
4.4.3 Teste de Alcock–Paczynski . . . 111
4.5 Determinação de distâncias sem *redshift* . . . 112
4.5.1 Método de Öpik (1922) . . . 113
4.6 Campo de velocidades peculiares – Distribuição de massa no Universo próximo . . . 113
4.7 Viés de Malmquist, Eddington e efeitos de seleção . . . 116

5 Aglomerados de galáxias 118
5.1 Histórico . . . 118
5.2 Formação de aglomerados ricos (cenário hierárquico) . . . 118
5.3 Catálogos . . . 119
5.4 Classificação . . . 121
5.5 Composição (matéria escura + galáxias + plasma) . . . 122
5.6 Distribuição espacial das galáxias e sub-estruturas . . . 123
5.7 Gás intra-aglomerado . . . 125
5.7.1 Observação em raios-X . . . 125
5.7.2 Observação em rádio: efeito Sunyaev–Zel'dovich (Сюняев–Зельдо́вич) . . . 130
5.8 Determinação de massa . . . 133
5.8.1 Galáxias e a "massa faltante" . . . 133
5.8.2 Medida de *redshift* e velocidades . . . 133
5.8.3 Dinâmica – Teorema do Virial . . . 133
5.8.4 Dinâmica – Cáustica . . . 135
5.8.5 Equilíbrio hidrodinâmico: gás emissor de raios-X . . . 135
5.8.6 Lentes gravitacionais . . . 137
5.8.7 Comparação entre os indicadores de massa de aglomerados . . . 146
5.9 Cooling-flow/cool-core . . . 146
5.10 Fração de bárions em aglomerados e a densidade do Universo . . . 151
5.11 Efeitos do Aglomerado nas galáxias e vice-versa . . . 152
5.11.1 Galáxias cD . . . 152
5.11.2 Luminosidade difusa intra-aglomerado . . . 153
5.11.3 Segregação morfológica . . . 154
5.11.4 Sequência vermelha e efeito Butcher–Oemler . . . 155
5.11.5 Perda de gás por pressão de arraste . . . 158
5.11.6 Assédio (*Harassment*) galáctico . . . 159
5.11.7 Decréscimo da taxa de formação estelar . . . 160
5.11.8 Curva de rotação de espirais em aglomerados . . . 160
5.11.9 Metalicidade do gás intra-aglomerado . . . 161
5.12 Emissão rádio extensa e campo magnético . . . 163
5.13 Relações de escala (L_X, T_X, σ, Y_X) . . . 163
5.14 Colisão de aglomerados . . . 167

6 Aglomerados pobres e grupos de galáxias 170
6.1 Grupos compactos de galáxias . . . 170
6.1.1 Catálogos . . . 171
6.1.2 Objetos reais ou efeitos de projeção? . . . 172
6.1.3 Emissão em raios-X . . . 173
6.1.4 Interação entre galáxias . . . 173
6.1.5 Instabilidade em relação à fusão . . . 174

6.2 Grupos Fósseis . . . 174

7 Grupo Local **176**
7.1 Massa e raio do Grupo Local . . . 176
7.2 Membros e vizinhos do Grupo Local . . . 177
7.3 Galáxias dominantes . . . 179
7.4 Galáxias anãs . . . 180
7.5 Galáxias ausentes . . . 181
7.6 Distribuição e dinâmica . . . 182
7.7 Magellanic Stream (Corrente de Magalhães) . . . 184
7.8 Distribuição planar das galáxias satélites . . . 185
7.9 Movimento em direção a Virgo . . . 185

8 Formação de galáxias no modelo hierárquico **187**
8.1 Modelo *Top-Hat* . . . 187
8.2 Virialização . . . 188
8.3 Resfriamento do gás . . . 191
8.4 Função de Press-Schechter – função de massa . . . 194
8.5 Momento angular de galáxias . . . 196
8.6 Colapso monolítico X modelo hierárquico . . . 199

9 Função de luminosidade **202**
9.1 Definição da Função de Luminosidade . . . 202
9.2 Determinação da FL . . . 202
9.2.1 Métodos não paramétricos . . . 202
9.2.2 Descrições paramétricas da função de luminosidade . . . 203
9.2.3 Estimativas da função de luminosidade . . . 204
9.3 Origem da função de luminosidade . . . 208

10 Evolução de galáxias **211**
10.1 Evolução dinâmica . . . 211
10.1.1 Relaxação de 2-corpos . . . 211
10.1.2 Relaxação violenta . . . 212
10.1.3 Fricção dinâmica . . . 213
10.1.4 Efeito de maré . . . 215
10.1.5 Fusões de galáxias (“*mergers*”) . . . 217
10.2 Síntese evolutiva da população estelar . . . 217
10.2.1 Classificação de populações estelares . . . 217
10.2.2 Evolução da população estelar . . . 218
10.2.3 Função de Massa Inicial (IMF) . . . 218
10.2.4 Taxa de Formação Estelar (SFR) . . . 221
10.2.5 Evolução química . . . 223
10.2.6 Idade X Metalicidade . . . 225
10.3 Observações a alto redshift . . . 225
10.3.1 *Redshift* fotométrico . . . 225
10.3.2 Galáxias em alto *redshift* . . . 227
10.4 Poeira . . . 227

11 Núcleos ativos **232**
11.1 Seyfert . . . 232
11.2 LINERs . . . 233
11.2.1 Objetos de transição . . . 234
11.3 BL Lac – Blazar . . . 234
11.4 Markarian . . . 234
11.5 Radiação síncrotron . . . 235
11.6 Rádio galáxias . . . 237
11.6.1 Morfologia da emissão . . . 238
11.6.2 Jato superluminal . . . 238

11.7 Quasares, QSOs . . . 240
11.7.1 Evolução de QSOs . . . 242
11.8 Floresta Lyα . . . 242
11.8.1 Sistemas Lyman-α saturados (DLA) . . . 244
11.9 Variação Temporal . . . 245
11.10Modelo unificado e "zoologia" de núcleos ativos . . . 245
11.10.1"Motor central" . . . 249
11.10.2O motor central pára – BN supermaciços em galáxias "normais" . . . 251

12 Reionização do Universo **254**
12.1 Fim da "Idade das Trevas" . . . 254
12.2 Esfera de Strömgren . . . 256

13 Galáxias com surto de formação estelar: "*Starburst*" **257**

14 Galáxias normais **261**
14.1 Classificação morfológica . . . 261
14.1.1 Classificação de Hubble . . . 261
14.1.2 Classificação de de Vaucouleurs e outros . . . 263
14.2 Tipos morfológicos: características . . . 264
14.2.1 Galáxias anãs e de baixo brilho superficial . . . 267
14.2.2 Morfologia: dependência com a banda de observação . . . 269
14.3 Classificação espectral . . . 269
14.4 Perfil radial de densidade e brilho superficial . . . 273
14.4.1 Galáxias elípticas e esferoidais . . . 273
14.5 Bimodalidade das galáxias . . . 275

A Supernovas **277**
A.1 Classificação . . . 277
A.1.1 Taxas . . . 278
A.2 Hipernovas . . . 279
A.3 Kilonovas . . . 279

B Partículas elementares e forças **279**

C Transparência da atmosfera **280**

D Constantes úteis para luminosidade e magnitude **281**

Referências **286**
Sites na internet . . . 286
Livros básicos . . . 286
Outros livros citados . . . 286
Artigos de Revisão . . . 287
Artigos . . . 287

1 Breve Introdução Histórica

A astrofísica extragaláctica surgiu essencialmente no século XX. Somente nos anos 1920 as galáxias foram definitivamente reconhecidas como objetos além da Via Láctea. As tabelas abaixo nos dão uma visão cronológica do desenvolvimento tanto da astrofísica extragaláctica como da cosmologia.

As primeiras teorias científicas do Cosmo surgem na Grécia antiga por volta de 700 A.C.na chamada *Escola Jônica* (atual Turquia) com Tales, Anaximandro, Anaxímenes e Leucipo de Mileto. Nesta época tenta-se, sobretudo com argumentos geométricos, a determinação da escala do Universo (indicadores de distância), a posição relativa dos astros (distribuição de matéria em grande escala) e a composição do universo (teoria atomista, quatro elementos básicos e quintessência).

Nos séculos seguintes, Eratóstenes estima a circunferência da Terra, Aristóteles propõe um Universo geocêntrico, Aristarco sugere que o Sol esteja no centro do Universo e estima sua distância à Terra, Hiparco mede a distância da Lua à Terra. Por volta de 140 D.C. Cláudio Ptolomeu estima o tamanho do Universo, isto é, a distância da Terra à esfera de estrelas fixas, supondo que os epiciclos de sua teoria não se cruzem. Seu resultado para o raio do Universo é cerca de 20.000 vezes o raio da Terra, ou ~ 130 milhões de km (i.e., menor que a unidade astronômica). O universo descrito por Ptolomeu no seu livro Almagesto se torna o "modelo padrão" pelos próximos 14 séculos.

Tabela 1: Linha do tempo da astrofísica extragaláctica e cosmologia observacional da pré-história até os dias de hoje.

pré-história	Provável observação à olho nu da galáxia de Andrômeda (hemisfério Norte) e Nuvens de Magalhães (hemisfério Sul). Em Tupi-Guarani, a Grande e Pequena Nuvem são chamadas *Tapi'i Huguá* (bebedouro da anta) e *Coxi Huguá* (bebedouro do porco-do-mato), respectivamente.
~ 4000 A.C.	Acredita-se que Universo foi criado em alguns dias por alguma divindade.
~ 560 A.C.	Primeiras teorias cosmológicas, na Grécia Antiga, de Tales de Mileto [$\sim$ 624–547 A.C.]
~ 400 A.C.	Demócrito [$\sim$ 460–370 A.C.] sugere que a Via Láctea seja composta por inúmeras estrelas distantes.
~ 350 A.C.	Sistema geocêntrico de Aristóteles [384–322 A.C.], aceito até o século XVI.
~ 290 A.C.	Trabalhos sobre a geometria de Euclides [$\sim$ 325–265 A.C.].
~ 250 A.C.	Aristarco de Samos [$\sim$ 310–230 A.C.] propõe que o Sol esteja no centro do Universo. Esta teoria foi rejeitada em beneficio da teoria Aristotélica.
~ 140 A.C..	Hiparco de Nicea [$\sim$ 190–126 A.C.] descobre a precessão dos equinócios, compila o maior catálogo de estrelas até então e contribui para a teoria dos epiciclos.
~ 150 D.C.	C. Ptolomeu conclui o *Almagest*, onde o universo é descrito pelo modelo geocêntrico e as trajetórias do Sol, Lua e planetas por epiciclos.
~ 499	Aryabhata [476–550] publica na Índia seu tratado de matemática e Astronomia, *Aryabhatiya*, que influenciou a ciência do Oriente médio por vários séculos.
~ 900	Mohammad ibn Jabir Al-Battani [$\sim$ 850–929] desenvolve significativamente o modelo de Ptolomeu (observacionalmente e teoricamente) e seus trabalhos traduzidos em latim influenciam o pensamento europeu.
964	Abd-al-Rahman al-Sufi [12/903–05/986], na Pérsia, registra observação da galáxia de Andrômeda ("pequena nuvem") e da Grande Nuvem de Magalhães (*Al Bakr*, "touro branco" – visível no Sul da península arábica), em seu tratado sobre Estrelas Fixas.
~ 1030	Abu Rayhan al-Biruni [09/973–12/1048] discute o modelo heliocêntrico e produz uma enciclopédia, *Kitab al-Qanun al-Mas'udi*, e sugere o princípio da teoria da gravitação universal. al-Biruni também sugere que a Via Láctea é um conjunto de "estrelas nebulosas"
~ 1230	Johannes de Sacrobosco [$\sim$ 1195–1256] publica o "Tratado da Esfera" um livro didático que foi usado por vários séculos e ainda hoje é republicado.
1377	Nicolas de Oresme [$\sim$ 1323–07/1382] escreve "Traité du ciel et du monde" onde associa o movimento diurno à rotação da Terra e critica o modelo de Mundo de Aristóteles.
~ 1450	Nicolau de Cusa [1401–08/1464], discute a posição não central e o movimento da Terra em um Universo infinito. Suas idéias são conhecidas por Copérnico e Kepler.

Continua na próxima página...

(*Continuação da tabela da página anterior.*)

1516	Petrus Martyr de Anghiera [1457–1526] descreve a descoberta do Novo Mundo pelos europeus em *De Rebus Oceanicus et Novo Orbe* e cita as "Nuvens do Cabo" como eram chamadas pelos portugueses ou "Nuvens foscas" por Americo Vespucio (ie., as Nuvens de Magalhães).
1519	Fernando de Magalhães [1480–04/1521] observa as Nuvens de Magalhães, registradas por Antonio Piagafetta em seu diário de bordo.
1530	Nicolau Copérnico [02/1473–05/1543] publica "De Revolutionibus", onde o Sol é o centro do Universo. A versão completa é publicada em 1543.
1576	Thomas Digges [1546–08/1595] adota o modelo heliocêntrico de Copérnico e sugere que as estrelas estão distribuídas no espaço a distâncias variadas.
1596	Johannes Kepler [12/1571–11/1630] publica o livro "Mysterium Cosmographicum", onde descreve o Universo conhecido baseado em uma sequência de sólidos platônicos.
1600	Giordano Bruno [1548–02/1600] sugere um Universo infinito, sem centro e é queimado pela inquisição.
1609	J. Kepler começa a publicar suas leis do movimento planetário (termina em 1619).
1610	Galileu Galilei [02/1564–01/1642] sugere que a Via Láctea seja composta de estrelas (observação com luneta). Observa as fases de Vênus, satélites de Júpiter e manchas solares.
1612	Primeira observação com telescópio da galáxia de Andrômeda por Simon Mayr (Marius) [01/1573–12/1624].
1654	Giovan Baptista Hodierna [1597–1660] publica "*De systemate orbis cometici, deque admirandis coeli characteribus*" com um catálogo de nebulosas, incluindo M31 e, possivelmente, M33.
1675	Ole Rømer [ou Olaus Roemer, 09/1644–09/1710] determina quantitativamente a finitude da velocidade da luz observando os eclipses de Io (*Journal des sçavans* publicado em 12/1676)
1687	Sir Isaac Newton [01/1643–03/1727] publica o "Philosophiae Naturalis Principia Mathematica".
1716	Primeiro "*review*" de observações de nebulosas ou "*lucid spots like clouds*" por Edmond Halley [11/1656–01/1742], citando Johan Hevelius [01/1611–01/1687], Ismael Bullialdus [09/1605–11/1694] e Gottfried Kirch [12/1639–07/1710] (Phyl.Trans. 347).
1749	Descoberta de M32 (satélite de Andrômeda) por Guillaume Le Gentil de la Galazière [09/1725–10/1792]
1750	"An original theory or new hypothesis of the universe", modelo de concha da Via Láctea de Thomas Wright [1711–1786].
1755	Immanuel Kant [04/1724–02/1804] sugere que outras nebulosas sejam sistemas estelares como a Via Láctea ("*Allgemeine Naturgeschichte und Theorie Des Himmels*")
1755	Nicholas Lacaille [03/1713–03/1762] publica seu catálogo de 42 nebulosas, "Sur les étoiles nébuleuses du ciel Austral" e sugere que a luminosidade das nebulosas não seja apenas de origem estelar, mas devido em parte a um material difuso.
1761	Johann Heinrich Lambert [08/1728–09/1777] publica "*Cosmologisches Briefe*", onde descreve um universo finito, composto de galáxias e "super-galáxias"; as galáxias giram em torno de si e no centro há um "regente" escuro.
1781	Charles Messier [06/1730–04/1817], após 20 anos de observações, publica na França seu catalogo com 103 objetos difusos (estendida posteriormente a 110), com $\delta > -35°$. 40 objetos são galáxias e os últimos objetos do catálogo foram descobertos por Pierre François Méchain [08/1744–09/1804].
1770–86	William [03/1738–05/1822] e Caroline Herschel [03/1750–01/1848] propõem que a Via Láctea seja achatada com $\sim 2{,}5$ kpc de diâmetro e com o Sol próximo do centro.
1786	"Catalogue of One Thousand new Nebulae and Clusters of Stars" de Herschel é publicado, complementado em 1789 e 1802 com mais 1500 objetos.
1823	H. Olbers [10/1758–03/1840] coloca a questão "Porque a noite é escura?", o *Paradoxo de Olbers*, já conhecido sob outras formas desde o tempo de J. Kepler (1610), E. Halley (1720, Phil. Trans. 31, 22) e J.-P. de Chéseau (1744).
1838	Friedrich W. Bessel [07/1784–03/1846] mede pela primeira vez a paralaxe de uma estrela, 61 Cygni, $\varpi = 0\farcs292$ (Bessel mediu $\varpi = 0\farcs314$).

Continua na próxima página...

(*Continuação da tabela da página anterior.*)

1840	Primeira astrofotografia, daguerreótipo da Lua feito por John W. Draper [05/1811–01/1882].
1842	Descoberta do efeito Doppler por Christian Doppler [11/1803–03/1853] observando estrelas duplas. Em 1848, Armand Hippolyte Fizeau [09/1819–09/1896] generaliza o conceito para ondas eletromagnéticas.
1845–50	Lord Rosse [William Parsons, 06/1800–10/1867] reconhece a estrutura espiral de diversas "nebulosas".
1847	Friedrich Wilhelm Struve [04/1793–11/1864] nota o declínio do número de estrelas em algumas regiões e atribui isto à absorção interestelar ("*Etudes d'astronomie stellaire*").
1850	Alexander von Humboldt [09/1769–05/1859] descreve o modelo de Universo de Kant e utilisa o termo "*Weltinseln*" ("universos-ilha") para sistemas como a Via Láctea em sua obra *Kosmos*, Vol. III.
1852	Stephen Alexander [09/1806–06/1883] discute a origem da forma das nebulosas e sugere que a Via Láctea tenha, talvez, 4 "ramos" espirais. Utilização do termo "elíptica" pela 1ª vez no contexto de "nebulosas" (AJ 37, 105).
1858	John F.W. Herschel [03/1792–05/1871] descreve pela primeira vez o super-aglomerado de Virgo e coloca a Via Láctea na sua periferia ("*Outlines of astronomy*").
1864	William Huggins [02/1824–05/1910] faz a distinção de nebulosas gasosas (com linhas de emissão) e nebulosas estelares (com espectro contínuo), dando como exemplo as galáxias M31 e M32 (Royal Soc. Phil. Trans 154, 437).
1865	James Clerk Maxwell [06/1831–11/1879] publica suas equações unificando o eletromagnetismo (Phil. Trans. Royal Soc. London 155, 459).
1867	Cleveland Abbe [12/1838–12/1916] produz o primeiro mapa com a distribuição espacial de nebulosas e reconhece a anti-correlação entre a Via Láctea e as "nebulosas brancas" (MNRAS 27, 257)
1873	Richard A. Proctor [03/1837–09/1888] refuta os modelos de universo sideral de William e John Herschel. (MNRAS 33, 539)
1888	John Louis Emil Dreyer [02/1852–09/1926] publica o "New General Catalogue of Nebulae and Clusters of Stars" (NGC). Em 1895 e 1908 publica o suplemento do NGC, o "Index Catalogue" (IC).
1898	Hugo von Seeliger [1849–1924] expõe as bases da estatística estelar (contagem) e seu modelo de Via Láctea baseado no catálogo *Bonner Duchmusterung* feito sobre fotografias.
1899	Publicação da primeira fotografia de M31 feita por Isaac Roberts [1929–1904] em 1888 com 150 minutos de exposição em um telescópio de 20″ ("A Selection of Photographs of Stars, Star-clusters and Nebulae, Vol. II").
1900	Teoria quântica de Max Planck [04/1858–10/1947].
1900	Cornelius Easton [1864–1929] sugere que a Via Láctea seja semelhante às "nebulosas" espirais. O centro do padrão espiral não coincide com a posição do Sol (curiosamente, é o Sol que está no centro, veja Fig. 8).
1900	James E. Keeler [09/1857–08/1900] descobre que a maioria das nebulosas são espirais (ApJ 11, 325).
1901	Jacobus C. Kapteyn [01/1851–06/1922] descreve a Via Láctea como um disco achatado, com o Sol no centro, a partir de contagem de estrelas. O modelo final é publicado em 1922 (ApJ 55, 302)
1905	A. Einstein [03/1879–04/1955] publica a teoria da relatividade restrita.
1908	Henrietta Leavitt [07/1868–12/1921] descobre a relação período–luminosidade das Cefeidas observando 1777 estrelas variáveis nas Nuvens de Magalhães (1908AnHar..60...87L).
1908	Maximilian Franz Wolf [06/1863–10/1932] publica seu sistema de classificação morfológica de nebulosas.
1909	Edward Arthur Fath [1880–1959] descobre linhas de emissão em NGC 1068 (uma AGN).

Continua na próxima página. . .

(*Continuação da tabela da página anterior.*)

1911, 1913	Ejnar Hertzsprung [1873–1967] e Henry Norris Russell [1877–1957] constroem independentemente o diagrama cor (tipo espectral)–magnitude das estrelas (1911 POPot 63; 1913 Obs 36, 324).
1913	E. Hertzsprung determina pela primeira vez a distância de um objeto extragaláctico, a Pequena Nuvem de Magalhães usando a relação período–luminosidade de Cefeidas descoberta por Henrietta Leavitt (Astr. Nach. 196, 201).
1913	John Henry Reynolds [1874–11/1949] obtém o primeiro perfil radial de brilho superficial de M31, ajustando uma lei $I(R) = I_0/(R+a)^2$ (MNRAS 74, 132).
1913–15	Vesto Melvin Slipher [11/1875–11/1969] descobre a grande velocidade radial das "nebulosas" espirais (1913, Lowell Obs. Bull. 2, 56; 1915, Pop. Astr. 23, 21), em geral se afastando de nós (espectro com desvio para o vermelho).
1914	V.M. Slipher mede pela primeira vez a velocidade de rotação de uma "nebulosa", NGC 4594 (inclinação da linhas espectrais, Lowell Obs. Bull., 1, 66).
1915	A. Einstein publica a teoria da relatividade geral.
1916–23	A. van Maanen [03/1984–01/1946] acredita medir a rotação de "nebulosas" espirais pelo movimento próprio (1923 ApJ 57, 264)! (Apesar de ser um resultado falso, teve impacto importante no "Grande Debate")
1917	Harlow Shapley [11/1885–10/1972], estudando a distribuição de aglomerados globulares, sugere que o Sol esteja a $\sim$ 15–20 kpc do centro da Via Láctea, que teria 100 kpc de diâmetro.
1917	Willen de Sitter [05/1872–11/1934] obtêm soluções das eqs. de Einstein de um Universo estático e em expansão com constante cosmológica (MNRAS 78, 3).
1919	Primeira medida do desvio gravitacional da luz observado durante um eclipse total em Sobral, Ceará pela equipe de Andrew C.D. Crommelin [02/1865–09/1939], coordenada por Sir Arthur Eddington [12/1882–11/1944].
1920	"Grande Debate" entre H. Shapley e H.D. Curtis sobre a escala da Via Láctea e do Universo, a posição do Sol e natureza das "nebulosas espirais" (veja Tabela 2)
1922	Alexander Friedmann [06/1888–09/1925] discute as possíveis curvaturas do Universo e obtém as soluções de expansão do Universo (*Zeitschrift für Physik* 10, 377).
1922	Ernst Julius Öpik [10/1893–09/1985] estima a distância de M31 baseado em sua velocidade de rotação (espectro) e razão massa/luminosidade, chegando a um valor de 450 kpc (Apj 55, 406).
1925–26	Edwin P. Hubble [11/1889–09/1953] determina a distância de NGC6822, M31 e M33 usando estrelas Cefeidas e mostra que estão muito além da Via Láctea. Também propõe o sistema de classificação morfológica de galáxias que leva seu nome.
1926–27	Bertil Lindblad [11/1895–06/1965] propõe uma teoria para rotação da Via Láctea e Jan Oort [04/1900–11/1992] a mede, inferindo sua massa.
1927	Georges Lemaître [07/1894–06/1966] obtém independentemente de Friedmann as soluções para um Universo em expansão e determina pela primeira vez a constante de Hubble (*Annales de la Société Scientifique de Bruxelles* 47, 49).
1929	E.P. Hubble mostra a relação linear entre o "*redshift*" das galáxias e a distância (Lei de Hubble). O universo em expansão se torna o modelo padrão.
1930	Robert J. Trumpler [10/1886–09/1956] demonstra a existência de poeira na Galáxia pela observação do excesso de cor em aglomerados abertos.
1931	Karl Jansky [10/1905–02/1950] descobre a emissão rádio cósmica (proveniente do centro da Via Láctea).
1932	J. Oort sugere, a partir da velocidade de estrelas, a existência de matéria invisível na vizinhança solar (o chamado "limite de Oort").
1933	Fritz Zwicky [02/1898–02/1974] revela o problema da "matéria escura" no aglomerado de Coma (Phys. Helvetica Acta 6, 110).
1933	Edward A. Milne [02/1896–09/1950] formaliza o Principio Cosmológico.
1934	Richard C. Tolman [03/1881–09/1948] mostra que a radiação de corpo negro resfria em um Universo em expansão e permanece térmica.

Continua na próxima página...

(*Continuação da tabela da página anterior.*)

1935	Howard P. Robertson [01/1903–08/1961] e A.G. Walker [07/1909–03/2001] obtêm independentemente uma métrica do espaço-tempo compatível com qualquer modelo de Universo homogêneo e isotrópico.
1936	E.P. Hubble publica o livro "*Realm of the Nebulae*".
1938	Hans Bethe [07/1906–03/2005] e C. von Weizsäcker propõem a teoria nuclear para produção de energia nas estrelas.
1938	H. Shapley descobre as galáxias anãs esferoidais.
1939	Primeira determinação da curva de rotação de Andrômeda e estimativa dinâmica de sua massa por Horace W. Babcock (Lick Obs. Bull. 498, 41) [09/1912–08/2003].
1941	Erik B. Holmberg [11/1908–02/2000] usa uma máquina analógica (com lâmpadas e fotocélulas) para simular a colisão de duas galáxias (ApJ 94, 385).
1944	Walter Baade [03/1893–06/1960] resolve pela primeira vez as estrelas das galáxias satélites de M31 e mostra a existência de duas populações estelares (ApJ 100, 137).
1944	Grote Reber [12/1911–12/2002] publica um dos primeiros mapas em rádio da Via Láctea onde se vê a emissão da primeira rádio-galáxia descoberta, Cygnus A (ApJ 100, 279).
1945	Hendrik C. van de Hulst [11/1918–07/2000] sugere que o hidrogênio neutro possa ser detectado em rádio através da emissão hiperfina devido a inversão do spin do elétron no estado fundamental (*Nederland Tijdschrift voor Natuurkunde* 11, 201).
1946	George Gamow [03/1904–08/1968] discute a nucleossíntese primordial (PhRv 70, 572).
1948	Hermann Bondi [11/1919–09/2005], Thomas Gold [05/1920–06/2004], e Fred Hoyle [06/1915–08/2001] propõem o Universo estático (MNRAS 108, 252 e MNRAS 108, 372). O termo "Big Bang" e utilizado pela primeira vez (e de forma pejorativa!).
1948	G. Gamow, Ralph A. Alpher [02/1921–08/2007], e Robert Herman [08/1914–02/1997] predizem que o Universo deve ter uma radiação de fundo correspondente a um corpo negro de $\sim 5\,\mathrm{K}$. (PhRv 74, 1198)
1951	Jack H. Piddington [11/1910–07/1997] e Harry C. Minnett [1917–2003] observam pela primeira vez a fonte Sagitário A* em 1,2 e 3 GHz (Aust.J.Sci.Res. 4, 459). Em 1954, Richard X. McGee e John G. Bolton [06/1922–07/1993] sugerem que esta fonte é o centro da Galáxia (Nature 173, 985) .
1951	Primeira observação de hidrogênio neutro galáctico em 1,4 GHz (21 cm) por Harold Irving Ewen [03/1922–10/2015] e Edward Mills Purcell [08/1912–03/1997] (Nature 168, 356).
1958	Catálogo de aglomerados de galáxias de George Ogden Abell [03/1927–10/1983].
1962	Olin J. Eggen [07/1919–10/1998], Donald Lynden-Bell [04/1935–02/2018] & Allan Rex Sandage [06/1926–11/2010] propõem o modelo de colapso monolítico para formação da Via Láctea
1963	Descoberta dos Quasares por Maarten Schmidt [12/1929 – 09/2022].
1963	Sverre J. Aarseth [07/1934] publica resultados do seu código de N-corpos (com 100 partículas), iniciando a "industria" de simulações de sistemas gravitacionais (MNRAS 126, 223).
1965	Arno A. Penzias [04/1933–01/2024] e Robert W. Wilson [01/1936] descobrem a radiação cósmica de fundo (CMB); B. Burke, R. Dicke, e P. James E. Peebles [04/1935] mostram que esta radiação é um "eco" do Big Bang. Em 1978 recebem o prêmio Nobel de física.
1965	Roger Penrose [08/1931] e Stephen Hawking [01/1942–03/2018] mostram que a relatividade geral implica que o Universo deva ter começado em uma singularidade.
1965	James E. Gunn [10/1938] e Bruce A. Peterson [1941] mostram como determinar o grau de ionização do Universo a alto *redshift* com observações de linhas de absorção de QSOs.
1966	Halton Arp [03/1927–12/2013] publica o "*Atlas of Peculiar Galaxies*". Praticamente todos os objetos são galáxias em interação.
1967	Rainer Kurt Sachs [06/1932–04/2024] e Arthur Michael Wolfe [04/1939–02/2014] predizem a amplitude das flutuações de temperatura na CMB (ApJ 147, 73).
1967	Descoberta das explosões de raios-γ por satélites militares; esta descoberta só é anunciada em 1973.

Continua na próxima página...

(*Continuação da tabela da página anterior.*)

1969	Charles William Misner [06/1932–07/2023] discute o problema do horizonte do modelo cosmológico padrão (PhRvL 22, 1071).
1972	David Herbert Rogstad [02/1940–06/2023] e G. Seth Shostak [07/1940] mostram que as curvas de rotação de galáxias Scd são planas até 50 kpc, concluindo na presença de grande quantidade de matéria nos halos galácticos (ApJ 176, 315).
1973	Publicação do *Uppsala General Catalogue of Galaxies* (UGC) com ~ 13 mil galáxias ao norte de $\delta = -2°30'$, $m_B < 14{,}5$ e diâmetro $> 1'$.
1974	Jeremiah P. Ostriker [04/1937], P. James E. Peebles [04/1935] e Amos Yahil [11/1943] sugerem a presença de matéria escura nas galáxias espirais (ApJ Lett. 193, L1)
1976	Modelo da Via Láctea com 4 braços de Yvonne M. Georgelin & Yvon P. Georgelin [1941] (Fig. 10).
1978–80	Vera C. Rubin [07/1928–12/2016], K. Ford, N. Thonnard, e independentemente, Albert Bosma, mostram que as curvas de rotação de galáxias espirais são geralmente plana além do disco óptico, o que implica em um halo de matéria escura.
1980	Alan H. Guth [02/1947] propõe a primeira teoria inflacionária do Universo primordial.
1986	Margaret J. Geller [12/1947], John P. Huchra [12/1948–10/2010], Valérie de Lapparent mostram que as galáxias se distribuem como filamentos e a existência de grandes vazios (ApJ 302, 1).
1987	David Burstein [05/1947–12/2009], Sandra Faber [12/1944], Donald Lynden-Bell [04/1935–02/2018] et al. descobrem o "Grande Atrator".
1990	Lançamento do telescópio espacial Hubble (HST). O espelho primário estava danificado e a óptica do telescópio foi corrigida em 1993.
1992	Primeira medida das flutuações de temperatura da CMB pelo satélite COBE.
1995	Edward Witten e Paul Townsend propõem a "teoria-M". J. Polchinski propõe as "branas-D".
1997	Observações com o satélite BeppoSAX mostra que as explosões de raios-γ são extragalácticas.
1998	Observações de supernovas por Saul Perlmutter [09/1959] et al. sugerem que a expansão do universo é acelerada (constante cosmológica não nula).
1998	Medida da oscilação de neutrinos – transformação entre os tipos (ou "sabores") do elétron, muon e tau – no detector Super-Kamiokande confirmam que os neutrinos tem massa não nula.
2000	Medidas em balões da Radiação Cósmica de Fundo (Boomerang, Maxima) mostram que o Universo deve ser plano.
2001	Observações de QSOs em alto *redshift* (Becker et al., Djorgovski et al.) mostram que a reionização do Universo se completa em $z \approx 6$ (primeira observação do efeito Gunn-Peterson).
2001	Primeiro "Data Release" do SDSS (*Sloan Digital Sky Survey*).
2003	Observação da polarização da CMB com satélite WMAP (*Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*) mostra que estrelas capazes de reionizar o Universo já existem em $z \sim 11$.
2003	Lançamento do telescópio espacial Spitzer, que operou entre 3 e 180 mícrons.
2005	Primeira detecção da oscilação acústica de bárions com dados do 2dF e SDSS (MNRAS 362, 505 e ApJ 633, 560).
2006	George F. Smoot [04/1945] e John C. Mather [08/1946] recebem o prêmio Nobel pelos resultados referentes à Radiação Cósmica de Fundo (espectro de corpo negro e anisotropias) obtidos com o satélite COBE.
2011	Primeira detecção de Hélio pré-estelar pelo satélite WMAP e experimentos ACBAR e QUaD (ApJ Supp. 192, 18).
2012	Detecção do bóson de Higgs, última partícula do modelo padrão de partículas, pelos experimentos ATLAS e CMS no LHC/CERN (Phys. Lett. B 716, 1 e 30).
2016	Publicação da primeira detecção direta de ondas gravitacionais pelo *Advanced* LIGO (Phys. Rev. Lett 116, 1102).
2017	Primeira observação simultânea de ondas gravitacionais (detetores LIGO e *Virgo*) e radiação eletromagnética (gama, óptico, IR) da fusão de duas estrelas de nêutron a cerca de 40 Mpc (ApJ 848, 12).

Continua na próxima página...

(*Continuação da tabela da página anterior.*)

2019	Primeira imagem de um buraco negro, o BN super-maciço de $(6{,}5 \pm 0{,}7) \times 10^9 M_\odot$ na galáxia M87. Imagem feita em 1,3 mm pelo EHT, *Event Horizon Telescope* (ApJL 875, L1).
2019	James Peebles recebe o prêmio Nobel por suas descobertas teóricas em cosmologia.
2020	Roger Penrose recebe o prêmio Nobel pelo seu trabalho sobre formação de buracos negros; Reinhard Genzel e Andrea Ghez dividem o prêmio Nobel pela descoberta de um buraco negro supermassivo no centro da Via Láctea.
2022	Publicação da primeira imagem do buraco negro super-maciço no centro da Via Láctea, feita pela colaboração EHT (ApJL 930 L12).
2022	O *James Webb Space Telescope* (JWST) entra em serviço.
2023	Detecção de um fundo de ondas gravitacionais de baixíssima frequência, possivelmente devido à população de buracos negros supermassivos em fusão (NANOGrav collaboration, MNRAS 510, 4873).

Até o século XVI o modelo de Universo mais aceito será o aristotélico, principalmente devido à influência dogmática da igreja e o êxito da teoria dos epiciclos. Entre 1530 e 1545, Copérnico publica sua teoria heliocêntrica, posteriormente modificada por Kepler com a introdução de órbitas elípticas dos planetas. No início do século XVII, Galileu utiliza pela primeira vez uma luneta e resolve a Via Láctea em uma grande quantidade de estrelas. Finalmente, em 1687, Newton publica a teoria da gravitação universal capaz de explicar fisicamente o movimento observado dos astros no sistema solar e, posteriormente, o movimento das estrelas e galáxias no Universo. O Sol passa a ser o centro do universo nesta época e as distâncias dos planetas conhecidos já são estimadas em valores próximos dos atuais.

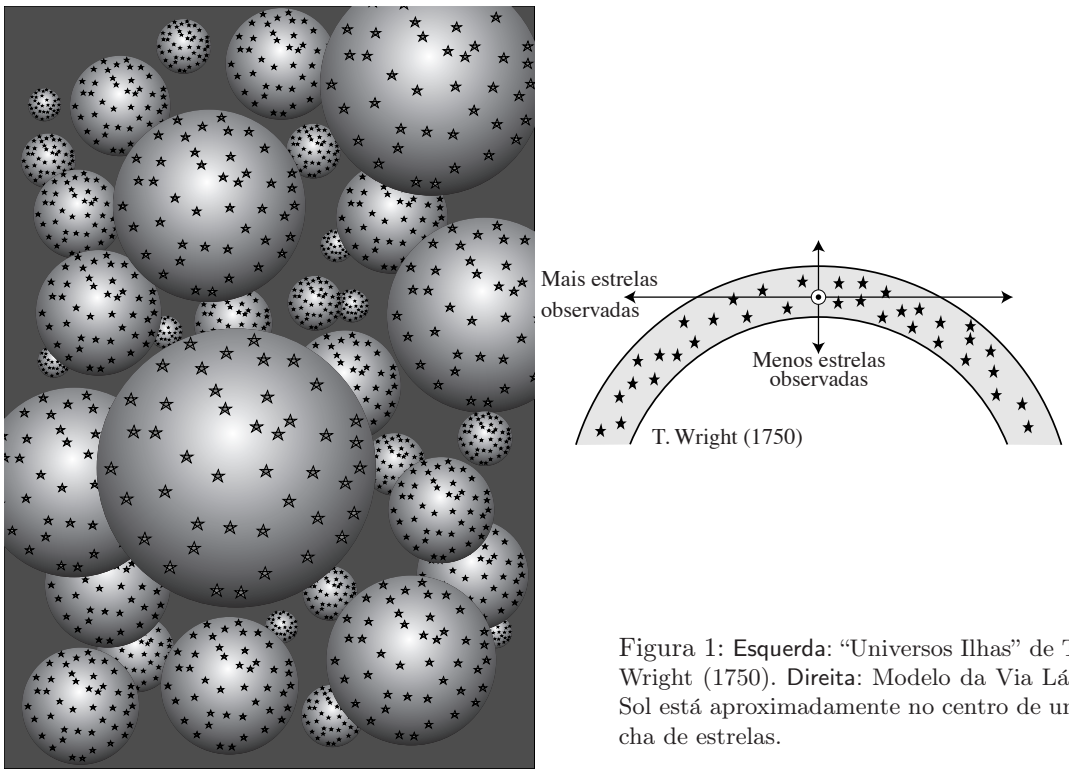


Figura 1: Esquerda: "Universos Ilhas" de Thomas Wright (1750). Direita: Modelo da Via Láctea. O Sol está aproximadamente no centro de uma concha de estrelas.

No Almagesto, Ptolomeu descreve alguns astros como "*nepheloeides*", isto é, nebulosos. Alguns são possivelmente aglomerados estelares. Até a invenção do telescópio, a única adição à lista de objetos nebulosos foi feita por al-Sufi, astrônomo Persa do século X, que catalogou a galáxia de Andrômeda.

A partir de 1609, com o uso pioneiro de uma luneta, Galileu Galilei pôde começar a resolver a Via Láctea em estrelas, descrito no livro "*Sidereus Nuncius* (Mensageiro Sideral). A aparência nebulosa da Via Láctea poderia ser interpretada como o resultado da luz de milhares de estrelas invisíveis ao olho nu.

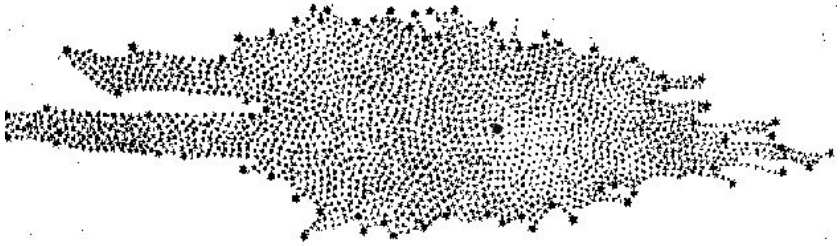


Figura 2: Modelo de Universo de Herschel 1785 baseado em contagens de estrelas. O Sol está aproximadamente no centro (círculo cinza) e a distribuição mostra um achatamento.

Com a utilização de telescópios, a partir da metade do século XVII, são descobertas mais "estrelas nebulosas" ou simplesmente nebulosas. Em 1654, é publicado na Itália o primeiro catálogo com 40 objetos difusos observado por Giovanni Hodierna, na Sicília (Serio et al., 1985). Enquanto muitas nebulosas são objetos Galácticos, algumas eram galáxias, como foi descoberto cerca de 270 anos depois.

Devido ao seu baixo brilho superficial, galáxias só começaram a ser descobertas em maior quantidade a partir da metade do século XVIII. Charles Messier usando telescópios de até $\sim$ 20 cm de diâmetro catalogou 40 galáxias (a maioria descoberta por ele próprio). No final do séc. XVIII William Herschel usou o maior telescópio daquela época, com diâmetro de 1,26 metro, descobrindo milhares de galáxias. Somente na metade do séc. XIX é possível resolver a estrutura de algumas galáxias com o advento do telescópio de 6 pés (1,83 metros e com espelhos de melhor qualidade) de Lord Rosse, que descobre os braços espirais em algumas nebulosas em 1845 (Fig. 3).

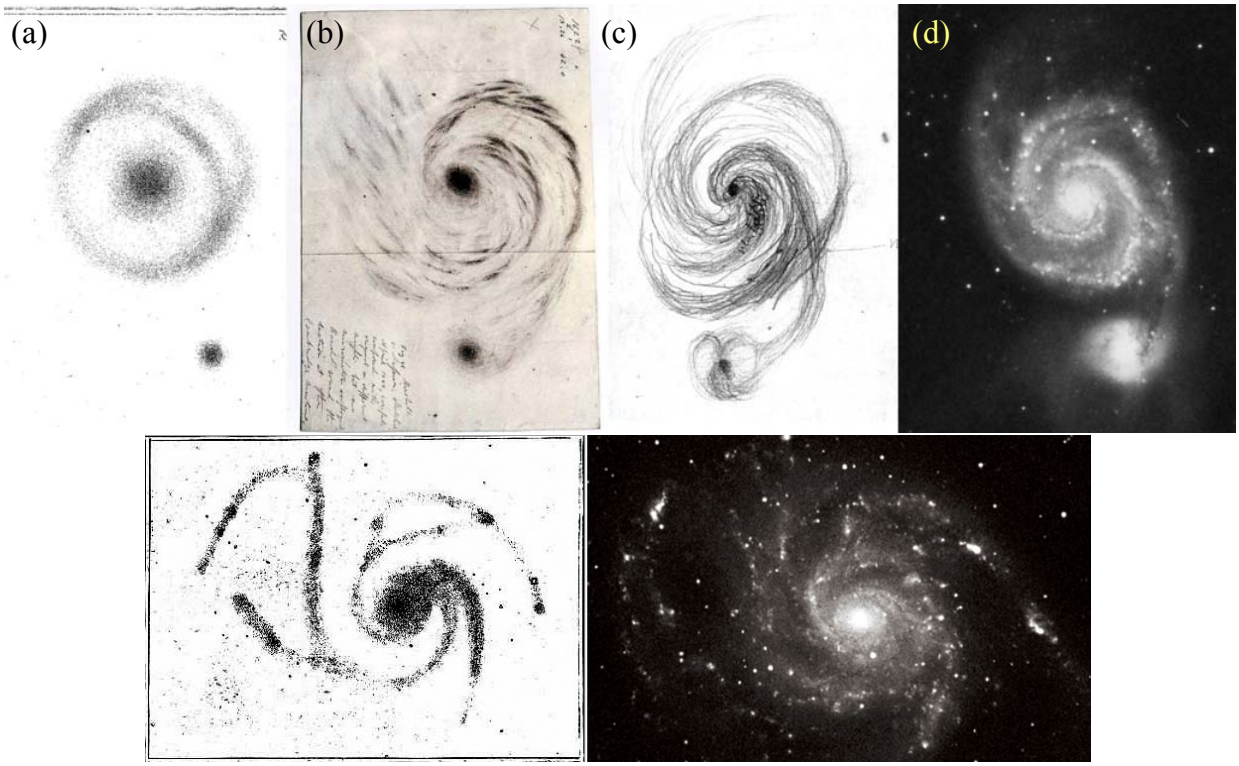


Figura 3: Desenhos ilustrando o descobrimento da estrutura espiral em nebulosas. Acima: (a) M51 observada por John Herschel com um refletor de 1,26 m de diâmetro (construído por seu pai, William) em 1828 e publicado em 1833 com os braços ainda não resolvidos; (b) desenho de William Parsons (Lord Rosse) de 1845, mostrando pela primeira vez a estrutura espiral; (c) desenho a lápis de Jean Chacornac de 1862 sobre observação no telescópio de 80 cm do Observatório de Paris; (d) imagem na banda R do *Digitized Sky Survey* (DSS). Abaixo: ilustração de Lord Rosse de 1845 (esquerda) comparado com uma imagem na banda R do DSS (direita). O Norte é aproximadamente para baixo e as imagens têm cerca de $10'$ de altura. Figura baseada parcialmente em Tobin & Holberg (2008).

Usando o catálogo de John Herschel (que foi iniciado por seu pai, William), Cleveland Abbe mostra em 1867 que há uma segregação espacial entre as nebulosas: as nebulosas planetárias se encontram no plano da Via Láctea enquanto as nebulosas "brancas" (por causa de seu espectro estelar) evitam a Via Láctea. Abbe também sugere que a Via Láctea, as *Nubeculæ* (Nuvens de Magalhães) e as "nebulosas brancas"

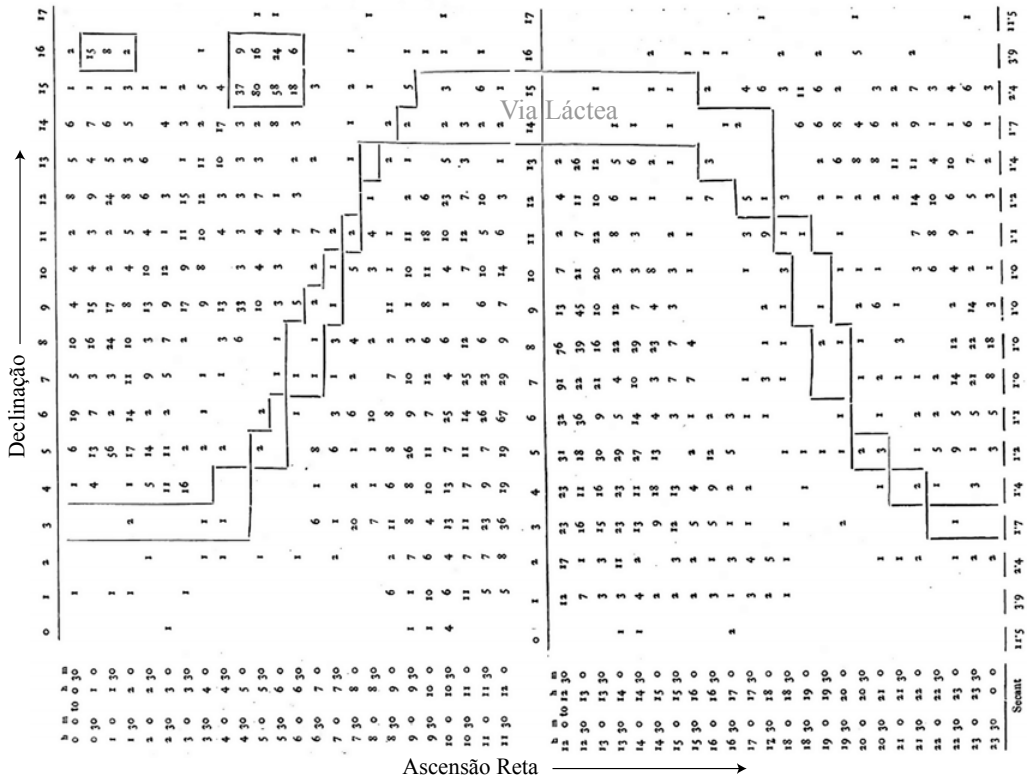


Figura 4: Primeiro mapa da distribuição de 3812 nebulosas de todo o céu, baseado no catálogo de John Herschel de 1864. Os números correspondem à contagem de nebulosas por unidade de superfície e os traços correspondem aos limites aproximados do plano da Galáxia. Os aglomerados de Virgo e Coma são visíveis no centro do mapa (i.e., no polo galáctico). Destacado nos quadrados também estão as Nuvens de Magalhães, com várias de suas nebulosas (na maioria, regiões HII com formação estelar intensa). Figura adaptada de Abbe (1867).

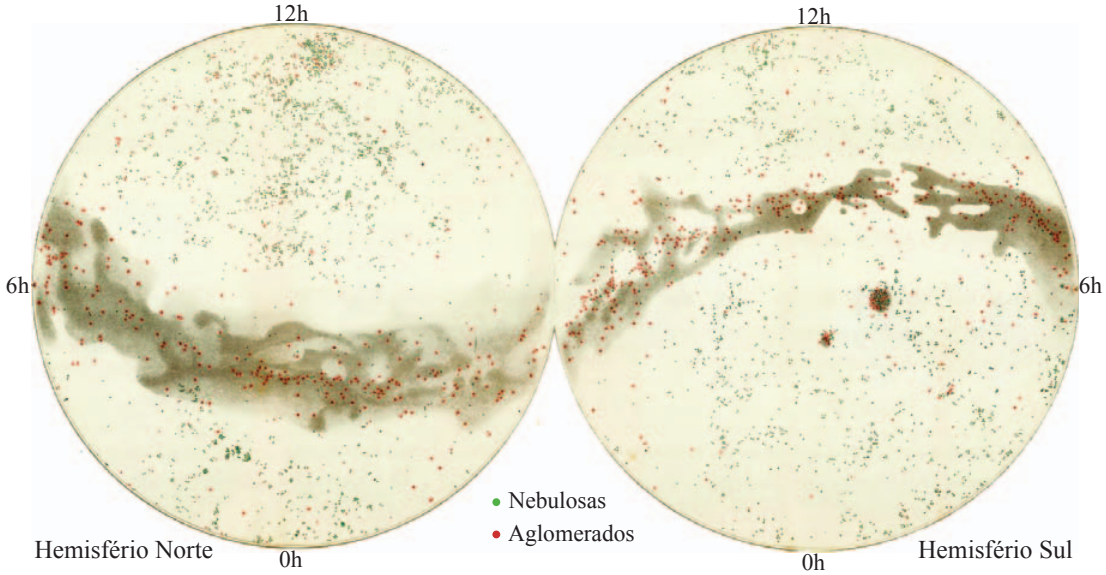


Figura 5: Distribuição de nebulosas e aglomerados estelares (globulares e abertos) em projeção azimutal ortográfica de áreas iguais. A faixa que atravessa cada hemisfério é a Via Láctea. Os pontos pretos são nebulosas e os pontos vermelhos são aglomerados de estrelas. Figura adaptada de Waters (1873).

são todos sistemas semelhantes de mesma natureza. Contudo, a observação da distribuição de nebulosas foi utilizada como "prova" de que as nebulosas estariam ligadas à Galáxia, antes que o papel da poeira interestelar fosse compreendido. Neste primeiro mapa da distribuição de nebulosas aparecem estruturas

como os aglomerados de Virgo, Coma, Perseu e Peixes. Uma representação mais precisa é publicada por Sydney Waters em 1873, que conclui que tanto as nebulosas (resolvidas e não resolvidas) e aglomerados estelares são parte da Via Láctea, confirmando a clara segregação espacial quantificada por Abbe.

Paralelamente às descobertas de nebulosas, o conceito de "muitas galáxias" amadurecia. Na metade do séc. XVIII surge a ideia dos "universos-ilhas" de Thomas Wright, Immanuel Kant e Johann Lambert (Fig. 1). Algumas décadas depois, F. William Herschel publica um modelo da distribuição das estrelas da Via Láctea com o Sol próximo do centro e morfologia achatada (Fig 2). Ainda não havia medidas de paralaxe estelar, mas Herschel estimou a distância das estrelas próximas supondo que suas luminosidades fossem comparáveis à do Sol. Ele estima então que as estrelas estão em média separadas por 1 parsec e conclui que a Via Láctea tem 800 pc de diâmetro e uma espessura de 150 pc. Além disto, Herschel estima que M31, a grande nebulosa de Andrômeda, é o "universo ilha" mais próximo da Via Láctea, a cerca de 2100 parsec de distância.

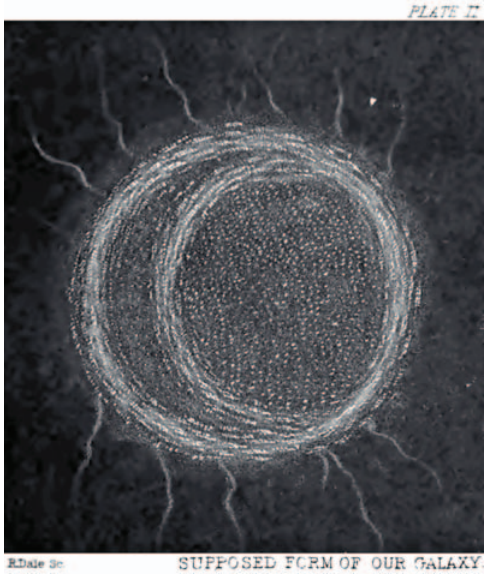


Figura 6: Modelo da Via Láctea de John Pringle Nichol (1848, de onde foi tirada esta figura) na forma de um anel (um modelo semelhante já havia sido proposto por Nichol em 1839). Nichol acrescenta uma sub-estrutura a um simples anel devido a não homogeneidade observada ao longo da Via Láctea (o que poderia ser considerada a primeira evidência da presença de braços espirais na Galáxia). O Sol se encontra próximo, mas não exatamente no centro do sistema. Este modelo foi influenciado pela observação de M51 por John Herschel [veja Fig. 3, painel (a)].

Na metade do século XIX, John Pringle Nichol da Universidade de Glasgow especula sobre a forma da Via Láctea. Nichol aceitava a hipótese de nebulosas extragalácticas e, assim como John Herschel, acreditava que o Sol não estava exatamente no centro da Galáxia (com a letra G maiúscula, indicando nossa galáxia). Nichols parte do modelo de William Herschel e propõe que a Via Láctea deva ter a forma de um anel (Fig. 6).

No final do século XIX, Simon Newcomb defendia a ideia de que as estrelas da Galáxia estavam em uma região relativamente fina e finita, observada como o plano da Via Láctea. Dos dois lados opostos em relação à Via Láctea, estavam as regiões da nebulosas (Fig. 7). A relação de causa e efeito entre nebulosas e Via Láctea era uma hipótese discutida nesta época.

Durante a primeira metade do século XIX duas novas técnicas surgem que irão revolucionar a astronomia: a fotografia e a espectroscopia. Com a invenção do **daguerreótipo** por Nicéphore Niépce e Louis Daguerre (patenteado em 1839) começam as primeiras tentativas de se fotografar os astros. John W. Draper obtém o primeiro daguerreótipo da Lua, após uma exposição de 20 minutos em 1840. Os objetos difusos, nebulosas, são fotografados com sucesso apenas 40 anos depois. Isaac Roberts produz uma série de fotografias entre 1885 e 1899 com a melhor qualidade até o início do séc. XX.

Por outro lado, Joseph Fraunhofer usando um espectrógrafo de prisma consegue observar o espectro do Sol na década de 1820. Em 1859, Gustav Kirchhoff e Robert Bunsen descobrem que as linhas espectrais observadas nos espectros (do Sol e em laboratório) são produzidas por elementos químicos. Durante a década de 1860, Kirchhoff identifica pelo menos 16 elementos químicos no Sol. Finalmente, em 1882, W. Huggins consegue fotografar o espectro de um objeto difuso (a nebulosa M 42). O primeiro espectro onde se podia ver as linhas de absorção de uma galáxia, Andrômeda, foi obtido em 1899 por Julius Scheiner; até então acreditava-se que as nebulosas espirais tinham apenas espectro contínuo [o "espectro contínuo" da nebulosa de Andrômeda é citado por Gillet & Rolfe (1882)].

Em 1852, Stephan Alexander, 7 anos após a descoberta da estrutura espiral em algumas nebulosas por Lord Rosse, propõe que a Via Láctea possa ter esta morfologia espiral. Além disto, pela primeira vez é usado o termo "elíptica" para as nebulosas que não são espirais.



Figura 7: Modelo da Via Láctea de Newcomb, separando a "região das estrelas" das "regiões das nebulosas". Para Newcomb, a Via Láctea continha todas as estrelas do Universo (centenas de milhões), com uma extensão finita. Outros conjuntos de estrelas poderiam existir, segundo Newcomb, mas estariam além de nossas capacidades de observação. Figura adaptada de Gillet & Rolfe (1882, fig. 460, pg. 399).

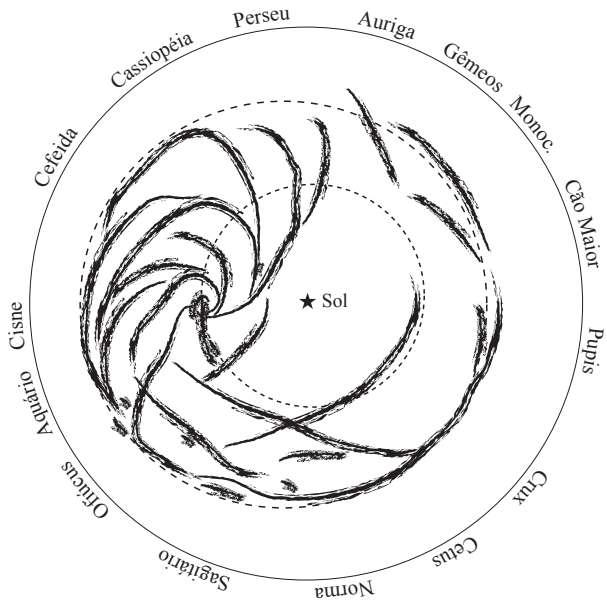


Figura 8: Modelo da Galáxia de Cornelius Easton de 1900. As irregularidades da Via Láctea são associadas a braços espirais, em analogia às "nebulosas" espirais conhecidas na época. Baseada na figura original de Easton (1900).

No final do séc. XIX, principalmente baseando-se em analogias com as nebulosas espirais, Cornelius Easton publica um modelo (gráfico) da Via Láctea onde aparece uma estrutura de "ramos" espirais (Fig. 8). Trinta anos depois, quando o efeito da absorção pela poeira do meio interestelar é compreendida, Robert Trumpler publica um novo modelo da Galáxia (Fig. 9).

No início do século XX dois projetos (que hoje poderiam ser chamados de *surveys*) foram fundamentais para dar impulso à astrofísica extragaláctica: (I) a obtenção sistemática de espectros das nebulosas e consequente medida da velocidade radial por Vesto Slipher. (II) O levantamento sistemático de estrelas variáveis nas Nuvens de Magalhães por Henrietta S. Leavitt, levando à descoberta da relação entre a luminosidade e o período de pulsação das estrelas Cefeidas.

Leavitt supôs, corretamente, que as estrelas estariam aproximadamente à mesma distância de nós. Assim, a relação entre o brilho observado e o período é, na realidade, entre a luminosidade intrínseca da estrela e seu período. Esta descoberta forneceu um indicador de distância com alcance muito superior às medidas de paralaxe trigonométricas (ainda que com uma precisão bem menor).

A astronomia extragaláctica tem um marco fundamental no chamado "Grande Debate" de 1920, quando duas visões opostas da Galáxia e do Universo são confrontadas (veja tabela 2). O debate entre estas duas visões de mundo se desenvolvia desde o final do século XIX até meados dos anos 1920. Clerke (1890), por exemplo, afirmou de forma contundente que a questão das nebulosas serem objetos externos à Via Láctea não necessitava mais discussões, "pois nenhum pensador competente pode defender esta ideia".

Contudo, as evidências da natureza extragaláctica das nebulosas espirais estavam se acumulando. Em

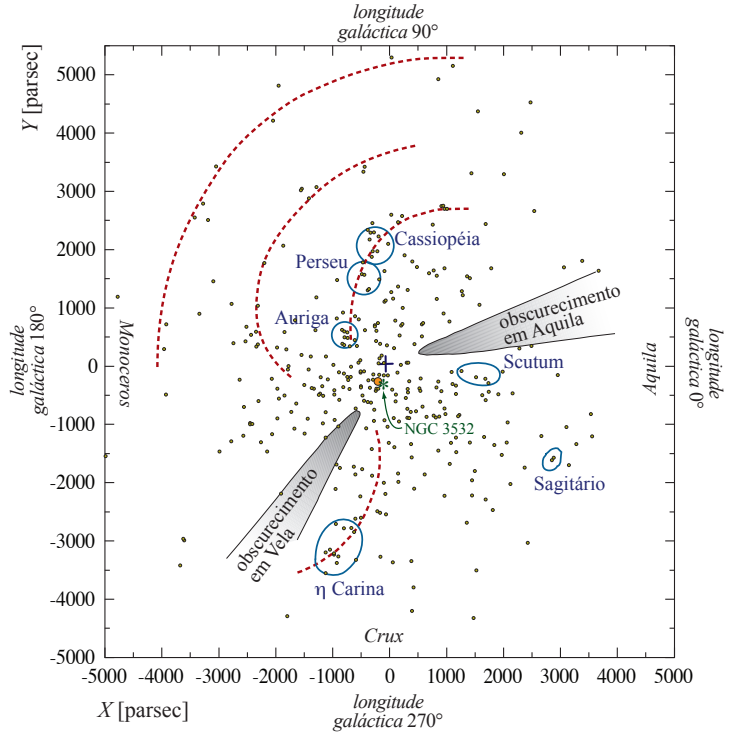


Figura 9: Modelo da Galáxia de R. Trumpler de 1930. A forma e posição dos braços espirais é sugerida pela distribuição de aglomerados estelares e grupos de aglomerados. O efeito da absorção interestelar é ilustrado pelos setores de obscurecimento. O Sol (indicado pela cruz "+") se encontra próximo do centro da distribuição de aglomerados ("∗"). Baseada na figura original de Trumpler (1930).

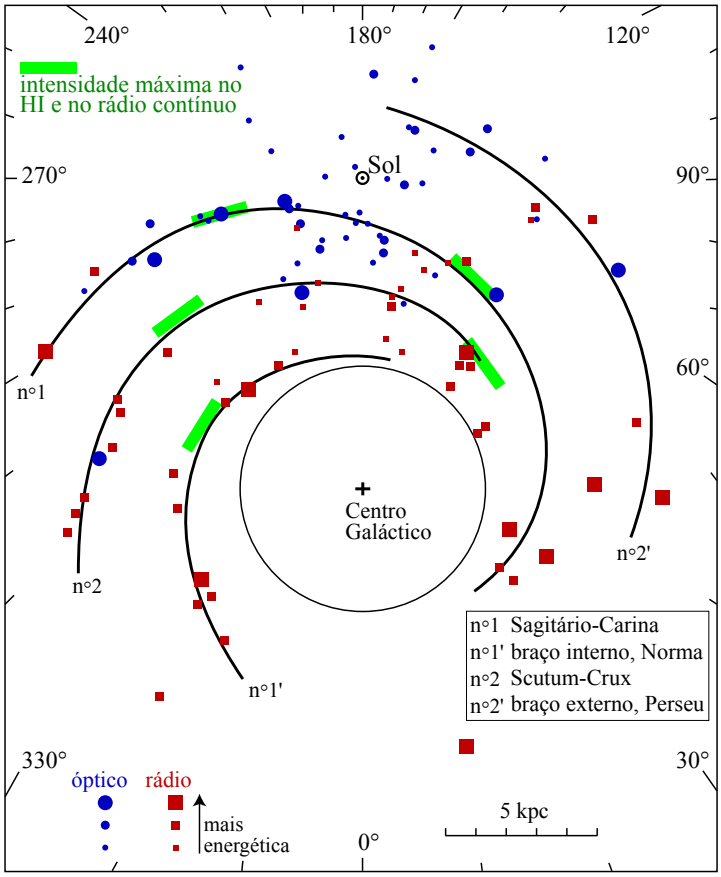


Figura 10: Mapa da Galáxia de Yvonne e Yvon Georgelin, baseado em medidas de distância de regiões HII observadas em rádio e no óptico. Aqui aparecem os quatro principais braços da Via Láctea. Baseado na figura original de Georgelin & Georgelin (1976).

1922, Ernst Öpik estima a distância de M31 (a "nebulosa" de Andrômeda) obtendo um valor, cerca de 450 kpc, muito maior que o tamanho da Via Láctea, concluindo que se trata de "um universo de estrelas semelhante à nossa própria galáxia".

A questão é resolvida em 1925 quando Hubble mostra que as "nebulosas espirais" estão muito além

Tabela 2: Argumentos do "Grande Debate" de 1920.

Harlow Shapley [11/1885–10/1972]	Heber D. Curtis [06/1872–01/1942]
Não se observa nebulosas espirais na faixa da Via Láctea. Deve haver uma conexão física entre elas.	A observação de nebulosas espirais é obstruída pela Via Láctea.
Via Láctea grande, o Sol está a ~ 15 kpc do centro da distribuição de aglomerados globulares (que coincide com o centro da Via Láctea); "nebulosas" espirais são parte da Via Láctea.	Via Láctea pequena, o Sol está aproximadamente no centro (modelo de Kapteyn); "nebulosas" espirais são sistemas externos, semelhantes à Via Láctea.
Se as "nebulosas" espirais são tão grandes como a Via Láctea, elas estão a distâncias excessivamente elevadas.	Existe uma grande variação no tamanho angular das "nebulosas" espirais, indicando uma grande variação nas distâncias: elas não podem estar todas na Via Láctea.
O brilho superficial da Via Láctea é menor do que nas espirais; não podem ser o mesmo objeto.	As Novas observadas na nebulosa de Andrômeda são muito mais fracas que as observadas na Via Láctea: devem estar muito mais distantes.
Observações mostram a rotação de algumas espirais, com período de 10^5 anos (A. van Maanen). Se tiverem diâmetro superior a ~ 5 kpc, as regiões externas se moveriam acima da velocidade da luz.	As linhas de emissão de espirais são semelhantes à soma dos espectros que se obteria somando a emissão de estrelas próximas do Sol; o desvio espectral observado indica velocidades muito maiores do que a das estrelas (V. Slipher).

da Via Láctea, ao medir a distância de galáxias próximas utilizando a relação período–luminosidade de estrelas Cefeidas com o então novo telescópio de 2,5 m de Mount Wilson.

A relação período–luminosidade da variáveis Cefeidas, também chamada *lei de Leavitt* foi calibrada por Harlow Shapley (Shapley, 1918b) usando a observações de 69 aglomerados globulares. Hubble, por sua vez, descobriu estrelas tipo Cefeidas nas "nebulosas" de M31, M33 e NGC 6822 (entre outras) e usou a calibração de Shapley.

Contudo, o que não se sabia naquela época, é que variáveis tipo Cefeida são diferentes nos discos estelares de galáxias espirais das encontradas em aglomerados globulares. Shapley usou variáveis de População II (pobres em metais, variáveis tipo w Virginis), enquanto Hubble usou variáveis de População I (ricas em metais, as "Cefeidas clássicas"). A distinção entre diferentes populações estelares só descoberta em 1944 por Walter Baade (veja Sec. 10.2.1).

Como as estrelas observadas por Hubble são cerca de 1,5 mag mais brilhantes que as usadas na calibração (para um mesmo período de pulsação), Hubble subestimou as distâncias medidas por um fator $10^{1,5/5} \approx 2$. Após a descoberta de Baade, as medidas de distância tornaram-se melhores, mais próximas do que medimos hoje.

A ideia da existência de uma componente escura da matéria no Universo tem mais de um século. Em 1903, Agnes M. Clerke comenta em um livro de divulgação que a massa de corpos invisíveis pode superar a massa dos objetos que brilham, podendo ser a principal componente do Universo. Em 1904, o físico inglês Lord Kelvin (William Thomson, 1º Barão Kelvin) expõe (Kelvin, 1904, Lecture XVI) uma metodologia dinâmica para determinar a massa da Via Láctea, a partir de uma descrição do movimento das estrelas como um gás de partículas. Kelvin discute a possibilidade de que a maioria das estrelas talvez sejam corpos escuros.

Em 1922, Kapteyn e Jeans estimam a massa na vizinhança solar a partir do movimento próprio de estrelas próximas e ambos utilizam o termo **Matéria Escura** (*Dark Matter*) para descrever a componente detectada dinamicamente, mas não observada. Kapteyn não detecta uma quantidade significativa de Matéria Escura, enquanto Jeans encontra evidência de uma densidade detectável na vizinhança solar.

Em 1932, Jan Oort refaz a determinação da massa dinâmica traçada pelo movimento vertical (em relação ao plano galáctico) das estrelas da vizinhança solar com um modelo e dados atualizados, e conclui que há um excesso de "matéria invisível" em relação à matéria observada e que a matéria invisível está mais concentrada no plano galáctico (veja Sec. 3.6). Hoje sabemos que a maior parte desta matéria invisível detectada dinamicamente na vizinhança solar é composta pelo meio interestelar (gás, poeira, anãs marrons e restos de evolução estelar).

Em 1933, Zwicky determinou a massa dinâmica do aglomerado de Coma através do uso do teorema do virial, usando o *redshift* medido de 8 galáxias, e conclui que a maior parte da massa deste aglomerado está na forma de uma Matéria Escura (*dunkle Materie*). Este resultado foi confirmado por Smith (1936)

fazendo a mesma análise do aglomerado de Virgo.

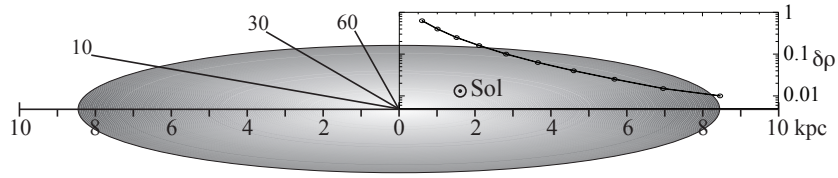


Figura 11: Modelo da Galáxia de Kapteyn (1922). O Sol está ~ 650 pc do centro da Galáxia e $\sim$ 38 pc acima do plano. O perfil de densidade corresponde a contagem de estrelas em relação ao centro da Galáxia.

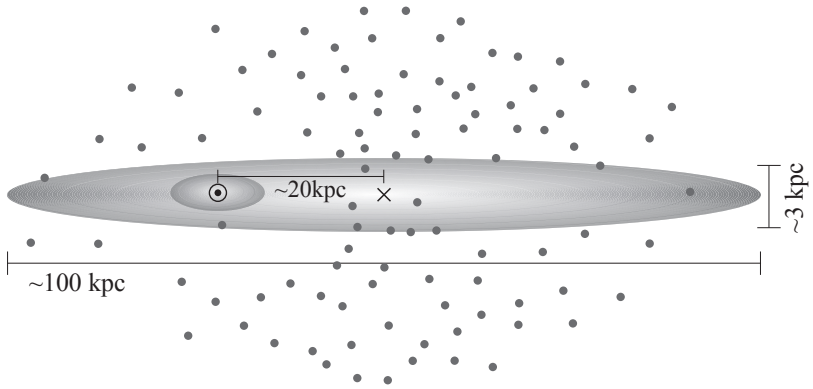


Figura 12: Modelo de Universo de Shapley (1918a). Os pequenos círculos cinza são aglomerados globulares. No modelo de Shapley, a região próxima do Sol tem um excesso de densidade. O "X" indica o centro da Galáxia e "⊙" a posição do Sol. Note a diferença de escala entre os modelos de Shapley e Kapteyn.

Em 1927, Lemaître propõe um modelo de Universo homogêneo em grande escala em expansão resolvendo as equações de Einstein e obtendo pela primeira vez a relação entre a distância e a velocidade de afastamento das galáxias. Em 1929, Hubble confirma que o Universo está em expansão correlacionando as velocidades medidas por Vesto Slipher com novas medidas de distâncias extragalácticas.

Outra descoberta importante foi a existência de poeira interestelar e a absorção (avermelhamento) da luz. A existência de um meio difuso e não transparente à radiação já era suspeitado desde o séc. XIX mas só foi confirmado em 1930 por Robert J. Trumpler. A absorção da luz pelo meio interestelar explica por que os modelos iniciais, baseados em contagens de estrelas, colocava o Sol no centro da Galáxia.

Uma vez estabelecida a natureza das nebulosas extragalácticas, são feitos os primeiros levantamentos sistemáticos para estudo da distribuição espacial das galáxias (Fig 13), sem a confusão prévia que se fazia com as nebulosas Galácticas. Em 1936, Hubble publica o seu sistema de classificação morfológico de galáxias, uma evolução do sistema já proposto por ele mesmo em 1926, separando "nebulosas extragalácticas em espirais e elípticas, que é amplamente usado até hoje (mais sobre isto na Sec. 14.1).

A compreensão da atividade nuclear das galáxias levou a maior parte do século XX. No início do século XX são descobertas linhas de emissão forte em algumas galáxias por E.A. Fath e, na década de 1940, Carl Seyfert propõe o sistema de classificação de galáxias (ainda utilizado) baseado na intensidade de suas linhas de emissão. Por outro lado, em 1939 (publicado em 1944, veja Fig. 14) Grote Reber descobre a primeira fonte discreta extragaláctica – Cygnus A –que, em 1954, foi identificada por Baade & Minkowski como uma galáxia elíptica. Na década seguinte, em 1963, são descobertos os Quasares. Estes e outros objetos foram identificados como fenômeno único, devido a atividade nuclear em galáxias, isto é, AGNs (*Active Galactic Nucleous*) na década de 1980.

Voltando ao final da década de 1940, C.D. Shane e C.A. Wirtanen, do Observatório Lick, iniciaram um projeto de contagem de galáxias no hemisfério norte (cerca de um milhão de objetos entre ascensão reta 12^h e 18^h e entre declinação $-20°$ e $+20°$), com os primeiros resultados publicados em Shane & Wirtanen (1948) e Shane & Wirtanen (1954). A figura 15 é de uma redução do catálogo de Shane & Wirtanen tirando proveito de toda a resolução espacial disponível (10 arcmin, Seldner et al., 1977).

A determinação dos parâmetros cosmológicos tem um papel importante na nossa compreensão do Universo. Esta determinação é afetada em grande parte por erros sistemáticos, isto é, erros fora do nosso controle. Um exemplo disto é a evolução do valor medido para a constante de Hubble (Fig. 16), que convergiu para o valor aceito atualmente a partir da metade da década de 1990, quando estrelas Cefeidas a mais de 10 Mpc foram observadas pelo Telescópio Espacial Hubble.

Curiosamente, o valor da constante de Hubble que aparentava convergir no início dos anos 2000, revelou um novo problema na década seguinte: medidas baseadas em observações "locais" ($z \lesssim 2$) sugerem um valor

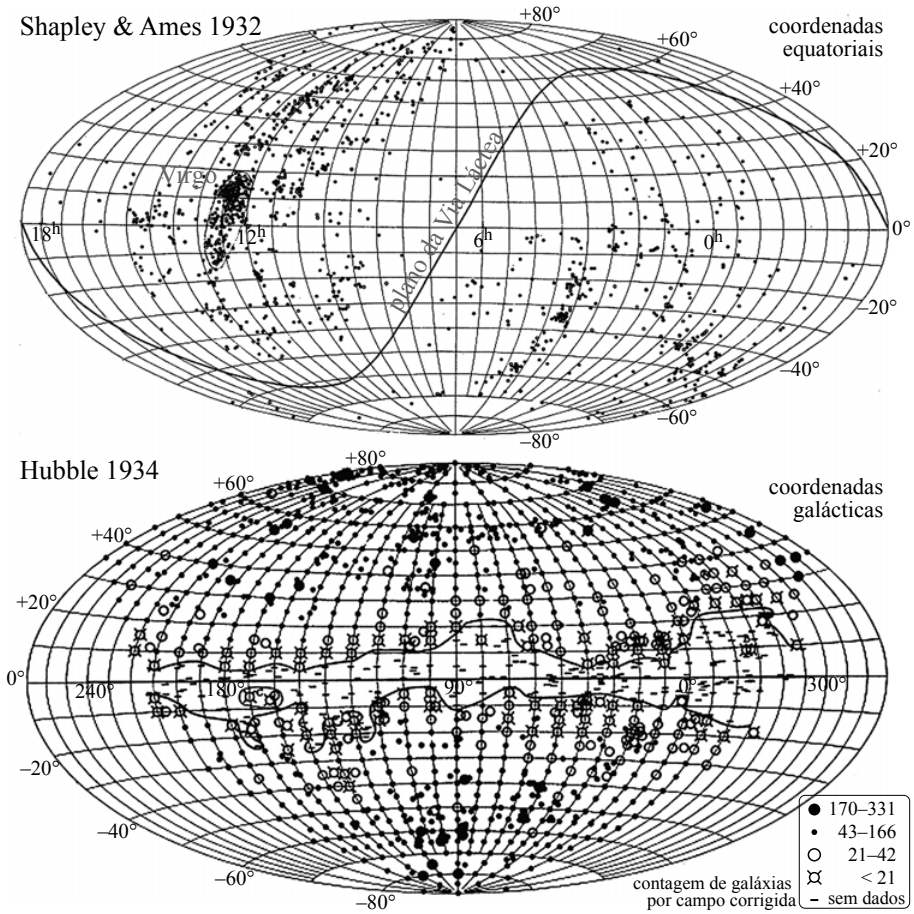


Figura 13: Levantamento da distribuição das galáxias. Acima, *survey* de Harlow Shapley e Adelaide Ames, colocando em evidência o aglomerado de Virgo. O aglomerado de Coma não parece tão rico devido à profundidade rasa do catálogo, cerca de 1200 objetos com $m_{pg} < 13$ (Shapley & Ames, 1932). Abaixo, *survey* de Hubble colocando em evidência a *Avoidance Zone* devido à extinção pela poeira da Via Láctea (Hubble, 1934).

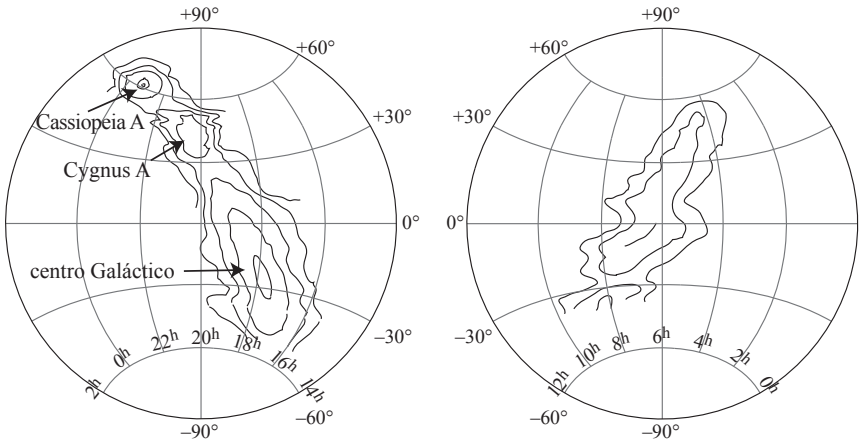


Figura 14: Isocontornos em rádio (160 MHz) da Via Láctea obtida por Reber (1944) onde podemos ver o centro da Galáxia, Cassiopeia A (Cas A, uma nebulosa resto de supernova) e a primeira radiogaláxia observada, Cygnus A (também conhecida por 3C 405, a cerca de 230 Mpc). A projeção é de Airy em coordenadas equatoriais.

próximo[1] de $(73{,}5 \pm 1{,}7)$ km s^{-1} Mpc^{-1} enquanto medidas "cosmológicas", baseadas em observações da radiação cósmica de fundo, ($z \approx 1000$) dão um valor por volta de $(67{,}5 \pm 1{,}1)$ km s^{-1} Mpc^{-1} (Fig. 17).

A partir do início do século XXI uma das principais metas da cosmologia observacional e estudos da estrutura em grande escala do universo é a caracterização da chamada Energia Escura, isto é, a determinação de sua natureza e sua equação de estado.

[1] As barras de erro aqui não são rigorosas.

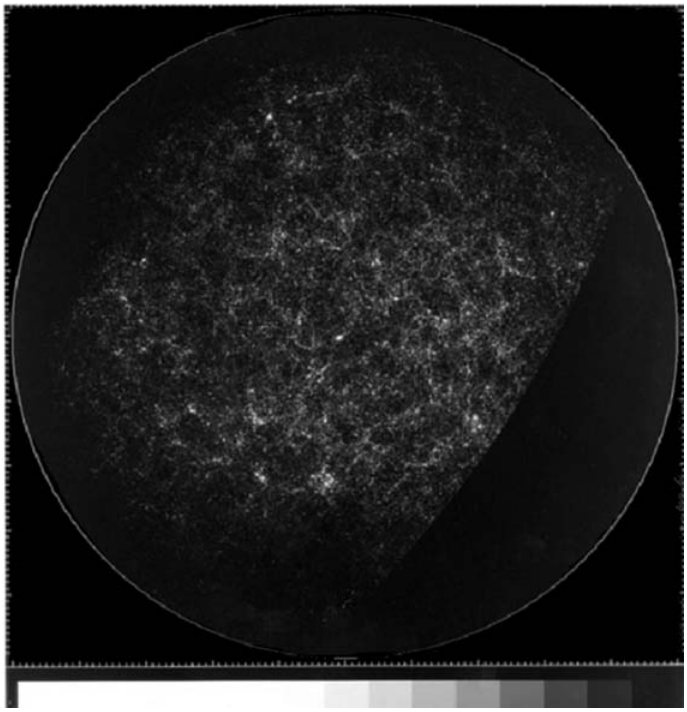


Figura 15: Mapa das contagens de galáxias de Lick mais brilhantes que $B \approx 19$, em células de 10 arcmin^2. O polo norte galáctico está no centro da imagem. Figura tirada de Seldner et al. (1977)

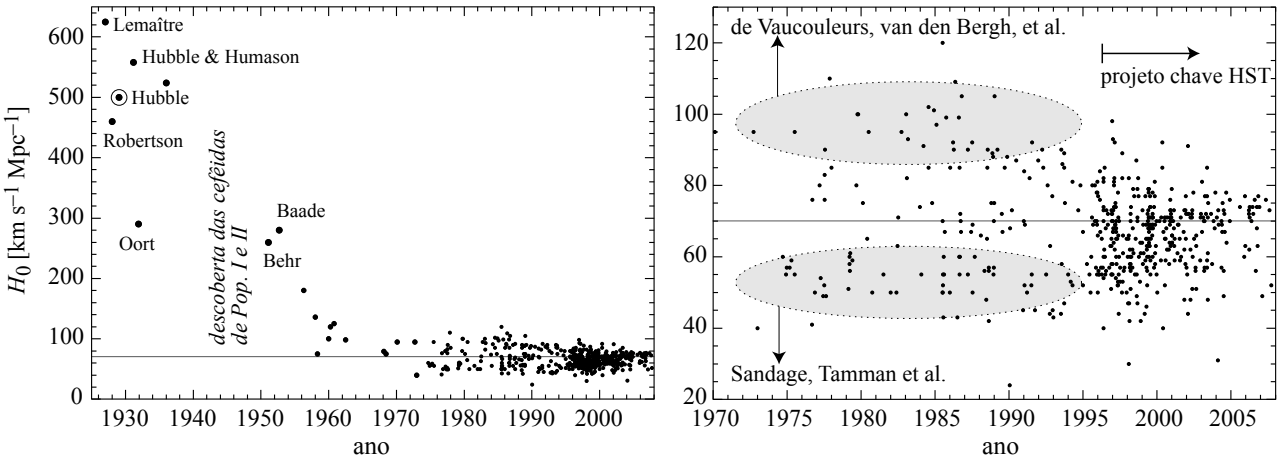


Figura 16: Evolução histórica da determinação da constante de Hubble. Baseado na compilação feita por John Huchra, cfa-www.harvard.edu/~huchra/hubble, como parte do "projeto chave" do HST. Note que a primeira medida é de Georges Lemaître.

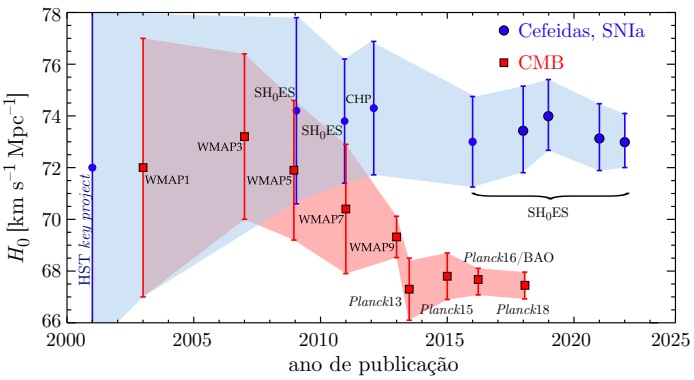


Figura 17: Evolução da determinação da constante de Hubble nas primeiras 2 décadas do século XXI mostrando a tensão entre dois tipos de abordagens: "local" (Cefeidas e SN Ia, em azul) e "cosmológica" (CMB, em vermelho). Figura baseada em Beaton et al. (2016); Freedman (2017); Perivolaropoulos & Skara (2022). SH$_0$ES é a colaboração *Supernovae and H_0 for the Equation of State* liderada por Adam Riess.

2 Introdução à cosmologia

2.1 Princípios básicos

A cosmologia se baseia em duas hipóteses fundamentais: o Universo é **isotrópico** e **homogêneo** em grande escala. Isto significa, que para qualquer observador o Universo terá as mesmas propriedades, independentemente da direção de observação. Matematicamente, dizemos que as propriedades do Universo são invariantes por translação (homogeneidade) e rotação (isotropia).

Estas hipóteses, conhecidas como **Princípio Cosmológico**, são motivadas por razões filosóficas e simplificadoras, devendo ser verificadas observacionalmente.

Obviamente, o Universo é extremamente não homogêneo em "pequenas" escalas: sistema solar ($\sim 10^{-7}$kpc), Galáxia ($\sim 10\,$kpc), super-aglomerado de Virgo (ou super-aglomerado local, $\sim 10^4$kpc),... A partir de qual escala o Universo é homogêneo?

Podemos utilizar simplesmente argumentos dimensionais para definir uma escala de distância a partir da qual o Universo deve ser homogêneo. A gravitação nos fornece uma escala de tempo (escala de tempo de colapso de um sistema auto-gravitacional, veja Sec. 8):

$$t_c \sim (G\,\bar{\rho})^{-1/2} \sim 10^{10} \text{ anos} \quad ; \quad \bar{\rho} \sim \rho_c \approx 10^{-29} \text{g cm}^{-3}\,. \tag{1}$$

Multiplicando t_c por uma velocidade obtemos uma escala de distância:

$$L = v\,t_c \sim 200\,\text{Mpc}\,, \tag{2}$$

onde tomamos $v = 0{,}01c$ (c é a velocidade da luz) como um limite superior para v. Este limite corresponde às maiores velocidades peculiares observadas (veja Sec. 3.1.5). Em outras palavras, estes argumentos simples indicam que o Universo deve ser aproximadamente homogêneo a partir de escalas maiores que 200 Mpc.

De fato, observamos que a esta distância, as contagens de galáxias, quasares e radiogaláxias excluem flutuações importantes, $\delta\rho/\rho > 1$. A Fig. 18 mostra a distribuição projetada de 48 mil fontes rádio ilustrando esta homogeneidade.

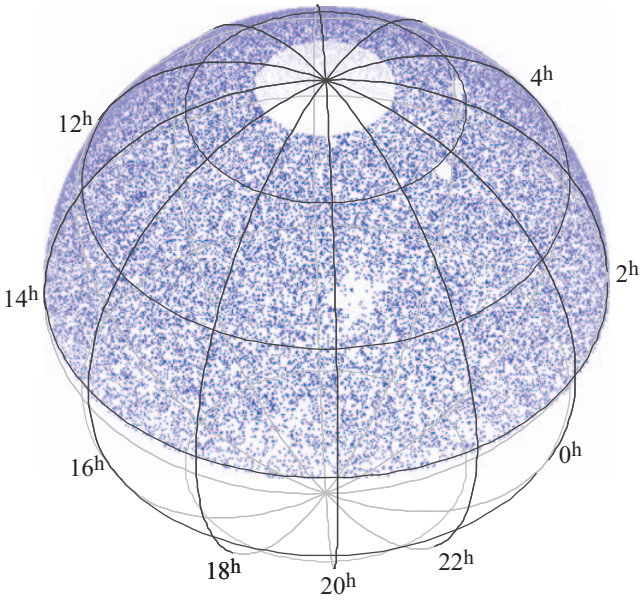


Figura 18: Distribuição em coordenadas equatoriais de fontes discretas emissoras em rádio (4,85 GHz [6 cm], fluxo entre 20 e 50 mJy) detectadas no hemisfério norte ($0° \leq \delta \leq 75°$). Dados de Gregory et al. (1996)

A observação de grandes estruturas em levantamentos profundos de galáxias (veja Sec. 4.1) mostram que as perturbações de densidade tendem a $\delta\rho/\rho \ll 1$ para dimensões maiores que algumas centenas de Mpc. Scrimgeour et al. (2012) examinando um levantamento de 200 mil galáxias estimam que a flutuação de *contagem* de galáxias atinge 1% em esferas de $75h^{-1}$ Mpc, e excluem uma distribuição *fractal*[2] em escalas superiores a $80h^{-1}$ Mpc.

[2] Uma distribuição fractal é caracterizada por uma dimensão não inteira. Por exemplo, a contagem de objetos extragalácticos em esferas de raio r pode ser expressa como $N(<r) \propto r^D$ (ignorando a curvatura e expansão do Universo); se $D = 3$ temos uma distribuição uniforme, não fractal, tridimensional; se $0 < D < 3$ teremos uma distribuição fractal.

2.2 Princípio antrópico

O fato de estarmos aqui, questionando sobre o Universo (ou o que quer que seja), é óbvio. Esta observação pode dar vínculo às teorias cosmológicas? Até a época de Copérnico (1473–1543), acreditava-se que o Universo havia sido criado para os seres humanos e que estes estariam em uma posição central – o fato de estarmos aqui observando o Universo seria óbvia e trivialmente irrelevante. Como não somos o centro do Universo, o fato de estarmos aqui tem implicações que podem ser utilizadas em cosmologia. Esta é a ideia básica do **Princípio Antrópico**.

Dicke (1961) argumentou que para que vida inteligente baseada em carbono (p.ex., nós) exista, o Universo deva ter, no mínimo, cerca de 10 bilhões de anos. Este é, grosseiramente, o tempo necessário para o enriquecimento em metais do meio, formação de um sistema solar como o nosso, surgimento e evolução de vida inteligente. Mais ainda, se o Universo fosse velho demais, vida inteligente (como conhecemos) não poderia aparecer, pois as estrelas como o Sol já teriam saído da sequência principal. Dar limites para a idade do Universo desta forma é uma aplicação do chamado princípio antrópico fraco.

A motivação de Dicke foi a "coincidência de números grandes" notada por Dirac (1938):

$$\frac{\hbar c}{G m_p^2} \sim 2\times 10^{38} \;\; ; \;\; \frac{H_0^{-1} m_p c^2}{\hbar} \sim 6\times 10^{41} \;\; ; \;\; \left(\frac{\mathcal{M}_{\rm univ}}{m_p}\right)^{1/2} \sim 5\times 10^{39}\,. \tag{3}$$

A semelhança entre estes números adimensionais, que dependem de grandezas de origens diferentes (massa do próton, massa do Universo visível, constante da gravitação, constante de Planck, idade do Universo) pode tanto ser uma (grande) coincidência ou ser a manifestação de algum princípio físico (ainda desconhecido) fundamental. Dirac sugeriu que a intensidade da força gravitacional estaria ligada à densidade média do Universo e, consequentemente, a constante gravitacional não seria constante e deveria variar com o tempo. Contudo, Dicke mostrou que a densidade média do Universo está relacionada com a idade do Universo e que o Universo não pode ser nem muito jovem nem muito velho para que possamos estar aqui.

Carter (1974) formalizou o princípio antrópico e introduziu sua versão forte, propondo que as constantes fundamentais da natureza são tais que permitem a existência de um Universo onde a vida inteligente pode evoluir – se o Universo não fosse como ele é, nós não estaríamos aqui para observá-lo. Dito de outra forma, de uma infinidade de universos possíveis, apenas alguns (ou um?) são adequados à vida inteligente. Por exemplo, a constante cosmológica deve ser (muito) pequena comparada com a energia de Planck ($E_{\rm pl} = \sqrt{\hbar c^5/G} \simeq 1{,}956\times 10^9$ J $= 1{,}22\times 10^{19}$ GeV); a amplitude das perturbações primordiais, quando estas entram no horizonte (isto é têm dimensão menor que o horizonte causal do Universo), devem ser da ordem de 10^{-5}.

Se o princípio antrópico forte é verdadeiro, então algumas das constantes da natureza (massa dos quarks, intensidade das interações fortes, etc...) não podem ser deduzidas a partir de teorias do tipo Grande Unificação e/ou "Teoria de Tudo". Por outro lado, se encontramos algum dia uma verdadeira "Teoria de Tudo", as "coincidências de grandes números", valores de todas as grandezas físicas, etc..., poderá ser deduzido a partir desta teoria e não haverá espaço para o princípio antrópico.

2.3 Expansão do Universo e a lei de Hubble–Lemaître

No início do século XX, além das hipóteses de isotropia e homogeneidade, acreditava-se que o Universo era imutável (modelo estático; na sua versão mais sofisticada, modelo de Einstein).

Esta última hipótese teve que ser abandonada em vista dos trabalhos de Georges Lemaître (1927) e Edwin Hubble (1929), que, com o telescópio de 2,5m de Monte Wilson, mostrou que as galáxias estão se afastando proporcionalmente às suas distâncias (Fig. 19). Este fato observacional foi (e é) interpretado como a expansão do Universo.

A expansão do Universo é descrita matematicamente pela **lei de Hubble–Lemaître**, $v = H_0\, D$, onde H_0 é uma constante, a *constante de Hubble–Lemaître*. Um objeto a distância D se afasta do observador com velocidade v. Mais precisamente, H_0 é o valor medido hoje do parâmetro de Hubble–Lemaître (discutido na Sec. 2.8).

Notemos que os primeiros valores medidos de H_0 é por volta de 500 km s^{-1}Mpc^{-1}. Isto aconteceu devido a um erro na calibração da relação período-luminosidade de estrelas Cefeidas. Hubble usou a calibração de Shapley baseada em estrelas de População II, mas observou estrelas de População I nas galáxias.

A lei de Hubble–Lemaître é uma consequência da isotropia do Universo; se a velocidade fosse proporcional a D^p com $p \neq 1$, observadores em diferentes lugares não mediriam a mesma expansão do Universo isotropicamente.

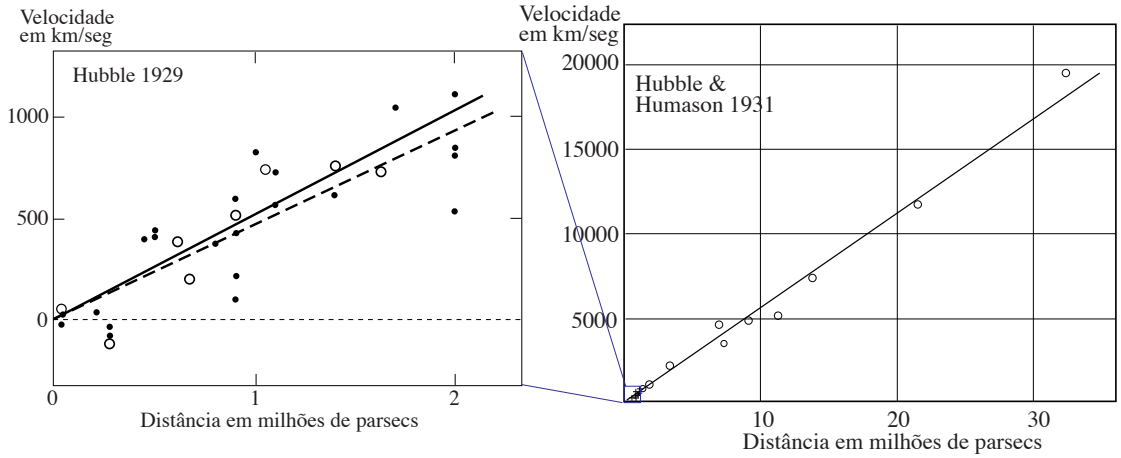


Figura 19: A relação velocidade heliocêntrica–distância. Esquerda: figura 1 de Hubble (1929); as distâncias foram medidas utilizando Cefeidas (cada círculo representa uma galáxia). Direita: figura 5 de Hubble & Humason (1931); os círculos representam valores médios de aglomerados (as distâncias são obtidas através da distribuição de magnitudes aparentes dos membros dos aglomerados). Note que o valor de H_0 nesta figura é próximo de 500 km s^{-1}Mpc^{-1}.

Observacionalmente, o que medimos é o *desvio para o vermelho* nas linhas dos espectros das galáxias. Como os objetos se afastam, as linhas aparecem deslocadas para maiores comprimentos de onda – este deslocamento é chamado *redshift*, $z \equiv \Delta\lambda/\lambda = v/c$, para $v \ll c$; na seção 2.7.3 mostramos como o *redshift* se relaciona com a expansão do universo (e não é um efeito Doppler) e na seção 2.9.2 veremos como z se relaciona com a velocidade de recessão.

Devido à velocidade finita da luz, podemos associar a velocidade de recessão (ou distância) a uma época passada do Universo. Também é normal nos referirmos a um instante passado do Universo através do *redshift* correspondente à distância. Isto é conveniente pois o *redshift* é obtido diretamente pela observação do espectro do objeto.

2.3.1 Paradoxo de Olbers

Em 1576, o astrônomo inglês Thomas Digges é um dos primeiros a discutir o sistema de Copérnico (Johnson & Larkey, 1934). Porém, contrariamente a Copérnico, Digges sugere que o Universo é infinito repleto de estrelas. Digges vê um problema na observação de que a noite é escura e não iluminada por uma infinidade de estrelas.

Em 1720, Halley discute a ideia de um Universo infinito (era a visão aceita na época, uma vez que um Universo finito seria gravitacionalmente instável), e conclui que, neste caso, haveria um número infinito de estrelas e o céu deveria ser infinitamente brilhante. Em 1744, Jean-Phillipe de Chéseaux sugere que há algo que atenue a luz das estrelas e a noite não é clara como o dia.

Em 1823, Heinrich Wilhelm Olbers volta a fazer a pergunta "*porque a noite é escura?*" no artigo "*Über die Durchsichtigkeit des Weltraums*" (Sobre a transparência do universo). No século XIX ainda era aceita a ideia de um universo eterno e infinito. Nestas condições, o número de estrelas deve ser também infinito. Imaginemos uma casca esférica com raio r e espessura $\mathrm{d}r$ centrada na Terra, uma densidade média de estrelas ρ_*, cada estrela com luminosidade $\overline{L}$ (isto é, $\overline{L}$ é a luminosidade média das estrelas). O número de estrelas em cada casca é $N_* = 4\pi\rho_* r^2\,\mathrm{d}r$, e a luminosidade de uma casca será $L_{\rm casca} = N_*\overline{L} = 4\pi\rho_*\overline{L}r^2\,\mathrm{d}r$.

O brilho aparente (fluxo) de cada casca observado na Terra é, portanto:

$$f_{\rm casca} = \frac{L_{\rm casca}}{4\pi r^2} = \rho_*\overline{L}\,\mathrm{d}r\,. \tag{4}$$

O brilho total, de todas as cascas, será $f = \int_0^\infty \rho_*\overline{L}\,\mathrm{d}r \to \infty$. Ou seja, somando-se infinitas cascas, o brilho observado seria infinito.

Se considerarmos que as estrelas não são pontos, mas esferas, mesmo assim o brilho total seria pelo menos algo como o brilho do Sol. Como observamos que a noite é mais escura que o dia, esta questão é o conhecido *Paradoxo de Olbers*.

Algumas soluções propostas estão erradas, por exemplo, supondo a existência de uma grande quantidade de poeira que absorve a luz das estrelas. Neste caso (I) deveria haver uma quantidade tão grande de poeira

que não veríamos nem mesmo as estrelas próximas (II) a energia da radiação das estrelas seria reemitida no infravermelho distante e (III) se o fluxo é realmente infinito, a poeira seria completamente foto-dissociada.

Quando se descobriu a expansão do Universo, imaginou-se que o *redshift* pudesse ser suficiente para diminuir a energia das estrelas distantes e resolver o problema. Isto, contudo, apenas diminui o fluxo total (bolométrico) recebido pelo observador por um fator ~ 2 em relação a um universo estático (Wesson et al., 1987).

A solução do paradoxo está em um Universo jovem, onde o número de estrelas potencialmente visíveis, isto é, dentro de um raio de causalidade c/H_0 (a idade do universo é $\sim H_0^{-1}$), é finito. A integral em $\mathrm{d}L$ então converge para um valor finito. O fato de a noite ser escura é uma evidência de que o Universo teve um início no passado, este início podendo ser interpretado como o "*Big Bang*". Na seção 9.2.3 veremos como calcular o brilho superficial do céu noturno devido à soma de todas as fontes de luz extragalácticas.

2.4 História térmica do Universo primordial

Se o Universo está em expansão hoje, extrapolando a evolução para o passado eventualmente chegaremos a uma singularidade. O modelo padrão cosmológico assume que o Universo expandiu (e expande ainda) a partir de uma fase densa e quente, o chamado *Big Bang*. A tabela 3 nos dá uma breve descrição da história do Universo.

Tabela 3: História térmica do Universo, baseado no modelo ΛCDM. Em 2015, o LHC/Cern operava com energia de $1{,}3 \times 10^4$ GeV. Escalonando a energia com o tamanho do acelerador de partículas, precisaríamos de um "*Cern*" com o diâmetro da órbita de Netuno para atingirmos $\sim 10^{13}$ GeV. Extrapolando para o futuro, o *redshift* deixa de ter um sentido físico, mas pode ser usado como uma variável indicando a expansão futura do Universo; neste caso, $z \to -1$ para $t \to \infty$.

Evento	Idade	z	T (K)	kT
Futuro	$100 \times 10^9 h_{70}^{-1}$ anos	$-0{,}9947$	0,0144	$1{,}24 \times 10^{-6}$ eV
Hoje	$13{,}7 \times 10^9 h_{70}^{-1}$ anos	0	2,725	$2{,}35 \times 10^{-4}$ eV
Equipartição E. Escura–Matéria	$9{,}95 \times 10^9 h_{70}^{-1}$ anos	0,326	3,61	$3{,}1 \times 10^{-4}$ eV
Fim da reionização	$\sim 0{,}92 \times 10^9 h_{70}^{-1}$ anos	~ 6	$\sim 19{,}0$	$1{,}6 \times 10^{-3}$ eV
Início da reionização	$\sim 0{,}18 \times 10^9 h_{70}^{-1}$ anos	~ 20	~ 57	$4{,}9 \times 10^{-3}$ eV
Desacoplamento dos fótons	$0{,}4 \times 10^6 h_{70}^{-1}$ anos	1100	3000	0,26 eV
Recombinação	$2{,}7 \times 10^5 h_{70}^{-1}$ anos	1400	3800	0,33 eV
Equipartição Matéria–Radiação	$58 \times 10^3 h_{70}^{-1}$ anos	$3400 h_{70}^2$	$9200 h_{70}^2$	$0{,}8 h_{70}^2$ eV
Nucleossíntese	1–500 s	$2{,}5 \times 10^8$–$5{,}5 \times 10^9$	7×10^8–15×10^9	0,06–1,3 MeV
Aniquilação de e^+ Desacoplamento dos neutrinos	1 s	$5{,}5 \times 10^9$	15×10^9	1,3 MeV
Transição quark–hádron	5×10^{-6} s	4×10^{12}	10^{13}	1 GeV
Unificação eletro-fraca Bariogênese?	5×10^{-10} s	4×10^{14}	10^{15}	100 GeV
GUT/Inflação	5×10^{-33} s	4×10^{26}	10^{27}	10^{14} GeV
Época de Planck Desacopl. dos grávitons	2×10^{-43} s	10^{32}	3×10^{32}	2×10^{19} GeV

Enquanto a temperatura de corpo negro da radiação é superior a $\sim$ 3000 K (discutiremos isto na

Sec. 2.5.3) o Universo está todo ionizado e os fótons são espalhados (espalhamento Thomson) pelos elétrons livres. Isto mantém todo o universo em equilíbrio térmico e, naturalmente, temos um espectro de corpo negro para a radiação.

Dizemos que as diversas partículas do Universo (fótons, neutrinos, elétrons, prótons, etc.) estão **acopladas** quando, por algum mecanismo (espalhamento, colisões ou absorção/emissão) estas partículas estão em equilíbrio térmico. Este equilíbrio se dá se a taxa de interação entre as partículas é mais rápida do que a expansão do Universo ou, equivalentemente, se a escala de tempo de interação é menor que a escala de tempo da expansão do Universo.

Enquanto o Universo expande, a temperatura diminui e as taxas de reações tendem a diminuir. Eventualmente, as partículas vão deixando de estar em equilíbrio e dizemos que elas **desacoplam** do resto do Universo. Este desacoplamento ocorre a momentos diferentes para diferentes tipos de partículas (veja alguns exemplos na tabela 3).

2.4.1 Partículas relativísticas no Universo primordial

Para uma distribuição de partículas, que tem uma função de distribuição $f_i(p)$, onde p é o momento (quantidade de movimento), a densidade numérica e a densidade de energia são dadas por:

$$n_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3}\int_V f_i(\vec{p})\,\mathrm{d}^3p \qquad \text{e} \qquad \rho_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3}\int_V E(\vec{p})f_i(\vec{p})\,\mathrm{d}^3p\,, \tag{5}$$

onde a integral é feita sobre todo o volume V do espaço de velocidades, g_i é o número de graus de liberdade relativísticos e $E(\vec{p})$ é a energia que corresponde ao momento $\vec{p}$. A função de distribuição depende da natureza da partícula, se for um **férmion** ou um **bóson**:

$$f(\vec{p}) = \frac{1}{\exp[E(\vec{p})/T] \pm 1}\,; \quad \begin{cases} (+) \to \text{férmion} \\ (-) \to \text{bóson} \end{cases} .$$

Durante a era da radiação, podemos ignorar a contribuição da matéria não-relativística ("poeira" sem pressão) e da energia escura (que será descrita mais a frente). A densidade de energia total será determinada apenas pelas partículas relativísticas e, no caso de fótons (bósons), temos:

$$\rho_B(T) = \sum_i \rho_i(T) = \frac{\pi^2}{30}\,g_B(T)\,T^4\,, \quad \text{(em unidades "naturais", } k\equiv 1, h\equiv 1, c\equiv 1)\,,$$

onde a soma i é feita sobre todas as partículas (no caso, bósons) livres relativísticas. Em unidades "físicas", a expressão acima é:

$$\rho_B(T) = \frac{2\sigma}{c^3}g_B(T)\,T^4 = 4{,}209\times 10^{-36} g_B(T) T^4 \text{ g cm}^{-3} \quad (T \text{ em Kelvin})\,, \tag{6}$$

onde σ é a constante de Stefan–Boltzmann. Para fótons, $g_B = 2$ e a fórmula acima se torna a chamada lei de Stefan–Boltzmann. Voltaremos em breve a esta lei por um outro caminho na Sec. 2.5.2.

No caso de férmions (neutrinos, por exemplo), temos:

$$\rho_F(T) = \sum_i \rho_i(T) = \left(\frac{7}{8}\right)\frac{\pi^2}{30}\,g_F(T)\,T^4 = 3{,}683\times 10^{-36} g_F(T)\,T^4 \text{ g cm}^{-3} \quad (T \text{ em Kelvin})\,,$$

Para determinarmos a evolução da densidade de energia em um universo em expansão, precisamos determinar como evolui o número de graus de liberdade relativístico, $g_*(T)$, para as partículas livres na Era da radiação (T é a temperatura do Universo). Seguindo Kolb & Turner (1990), o número de graus de liberdade *efetivo*, $g_*(T)$, é dado por:

$$g_*(T) = \sum_{\mathrm{B}} g_B \left(\frac{T_B}{T_\gamma}\right)^4 + \frac{7}{8}\sum_{\mathrm{F}} g_F \left(\frac{T_F}{T_\gamma}\right)^4\,, \tag{7}$$

onde a soma é feita sobre os graus de liberdade dos Bósons (B) de temperatura T_B e férmions (F) de temperatura T_F. A temperatura dos fótons é T_γ. As partículas são relativísticas enquanto a energia associada a temperatura do Universo é maior do que a energia da massa de repouso, isto é, enquanto $kT \gg mc^2$. Por exemplo, como mencionado acima, os fótons tem $g_\mathrm{B} = 2$, correspondente a duas polarizações perpendiculares.

Desta forma, a densidade total de partículas relativísticas (ρ_R), bósons e férmions, pode ser escrita de uma forma simples:

$$\rho_R(T) = \frac{\pi^2}{30} g_*(T) T_\gamma^4 = 4{,}209 \times 10^{-36} g_* T_\gamma^4 \text{ g cm}^{-3} \quad (T \text{ em Kelvin}) . \tag{8}$$

Em temperaturas acima de $T \sim 200$ GeV todas as partículas (e suas anti-partículas) estão presentes, são relativísticas e estão em equilíbrio térmico (a partícula mais massiva, o *quark top*, tem $m_{\rm top} = 175$ GeV). O número total de graus de liberdade desta "sopa" de partículas é Olive & Peacock (2014):

$$g_*(T) = 28 + (7/8)\ 90 = 106{,}75 ; \quad (T \gtrsim 200 \text{ GeV}) .$$

Quando o Universo atinge $T \sim 1$ GeV, os Quarks t, b, c; o lépton τ; e os bósons W^+, W^-, Z^0 e H^0 já se aniquilaram e o número de graus de equilíbrio relativístico passa a:

$$g_*(T) = 18 + (7/8)\ 50 = 61{,}75 ; \quad (0{,}2 \lesssim T \lesssim 200 \text{ GeV}) .$$

Abaixo de 100 MeV, os quarks e glúons estão confinados nos hádrons (principalmente prótons e nêutrons) e os muons (léptons) já se aniquilaram. Sobram apenas os fótons e os léptons, elétrons e neutrinos (e suas anti-partículas). Temos agora:

$$g_*(T) = \underbrace{2}_{\text{fótons}} + (7/8) \times \underbrace{(6+4)}_{\text{neutrinos + elétrons}} = 10{,}75 ; \quad (0{,}5 \text{ MeV} \lesssim T \lesssim 0{,}1 \text{ GeV})$$

Abaixo de ~ 1 MeV, os neutrinos se desacoplam e sua temperatura se diferencia da temperatura dos fótons (neutrinos e fótons deixam de estar em equilíbrio). Abaixo de $T \sim 500$ keV, elétrons e pósitrons deixam de ser relativísticos e se aniquilam. Portanto:

$$g_*(T) = 2 + (7/8)\ 6\ (T_\nu/T_\gamma)^4 = 2 + (7/8)\ 6\ (4/11)^{4/3} = 3{,}3626 ; \quad (T \lesssim 0{,}5 \text{ MeV})$$

lembrando que $T_\nu = (4/11)^{1/3} T_\gamma$. A figura 20 mostra a evolução de g_* no universo em expansão.

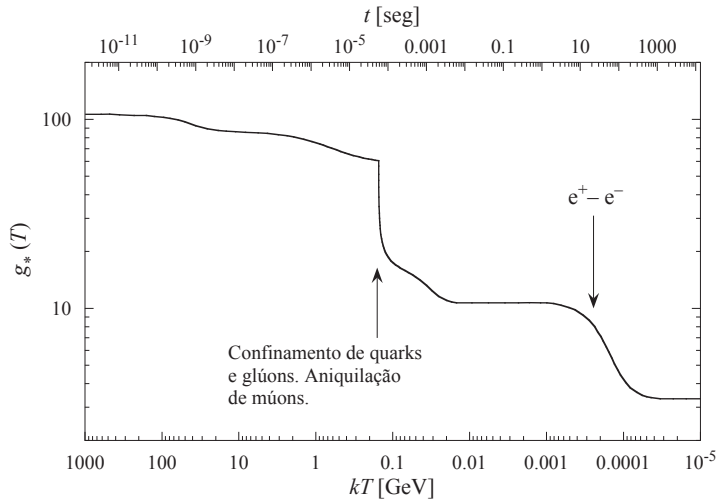


Figura 20: Evolução do número de graus de liberdade efetivos, g_* em função da temperatura do Universo. Acima, a escala de tempo após o Big Bang assumindo um universo ΛCDM.

Os neutrinos com massa inferior a $\sim 0{,}2$ eV ainda são relativísticos até a época da recombinação, $z = 1100$, cerca de 400 mil anos após o Big Bang (0,2 eV é aproximadamente a "temperatura", kT, do universo nesta época). A menos que os neutrinos tenham massa inferior a 10^{-4} eV, eles não são mais relativísticos hoje e devem contar como matéria, e não radiação. Neste caso, apenas os fótons seriam relativísticos e $g_*(T) = 2$. A evolução da densidade da "radiação", isto é, partículas livres e relativísticas é ilustrada na Fig. 21.

2.5 Radiação cosmológica de fundo em micro-ondas (RCF ou CMB)

Dentro do modelo do Universo em expansão, Gamow (1948) previu que o Universo deveria estar permeado por uma radiação de corpo negro, cujo brilho (por unidade de frequência ou unidade de comprimento de onda) é dado pela lei de Planck:

$$B_\nu(T) = \frac{2\,h}{c^2} \frac{\nu^3}{\exp(h\nu/kT) - 1} \quad \text{ou} \quad B_\lambda(T) = \frac{2\,hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc/\lambda kT) - 1} . \tag{9}$$

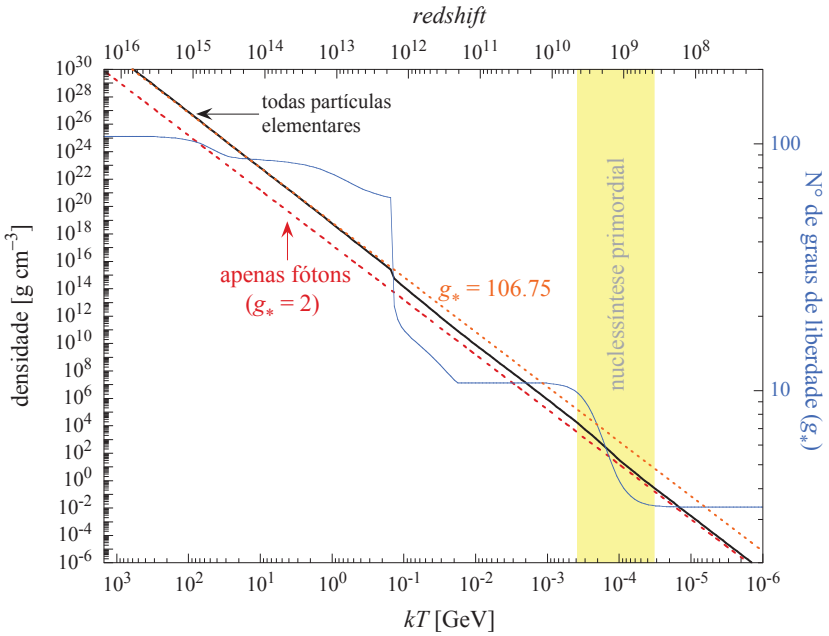


Figura 21: Evolução da densidade de partículas relativísticas ("radiação", traço preto) comparada com a evolução da densidade de fótons (reta vermelha); a pequena diferença em $kT \sim 10^5$ GeV é devida aos neutrinos. Se as partículas do modelo padrão permanecessem livres e relativísticas sempre, a densidade seria dada pela reta laranja. Em azul, com ordenada no lado direito, mostra o g_* como na Fig. 20. A faixa amarela indica a época da nucleossíntese primordial (Sec. 2.13).

A temperatura desta radiação estaria diretamente ligada à idade do Universo e, consequentemente, ao fator de escala e o *redshift* cosmológico. Além disto, a radiação cosmológica de fundo mantém o espectro de corpo negro durante a expansão do Universo (Tolman, 1930). Isto ocorre porque ambos kT e $h\nu$ são inversamente proporcionais ao fator de escala a do Universo (dito de outra forma, ambos diminuem linearmente com o *redshift*).

Em 1965 foi publicado simultaneamente a descoberta de uma radiação de fundo medida em 4080 MHz (7,35 cm, medida em 1964) por Penzias & Wilson (1965) e a interpretação desta, que seria a radiação de corpo negro que permeia o Universo devido a uma fase quente primordial, foi proposta por Dicke, Peebles, Roll & Wilkinson (1965)[3]. A temperatura obtida foi de $3{,}5 \pm 1{,}0$K.

O valor obtido pelo FIRAS (*Far Infrared Absolute Spectrophotometer*) e pelo DMR (*Differential Microwave Radiometer*) do satélite COBE (COsmic Background Explorer, 1989–1993) é $2{,}725 \pm 0{,}002$K (95% de certeza, Mather et al., 1999). Com WMAP, esta medida se tornou ainda mais precisa, $T_{\rm cmb} = 2.72548 \pm 0.00057$ (Fixsen, 2009), veja a Fig. 22.

A radiação de fundo é extremamente homogênea, como pode ser constatado no painel superior esquerdo da figura 23. A temperatura medida corresponde a $z = 0$, isto é, hoje. Para *redshifts* superiores, a temperatura da CMB deve ser superior à $T(z = 0)$, veja a Eq. (21) abaixo. Bahcall & Wolf (1968) sugeriram que a temperatura da radiação cósmica no passado pode ser medida através das linhas de excitação atômicas hiperfinas produzidas em nuvens a alto *redshift*. De fato, Levshakov et al. (2002) mediram $T = 12{,}2^{+1,7}_{-3,2}$K em $z = 3{,}025$ na direção do QSO 0347-3819, compatível com o valor esperado de $T = 10{,}968 \pm 0{,}004$ K e Cui et al. (2005) obtiveram $T = 7{,}2 \pm 0{,}8$K em $z = 1{,}7765$ (Q1331+170), também compatível com o valor esperado de 7,566K.

2.5.1 Dipolo cinemático e anisotropias da RCF (CMB)

Devido ao efeito Doppler, a temperatura da radiação cósmica depende da velocidade relativa (direção e módulo) do observador. A temperatura observada de uma emissão de corpo negro isotrópica de temperatura $T_{\rm CMB}$ é:

$$T_{\rm obs}(\theta) = T_{\rm CMB} \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta\cos\theta}\,, \qquad (10)$$

[3] A observação de estados excitados da molécula CN levou McKellar (1941) a conclusão da existência de um fundo de radiação de 2,3 K. Contudo, como o CN era observado na Galáxia, a origem deste fundo de radiação foi atribuído à radiação estelar e não à CMB. Mais tarde, Dicke, Beringer, Kyhl & Vane (1946) mediram uma "radiação de matéria cósmica muito pequena (< 20 K) no comprimento de onde de 1,25 cm". Em 1956, em sua tese de doutorado, Émile Le Roux mostrou que em $\lambda = 33$ cm o céu tem uma temperatura uniforme, inferior a 20 K (citado em Delannoy et al., 1957). Em 1957, Tigran Shmaonov também detectou uma temperatura de fundo no céu de cerca de 4 ± 3 K observando em 3.2 cm. Nenhuma destas medidas foram reconhecidas como sendo do fundo de radiação de origem cosmológica. Independentemente, Doroshkevich & Novikov (1964) também discutem a detectabilidade de uma radiação cósmica de fundo, baseado no modelo de Gamow, no mesmo ano em que Penzias e Wilson fizeram suas medidas.

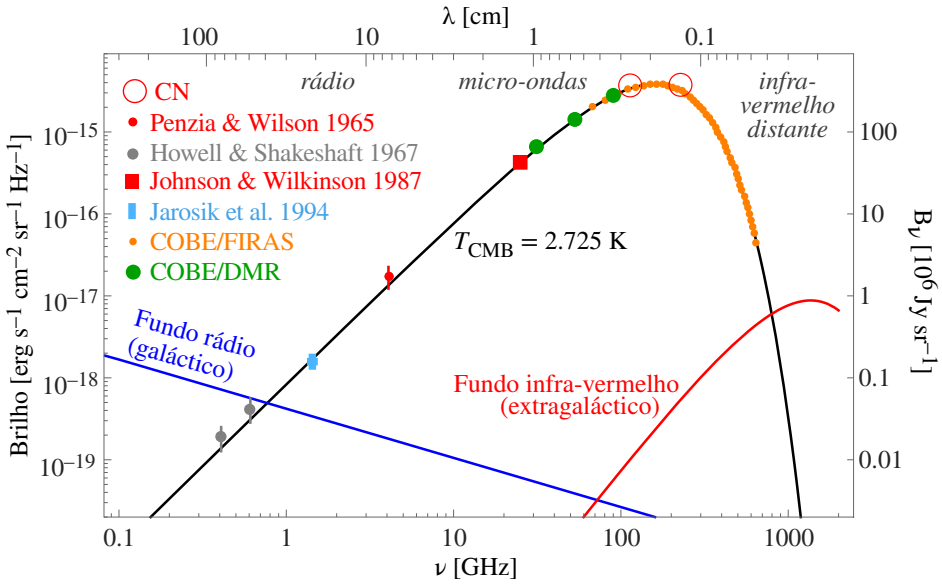


Figura 22: Espectro de um corpo negro (Planck) de 2,725K. Para comprimentos de onda superior à $\sim$ 50 cm a radiação observada é dominada pela emissão de fundo em rádio (soma de fontes rádio síncrotron [cf. seção 11.5]). Para comprimentos inferiores à $\sim$ 0,2 mm a contribuição vem da emissão extragaláctica (energia emitida por formação estelar e núcleos ativos de galáxias (AGNs), absorvida pela poeira e reemitida como um corpo negro), poeira da Via Láctea e luz zodiacal. Os dados que mais pesaram na determinação da temperatura da CMB vieram dos instrumentos FIRAS (*Far Infrared Absolute Spectrophotometer*) e DMR (*Differential Microwave Radiometer*). Algumas outras medidas históricas estão ilustradas na figura.

onde $\beta \equiv v/c$, v e θ são o módulo e a direção do vetor velocidade do observador. Esta variação de temperatura com a direção de observação pode ser expressa como uma expansão multipolar, expandindo para $\beta \ll 1$ e usando a identidade $2\cos^2(\theta) = 1 + \cos(2\theta)$:

$$T_{\rm obs}(\theta) = T_{\rm CMB}\left(1 + \left(\frac{v}{c}\right)\cos\theta + \frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2\cos 2\theta + \frac{1}{4}\left(\frac{v}{c}\right)^3(\cos\theta + \cos 3\theta) + \mathcal{O}\left(\frac{v}{c}\right)^4\right), \qquad (11)$$

onde o primeiro termo (dipolo) é o mais importante. Este dipolo, devido ao movimento da Terra em relação à radiação cósmica, foi medido pela primeira vez por Conklin (1969); Henry (1971); Smoot, Gorenstein & Muller (1977). A variação de temperatura da CMB é $\Delta T/T \sim 10^{-3}$, cf. figura 23.

Levando em conta a variação observada da temperatura da CMB, o espectro observado da CMB pode ser escrito como:

$$B_{\nu,\rm obs}(\theta, T_{\rm obs}) \approx B_\nu(T_{\rm CMB}) + \frac{v}{c}T_{\rm CMB}\left.\frac{\partial B_\nu}{\partial T}\right|_{T_{\rm CMB}}\cos\theta\,. \qquad (12)$$

O espectro de $T_{\rm CMB}\,\partial B_\nu/\partial T$ é mostrada na figura 24.

Uma análise recente nos dá a direção do dipolo $(l,\ b) = (263\overset{\circ}{,}85 \pm 0{,}10,\ 48\overset{\circ}{,}25 \pm 0{,}04)$ ou $(\alpha,\ \delta) = (11{,}20^{\rm h} \pm 0{,}01^{\rm h},\ -7{,}22^\circ \pm 0{,}08^\circ)$, isto é, na constelação da Taça (*Crater*), entre Hidra e Leão, com amplitude de $3{,}346 \pm 0{,}017$mK (Bennett et al., 2003). Esta amplitude corresponde a uma velocidade do Sol em relação à radiação cósmica de cerca de $v = c\,\Delta T/T = 371 \pm 1$ km/s. Estes valores, contudo, dependem do modelo de distribuição de poeira da nossa galáxia.

Levando em conta o movimento do Sol, a Galáxia se move em relação à CMB na direção $(l,\ b) = (266\overset{\circ}{,}5 \pm 0{,}3,\ 29\overset{\circ}{,}1 \pm 0{,}4)$ com $v = 552 \pm 6$ km s^{-1} e o Grupo Local se desloca na direção $(l,\ b) = (276^\circ \pm 3,\ 30^\circ \pm 3)$ com $v = 627 \pm 22$ km s^{-1} (Kogut et al., 1993).

Uma vez subtraída a contribuição do dipolo cinemático, a radiação cósmica de fundo apresenta ainda flutuações (anisotropias) da ordem de 10^{-5}K. Estas anisotropias[4] foram detectadas pela primeira vez pelo satélite COBE (Smoot et al., 1992), figura 23 (George Smoot e John C. Mather ganharam o prêmio Nobel em 2006 pela "descoberta da forma de corpo negro e anisotropias da CMB). Nas primeiras décadas do século XXI, novos mapas da anisotropia foram obtidos por outros satélites, WMAP (*Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*) e *Planck*, cf. Fig. 25.

[4]Para se ter uma ideia, se a superfície da Terra tivesse a mesma homogeneidade da CMB, as maiores elevações ou depressões não passariam de 200 metros.

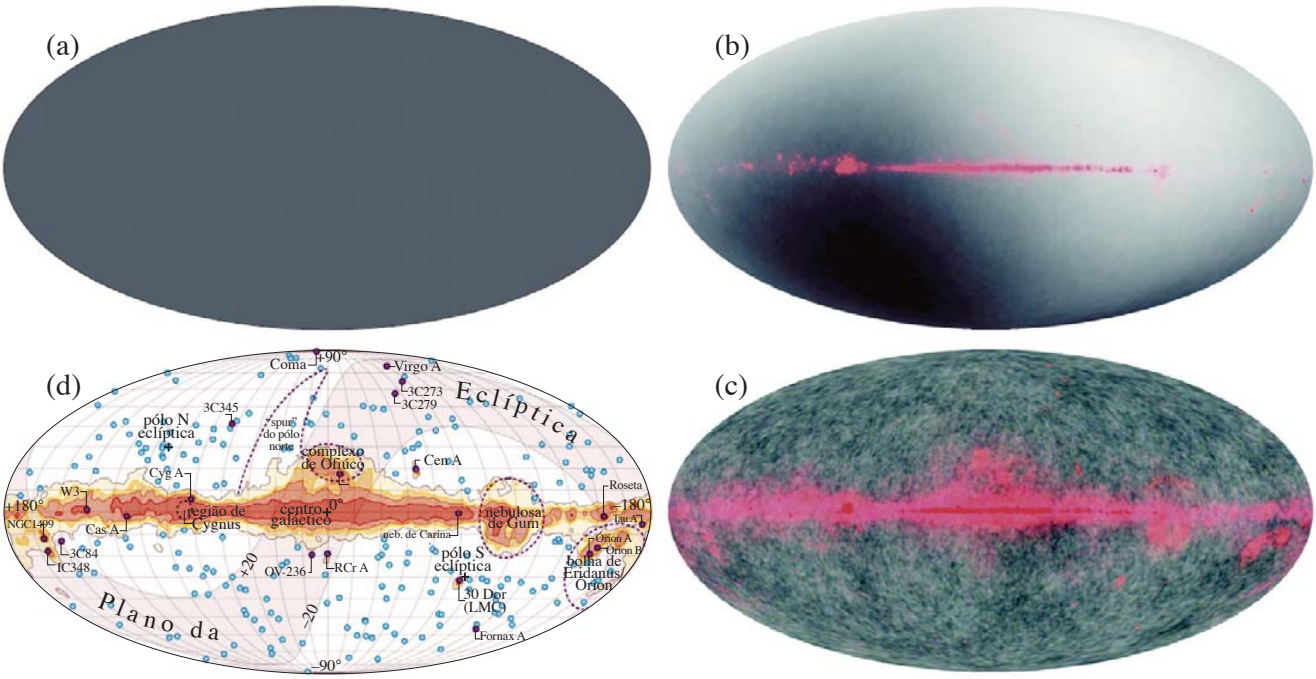


Figura 23: Imagem (em escala de temperatura) da radiação de fundo em todo o céu. (a): a temperatura medida diretamente em todo céu: ela é realmente assim! (b): subtraindo a temperatura média, a componente de dipolo é colocada em evidência, indicando o movimento da Sistema Solar em relação à CMB. A variação máxima de temperatura do dipolo é de $\Delta T/T \approx 10^{-3}$ ($v/c \simeq 0{,}00123$). A emissão da Via Láctea está representada em outra escala de cor. (c): subtraindo a componente de dipolo, resta as flutuações devido à anisotropia da radiação de fundo e a imagem da Via Láctea em micro-ondas se torna evidente. (d): diagrama com os principais objetos vistos em micro-ondas e infravermelho distante. Figura baseada em Bennett et al. (2003).

O valor do quadrupolo, medido pela primeira vez pelo satélite COBE, é $12{,}4 \pm 3{,}1\,\mu$K. Neste valor estão incluídos o quadrupolo cinemático assim como o termo $l = 2$ do espectro de potência da CMB devido às flutuações de densidade na época da recombinação. O valor obtido é particularmente inferior ao previsto pelo modelo cosmológico padrão ΛCDM.

Enquanto o satélite COBE pôde medir estas anisotropias (variações de temperatura) somente em escalas superiores a 7°, a figura 25 nos mostra a flutuação da temperatura da CMB em escalas de dezenas de minutos de arco ou menor, obtidas pelos satélites WMAP e Planck – medidas em regiões menores do céu feitas em alta resolução foram possíveis com balões, p.ex., MAXIMA (*Millimeter Anisotropy eXperiment IMaging Array*, 1998 e 1999) e Boomerang (*Balloon Observations Of Millimetric Extragalactic Radiation And Geophysics*, 1998 e 2003), ou do solo, p.ex., CBI (*Cosmic Background Imager*, no Chile) ou SPT (*South Pole Telescope*, na estação Amundsen–Scott desde 2007).

Flutuações de $\sim 10'$ correspondem a massas de $\sim 2{,}0$–$2{,}5 \times 10^{14} M_\odot$ na chamada *superfície de último espalhamento*, que corresponde ao momento em que o Universo se torna transparente em relação à radiação cósmica de fundo. Esta escala de massa corresponde aos aglomerados de galáxias e, portanto, flutuações da CMB desta escala angular correspondem provavelmente às "sementes" de aglomerados semelhantes aos observados no Universo próximos.

2.5.2 Equipartição

A densidade de energia da radiação de fundo é obtida pela integral da emissão de um corpo negro dada pela Eq. (9):

$$u = \frac{4\pi}{c}\int_0^\infty B_\nu(T)\,\mathrm{d}\nu = \frac{4\sigma}{c}\,T^4 \quad ; \quad \sigma \equiv \frac{2\pi^2}{15} k\,c \left(\frac{\pi\,k}{c\,h}\right)^3 , \tag{13}$$

onde $\sigma = 5{,}67{\times}10^{-5}\mathrm{erg\,s^{-1}cm^{-2}K^{-4}}$ é a constante de Stefan–Boltzmann, $4\sigma/c = 7{,}566{\times}10^{-15}\mathrm{erg\,cm^{-3}K^{-4}}$ é a constante de radiação e a expressão acima é uma forma da *lei de Stefan–Boltzmann*. Utilizando a equi-

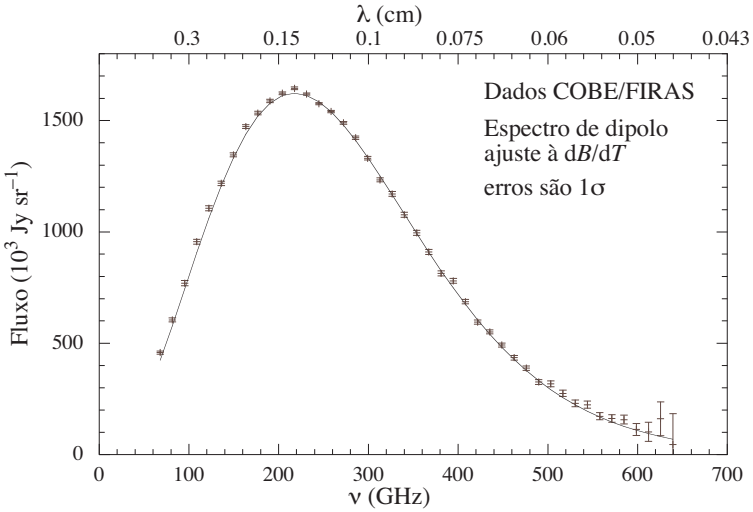


Figura 24: Espectro de dipolo cinemático da radiação cósmica de fundo ajustado aos dados COBE/FIRAS (Fixsen et al., 1996).

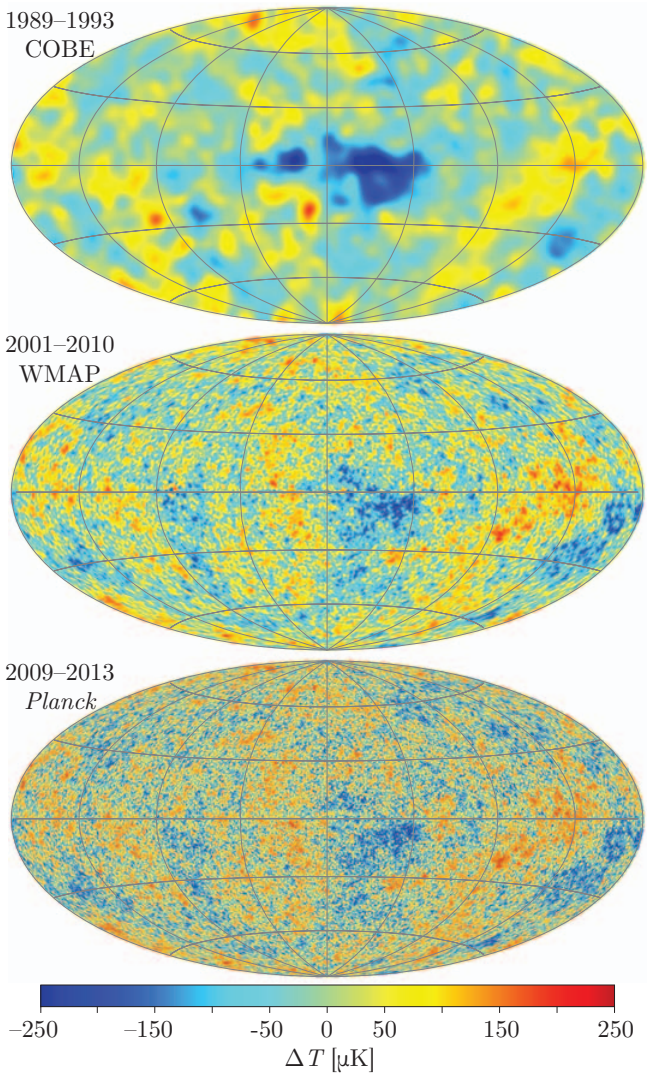


Figura 25: Imagem da CMB obtida pelos satélites COBE, WMAP e *Planck* (de cima para baixo, com os anos de funcionamento indicados), coloridos com a mesma escala de temperatura. As contribuições da Via Láctea (poeira, síncrotron), do dipolo cinemático e a temperatura média da CMB foram subtraídas. As flutuações de temperatura são da ordem de $\Delta T/T \approx 10^{-5}$. É visível a diferença na resolução espacial: cerca de 7°, $\sim 25'$ e $\sim 7'$ para o COBE (instrumento DMR, *Differential Microwave Radiometers*), WMAP e *Planck*, respectivamente. A figura foi feita com dados públicos disponíveis no site lambda.gsfc.nasa.gov, em coordenadas galácticas e projeção Aitoff (áreas iguais).

valência entre massa e energia, obtemos a densidade da radiação de fundo:

$$\rho_{\rm rad} = \frac{u}{c^2} = \frac{4\sigma T^4}{c^3}\,. \tag{14}$$

Como veremos mais adiante, a densidade de radiação varia com o fator de escala do Universo, a, como

$\rho_{\rm rad} \propto a^{-4} = (1+z)^4$ (z é o *redshift* cosmológico). Assim, a densidade de radiação em um momento qualquer está relacionado com a densidade atual como:

$$\rho_{\rm rad}(a) = \rho_{\rm rad,0}\, a^{-4} = \frac{4\sigma\, T_0^4}{c^3}\, a^{-4} = 0{,}2604(1+z)^4 \left(\frac{T_0}{2{,}725{\rm K}}\right)^4 \frac{\rm eV\ cm^{-3}}{c^2}\,, \tag{15}$$

onde o índice '0' indica o valor atual. Note que o fator de escala hoje vale $a(t_0) \equiv a_0 = 1$.

Por outro lado, a densidade de matéria do Universo varia com a^{-3} e está relacionada com a densidade atual pela relação:

$$\rho(a) = \rho_0\, a^{-3} = \rho_{\rm crit}\Omega_M\, a^{-3} = \frac{3\, H_0^2\Omega_M}{8\pi\, G}\, a^{-3}\,. \tag{16}$$

Comparando as equações (15) e (16) vemos que a medida que a diminui (o Universo é mais jovem) a densidade de radiação aumenta mais rapidamente que a densidade da matéria. Portanto, existe um momento na história em que o Universo é dominado pela radiação. Chamamos esta época de *era da radiação*. Em um certo momento ambas as densidades são equivalente (há uma equipartição) e, após a equipartição, a densidade de matéria passa a dominar o Universo.

O valor do fator de escala no momento em que há equipartição é:

$$a = \frac{8\pi}{3}\frac{4\sigma\, G\, T_0^4}{c^3}\frac{1}{H_0^2\Omega_M} = 2{,}48\times10^{-5}h^{-2}\Omega_M^{-1}\,, \tag{17}$$

ou, em termos de *redshift* ($z+1 = 1/a$),

$$z_{\rm equip} \approx 4\times10^4\,\Omega_M h^2\,. \tag{18}$$

Um cálculo mais preciso deve levar em conta todos os componentes relativísticos, além dos fótons. Em particular, devemos levar em conta os neutrinos relativísticos. A densidade de energia de um fluído de neutrinos relativísticos, u_ν, de temperatura T_ν é (Peebles, 1993, capítulo 6, p. 160):

$$u_\nu = \left(\frac{7}{8}\right) N_{\rm ef}\frac{4\sigma}{c}T_\nu^4\,,$$

onde $N_{\rm ef} = 3$ para três famílias de neutrino–anti-neutrino relativísticos (ou, o número efetivo de espécies de neutrinos).

Como os neutrinos se desacoplam da matéria e dos fótons (através dos elétrons) quando o Universo tem ~ 1 segundo, a aniquilação entre elétrons e pósitrons (anti-elétron), e^-–e^+, produz um aumento da entropia (temperatura) dos fótons, mas não dos neutrinos desacoplados. Consequentemente, a temperatura dos neutrinos é inferior a dos fótons a partir do desacoplamento, dado por (veja Mo, van den Bosch & White, 2010, seção 3.3):

$$T_\nu = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3} T_\gamma \quad\Rightarrow\quad T_\nu = 0{,}7138\, T_\gamma \ \ \text{(ou seja, hoje: } T_{\nu,0} = 1{,}945\ {\rm K})\,.$$

Assim, com os neutrinos relativísticos, a densidade de radiação deve ser corrigida por:

$$\rho_{\rm rad} = \left[1 + \frac{7}{8}\left(\frac{4}{11}\right)^{4/3} N_{\rm ef}\right]\rho_\gamma\,,$$

onde ρ_γ é a densidade de radiação apenas dos fótons [Eq. (15), acima]. Com as 3 espécies de neutrinos[5] temos $\rho_{\rm rad} = 1{,}69\rho_\gamma$, logo $z_{\rm equip} \approx 2{,}4\times10^4\,\Omega_M h^2$. A temperatura da radiação (fótons) no momento da equipartição é:

$$T = \frac{2{,}725}{a} = 2{,}725(1+z) \approx 6{,}49\times10^4\,\Omega_M h^2\ {\rm K} \ = \ 9640\, h_{70}\,(\Omega_M/0{,}3)\ \ {\rm K}\,. \tag{19}$$

[5] O número *efetivo* de neutrinos é ligeiramente maior que o número de espécies de neutrinos, $N_{\rm ef} = 3{,}046$.

2.5.3 Recombinação

Enquanto o *redshift* era elevado, a radiação cósmica de fundo mantinha a matéria bariônica[6] (essencialmente H^+ e, em menor proporção, He^+ e He^{2+}, e íons de lítio) completamente ionizada e em equilíbrio térmico devido ao espalhamento dos fótons da CMB com os elétrons livres. Para um plasma em equilíbrio térmico com os fótons, se $kT \ll m_e c^2 = 511\,\mathrm{keV}$ (isto é, $T \ll 6\times10^9\,\mathrm{K}$, ~ 10 segundos após o Big Bang), o espalhamento Compton entre elétrons e fótons pode ser aproximado pelo espalhamento Thomson; nesta aproximação não há alteração de energia dos elétrons e fótons, apenas mudança na direção dos movimentos.

Os íons e os elétrons estão acoplados pelas interações eletromagnéticas. Uma das consequências disto é que a formação de estruturas bariônicas não pode acontecer enquanto houver este acoplamento fóton-elétron-próton. Neste contexto, este fenômeno é conhecido como amortecimento de Silk [*Silk damping*, (Silk, 1967, 1968), veja também na Sec. 3.1.1].

Devido à expansão, o Universo se resfria e no *redshift* $z_{\rm rec}$ os fótons vão interagindo cada vez menos com os elétrons. Isto permite que os íons vão se tornando neutros pela captura dos elétrons livres.

Primeiro, são os íons de Li IV que capturam um elétrons por volta de $z\sim14000$, depois o Li III captura um segundo elétrons ($z\sim8600$). O He III captura um elétron em $z\sim6000$ e, em seguida, se torna neutro pela captura do segundo elétrons em $z\sim2500$ (Galli & Palla, 2013).

Quando o H^+ captura os últimos elétrons livres (pelo menos a grande maioria deles) e se torna neutro, o Universo se torna transparente; os fótons da radiação de fundo (nesta época no infravermelho) podem se propagar livremente. Este processo de captura de elétrons é chamado **recombinação** dos elétrons livres (mesmo que os elétrons estejam "combinando" com os núcleos pela primeira vez na história do Universo). A Fig. 26 ilustra este processo.

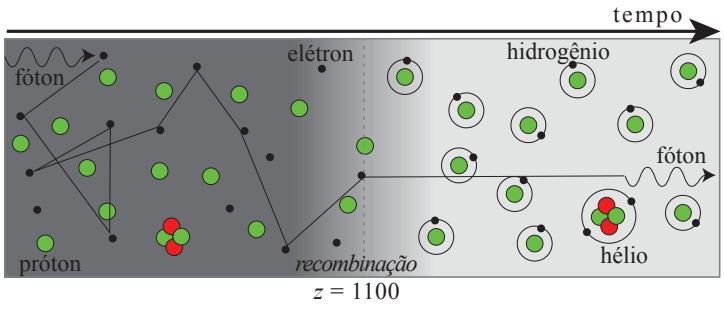


Figura 26: Durante a recombinação o Universo se torna transparente e a radiação pode se propagar livremente. Antes da recombinação (lado esquerdo da figura) os fótons, frequentemente espalhados pelos elétrons, têm um livre caminho médio muito curto. Após a recombinação, os átomos neutros têm seção de choque suficientemente pequena para que os fótons possam se propagar livremente. Baseado numa figura de James Schombert.

Vamos considerar o equilíbrio térmico da fotoionização do hidrogênio, $e+p\rightleftharpoons H+\gamma$, isto é, supomos o universo composto apenas de hidrogênio. A condição de equilíbrio é dada pela equação de ionização térmica de Saha:

$$\frac{n_e\,n_p}{n_H\,n}=\frac{x^2}{1-x}=\frac{(2\pi m_e kT)^{3/2}}{n(2\pi\hbar)^3}\exp\left(-\frac{E}{kT}\right)\;;\;x\equiv\frac{n_p}{n}\;;\;n\equiv n_p+n_H\,, \tag{20}$$

onde n é a densidade numérica (ignorando a pequena contribuição de prótons em núcleos de He) e E é a energia de ionização do hidrogênio no nível fundamental, $E=13{,}60$ eV (Peebles, 1993). O hélio, por ter energia de ionização mais elevada, se recombina mais cedo formando He II e logo em seguida formando o átomo neutro, He I. A recombinação do hidrogênio ocorre após a formação de hélio neutro.

Como veremos mais adiante podemos tomar a temperatura em função do *redshift* como:

$$T=2{,}725(1+z)\,\mathrm{K}\,, \tag{21}$$

e a densidade volumétrica, $n=\bar\rho/m_p$ como:

$$n=\frac{\Omega_B\rho_{\rm crit}}{m_p}(1+z)^3=\frac{3\Omega_B H_0^2}{8\pi G m_p}(1+z)^3=1.124\times10^{-5}(1+z)^3\Omega_B h^2\text{prótons cm}^{-3}\,. \tag{22}$$

Podemos assim resolver a equação de equilíbrio de Saha e obter $x(z)$:

$$x(z)=\frac{2}{1+\sqrt{1+4{,}136\times10^{-21}\exp[57916{,}1/(1+z)]\,\Omega_B h^2(1+z)^{3/2}}}\,. \tag{23}$$

[6] Como a maior parte da massa dos átomos e moléculas estão nos prótons e nêutrons, que são bárions, chamamos de *matéria bariônica* a matéria "comum".

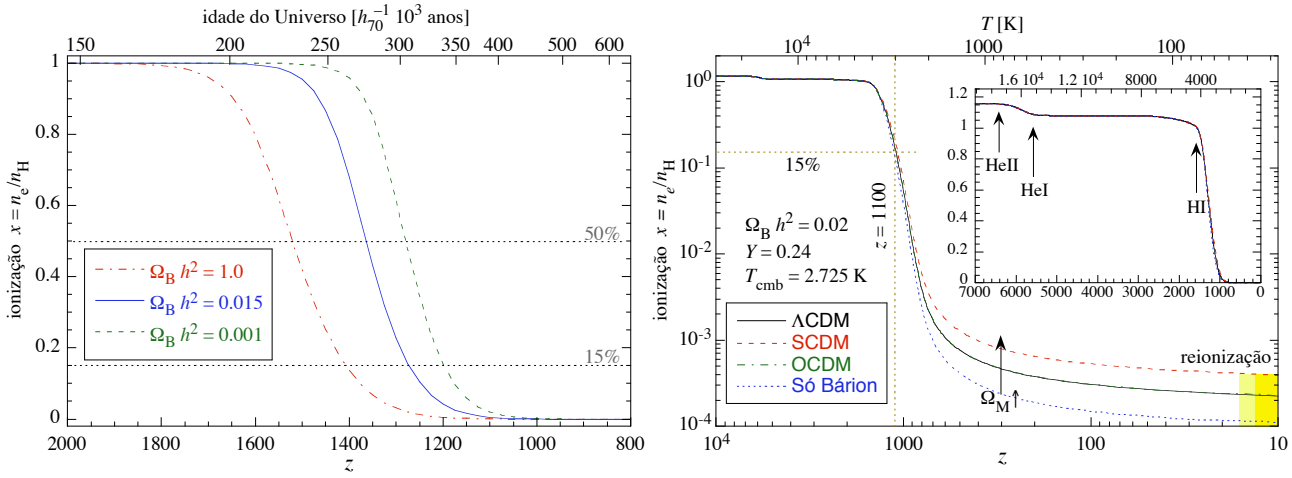


Figura 27: Esquerda: Taxa de ionização em função do redshift e da idade do Universo ($q_0 = 1/2$) para diferentes valores de $\Omega_B h^2$, utilizando a aproximação $Y = 0$. Direita: Taxa de ionização utilizando modelo mais realista incluindo o He (calculado com o código `recfast`) para diversos modelos cosmológicos. Note que os modelos OCDM e ΛCDM são praticamente indistinguíveis. Nesta figura, não levamos em conta a reionização do Universo a partir de $z \approx 15$ (veja seção 12).

A figura 27 mostra a evolução da fração de ionização para diversos cenários. Quando o *redshift* é $z \approx 1100$, a radiação cósmica de fundo deixa de ionizar a matéria ($T_{\rm CMB} \approx 3000\,{\rm K}$) e o Universo se torna transparente. O intervalo de tempo durante a recombinação é curto, da ordem de 10^5 anos apenas; isto corresponde a um intervalo em *redshift* $\Delta z \approx 100$ em torno de $z_{\rm rec} = 1100$.

Observe que a temperatura associada à energia de ionização do hidrogênio é $T = (13{,}6\ {\rm eV})/k \ \Rightarrow\ T \approx 1{,}58 \times 10^5$ K, muito maior que a temperatura quando ocorre a recombinação.

A expansão do Universo e consequente diminuição de energia dos fótons emitidos pelos átomos a medida que vão se recombinando (os fótons que ficam com energia abaixo da energia Limite de Lyman, 13,6 eV, não podem mais ionizar os átomos neutros, em um mecanismo de *feedback*) não é o único mecanismo responsável pela recombinação. Tão importante quando a expansão e o resfriamento da CMB é o mecanismo de emissão de 2 fótons por uma transição proibida $2{\rm S} \to 1{\rm S}$ (Peebles, 1968). Neste caso, a probabilidade é grande para que estes 2 fótons não possam ionizar o hidrogênio[7].

Com um cálculo mais detalhado [com `recfast`, (Seager et al., 1999)], levando em conta a presença do hélio e a dinâmica do Universo, podemos ver que a época da recombinação não se altera muito. Por outro lado, vemos que a recombinação não é completa, havendo uma taxa residual de íons ($x \approx 3 \times 10^{-5}\Omega_M/(h\Omega_B) \approx 3 \times 10^{-4}$) até o momento quando se inicia a reionização do Universo, em $z \approx 15$, devido à formação das primeiras estrelas ou AGNs (veremos isto na seção 12).

2.5.4 Temperatura da matéria bariônica intergaláctica

Até a época da recombinação, a matéria bariônica está fortemente acoplada com os fótons e em equilíbrio térmico. Após a recombinação, a radiação deixa gradativamente de manter aquecida a matéria, que passa a esfriar adiabaticamente (isto é, lentamente, apenas pelo aumento do volume[8]) devido à expansão do Universo.

Durante o resfriamento, a equação de estado é $T_b \propto \rho_b^{\gamma-1}$, onde $\gamma = 5/3$ para um processo adiabático. Portanto,

$$T_b \propto \rho_b^{2/3}\,.\ \ {\rm Mas,}\ \ \rho_b \propto V^{-1} \propto a^{-3} \quad \Rightarrow \quad T_b \propto a^{-2} \propto (1+z)^2\,,$$

onde V é o volume onde é medido a densidade ρ e a é o fator de escala. Por volta de $z \sim 150$ o acoplamento da radiação com a matéria bariônica é completamente desprezível (até então, os poucos fótons de alta energia da distribuição de Planck mantinham a matéria na temperatura da radiação de fundo) e a temperatura cai proporcionalmente a $(1+z)^2$, veja a Fig. 28 e Loeb (2006).

[7] A probabilidade de ocorrer a transição $2{\rm S} \to 1{\rm S}$ é pequena, $\Gamma_{2\gamma} = 8{,}227\ {\rm s}^{-1}$, mas como o número de fótons é grande em relação aos bárions, este mecanismo é o mais importante para a recombinação.

[8] Em sistemas termodinâmicos reversíveis, um processo adiabático é também isentrópico, isto é, sem variação de entropia.

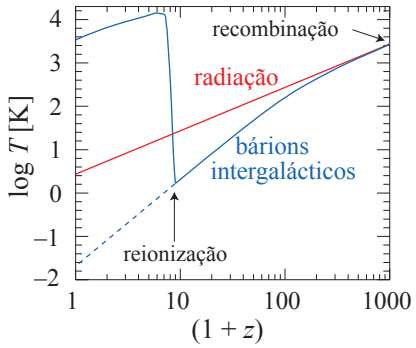


Figura 28: Comparação entre a evolução da temperatura da radiação cósmica de fundo (CMB, em vermelho) e da matéria bariônica intergaláctica (em azul). Após a recombinação, a matéria esfria adiabaticamente até a época da reionização, quando é aquecida pelo fundo de radiação UV. Nesta figura está representado apenas o processo de resfriamento adiabático. Baseado em Madau et al. (2003).

Por volta de *redshift* ~ 15, tem início a reionização do Universo (veja Sec. 12) e o gás intergaláctico é reaquecido até cerca de 2×10^4 K. Ao final da reionização, o gás de bárions intergaláctico voltaria a resfriar adiabaticamente, contudo há agora um campo de radiação UV proveniente de AGNs e regiões de formação estelar em galáxias. Além disto há também os raios cósmicos produzidos por jatos de AGNs (como nos Blazares).

2.5.5 Entropia da CMB

A entropia da radiação cósmica de fundo pode ser obtida partindo da relação $\mathrm{d}s = (1/T)\,\mathrm{d}u$, onde s é a entropia por unidade de volume do "gás" de fótons e u é a densidade de energia dada pela lei de Stefan–Boltzmann, Eq. (13). Obtemos assim a entropia da radiação por unidade de volume:

$$\mathrm{d}s = \frac{16\sigma}{c} T^2\,\mathrm{d}T \quad \Rightarrow \quad s = \frac{16}{3}\frac{\sigma}{c} T^3 = \frac{4\pi^2\,k}{45}\left(\frac{2\pi\,kT}{c\,h}\right)^3 . \tag{24}$$

Por outro lado, a densidade numérica de fótons é obtida por:

$$n_\gamma = \int_0^\infty \frac{B_\nu(T)}{c\,h\,\nu} 4\pi\,\mathrm{d}\nu = 2\pi\zeta(3)\left(\frac{2kT}{c\,h}\right)^3 \approx 410{,}5\left(\frac{T}{2{,}725\mathrm{K}}\right)^3 \mathrm{cm}^{-3}\,, \tag{25}$$

onde $\zeta(x)$ é a função zeta de Riemann e $\zeta(3) \approx 1{,}202057$.

Podemos calcular a entropia específica (i.e., entropia por unidade de volume e por fóton) da radiação, s/n_γ:

$$\frac{s}{n_\gamma} = \frac{2\pi^4}{45\zeta(3)}\,k \approx 3{,}6016\,k\,, \tag{26}$$

onde notamos que esta razão é uma constante, independente da temperatura da radiação.

Para se ter uma ideia do quanto é esta entropia, estimamos a densidade numérica de bárions (essencialmente prótons e nêutrons) no Universo. Esta densidade é dada por:

$$n_\mathrm{B} = \frac{\Omega_\mathrm{B}\rho_\mathrm{crit}}{m_p}\,, \tag{27}$$

onde Ω_B e ρ_crit são, respectivamente, o parâmetro de densidade dos bárions e a densidade crítica do universo [isto será discutido mais adiante nas seções 2.9 e 2.13, onde veremos que $\Omega_\mathrm{B} = 0{,}04 h_{70}^{-2}$ e ρ_crit é dado pela Eq. (70)]; m_p é a massa do próton. Numericamente temos,

$$n_\mathrm{B} = 2{,}477 \times 10^{-7}\,\frac{\Omega_\mathrm{B}}{0{,}045}\,\mathrm{cm}^{-3}\,. \tag{28}$$

A densidade numérica de bárions é muito menor do que a densidade de fótons e consequentemente sua entropia é muito menor também. Ou seja, a entropia do universo é, essencialmente, a entropia da radiação cósmica de fundo. Voltaremos a esta razão n_B/n_γ nas seções 2.12 e 2.13.

2.6 Radiação de fundo não cosmológica

Visto da Terra, todo o espectro eletromagnético contém uma emissão de fundo. Exceto pela CMB, este fundo não é de origem cosmológica, mas sim é devido a contribuição de fontes – em geral discretas – que se somam na linha de visada. A figura 29 mostra a distribuição de energia espectral da radiação de fundo.

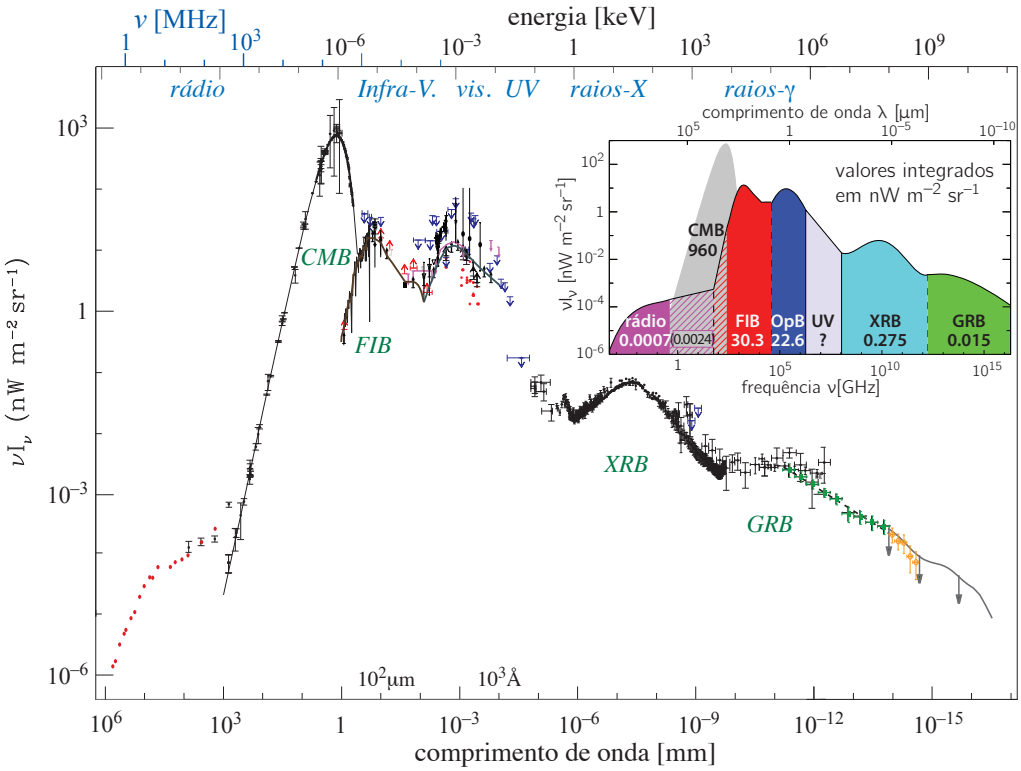


Figura 29: Distribuição espectral de energia da radiação de fundo. Note que a CMB é a maior contribuição em energia (Scott, 2000). No painel a direita [tirado de em Bethermin (2011)], está ilustrada de forma esquemática as contribuições dos fundos óptico (OpB), infravermelho (FIB), micro-ondas (CMB), rádio, raios-X (XRB) e gama (GRB), com suas respectivas contribuições integradas.

A janela eletromagnética observacional começa por volta de 10 MHz em rádio. Abaixo desta frequência (comprimento de onda de cerda de 30 m) a ionosfera terrestre é opaca. O limite superior corresponde a energia do fóton de cerca de 1 PeV ($2{,}4 \times 10^{28}$ GHz ou 1.2×10^{-12} nm).

Para comprimentos de onda maior do que ~ 1 metro (frequência menor do que ~ 300 MHz), a radiação de fundo se comporta como uma lei de potência, $\nu I_\nu \propto \nu^{0,6}$. É principalmente a radiação síncrotron da nossa própria Galáxia, com uma contribuição menor de fontes extragalácticas.

A CMB domina a radiação de fundo, quase duas ordens de magnitude superior ao fundo no infravermelho distante (FIR), que é a segunda maior contribuição para o fundo. Acredita-se que a origem do fundo no FIR é devido à emissão da poeira em galáxias com formação estelar intensa ou com núcleos ativos. Cerca de 70% da radiação de fundo no FIR [24–500 μm] vem de galáxias além de $z \geq 1{,}2$ (Devlin et al., 2009).

Em seguida temos o fundo no visível e no infravermelho próximo, originário da soma da emissão estelar em todas as galáxias.

Por fim temos os fundos em raios-X e raios-γ, com uma contribuição muito menor em energia, praticamente isotrópica, cuja principal origem é a atividade nuclear em galáxias (QSOs). Para as referências dos pontos apresentados na Fig. 29, veja Scott (2000).

2.7 Descrição geométrica do Universo

2.7.1 Tensor métrico: isotropia e homogeneidade

Na descrição relativística, o espaço-tempo é descrito por uma variedade (*manifold* em inglês) de 4 dimensões diferenciável, M, e um *tensor métrico* simétrico de segundo grau, g_{ij}.

Uma variedade diferenciável é um "espaço" localmente semelhante a um espaço vetorial (por exemplo, o espaço euclidiano), mas que pode ter uma topologia não-trivial, por exemplo, espaço de Minkowski (usado na relatividade restrita), superfície de uma (hiper-)esfera, superfície de um cilindro, um toro (forma de pneu), etc.

Um espaço com uma singularidade não diferenciável não é uma variedade, por exemplo, a superfície de um cone ou de um cubo (por causa das vértices e cantos).

Uma variedade com uma métrica simétrica ($g_{ij} = g_{ji}$) com assinatura (+,−,−,−) ou (−,+,+,+) é uma variedade de Lorentz (a assinatura é a sequência de sinais dos elementos da diagonal do tensor métrico).

A métrica que representa um espaço (variedade) homogêneo e isotrópico deve ser invariante em relação à rotação. Para isto, considerando um espaço com três dimensões, os termos fora da diagonal devem ser nulos, $g_{ij} = 0$, $i \neq j$. Isto é satisfeito se a relação $\sum_i^n x_i^2 = \sum_i^n x_i'^2$ for verificada, isto é, se o elemento de linha ds^2 for invariante por rotação (as coordenadas $x_i'^2$ são no sistema rotacionado).

Notemos que em um espaço de 2 dimensões, pode haver métricas isotrópicas com termos não nulos fora da diagonal, por exemplo,

$$\epsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \lambda & \beta \\ -\beta & \lambda \end{pmatrix} = \lambda\delta_{ij} - \beta\epsilon_{ij} \quad \text{onde} \quad \delta_{ij} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \epsilon_{ij} \equiv \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

é isotrópico.

Em três dimensões, o modelo de Bianchi de tipo I é um exemplo de universo plano, homogêneo, mas não isotrópico. Sua métrica é dada por:

$$ds^2 = -c^2dt^2 + a_x^2(t)dx^2 + a_y^2(t)dy^2 + a_z^2(t)dz^2\,,$$

onde a_x, a_y e a_z são funções apenas do tempo. Para um dado instante t, a métrica é homogênea, porém não é isotrópica a menos que as funções a_x, a_y e a_z sejam iguais.

2.7.2 Métrica de Robertson-Walker, curvatura e fator de escala

Na relatividade geral, o Universo isotrópico e homogêneo (princípio cosmológico, Sec. 2.1) é descrito pela métrica de Robertson-Walker em função das coordenadas comóveis (x,θ,ϕ):

$$\mathrm{d}s^2 = g_{\mu\nu}\,\mathrm{d}x^\mu\,\mathrm{d}x^\nu = -c^2\,\mathrm{d}t^2 + a^2(t)\left[\frac{\mathrm{d}x^2}{1-k\,x^2} + x^2(\,\mathrm{d}\theta^2 + \mathrm{sen}^2\,\theta\,\mathrm{d}\phi^2)\right], \tag{29}$$

onde $g_{\mu\nu}$ é o tensor métrico. A constante k determina a **curvatura** do espaço (mais precisamente, a curvatura de Gauss[9]): se $k = 0$ o espaço é plano (euclidiano), $k = 1$ o espaço tem curvatura positiva (fechado ou "esférico"), e $k = -1$ a curvatura é negativa (aberta ou "hiperbólica"), cf. Fig. 30. Como assumimos o princípio cosmológico, a curvatura k é uniforme em todo o Universo (bem entendido, quando medido em grande escala e não localmente).

A trajetória de um fóton é dada pela geodésica $\mathrm{d}s^2 = 0$. A equação (29) é invariante com as seguintes transformações:

$$a(t) \to \zeta\,a(t)\,;\; x \to x/\zeta\,;\; k \to \zeta^2\,k\,;\; \forall\zeta\,, \tag{30}$$

ou seja, sempre podemos obter $k = 0$ ou $k = \pm 1$ para as 3 possíveis geometrias do Universo.

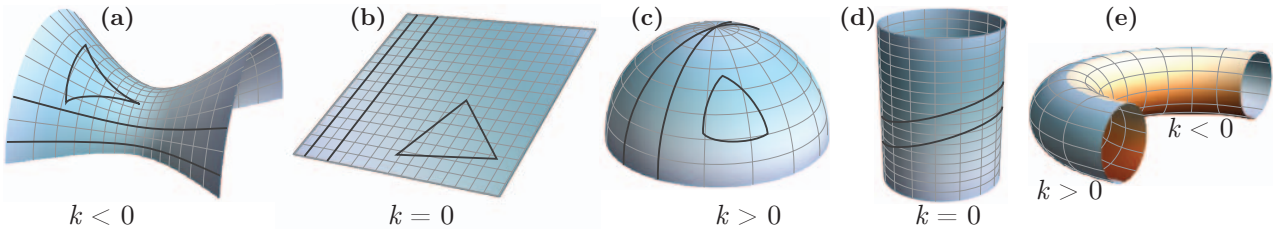


Figura 30: Representação da curvatura (k) de uma superfície bidimensional em um espaço de três dimensões. Os exemplos **(a)**, **(b)** e **(c)** representam, respectivamente, geometrias negativa (aberta), nula (plana) e positiva (fechada). O exemplo **(d)** tem geometria plana e o toro **(e)** tem curvatura positiva do lado externo e negativa no lado interno. Dependendo da curvatura da superfície, as propriedades geométricas são distintas; por exemplo, a soma dos ângulos internos de um triângulo, o perímetro de um círculo, a área da superfície de uma esfera, etc. Para curvatura do espaço tridimensional (como seria a curvatura do Universo), basta imaginar esta figura em 4 dimensões...

[9] A curvatura de Gauss é o inverso do produto dos raios de curvatura de geodésicas perpendiculares passando por um dado ponto p. Em 2 dimensões, $K = (R_1R_2)^{-1}$, onde R_1 e R_2 são os raios de curvatura. Em uma esfera de 2 dimensões de raio R, $K = 1/R^2$.

A função $a(t)$ é o fator de expansão do Universo. A distância física de duas partículas é dada por $r \equiv ax$ e a velocidade relativa de duas partículas é dada por:

$$v = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(ax) = \frac{\dot{a}}{a} r + a\dot{x}\,. \tag{31}$$

Desta relação concluímos que a velocidade média de um objeto em relação a outro é proporcional à distância entre eles. Chamamos de H_0 esta constante de proporcionalidade entre a velocidade e a distância (a chamada "constante" de Hubble):

$$H_0 = \frac{\dot{a}}{a}\,. \tag{32}$$

O índice '0' indica que o valor da constante de Hubble corresponde à época presente. O termo $\dot{x}$ em média é nulo e, para uma dada galáxia de campo, ela é da ordem de 500 km/s (este valor é a dispersão em torno da média nula de $\dot{x}$).

Em geral H_0 é escrito da seguinte forma:

$$H_0 = 100h\,\mathrm{km\ s^{-1}Mpc^{-1}} \quad \text{ou} \quad H_0 = 70h_{70}\,\mathrm{km\ s^{-1}Mpc^{-1}} \tag{33}$$

onde h ou h_{70} são números sem dimensão. Atualmente estima-se que $h_{70} \simeq 1$ (veja Seção 2.9).

O inverso da constante de Hubble é chamado *tempo de Hubble*,

$$t_H \equiv \frac{1}{H_0} = 9{,}78 \times 10^9 h^{-1}\mathrm{anos} = 3{,}09 \times 10^{17} h^{-1}\mathrm{s}\,. \tag{34}$$

Multiplicando o t_H pela velocidade da luz, c, nós temos a *distância de Hubble*:

$$d_H \equiv \frac{c}{H_0} = 3h^{-1}\mathrm{Gpc} = 9{,}26 \times 10^{25} h^{-1}\mathrm{metros}\,. \tag{35}$$

A relação entre o intervalo de tempo percorrido por um fóton e a distância é dada pela integral da geodésica percorrida pelo fóton. Esta geodésica é simples:

$$\mathrm{d}s^2 = 0 = c^2\,\mathrm{d}t^2 - a^2(t)\frac{\mathrm{d}x^2}{1 - k\,x^2}\,, \tag{36}$$

e sua integral é:

$$\int_{t_e}^{t_0} \frac{c\,\mathrm{d}t}{a(t)} = \int_0^{x_e} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1 - k\,x^2}} = \begin{cases} \operatorname{arcsen} x_e\,; & (k = +1) \\ x_e\,; & (k = 0) \\ \operatorname{arcsenh} x_e\,; & (k = -1) \end{cases}\,, \tag{37}$$

onde t_0 corresponde ao momento em que o observador em $x = 0$ recebe o fóton emitido em t_e a uma distância comóvel x_e.

Se nós observarmos um objeto que não tenha movimento próprio, durante um certo intervalo de tempo, então sua coordenada comóvel não mudará durante este período: o objeto está efetivamente em repouso em relação ao sistema de coordenadas comóvel, afastando-se de nós devido à expansão do espaço. Neste caso teremos a igualdade:

$$\int_{t_e}^{t_0} \frac{c\,\mathrm{d}t}{a(t)} = \int_{t_e+\delta t_e}^{t_0+\delta t_0} \frac{c\,\mathrm{d}t}{a(t)} = \int_{t_0}^{x_e} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1 - k\,x^2}}\,, \tag{38}$$

já que a distância comóvel não se altera (o caso do universo plano é mais fácil de ser visualizado, pois a integral da direita é simplesmente x_e). Podemos então escrever:

$$\int_{t_e+\delta t_e}^{t_0+\delta t_0} \frac{\mathrm{d}t}{a(t)} = \int_{t_e}^{t_0} \frac{\mathrm{d}t}{a(t)} + \int_{t_0}^{t_0+\delta t_0} \frac{\mathrm{d}t}{a(t)} - \int_{t_e}^{t_e+\delta t_e} \frac{\mathrm{d}t}{a(t)} \quad \Rightarrow \quad \int_{t_0}^{t_0+\delta t_0} \frac{\mathrm{d}t}{a(t)} = \int_{t_e}^{t_e+\delta t_e} \frac{\mathrm{d}t}{a(t)}\,. \tag{39}$$

Se os intervalos de tempo, δt_0 e δt_e, são pequenos em relação à idade do universo, então o fator de escala é aproximadamente constante durante estes intervalos de tempo. Logo:

$$\frac{\delta t_0}{a(t_0)} = \frac{\delta t_e}{a(t_e)}\,. \tag{40}$$

2.7.3 Redshift

O *redshift* z de um objeto pode ser obtido de maneira direta pela observação das linhas (de absorção ou emissão) do seu espectro. O *redshift* é deslocamento das linhas devido ao movimento relativo entre a fonte e o observador, que pode ser devido ao efeito Doppler, devido à expansão do Universo, ou uma combinação destes dois efeitos:

$$z \equiv \frac{\nu_e}{\nu_o} - 1 = \frac{\lambda_o}{\lambda_e} - 1\,, \tag{41}$$

onde o índice 'o' se refere ao comprimento de onda (ou frequência) observado e o índice 'e' ao emitido.

Se um objeto não tem uma velocidade peculiar, $\dot{x} = 0$, então a única componente da velocidade será devido à expansão do Universo ou o "**fluxo de Hubble**".

O fator de escala $a(t)$ determina a expansão do universo e, em particular, do comprimento de onda λ:

$$\frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{a(t_o)}{a(t_e)}\,,$$

onde $a(t_o)$ é o fator de escala do Universo no momento em que o objeto é observado e $a(t_e)$ é o fator de escala do momento em que a radiação foi emitida. Assim, em termos do fator de escala, o *redshift* se exprime como:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \equiv z = \frac{a(t_o) - a(t_e)}{a(t_e)} \quad \text{ou} \quad 1 + z = \frac{a(t_o)}{a(t_e)}\,. \tag{42}$$

Em geral, tomamos $a(t_o) = 1$, isto é, normalizamos o fator de escala com valor hoje. Desta forma, deixando de colocar os índices, obtemos a forma habitual:

$$1 + z = \frac{1}{a}\,. \tag{43}$$

Para objetos próximos (isto é, $z \ll 1$) nós temos a relação:

$$z \approx \frac{v}{c} = \frac{d}{d_H} \quad \text{ou} \quad cz \approx H_0 D. \tag{44}$$

onde d é a distância do objeto e d_H é a distância de Hubble.

O *redshift* não é uma grandeza aditiva. Se tivermos a situação descrita na Fig. 31, $z_{\rm oa} + z_{\rm ab} \neq z_{\rm ab}$.

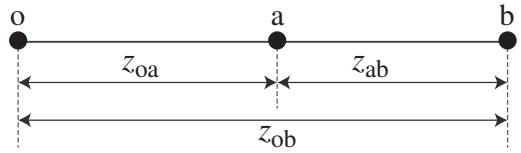


Figura 31: O observador em "o" mede um *redshift* $z_{\rm oa}$ de "a" e $z_{\rm ob}$ do ponto "b". Um observador em "a" mede um *redshift* $z_{\rm ab}$ de "b".

Pela relação com o fator de escala, Eq. (42), temos:

$$1 + z_{\rm ob} = \frac{a(t_{\rm o})}{a(t_{\rm b})} = \frac{a(t_{\rm o})}{a(t_{\rm b})}\frac{a(t_{\rm a})}{a(t_{\rm a})} = \left(\frac{a(t_{\rm o})}{a(t_{\rm a})}\right)\left(\frac{a(t_{\rm a})}{a(t_{\rm b})}\right) \quad \Rightarrow \quad 1 + z_{\rm ob} = (1 + z_{\rm oa})(1 + z_{\rm ab})\,. \tag{45}$$

Em um problema relacionado, vamos supor que, no instante t_0, medimos o *redshift* z de um objeto que emitiu a radiação em um momento t. Passado algum tempo, $t + \delta t$ o objeto emite uma radiação que nós detectamos novamente, medindo agora o *redshift* $z + \delta z$ no instante $t_0 + \delta t_0$. Vamos supor que este objeto não tenha movimento próprio (ou peculiar).

O *redshift* medido em $t_0 + \delta t_0$ é dado por:

$$z + \delta z = \frac{a(t_0 + \delta t_0)}{a(t + \delta t)} - 1\,, \tag{46}$$

onde usamos simplesmente a equação (42). Supondo o intervalo de tempo pequeno em relação à idade do universo, podemos escrever $a(t + \delta t) \approx a(t) + \dot{a}(t)\delta t$ e $a(t_0 + \delta t_0) \approx a(t_0) + \dot{a}(t_0)\delta t_0$. Lembrando que $z = a(t_0)/a(t) - 1$, então:

$$\delta z = \frac{a_0 + \dot{a}_0\delta t_0}{a + \dot{a}\delta t} - \frac{a_0}{a}\,; \quad \text{onde} \quad a \equiv a(t) \quad \text{e} \quad a_0 \equiv a(t_0)\,. \tag{47}$$

Usando a definição do parâmetro e Hubble, $H \equiv \dot{a}/a$, e a Eq. (40) temos agora:

$$\delta z = \frac{H_0(1+z) - H(z)}{1 + H(z)\delta t}\,\delta t_0 \approx [H_0(1+z) - H(z)]\,\delta t_0\,, \tag{48}$$

onde usamos a aproximação $H(z)\delta t \ll 1$, válida para pequenos intervalos de tempo e $z \lesssim 10^3$. A função $H(z)$ será discutida mais adiante, Sec. 2.8. Na Fig. 32 a variação do *redshift* é mostrada para dois modelos cosmológicos.

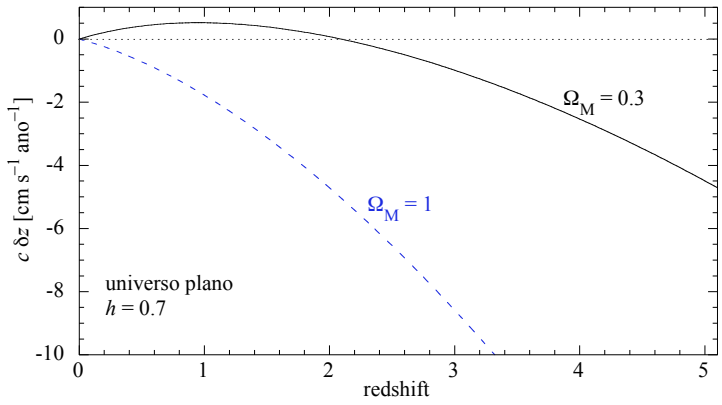


Figura 32: Variação do *redshift* de uma fonte comóvel (em termos de velocidade) em função do *redshift* cosmológico correspondente ao intervalo de um ano.

A Eq. (48) pode ser escrita sob uma forma diferencial, tomando o limite de $\delta z/\delta t$ quando $\delta t \to 0$, isto é,

$$\dot{z} = H_0(1+z) - H(z) = [H_0 - \dot{a}]/a\,. \tag{49}$$

A quantidade $\dot{z}$ é chamada "*redshift drift*". Note que, se $\dot{a}$ é constante, então $\dot{z} = 0$. Logo, só temos *redshift drift* em um universo que esteja desacelerando ou acelerando em sua expansão.

A ordem de grandeza desta variação do *redshift* cosmológico é equivalente a alguns cm/s no período de um ano, para fontes em $z < 5$. Liske et al. (2008) mostram que medidas com esta precisão poderão ser feitas com a nova geração de telescópios ópticos de mais de 20 m de diâmetro, observando linhas de absorção de QSOs durante 10 a 20 anos.[10]

2.7.4 Distâncias

Para $z \gtrsim 0{,}5$ devemos explicitar qual é a definição de distância que nós utilizamos. Esta distância dependerá da geometria do Universo. Um resumo útil, com definições e fórmulas, pode ser encontrado em Hogg (2000).

A distância entre dois eventos ou observadores em repouso em relação à expansão do Universo (i.e., ao fluxo de Hubble) pode ser vista como a distância percorrida por um fóton entre estes dois eventos. Usando a equação (37), escrevemos:

$$d_{cm} = \int_{t_e}^{t_0} \frac{a_0}{a(t)}\, c\, \mathrm{d}t\,. \tag{50}$$

onde t_e é o momento em que o fóton é emitido e t_0 quando é observado após percorrer a distância comóvel d_{cm}. Tomando a normalização $a_0 = 1$, podemos escrever:

$$\frac{\mathrm{d}t}{a} = \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}a}\frac{\mathrm{d}a}{a}\frac{a}{a} = \frac{\mathrm{d}a}{a^2}\frac{1}{\dot{a}/a}\,. \tag{51}$$

Lembrando que $H(z) = \dot{a}/a$ e que $1 + z = 1/a$, então,

$$\frac{\mathrm{d}a}{a^2} = -\,\mathrm{d}z \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}t}{a} = -\frac{\mathrm{d}z}{H(z)} \quad \Rightarrow \quad \int_{t_e}^{t_0} \frac{\mathrm{d}t}{a(t)} = \int_0^z \frac{\mathrm{d}z'}{H(z')}\,, \tag{52}$$

onde invertemos a ordem de integração em z'. Finalmente, podemos escrever a distância comóvel entre dois observadores como:

$$d_{cm} = \frac{c}{H_0}\int_0^z \frac{\mathrm{d}z'}{E(z')}\,; \quad E^2(z) \equiv (z+1)^2(1+\Omega_M\, z) - z(z+2)\Omega_\Lambda\,; \tag{53}$$

[10] Sandage (1962) fez este cálculo da variação de *redshift*, mas concluiu (corretamente) que seriam necessários 1 milhão de anos para fazer este tipo de medida com a precisão daquela época (cerca de 10 km/s).

(os parâmetros cosmológicos, Ω_M e Ω_Λ serão definidos mais adiante, seção 2.9). A função $E(z)$ está relacionada com a 'constante' de Hubble:[11] $H(z) = H_0 E(z)$, e portanto, d_{cm} é a distância comóvel que é obtida pela lei de Hubble. Para pequeno *redshift* temos:

$$d_{cm} \approx \frac{cz}{H_0}\left[1 + \frac{z}{4}\left(2\Omega_\Lambda - \Omega_M - 2\right)\right] = \frac{cz}{H_0}\left[1 - \frac{z}{2}(1+q_0)\right]\;; \quad \left(z \ll 1\,,\;\; q_0 = \frac{\Omega_M}{2} - \Omega_\Lambda\right)\,, \tag{54}$$

onde q_0 é o parâmetro de desaceleração (veja Sec. 2.8).

Tempo conforme. Em cosmologia, é comum definirmos o *tempo conforme*, η como:

$$\mathrm{d}t = a(t)\,\mathrm{d}\eta \quad \Rightarrow \quad \eta = \int_0^t \frac{\mathrm{d}t'}{a(t')}\,, \tag{55}$$

onde t é o tempo próprio. Em termos do tempo conforme, a distância comóvel de um objeto é simplesmente $d_{\rm cm} = c\eta$.

O valor de η não tem muita utilidade, porém quando descrevemos o espaço-tempo do Universo em expansão em termos de tempo conforme e coordenadas espaciais comóveis, a trajetória dos fótons se tornam diagonais, como no espaço-tempo de Minkowski, na Relatividade Restrita.

Distância de luminosidade. Outras distâncias podem ser definidas, seja a partir da razão entre o fluxo observado e a luminosidade da fonte, seja a partir do tamanho físico do objeto e de seu tamanho aparente observado.

Definimos a distância d_L pela relação entre a magnitude bolométrica aparente ($m_{\rm bol}$) e absoluta ($M_{\rm bol}$), isto é, o *módulo de distância*:

$$m_{\rm bol} = 5\log d_L + M_{\rm bol} + 25\,,$$

(d_L na definição acima está em unidades de Mpc, por isto a constante '25') ou, em termos de luminosidade bolométrica:

$$L_{\rm bol} = 4\pi\, f\, d_L^2\,,$$

onde f é o fluxo emitido pela fonte de luminosidade L. A distância de luminosidade obedece à relação $d_L = (1+z)d_{cm}$ e, para o caso particular de um universo sem energia escura, a distância de luminosidade é dada por (Peebles, 1993, pag. 320):

$$d_L = \frac{c}{H_0\Omega_M^2} 2\left[2 - \Omega_M(1-z) - (2-\Omega_M)\sqrt{1+\Omega_M z}\right]\;; \quad (\Omega_\Lambda = 0)\,. \tag{56}$$

Para $z \ll 1$, obtemos a aproximação:

$$d_L \approx \frac{cz}{H_0}[1 + \frac{z}{2}(1-q_0)]\,, \tag{57}$$

e q_0 é o parâmetro de desaceleração.

Distância de diâmetro angular. Podemos definir a distância d_A de um objeto de dimensão linear D e observado sob um ângulo α como:

$$\alpha = \frac{D}{d_A}\,.$$

O diâmetro angular está relacionado com a distância de luminosidade por:

$$\alpha = \frac{D(1+z)^2}{d_L} \quad \Rightarrow \quad d_L = (1+z)^2 d_A\,.$$

É importante frisar que a relação entre estas distâncias obedecem ao *Teorema da Reciprocidade* (Etherington, 1933) e são independentes da cosmologia adotada.

A distância de diâmetro angular tem uma particularidade interessante, ele não diminui monotonicamente com o *redshift* para um objeto de dimensão D. Para um Universo de Einstein–de Sitter, a dimensão angular de um objeto qualquer será mínima em $z = 5/4$; a partir desta distância, a tamanho angular volta a aumentar. A figura 33 mostra uma comparação entre estas distâncias para diferentes modelos cosmológicos.

[11] A função $E(z)$ é definida mais precisamente como $E^2(z) = \Omega_\Lambda + \Omega_k(1+z)^2 + \Omega_M(1+z)^3 + \Omega_{\rm rad}(1+z)^4$. Estes parâmetros cosmológicos serão definidos mais adiante (Seção 2.8).

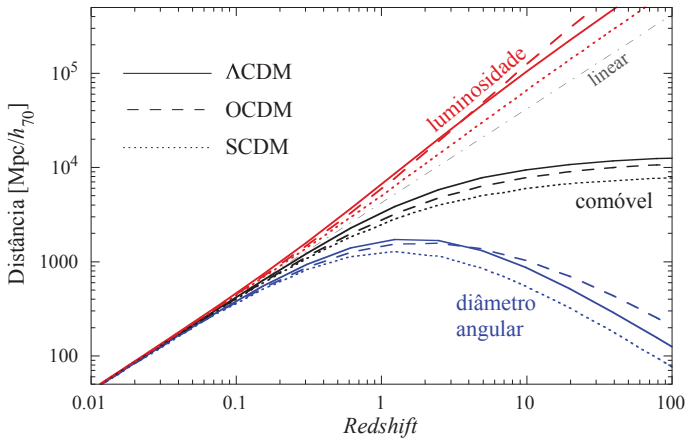


Figura 33: Comparação das distâncias comóvel, diâmetro angular e luminosidade para diferentes modelos cosmológicos; ΛCDM e SCDM são planos, OCDM é aberto, sem energia escura. Para um dado *redshift*, as distâncias em um Universo ΛCDM são sempre maiores do que em um universo plano sem energia escura. Note que o modelo OCDM tem um comportamento mais próximo de um ΛCDM. A linha ponto-traço fina mostra a relação linear entre *redshift* e distância, válida apenas para baixo z.

Testes clássicos baseados em distância. Para "pequenas distâncias" ($z \lesssim 0{,}1$) as diferentes definições de distância acima são essencialmente equivalentes. Para grandes distâncias, contudo, a diferença entre estas distâncias podem ser utilizadas para verificar observacionalmente a expansão e curvatura do Universo.

Isto faz parte dos chamados testes clássicos da cosmologia, formalizados por Sandage (1961), quando propôs quatro testes: relação magnitude–*redshift*; contagem de galáxias–magnitude limite; distância de diâmetro angular–redshift; idade do Universo.

Na figura 34, mostramos a variação da dimensão angular de fontes rádios compactas em função do redshift. Modelos de Universo estático ou "*steady-state*" podem ser descartados.

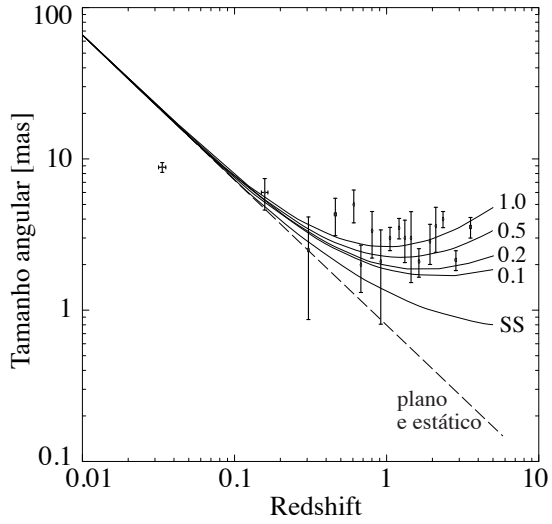


Figura 34: Tamanho angular mediano (em milissegundos de arco) de uma fonte com dimensão $9{,}6h^{-1}$ pc em função do redshift. As linhas representam modelos cosmológicos com $\Omega_\Lambda = 0$ e $q_0 = 0{,}1$, 0,2, 0,5 e 1,0. A curva "SS"representa o modelo "Steady-State". Figura tirada de Gurvits et al. (1999)

Utilizando as definições acima de distância, podemos deduzir como varia com z o **brilho superficial**, Σ (aqui em unidades de luminosidade por superfície, p.ex. $L_\odot\,\mathrm{pc}^{-2}$), de uma fonte extensa. O fluxo medido de uma fonte é $f = L/(4\pi d_L^2)$ enquanto o ângulo sólido subentendido pela fonte é $\Omega \propto d_A^{-2}$; o brilho superficial é proporcional a f/Ω, portanto $(d_a/d_L)^2$. Como $d_L = (1+z)^2 d_A$ concluímos que $\Sigma \propto (1+z)^{-4}$, independente do modelo de Universo. Esta dependência com z é conhecida como "*cosmological dimming*".

O uso da relação $\Sigma \propto (1+z)^{-4}$ ou, em termos de magnitude por unidade de ângulo ao quadrado, $\mu \propto 10\log(1+z)$, foi proposto por Tolman (1930) (o chamado **Teste de Tolman**) para testar a expansão do Universo pois, em um universo estático μ é *independente* da distância. Para o uso prático do Teste de Tolman é necessário um objeto padrão (galáxias elípticas gigantes, por exemplo) e, principalmente, levar em conta a evolução da luminosidade destes objetos. Nas últimas décadas, o Teste de Tolman foi revisitado por Lubin & Sandage (2001); Sandage (2010).

2.7.5 Correção *K*

A *correção K* é a diferença em magnitude entre a luminosidade observada através de um filtro (isto é, uma banda espectral fixa) de uma fonte em movimento (isto é, afetada pelo efeito Doppler ou pela expansão

do Universo) e a luminosidade que esta mesma fonte teria no referencial de repouso do observador (veja figura 35).

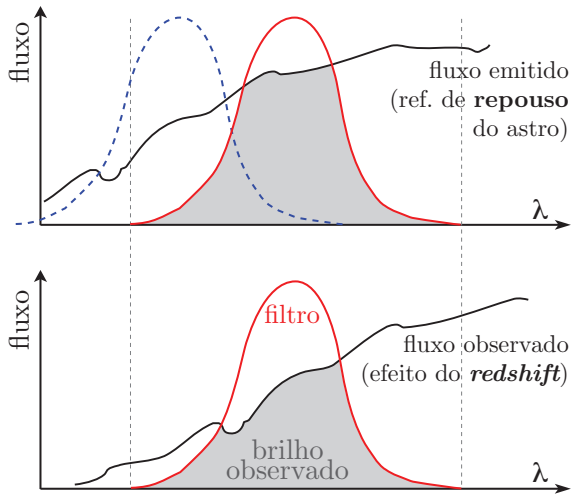


Figura 35: Ilustração da correção K. O brilho observado é a convolução entre o fluxo emitido pela fonte (mais precisamente a distribuição espectral de energia, SED) e o perfil do filtro utilizado (além da óptica e eficiência do detector, absorção pelo meio interestelar, etc...). Simbolicamente, o fluxo observado está representado pela área cinza nesta figura. A diferença em magnitude dos brilhos da mesma fonte em movimento e em repouso é a correção K.

Para uma fonte que emite um fluxo observado $F(\lambda)$ (no referencial de repouso é $F(\lambda/[1+z])$) e é observado por um filtro de perfil $S(\lambda)$ (veja, p.ex., a Fig. 302), a correção K é definida por (Humason, Mayall & Sandage, 1956; Oke & Sandage, 1968):

$$K(z) \equiv 2{,}5\log(1+z) + 2{,}5\log\left[\frac{\int_0^\infty F(\lambda)S(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda}{\int_0^\infty F(\lambda/[1+z])S(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda}\right], \tag{58}$$

e escrita simplesmente como:

$$K(z) = 2{,}5\log(1+z) + k(z)\,. \tag{59}$$

A relação entre as magnitudes aparente (afetada pelo *redshift*) e absoluta (observada se a fonte estivesse em repouso a uma distância d) é:

$$m - M = 5\log d_L - 5 + K(z)\,, \tag{60}$$

onde ignoramos a extinção devido ao meio interestelar e efeitos evolutivos.

A correção K depende tanto do tipo de objeto observado como do filtro utilizado. Vários autores tabularam a função $k(z)$ ou $K(z)$ para diversos objetos e filtros espectrais (por exemplo, Pence, 1976; Poggianti, 1997; Chilingarian et al., 2010; Fielder et al., 2023), baseando-se na distribuição de energia espectral (SEDs) obtida a partir de modelos de síntese de populações estelares e observações destes objetos no Universo próximo. A figura 36 mostra como a correção K para galáxias depende do tipo morfológico e banda observada.

Tomando como exemplo um caso simples, $F(\lambda) \propto \lambda^\alpha$ (portanto $F(\nu) \propto \nu^{-(\alpha+2)}$), temos $k(z) = (1+z)^{1+\alpha}$ e $K(z) = 2{,}5(1+\alpha)\log(1+z)$. Se $\alpha = -1$, i.e., a SED (distribuição espectral de energia), $\nu F(\nu)$ é constante, então $K(z) = 0$. Se $\alpha > -1$ então $K(z) > 0$, isto é, a fonte parece menos brilhante devido à correção K.

Como segundo exemplo, supomos uma galáxia com $z = 0{,}75$ e $d_L = 4{,}6\times10^9$ pc e magnitude aparente no filtro B $m_B = 25$ mag e queremos determinar sua magnitude absoluta. Supomos que a SED desta galáxia obedece à relação $F(\lambda) \propto \lambda^4$. Usando a Eq. (58) temos:

$$K(z) = 2{,}5\log(1+z) + 2{,}5\log\left[\frac{\int_0^\infty \lambda^4 S(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda}{\int_0^\infty (\lambda/[1+z])^4 S(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda}\right]$$

$$\Rightarrow \quad K(z) = 2{,}5\log(1+z) + 2{,}5\log(1+z)^4 = 12{,}5\log(1+z)\,.$$

Portanto, se $z = 0{,}75$ então $K(z) = 3{,}038$ mag, independentemente da forma do filtro espectral (desde que o fluxo seja em lei de potência neste intervalo de onda). Assim, a magnitude absoluta desta galáxia na banda B é:

$$M = 23 - 5\log(4{,}6\times10^9) + 5 - 3{,}038 = -21{,}4\,.$$

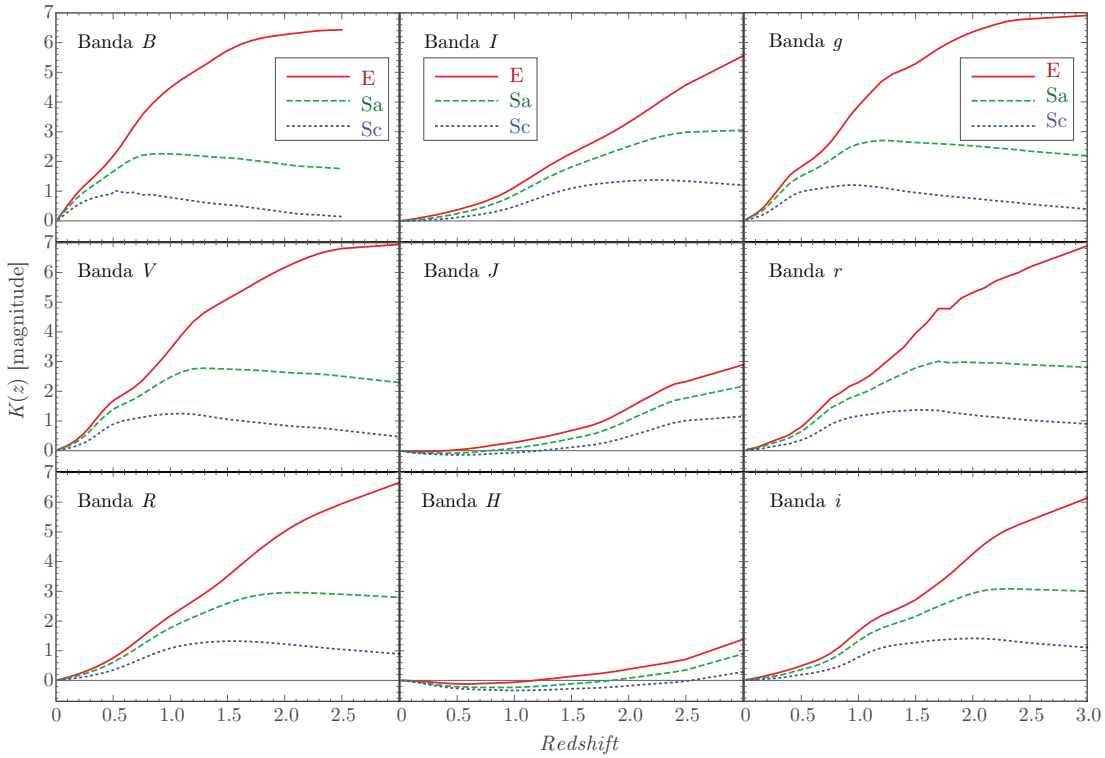


Figura 36: Correção K [Eq. (58)] para galáxias elípticas (E), e espirais (Sa e Sc) para diversos filtros dos sistemas Johnson estendido e SDSS. Baseado em dados de Poggianti (1997).

2.7.6 Contagem de objetos extragalácticos

Um dos testes clássicos da cosmologia é a contagem do número de objetos extragalácticos, $N(>F)$, com fluxo observado superior a F. Se o Universo fosse estático e Euclidiano, com objetos de luminosidade L distribuídos com densidade numérica constante (n_0), o número de objetos observados seria:

$$\mathrm{d}N = n_0\,\mathrm{d}V = n_0 \mathcal{A} r^2\,\mathrm{d}r \quad \Rightarrow \quad N = n_0 \frac{\mathcal{A}}{3} d_L^3\,,$$

onde $\mathcal{A}$[12] é o ângulo sólido observado em esterradiano ($\mathcal{A} = 4\pi$ para toda a esfera celeste) e d_L é a distância de luminosidade introduzida na Sec. 2.7.4. A relação entre o fluxo observado e a distância de um objeto é:

$$d_L^2 = \frac{L}{4\pi F}\,.$$

Para um valor específico de F, todos os objetos dentro de uma esfera de raio d_L seriam observados com um fluxo superior ou igual a F. Se houver n_0 objetos por unidade de volume, então o número de galáxias com fluxo observado maior que F é:

$$N(>F) = n_0 \frac{\mathcal{A}}{3} \left(\frac{L}{4\pi}\right)^{3/2} F^{-3/2}\,. \tag{61}$$

ou seja, $\log N(>F) \propto -\frac{3}{2}\log F$, (ou $-\frac{3}{2}\log S$ como dizem os rádio-astrônomos).

Lembrando que a relação entre magnitude e fluxo é dada por $m - m_0 = -2{,}5 \log F$, então temos também $\log N(<m) \propto \frac{3}{5} m$, que é mais utilizada para contagens feitas no óptico. Note que, se a luminosidade L não depende da distância, então não importa se L varia de um objeto para outro, a dependência da relação $\log N$–$\log F$ continua sendo $\log N(>F) \propto -\frac{3}{2}\log F$.

A contagem *diferencial*, $N_{\rm dif}(F)$, com o fluxo entre F e $F + \Delta F$ segue a relação $\log N_{\rm dif}(F) \propto -\frac{5}{2}\log F$.

Contudo, o Universo não é estático, tem curvatura, a luminosidade dos objetos extragalácticos (em particular galáxias, radiofontes e AGNs) evolui com a distância (para grandes distâncias, observamos

[12] Em geral, Ω representa ângulo sólido, mas para não confundir com o parâmetro de densidade, usamos $\mathcal{A}$ aqui.

estágios mais jovens destes objetos), e a densidade numérica própria também varia (através de fusões, por exemplo). Além disto, para casos reais, a observação não é de um fluxo bolométrico mas em uma banda ou filtro espectral; isto significa que devemos levar em conta também a correção K (discutida na seção anterior).

O elemento de volume é $\mathrm{d}V = a^2(t) r^2 \mathcal{A} c\,\mathrm{d}t$ para um universo que obedece à métrica de Robertson-Walker. Isto pode ser escrito como:

$$\mathrm{d}V = \mathcal{A} \frac{d_L^2}{(1+z)^5} \frac{c\,\mathrm{d}z}{H(z)} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{d}N = n_0 (1+z)^3\,\mathrm{d}V\,, \tag{62}$$

onde ainda assumimos que não há evolução na densidade numérica, nem há evolução na luminosidade dos objetos extragalácticos. O aumento na densidade dado por $n_0(1+z)^3$ é devido à evolução do fator de escala do Universo. Para um Universo em expansão, o número de objetos não será uma lei de potência simples. Para os casos particulares de $\Omega_\Lambda = 0$ e $\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$ temos as seguintes aproximações:

$$N(<z) \approx \frac{\mathcal{A}}{3} \left(\frac{cz}{H_0}\right)^3 \begin{cases} \left(1 - \frac{3}{2}(1+q_0)z + \frac{3}{20}(13 + 14q_0 + 15q_0^2)z^2 + \ldots\right) & ; \quad \Omega_\Lambda = 0\,; \\ \left(1 - \frac{3}{2}(1+q_0)z + \frac{1}{4}(5 + 14q_0 + 9q_0^2)z^2 + \ldots\right) & ; \quad \Omega_M + \Omega_\Lambda = 1\,, \end{cases} \tag{63}$$

onde $q_0 = \Omega_M/2 - \Omega_\Lambda$ é o parâmetro de desaceleração em $z = 0$. Em termos de fluxo temos:

$$N(>F) = \frac{\mathcal{A}}{3}\, n_0 \left(\frac{L}{4\pi F}\right)^{3/2} \times \left[1 - \frac{3H_0}{c}\left(\frac{L}{4\pi F}\right)^{1/2} + \cdots\right]. \tag{64}$$

Isto significa que, em um Universo em expansão deve haver menos objetos com fluxo menor do que F em relação a um Universo estático. É importante lembrar que este raciocínio supõe que a luminosidade dos objetos *não evolui*.

A evolução dos objetos extragalácticos pode ser parametrizada por uma função de luminosidade dependente do *redshift*, $\phi(L, z)$ (a função de luminosidade é discutida em detalhes no capítulo 9). Podemos escrever de forma simbólica:

$$N(>F) = \int_0^{L_{\max}} \int_0^{z_{\max}} \phi(L, z)\,\mathrm{d}L\,\mathrm{d}V\,, \tag{65}$$

onde integramos em todo o intervalo de luminosidade observado e até o redshift máximo que corresponde a $d_L(z_{\max}) = (L/4\pi F)^{1/2}$.

A figura 37 mostra o resultado de contagens de fontes rádio (Pooley & Ryle, 1968). Pode-se ver que estes dados são incompatíveis com um Universo estático.

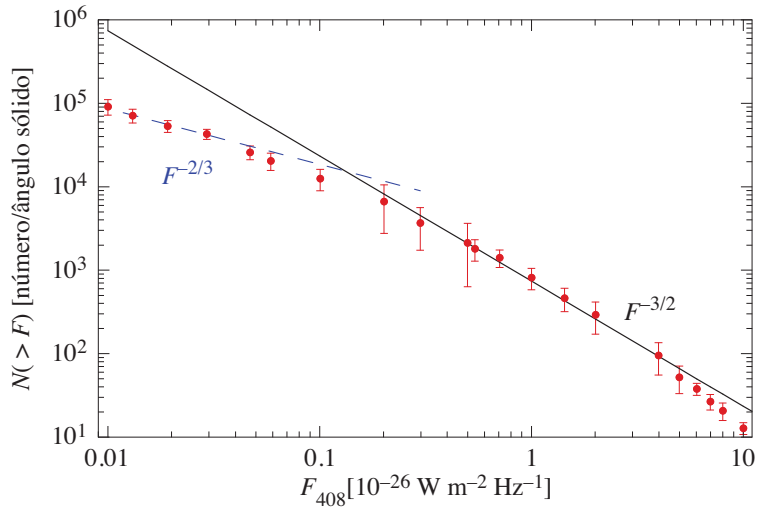


Figura 37: Número de fontes rádio por unidade de ângulo sólido com densidade de fluxo superior a F (Pooley & Ryle, 1968).

O mesmo estudo também pode ser feito com outros objetos, por exemplo fontes de raios-X (aglomerados de galáxias e QSOs), cf. Figura 38.

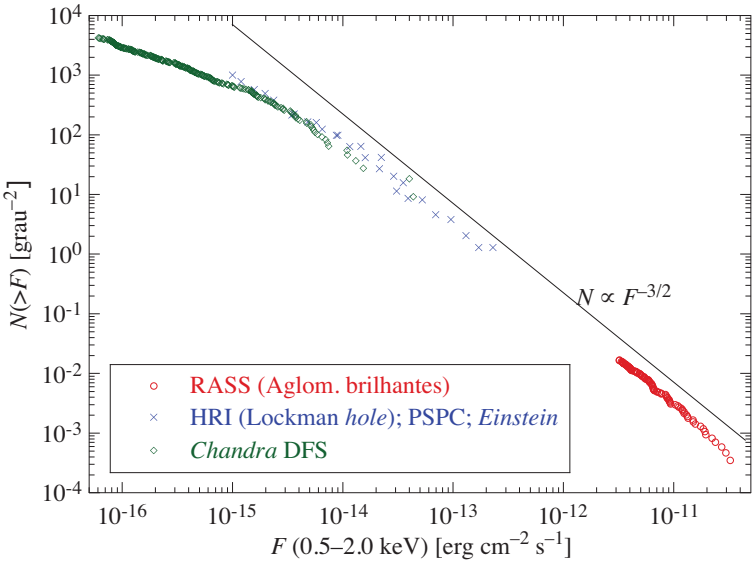


Figura 38: Número de fontes de raios-X por grau quadrado com densidade de fluxo superior a F. A reta $N \propto F^{-3/2}$ serve como comparação. Para fluxo baixo, os dados vêm do *Chandra Deep Field South* (Tozzi et al., 2001); para fluxo intermediário, do ROSAT PSPC, HRI (Lockman *Hole*) e *Einstein* IPC (Gunn, 1999); para fluxo elevado, do ROSAT *All Sky Survey* (De Grandi et al., 1999).

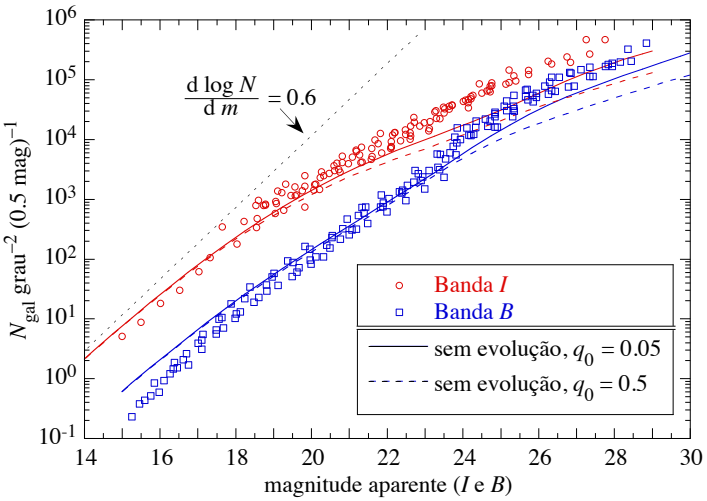


Figura 39: Contagem de galáxias nas bandas I e B. As linhas contínuas e tracejadas correspondem às previsões de contagens para dois modelos de Universo. A reta pontilhada corresponde a um Universo Euclidiano estático. Dados compilados por Metcalfe (2001).

A contagem de objetos também é feita no ótico e infravermelho próximo. Neste caso é conveniente escrevermos a relação $N(F)$ em termos da magnitude, m. Se as fontes estivessem distribuídas homogeneamente em um Universo plano e estático, teríamos $\log N \propto 0{,}6$ mag. A figura 39 mostra as contagens de galáxias na banda I e B até magnitude ≈ 29.

Podemos notar que, mesmo levando em conta a curvatura do Universo, ainda há um grande excesso de galáxias de alta magnitude. Este excesso de galáxias se deve a efeitos evolutivos, que alteram a luminosidade intrínseca das galáxias jovens.

Finalmente, o teste cosmológico $\log N$–$\log F$ (ou S) é mais útil para se testar modelos evolutivos do que determinar a curvatura do Universo (como foi proposto inicialmente).

2.8 Modelos de Friedmann–Lemaître

A dinâmica do Universo é descrita pelas equações de campo de Einstein (1917):

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \lambda g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu} \quad \text{ou, alternativamente} \quad R_{\mu\nu} = \lambda g_{\mu\nu} + \kappa \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right) , \qquad (66)$$

onde $\kappa = 8\pi G/c^4 = 2{,}073 \times 10^{-48} \mathrm{s^2 cm^{-1} g^{-1}}$ é a constante de gravitação de Einstein e λ é a constante cosmológica. $T_{\mu\nu}$ e $R_{\mu\nu}$ são os tensores de energia-momento e de curvatura do espaço-tempo (tensor de

Ricci). O tensor energia-momento tem a seguinte forma contravariante:

$$T^{\nu\mu} = \begin{pmatrix} \rho & T^{0,1} & T^{0,2} & T^{0,3} \\ T^{1,0} & P^1 & T^{1,2} & T^{1,3} \\ T^{2,0} & T^{2,1} & P^2 & T^{2,3} \\ T^{3,0} & T^{3,1} & T^{3,2} & P^3 \end{pmatrix},$$

onde os termos $T^{0,\mu}$ são as densidades de quantidade de movimento (momento), os termos $T^{\nu,0}$ são as componentes do fluxo de energia e os termos $T^{\nu,\mu}$ com $\nu \neq 0$, $\mu \neq 0$ e $\nu \neq \mu$ são os termos de tensão (em inglês, *stress*). O termo ρ é a densidade e P^i ($i = 1,2,3$) são as pressões em três direções perpendiculares. No caso de um fluido perfeito, isotrópico e em repouso, nós temos $T^{0,0} = \rho$, $T^{\nu\mu} = P$ para $\nu = \mu$, e $T^{\nu\mu} = 0$ para os outros termos.

R é o escalar de curvatura, $R \equiv g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$. O tensor,

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R\,,$$

é conhecido como Tensor de Einstein. A constante κ é obtida com a condição de que a equação de Einstein se reduza à equação de Poisson ($\nabla^2\phi = 4\pi G\rho$) para campos gravitacionais fracos.

Para o caso de um Universo homogêneo e isotrópico de curvatura k, onde a métrica é a de Robertson–Walker, Eq. (29), obtêm-se as soluções de Friedmann–Lemaître:

$$\begin{aligned} &\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\sum_i \rho_i - \frac{kc^2}{a^2}\,, \\ &\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\sum_i \rho_i(1+3w_i)\,, \\ &P_i = c^2 w_i \rho_i\,;\ \text{(equação de estado)}, \end{aligned} \qquad \Rightarrow \qquad \begin{aligned} &\frac{3\dot{a}^2}{a^2} + \frac{3kc^2}{a^2} = 8\pi G\rho + \lambda c^2\,, \\ &\frac{2\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} = -\frac{8\pi G P}{c^2} + \lambda c^2\,, \\ &\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{\lambda c^2}{3} - \frac{4\pi G}{3}\left[\rho + \frac{3P}{c^2}\right]. \end{aligned} \tag{67}$$

A esquerda, o índice i representa as diversas componentes do Universo: matéria não relativística ("*poeira*", $w = 0$), *radiação* (ou matéria relativística, $w = 1/3$), *energia escura*[13]– se $w = -1$, isto é a constante cosmológica, λ; se $-1 < w < -1/3$ e $w(z)$ é variável, então chamamos de quintessência (Caldwell, Dave & Steinhardt, 1998). Podemos ainda postular equações de estado mais exóticas para outras componentes, por exemplo, $w = 1$ que pode descrever campos escalares livres, isto é, com potencial $V(\phi) = 0$ (campo de Higgs e outros campos menos ortodoxos), diferente do campo escalar postulado para a inflação (veja Sec. 3.2.2).

Para a matéria não relativística bariônica, usando a equação de estado dos gases ideais,

$$P = \frac{kT}{c^2 m_{\rm p}} c^2 \rho \quad \Rightarrow \quad w_{\rm Bárion} \approx 10^{-13} T_{\rm Kelvin}\,, \tag{68}$$

portanto mesmo para $T \sim 10^{12}$ K a matéria bariônica se comporta como "poeira" do ponto de vista da relatividade geral, isto é, a pressão tem contribuição desprezível no tensor energia-momento. Por outro lado, quando a matéria deixa de se comportar como poeira, a densidade de energia dos fótons já é dominante no Universo (era da radiação, veja Sec. 2.5.2).

A terceira equação da direita pode ser obtida das duas primeiras. Estas equações representam a conservação da energia e continuidade da matéria. A direita, P é a pressão da matéria e radiação, λ é a constante cosmológica[14], ρ é a densidade média da matéria e radiação e k é o índice de curvatura do Universo (veja Fig. 30).

Tomando a primeira equação de Friedmann–Lemaître em (67) para o caso plano, $k = 0$, temos:

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} \equiv H^2 = \frac{8\pi G}{3}\sum_i \rho_i \quad \Rightarrow \quad \rho_c(t) = \frac{3H(t)^2}{8\pi G}\,, \tag{69}$$

[13] O termo energia escura foi usado pela primeira vez em 1998 por Michael S. Turner para designar a componente responsável pela expansão acelerada do Universo que estamos observando hoje. Dependendo da equação de estado, a energia escura pode ter vários nomes.

[14] A constante cosmológica foi introduzida inicialmente por Einstein para conciliar suas equações de campo com um universo estacionário. Com a descoberta da expansão do Universo, Einstein declarou que a introdução de λ foi o seu maior erro. Contudo, Gunn & Tinsley (1975) sugeriram que λ fosse realmente não nulo e positivo enquanto Efstathiou et al. (1990) estimam que, em um cenário de matéria escura fria (CDM) em um Universo plano, a constante cosmológica deve corresponder à cerca de 80% da densidade crítica para poder explicar a quantidade de estruturas observadas. Este resultado que foi confirmado pela análise do diagrama de Hubble em alto *redshift* e da CMB. Fisicamente, λ é interpretada como a energia do vácuo ou genericamente, **energia escura**, $\rho_{\rm vácuo} = \lambda c^2/(8\pi G) \approx 6{,}44\, h_{70}^2(\Omega_\Lambda/0{,}7) \times 10^{-30}$grama cm^{-3} $= 3{,}61\, h_{70}^2(\Omega_\Lambda/0{,}7)$ keV cm^{-3}.

onde definimos $\rho_c(t)$ como a **densidade crítica** e usamos a definição do **parâmetro de Hubble**, H. Em outras palavras, a densidade crítica corresponde à densidade total do Universo se ele for exatamente plano (euclidiano).

No presente, a densidade crítica do Universo é:

$$\rho_{c,0} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \approx 1{,}88\, h^2 \times 10^{-29} \frac{\text{gramas}}{\text{cm}^3} \approx 2{,}77\, h^2 \times 10^{11} \frac{M_\odot}{\text{Mpc}^3} \approx 1{,}12\, h^2 \frac{m_{\text{próton}}}{100 \text{ litros}}\,. \tag{70}$$

A solução $a(t)$ das equações de Friedmann–Lemaître pode ser obtida para um momento t próximo do presente (hoje $= t_0$) através de uma expansão em série de Taylor:

$$a(t) = a(t_0) + \dot{a}(t_0)\Delta t + \frac{\ddot{a}(t_0)}{2}(\Delta t)^2 + \frac{\dddot{a}(t_0)}{3!}(\Delta t)^3 + \ldots\,, \quad \Delta t \equiv (t - t_0) \quad \text{e} \quad a_0 \equiv a(t_0)\,.$$

Como $H_0 = (\dot{a}/a)_{t=t_0}$, temos:

$$\frac{a(t)}{a_0} = 1 + H_0 \Delta t - \frac{1}{2} q_0 H_0^2 (\Delta t)^2 + \frac{1}{3!} j_0 H_0^3 (\Delta t)^3 + \frac{1}{4!} s_0 H_0^4 (\Delta t)^4 + \mathcal{O}(\Delta t)^5\,. \tag{71}$$

Definimos os seguintes parâmetros adimensionais:

$$q(t) \equiv -\frac{1}{a}\frac{\mathrm{d}^2 a}{\mathrm{d}t^2}\left(\frac{1}{a}\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}\right)^{-2} \quad ; \quad j(t) \equiv +\frac{1}{a}\frac{\mathrm{d}^3 a}{\mathrm{d}t^3}\left(\frac{1}{a}\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}\right)^{-3} \quad ; \quad s(t) \equiv +\frac{1}{a}\frac{\mathrm{d}^4 a}{\mathrm{d}t^4}\left(\frac{1}{a}\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}\right)^{-4}\,.$$

Estes parâmetros, calculados em $t = t_0$, são usados na expansão de Taylor, Eq. (71). O parâmetro $q(t)$ é a desaceleração (por isto tem o sinal invertido, discutido mais abaixo); $j(t)$ é a "arrancada" (em inglês, *jerk*) e $s(t)$ é o "*snap*".

Definimos também uma série de parâmetros cosmológicos a partir das equações de campo:

$$\begin{aligned}
&H = \frac{\dot{a}}{a} && \text{parâmetro de Hubble}\\
&\Omega_M \equiv \frac{\rho_M}{\rho_c} = \frac{8\pi G\rho}{3H^2} && \text{parâmetro de densidade}\\
&\Omega_\Lambda \text{ (ou } \Lambda) = \frac{\lambda\, c^2}{3H^2} && \text{constante cosmológica reduzida}\\
&\Omega_{\text{Rad}} = \frac{32\pi G\,\sigma\, T^4}{3H^2\, c^3} && \text{parâmetro de densidade da radiação}\\
&q = -\frac{\ddot{a}\, a}{\dot{a}^2} && \text{parâmetro de desaceleração}\\
&\Omega_k = 1 - \Omega_M - \Omega_\Lambda - \Omega_{\text{Rad}} = \frac{kc^2}{\dot{a}^2} && \text{curvatura reduzida}
\end{aligned} \tag{72}$$

(σ é a constante de Stefan–Boltzmann). Se estes parâmetros são medidos hoje ($z = 0$), acrescentamos o índice "0" caso haja ambiguidade (nos modelos mais populares, a constante cosmológica não varia com o tempo).

Notamos que o **parâmetro de desaceleração**, q, pode ser escrito em termos do parâmetro de Hubble:

$$\frac{\dot{H}}{H^2} = -(1+q)\,. \text{ Mas, } \dot{H} = \frac{\ddot{a}}{a} - \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{\ddot{a}\, a}{\dot{a}^2} - 1 \quad \Rightarrow \quad q = -\frac{\ddot{a}\, a}{\dot{a}^2}\,.$$

O sinal de menos na expressão de cima foi introduzido na época em que se achava que o Universo estaria desacelerando; desta forma q deveria ter um número positivo.

Hoje ($z = 0$) o parâmetro de desaceleração, q_0, é dado por:

$$q_0 = \frac{\Omega_{M,0}}{2} - \Omega_{\Lambda,0} + \Omega_{\text{Rad},0} \qquad \text{ou, genericamente:} \quad q_0 = \frac{1}{2}\sum_i \Omega_i + \frac{3}{2}\sum_i \Omega_i w_i\,,$$

onde Ω_i são as componentes Ω_M, Ω_Λ ou Ω_X (constante cosmológica ou quintessência ou ...), e Ω_{rad} (radiação). Usando os valores do modelo padrão cosmológico, $q \approx 0{,}55$. Note que q varia com o tempo e pode ser escrito em função do *redshift* cosmológico ou fator de escala.

O parâmetro de curvatura do Universo pode ser escrito como:

$$\Omega_M + \Omega_\Lambda + \Omega_{\rm Rad} = 1 + \frac{k\,c^2}{\dot{a}^2} = 1 + \frac{kc^2}{H^2(t)\,a^2(t)}\,. \tag{73}$$

Com as definições acima, podemos escrever a equação de Friedmann–Lemaître da seguinte forma:

$$\left[\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right]^2 \equiv H^2(t) = H_0^2\left[\Omega_\Lambda + \frac{\Omega_{\rm Rad}}{a^4(t)} + \frac{\Omega_M}{a^3(t)} + \frac{1-\Omega_M-\Omega_\Lambda-\Omega_{\rm Rad}}{a^2(t)}\right], \tag{74}$$

onde os valores dos parâmetros de densidades são para $z = 0$.

Por exemplo, na era da radiação, $\Omega_{\rm Rad} \approx 1$ e $\Omega_M \approx \Omega_\Lambda \approx 0$ para qualquer modelo cosmológico realista. Assim, podemos escrever a equação diferencial da evolução do fator de escala:

$$\frac{{\rm d}a}{{\rm d}t} = \frac{H_0\sqrt{\Omega_{\rm Rad}}}{a} \quad\Rightarrow\quad a(t) = (2H_0\sqrt{\Omega_{\rm Rad}})^{1/2}\,t^{1/2} \quad\Rightarrow\quad z(t) \approx (2H_0t)^{-1/2}\;;\;\; (z \gg 1)\,. \tag{75}$$

Com a expressão acima também podemos ver que, durante a era da radiação a temperatura da radiação é $T(t) = T_0(2H_0t)^{-1/2} = 1{,}279\times10^9\,(h_{70}\,t)^{-1/2}$ K, com t dado em segundos.

Os chamados modelos de Friedmann–Lemaître correspondem às soluções da Eq. (74) para o caso $\lambda = 0$. Na figura 40, mostramos a evolução do fator de escala do Universo.

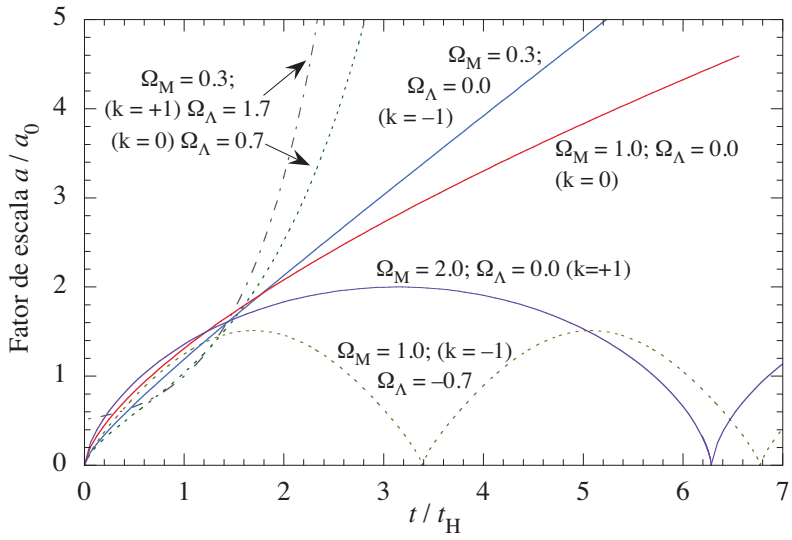


Figura 40: Evolução do fator de escala a/a_0 para universos de Friedmann ($\Omega_\Lambda = 0$, traços contínuos) e com $\Omega_\Lambda \neq 0$. Para cada modelo, damos a curvatura: aberto ($k = -1$), crítico ($k = 0$) e fechado ($k = 1$). Neste exemplo, H_0 é a mesma para todos os universos, $a/a_0 = 1$ corresponde a época atual.

A evolução do fator de escala e da densidade média depende do estado em que o Universo se encontra – dominado pela matéria, pela radiação (Seção 2.5.2) ou pela constante cosmológica. Para o parâmetros de densidade da matéria temos:

$$\Omega_M(z) = \frac{\rho(z)}{\rho_c(z)} = \frac{\rho_0(1+z)^3}{\rho_c(z)} = \frac{\Omega_{M,0}\,\rho_{c,0}(1+z)^3}{\rho_c(z)} = \Omega_{M,0}(1+z)^3\left(\frac{H_0}{H(z)}\right)^2, \tag{76}$$

onde a equação (70) foi usada na última igualdade. Para os outros parâmetros de densidade, fazemos um cálculo semelhante. A figura 41 mostra a variação dos parâmetros de densidade durante a evolução de um Universo tipo ΛCDM ($\Omega_M = 0{,}3$ e $\Omega_\Lambda = 0{,}7$).

Olhando para a Eq. (74) podemos ver que para um Universo aberto ou plano sem Energia Escura ($\Omega_\Lambda = 0$) o parâmetro de Hubble tende a zero para $t \to \infty$. Para um Universo com $\Omega_\Lambda > 0$, temos

$$\lim_{t\to\infty} H(t) = H_0\sqrt{\Omega_\Lambda}\,,$$

ou seja, usando os valores medidos hoje, o parâmetro de Hubble vai diminuir até $H \to 58 \pm 2\,{\rm km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$ num futuro distante.

Para o caso da cosmologia ΛCDM, existe um momento em que há equipartição entre a densidade de matéria e a energia escura, assim como vimos que há a equipartição entre matéria e radiação (seção 2.5.2). Para o caso de Ω_Λ = constante, o *redshift* em que se dá a equipartição matéria/energia escura é:

$$\rho_\Lambda = \rho_M \quad\Rightarrow\quad \rho_c\Omega_\Lambda = \rho_c\Omega_M(1+z)^3 \quad\Rightarrow\quad z_{\rm eq} = \left(\frac{\Omega_{\Lambda,0}}{\Omega_{M,0}}\right)^{1/3} - 1\,. \tag{77}$$

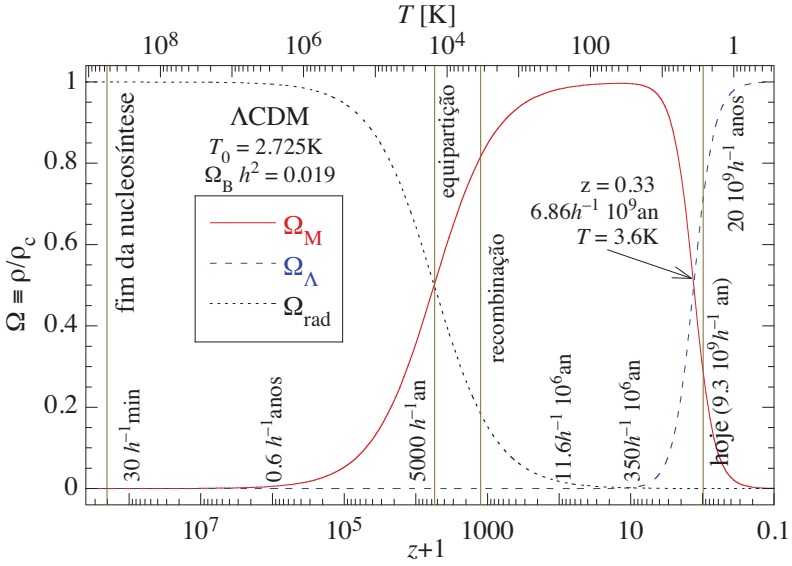


Figura 41: Variação dos parâmetros de densidade, Ω em função do *redshift* e temperatura da radiação para o caso ΛCDM. As linhas verticais marcam algumas etapas importantes: fim da nucleossíntese primordial, equipartição matéria-radiação, recombinação (último espalhamento da CMB), equipartição matéria-energia escura.

Com as determinações atuais de $\Omega_{M,0}$ e $\Omega_{\Lambda,0}$, a equipartição ocorre em $z_{\rm eq} \approx 0{,}35$, cf. Fig. 41.

Genericamente, temos a equação de estado $P = w\rho$ (por simplicidade, usamos $c = 1$ neste parágrafo), onde o parâmetro w pode ser uma constante ou variável. Várias parametrizações de w podem ser encontradas na literatura, um reflexo de nossa ignorância sobre a natureza da energia escura. Existe uma parametrização popular para $w(z)$ (Linder, 2003):

$$w(z) = w_0 + w_a \frac{z}{1+z} \quad \Longleftrightarrow \quad w(a) = w_0 + w_a\,(1-a)\,, \tag{78}$$

onde w_0 e w_a são constantes. Tomando $w_a = 0$ e w_0 apropriado obtemos as equações de estado para poeira, radiação e constante cosmológica.[15] Note que uma parametrização mais simples, por exemplo, $w(z) = w_0 + w_1 z$ não é adequada por divergir quando $z \to \infty$ (isto é, quando $t \to 0$).

Utilizando as equações de Friedmann–Lemaître (derivando a primeira em relação ao tempo e eliminando $\ddot{a}$ da segunda) obtemos a expressão para a evolução da densidade para uma dada componente do Universo:

$$\frac{{\rm d}\rho}{{\rm d}a} = -\frac{3}{a}\left(\frac{P}{c^2} + \rho\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{{\rm d}\rho}{{\rm d}a} = -\frac{3}{a}(1 + w(a))\rho \quad \Rightarrow \quad \rho = \rho_0 \exp\left[\int_a^1 3(1 + w(a'))\frac{{\rm d}a'}{a'}\right], \tag{79}$$

onde $\rho_0 = \rho(a = 1)$ é a densidade da componente do Universo hoje ($z = 0$). Usando as Eqs. (78) obtemos:

$$\rho(a) = \rho_0 e^{+3(a-1)w_a}\, a^{-3(1+w_0+w_a)} \quad \text{e} \quad \rho(z) = \rho_0 e^{-3zw_a/(1+z)}\,(1+z)^{+3(1+w_0+w_a)}\,. \tag{80}$$

Supondo que $w(z) = w_0$ seja uma constante (isto é, $w_a = 0$) temos ainda:

$$\rho(z) = \rho_0 (1+z)^{3(1+w_0)}\,. \tag{81}$$

Substituindo $w = 0$ ou $w = 1/3$ ou $w = -1$ temos, respectivamente, as equações da evolução da densidade para matéria, radiação e constante cosmológica. Para uma equação de estado menos ortodoxa, por exemplo $w = 1$, teríamos $\rho(z) \propto (1+z)^6 \propto a^{-6}$.

Finalmente, podemos escrever a equação de Friedmann–Lemaître de uma forma geral como:

$$H^2(z) = H_0^2 \left(\Omega_k (1+z)^2 + \sum_{i\ \text{componentes}} \Omega_i \exp\left[\int_a^1 3(1 + w_i(a'))\frac{{\rm d}a'}{a'}\right]\right),$$

onde $i =$ matéria, radiação, energia escura, neutrinos massivos, etc... Note que o termo da curvatura poderia ser considerado matematicamente como um fluido de equação de estado $w = -1/3$ e teríamos a mesma dependência com o *redshift* do termo com Ω_k..

[15] Ainda para a energia escura, existem modelos que adotam equações de estado não lineares, por exemplo o "gás de Chaplygin" ($p = -A/\rho^\alpha$, veja Kamenshchik et al., 2001) ou modificações da gravitação.

A expressão acima pode ser escrita como uma equação de conservação de energia:

$$\mathrm{d}U = -P\,\mathrm{d}V \quad \Rightarrow \quad \mathrm{d}\left(\rho c^2 \frac{4\pi a^3}{3}\right) = -P\,\mathrm{d}\left(\frac{4\pi a^3}{3}\right) \quad \Rightarrow \quad c^2\,\mathrm{d}(\rho\, a^3) = -P\,\mathrm{d}(a^3)\,, \tag{82}$$

que nada mais é do que a Eq. (79) acima.

Para um Universo de Einstein–de Sitter ($\Omega_M = 1$ e $\Omega_\Lambda = 0$) ou dominado por energia escura ($\Omega_M = 0$ e $\Omega_\Lambda = 1$) temos (veja Fig. 42):

Radiação	Matéria		Energia Escura
$a(t) \propto t^{1/2}$	$a(t) \propto t^{2/3}$	$\Rightarrow$ note que, $\rho(t) \propto t^{-2}$	$a(t) \propto \exp(H\,t)$
$\rho(t) \propto a^{-4}$	$\rho(t) \propto a^{-3}$	nas respectivas eras.	$\rho(t) =$ constante

. (83)

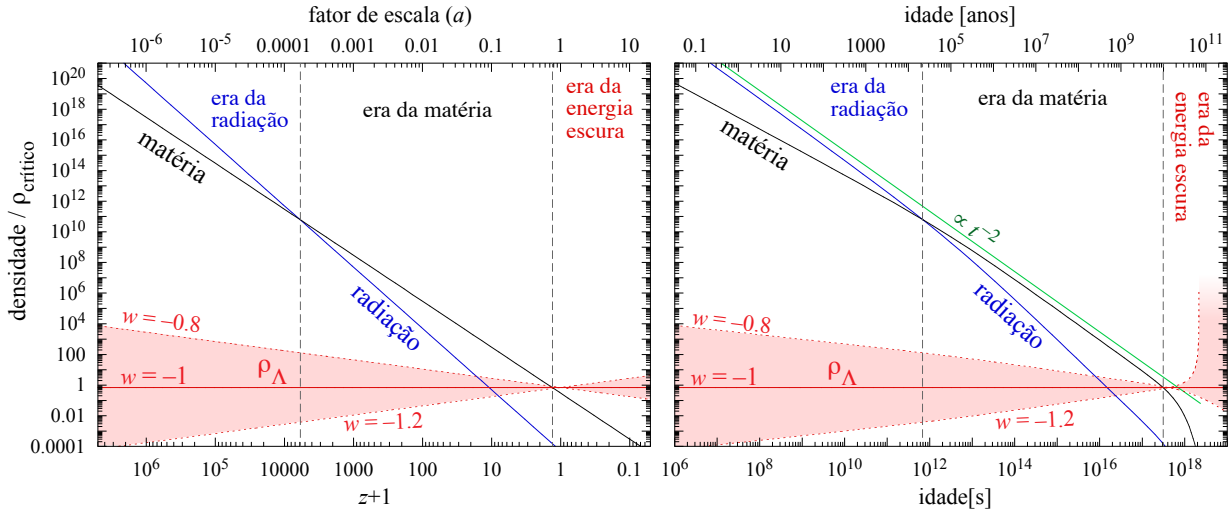


Figura 42: Evolução da densidade da matéria não-relativística ("poeira"), radiação e energia escura (constante cosmológica) em função do fator de escala (esquerda) e da idade do universo normalizada (direita). As intersecções representam os momentos de equipartição de energia. A esquerda também está representada a evolução da energia escura no caso de $w = -1 \pm 0{,}2$, w constante. Para $w = -1.2$ podemos notar a ocorrência do "*Big Rip*" por volta de 7×10^{10} anos (quando o fator de escala tende a infinito em um tempo finito).

Um modelo clássico de Universo é o chamado "*steady-state*" (modelo estacionário), onde o fator de escala varia da seguinte forma: $a(t) = \exp[H(t - t_0)]$. Aqui, a densidade e $H \equiv \dot{a}/a$ são constantes. O parâmetro de desaceleração deste modelo é constante, $q = -1$ e o Universo é plano ($k = 0$).

2.9 Parâmetros cosmológicos H_0, Ω_M, Ω_Λ

A evolução dinâmica do Universo (sua história) é determinada por três parâmetros, H_0 (constante de Hubble), Ω_M (a densidade média de matéria no Universo), Ω_Λ (o chamado parâmetro cosmológico). Um dos principais objetivos da cosmologia observacional é a determinação destes parâmetros.

A figura 43 ilustra a evolução do fator de escala para diferentes cosmologias. O Universo Euclidiano corresponde à linha dada por $\Omega_\Lambda + \Omega_M = 1$. Acima desta linha, $k = +1$, o Universo é fechado; abaixo, $k = -1$ e o Universo é aberto. Devido à constante cosmológica não nula, podemos ter um Universo de curvatura positiva, mas que expande para sempre.

2.9.1 Idade do Universo

Tendo os parâmetros cosmológicos, podemos calcular a idade do Universo (t) ou o seu complemento, o '*lookback-time*' (t_L), em função do *redshift* (p.ex., Peebles, 1993). A equação de Friedmann–Lemaître pode ser escrita assim:

$$\frac{\dot{a}}{a} \equiv H(z) = H_0 E(z)\,;\, E(z) \equiv \sqrt{\Omega_M (1+z)^3 + (1 - \Omega_M - \Omega_\Lambda)(1+z)^2 + \Omega_\Lambda}\,. \tag{84}$$

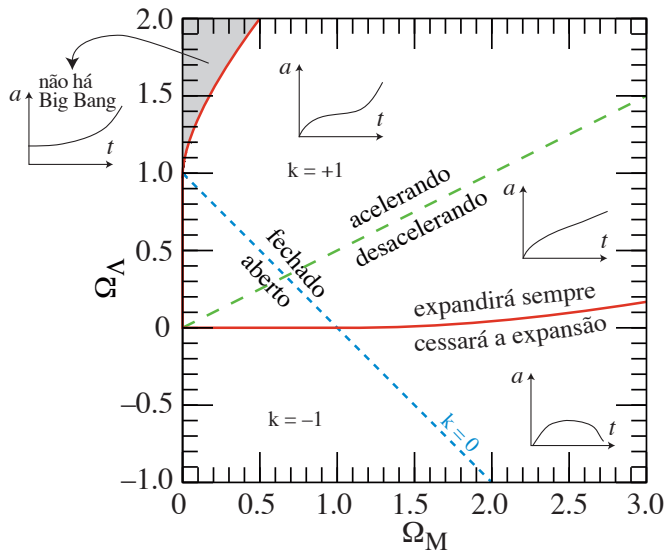


Figura 43: Diagrama da evolução do fator de escala em função dos parâmetros cosmológicos, Ω_Λ e Ω_M (figura adaptada de Combes et al., 2006; Hamilton, 2001)

Integrando a expressão acima, temos:

$$\int_0^t \mathrm{d}t = \int_0^t \frac{\dot{a}}{a}\frac{\mathrm{d}t}{H(z)} = \int_0^a \frac{\mathrm{d}a}{a\,H(z)} = \int_\infty^z \frac{-\,\mathrm{d}z}{(1+z)H_0E(z)}\,; \quad \text{onde usamos} \quad \frac{\mathrm{d}a}{a} = -\frac{\mathrm{d}z}{1+z}\,. \tag{85}$$

Obtemos assim a fórmula para a idade do universo em *redshift* z:

$$t(z) = \int_z^\infty \frac{\mathrm{d}z'}{(1+z')H(z')} = H_0^{-1}\int_z^\infty \frac{\mathrm{d}z'}{(1+z')\sqrt{\Omega_M(1+z')^3 + (1-\Omega_M-\Omega_\Lambda)(1+z')^2 + \Omega_\Lambda}}\,. \tag{86}$$

A idade do Universo propriamente dita é $t(0)$ na expressão acima, enquanto que o *lookback time* é $t_L(z) = t(0) - t(z)$, isto é, a diferença entre a idade do Universo hoje (no momento da observação) e a idade que o Universo tinha quando um fóton foi emitido no passado. A figura 44 mostra a idade do Universo para alguns modelos 'populares'.

Para o modelo de Einstein–de Sitter, a idade do universo é calculada analiticamente resolvendo a Eq. (86):

$$t(z) = H_0^{-1}\frac{2}{3}(1+z)^{-3/2} \quad \Rightarrow \quad t(0) = \frac{2}{3H_0}\,. \tag{87}$$

Para um Universo plano, $\Omega_\Lambda + \Omega_M = 1$ também temos uma solução analítica:

$$t(z) = H_0^{-1}\Omega_\Lambda^{-1/2}\frac{2}{3}\ln\left(\frac{\sqrt{\Omega_\Lambda(1+z)^{-3}} + \sqrt{\Omega_\Lambda(1+z)^{-3}+\Omega_M}}{\sqrt{\Omega_M}}\right)$$

$$\Rightarrow \quad t(0) = \frac{2}{3H_0\sqrt{1-\Omega_M}}\ln\left(\frac{1+\sqrt{1-\Omega_M}}{\sqrt{\Omega_M}}\right)\,; \quad (\Omega_M + \Omega\Lambda = 1)\,. \tag{88}$$

Para $1 \ll z \ll 1000$ temos uma aproximação boa válida para $0 < \Omega_M \leq 1$ e $0 \leq \Omega_\Lambda \leq 1$:

$$t(z) \approx \frac{1}{H_0}\left[\frac{2}{3\Omega_M^{1/2}(1+z)^{3/2}} + \frac{(\Omega_M + \Omega_\Lambda - 1)}{5\Omega_M^{3/2}(1+z)^{5/2}}\right]\,.$$

Em geral, a idade do universo hoje é dada com razoável aproximação $t(0) \sim H_0^{-1}$. Este valor é corriqueiramente utilizado como referência para comparação com escalas de tempo de processos cosmológicos.

Tomando os vários valores de Ω_M e Ω_Λ, o Big Bang ocorreu há:

$$\text{idade "cosmológica"} = t(0) = \begin{cases} 15{,}03h_{70}^{-1}\times 10^9 \text{ anos}\,; & [\Omega_M = 0{,}2\,;\ \Omega_\Lambda = 0{,}8] \\ 13{,}46h_{70}^{-1}\times 10^9 \text{ anos}\,; & [\Omega_M = 0{,}3\,;\ \Omega_\Lambda = 0{,}7] \\ 13{,}87h_{70}^{-1}\times 10^9 \text{ anos}\,; & [\Omega_M = 0{,}0\,;\ \Omega_\Lambda = 0{,}0] \\ 11{,}30h_{70}^{-1}\times 10^9 \text{ anos}\,; & [\Omega_M = 0{,}3\,;\ \Omega_\Lambda = 0{,}0] \\ 9{,}31h_{70}^{-1}\times 10^9 \text{ anos}\,; & [\Omega_M = 1{,}0\,;\ \Omega_\Lambda = 0{,}0] \end{cases} \tag{89}$$

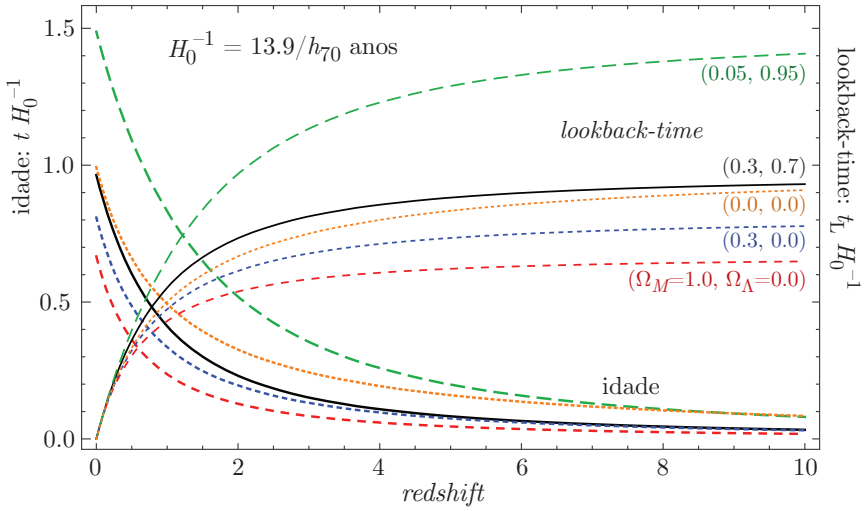


Figura 44: Idade e *lookback-time* do Universo para algumas combinações de Ω_M e Ω_Λ. Para cada modelo, as curvas se cruzam quando o Universo tem metade da idade atual.

onde utilizamos aqui $H_0 = 70h_{70}$ km s^{-1}Mpc^{-1}.

O valor acima pode ser comparado com estimações independentes da idade do Universo ou, pelo menos, limites inferiores baseado na idade estimada de elementos químicos ou objetos astrofísicos.

Os **aglomerados globulares** estão entre os objetos mais antigos do Universo, que se formaram rapidamente (escala de tempo de colapso de um aglomerado globular é de alguns milhões de anos) junto com a galáxia hospedeira. A idade dos aglomerados pode ser determinada através da teoria de evolução estelar.

As estrelas de um aglomerado globular se formam essencialmente ao mesmo tempo. A medida que o tempo passa, as estrelas de maior massa deixam a Sequência Principal e começam a povoar o ramo da gigantes vermelhas (RGB), ramo assimptótico e ramo horizontal. A magnitude do "turn-off" (ponto onde a Sequência Principal "termina") e se junta ao RGB se torna cada vez menos brilhante e mais vermelho. Ajustando um modelo de evolução estelar (uma isócrona) ao diagrama HR de um aglomerado globular, podemos determinar sua idade (Fig. 45). Este método depende de modo crucial da determinação do módulo de distância do aglomerado estelar, pois os modelos dependem da luminosidade absoluta das estrelas e observamos o fluxo (magnitude) aparente.

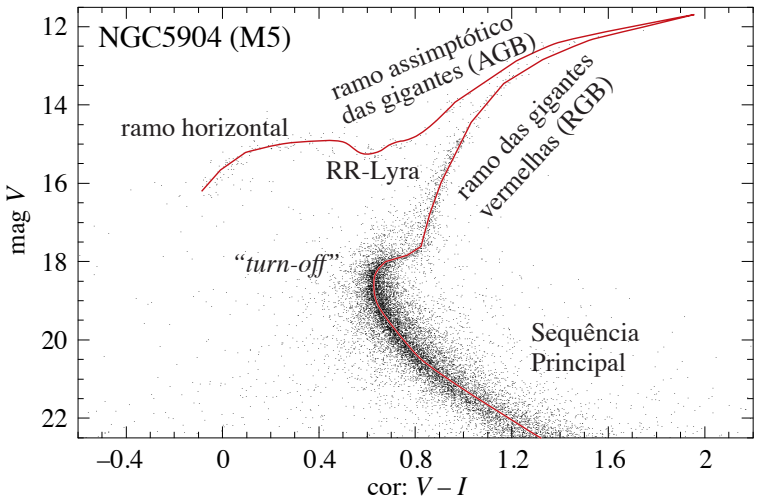


Figura 45: Diagrama cor–magnitude do aglomerado M5. A curva contínua representa a isócrona que melhor se ajusta, correspondendo a uma idade de 12 bilhões de anos. Dados do grupo de Padova, veja Rosenberg et al. (2000).

A idade do universo obtida por este método é:

$$\text{idade "aglomerados"} = 13{,}4^{+3{,}4}_{-2{,}2} \times 10^9 \text{ anos (95\% certeza)}\,, \tag{90}$$

onde é suposto que há 0,8 bilhões de anos entre o Big Bang e a formação do aglomerado globular por volta de $z \approx 6{,}5$ (Krauss & Chaboyer, 2003).

Outra medida independente da idade da Galáxia (limite inferior para a idade do Universo) é calculada a partir da abundância de **elementos radioativos** pesados com meia-vida da ordem de bilhões de anos (Butcher, 1987), em particular urânio (^{235}U, meia-vida $0{,}704 \times 10^9$ anos e ^{238}U, meia-vida $4{,}468 \times 10^9$ anos) e tório (^{232}Th, meia-vida $14{,}05 \times 10^9$ anos), que decaem em isótopos estáveis de chumbo.

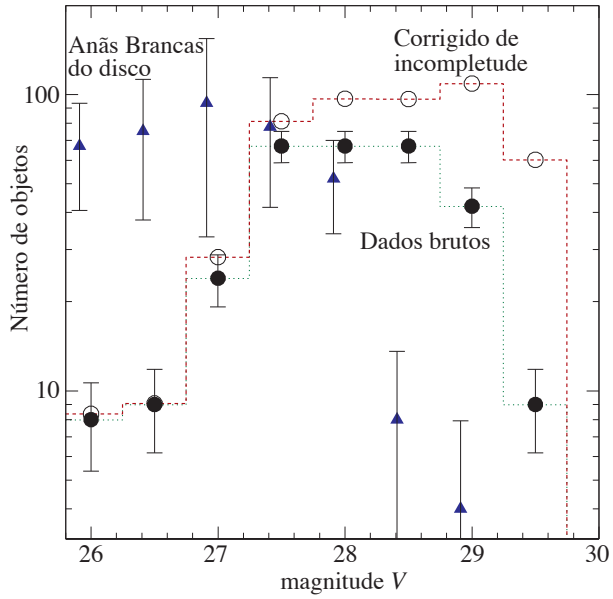


Figura 46: Função de luminosidade (FL) de anãs brancas no aglomerado M5 (círculos) e no disco da Via Láctea (triângulos). A queda da FL para objetos fracos é um indicador de idade. O corte em magnitudes menos elevadas do disco mostra que este é mais jovem que M5. Figura tirada de Hansen et al. (2002).

Temos, por exemplo, a seguinte relação de decaimento radioativo:

$$\mathrm{U_{obs}} = \mathrm{U_{ini}}\ \exp(-t_*/\tau)\,, \tag{91}$$

onde o índice "obs" indica a abundância observada, "ini" a abundância inicial, τ é o tempo característico de decaimento-α (τ = meia-vida/ $\ln 2$) e t_* é o tempo decorrido. Utilizando medidas de abundância de urânio e tório podemos estimar o tempo decorrido (a idade) por:

$$\log\left(\frac{^{232}\mathrm{Th_{obs}}}{^{238}\mathrm{U_{obs}}}\right) = \log\left(\frac{^{232}\mathrm{Th_{ini}}}{^{238}\mathrm{U_{ini}}}\right) + t_*\left[\frac{1}{\tau_\mathrm{U}} - \frac{1}{\tau_\mathrm{Th}}\right]\log(e)\,. \tag{92}$$

A utilização de razões de abundâncias reduz a incerteza do método; a razão das abundâncias iniciais é obtida de modelos teóricos da produção de elementos em supernovas pelo *processo-r* [$\log(^{232}\mathrm{Th_{ini}}/\ ^{238}\mathrm{U_{ini}}) = 0.1 \pm 0.1$, Goriely & Clerbaux 1999]. Usando esta técnica (assim como outros elementos, ósmio e irídio), Cayrel et al. (2001) obtêm o seguinte valor:

$$\text{idade "radioativa"} = (13{,}3 \pm 3) \times 10^9 \text{ anos}\,, \tag{93}$$

onde é suposto novamente 0,8 bilhões de anos entre o Big Bang e a nucleossíntese dos elementos radioativos U e Th. Em particular, Frebel et al. (2007) estimaram a idade da estrela HE 1523-0901, de metalicidade [Fe/H] = −2,95 e $0{,}8 M_\odot$, em 13,2 bilhões de anos.

Um outro limite inferior da idade do Universo é dado pela observação de **anãs brancas** de baixa luminosidade. Anãs brancas são o estágio final de evolução de estrelas de massa $\lesssim 8 M_\odot$, onde não há reações nucleares e são suportadas pela pressão de elétrons degenerados. A luminosidade das anãs brancas diminui aproximadamente como $L \propto \mathcal{M}\, t^{-7/5}$ (Mestel, 1952).

Como o Universo tem uma idade finita, deve haver um corte abrupto na função de luminosidade das anãs brancas, que pode ser observada nas estrelas do disco da Via Láctea. Outra possibilidade é a observação de anãs brancas em aglomerados globulares: as mais fracas podem ser utilizadas como indicador da idade do aglomerado (veja Fig. 46). Este corte se dá aproximadamente para luminosidade $L \leq 3 \times 10^{-5} L_\odot$.

Hansen et al. (2002) obtêm 7,3 ± 1,5 bilhões de anos para a idade do disco da Galáxia e 12,7 ± 0,7 bilhões para M5. Kilic et al. (2017) determinaram idades de 7,4–8,2×10^9 anos e 9,5–9,9×10^9 anos para os discos fino e espesso da Via Láctea.

Supondo ainda um intervalo de 800 milhões de anos entre o Big Bang e a formação do aglomerado globular M5, temos:

$$\text{idade "anã branca"} = (13{,}5 \pm 0{,}7) \times 10^9 \text{ anos}\,. \tag{94}$$

É extremamente notável a coincidência entre todos estes métodos independentes de datação do Universo!

2.9.2 Velocidade de recessão e *redshift*

Na relatividade restrita, o *redshift* se relaciona à velocidade por:

$$1+z=\sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} \quad \text{ou} \quad \frac{v}{c}=\frac{(1+z)^2-1}{(1+z)^2+1}\,. \tag{95}$$

Este é o conhecido efeito Doppler, válido para movimentos peculiares locais. Infelizmente, esta formula **não se aplica** no caso do *redshift* cosmológico, devido à expansão do Universo.

Para um universo em expansão, a distância comóvel entre dois objetos é [veja a Eq. (53)]:

$$D=c\,a_0\int_{t_{\rm emiss}}^{t_{\rm obs}}\frac{{\rm d}t}{a(t)}\,, \tag{96}$$

a integral efetuada entre o momento de emissão do fóton e o momento da observação. Mas,

$$\frac{1}{a}\frac{{\rm d}a}{{\rm d}t}=H(t) \quad \Rightarrow \quad \frac{{\rm d}t}{a}=\frac{{\rm d}a}{a^2H(t)}=-\frac{{\rm d}z}{a_0H(z)}\,, \tag{97}$$

onde usamos a relação $1+z=a/a_0$. Logo, a velocidade com que um objeto está se afastando do observador no momento em que o fóton com *redshift* z é observado é:

$$v=c\,H_0\int_0^z\frac{{\rm d}z'}{H(z')} \quad \Rightarrow \quad v=H_0\,D\,, \tag{98}$$

que é a Lei de Hubble e a função $H(z)$ é dada pela Eq. (53) ou (74).

A relação linear entre velocidade e distância (comóvel) é *sempre* válida. Já a relação entre *redshift* e distância só é linear para pequenas distâncias ou em casos particulares.

Para casos simples temos:

$$\frac{v}{c}=\begin{cases}\ln(1+z) & ;\ \Omega_M=0\,,\ \Omega_\Lambda=0\,;\\ 2\left[1-(1+z)^{-1/2}\right] & ;\ \Omega_M=1\,,\ \Omega_\Lambda=0\,;\\ z & ;\ \Omega_M=0\,,\ \Omega_\Lambda=1\,.\end{cases} \tag{99}$$

Note que para um universo em expansão exponencial, por exemplo, com um campo escalar dominante (como foi durante a época da inflação, veja Seções 2.11 e 3.2.2) ou inteiramente dominado pela energia escura (como talvez seja no futuro), a relação $v=c\,z$ é válida para qualquer *redshift*.

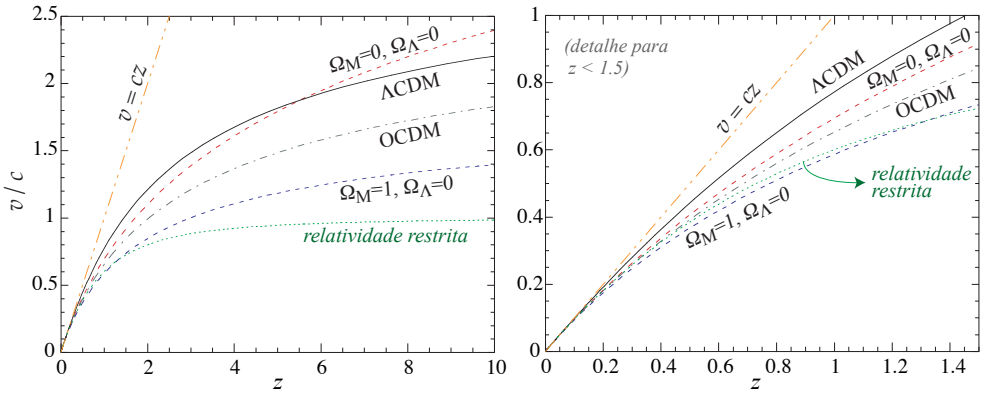


Figura 47: Relação entre a velocidade de recessão de um objeto de *redshift* z no momento em que é observado para diferentes modelos cosmológicos. Para comparação, também é mostrado a relação $v(z)$ do efeito Doppler da relatividade restrita.

A figura 47 mostra uma comparação da relação entre velocidade de recessão e o *redshift* de uma fonte. Para $z\ll 1$, todos modelos cosmológicos, assim como o efeito Doppler, tendem a $v=c\,z$.

Note que no cenário cosmológico atual, ΛCDM, objetos que tenham *redshift* $z\approx 1{,}46$, ou seja, estejam a distância comóvel $D\approx 4{,}3\,h_{70}^{-1}$ Gpc, estão se afastando de nós, hoje, com a velocidade da luz. Objetos mais distantes estão de afastando com velocidade superior à da luz. Isto não contradiz a relatividade porque o movimento não é no referencial inercial de nenhum observador (o espaço está expandindo).

No caso em que temos a superposição do movimento próprio do observador, da fonte, além da expansão do universo, devemos levar em conta individualmente estes efeitos para determinarmos, por exemplo, a velocidade própria de uma galáxias. Voltaremos a isto na Seção 5.8.2.

Na discussão acima, consideramos a velocidade de uma fonte hoje, quando detectamos os seus fótons. Qual seria a velocidade da fonte no momento em que os fótons são emitidos? Neste caso, a velocidade é dada por Davis et al. (2003):

$$v_{\rm emiss}(z) = c\frac{H(z)}{(1+z)}\int_0^z \frac{{\rm d}z'}{H(z')} = \frac{H(z)}{(1+z)}\,D\,. \tag{100}$$

2.9.3 Horizonte

O conceito de horizonte em cosmologia, como é discutido aqui, foi sistematizado por Rindler (1956). O *horizonte* em um dado local é a maior distância observável. Os fótons de eventos que ocorram a uma distância superior ao horizonte não têm tempo suficiente para chegar ao observador. Mais precisamente, este horizonte é chamado *horizonte de partículas*, $D_{\rm hor}$: dois observadores separados por uma distância maior que $D_{\rm hor}$ não estão em contato causal. A distância comóvel do horizonte em um dado momento é:

$$D_{\rm hor}(t) = \int_0^t \frac{c\ {\rm d}t'}{a(t')} \quad\Rightarrow\quad D_{\rm hor}(z) = \frac{c}{H_0}\int_z^\infty \frac{{\rm d}z'}{E(z')}\,. \tag{101}$$

Em termos de **distância própria** (ou distância física), o horizonte é dado por:

$$D^{\rm pr}_{\rm hor} = a(t)D_{\rm hor}(t) \quad \text{ou} \quad D^{\rm pr}_{\rm hor} = \frac{D_{\rm hor}(z)}{1+z}\,.$$

Como na era da **radiação** temos $E^2(z) \approx \Omega_R(1+z)^4$ e $a(t) = (2H_0\sqrt{\Omega_R}\,t)^{1/2}$, portanto:

$$D_{\rm hor}(z) \approx \frac{c}{H_0}\frac{1}{\sqrt{\Omega_R}(1+z)} = \frac{c}{H_0}\frac{a}{\sqrt{\Omega_R}} \quad\Rightarrow\quad D^{\rm pr}_{\rm hor}(z) \approx \frac{c}{H_0}\frac{a^2}{\sqrt{\Omega_R}} = 2ct(z),$$

onde $t(z)$ é a idade do Universo no *redshift* z.

Para a era da **matéria**, $E^2(z) \approx \Omega_M(1+z)^3$ e $a(t) = (3H_0\sqrt{\Omega_M}\,t/2)^{2/3}$, logo:

$$D_{\rm hor}(z) \approx \frac{2c}{H_0}\frac{1}{\sqrt{\Omega_M(1+z)}} = \frac{2c}{H_0}\sqrt{\frac{a}{\Omega_M}} \quad\Rightarrow\quad D^{\rm pr}_{\rm hor}(z) \approx \frac{2c}{H_0}\frac{a^{3/2}}{\sqrt{\Omega_M}} = 3ct(z).$$

Para a era da **energia escura**, temos $a(t) \propto \exp(H_0\sqrt{\Omega_\Lambda}\,t)$. Contudo, a energia escura só passará a dominar no futuro, $a > 1$ ou $-1 < z < 0$. Com isto em mende, obtemos:

$$D_{\rm hor}(z) \approx \frac{-c\,z}{H_0\sqrt{\Omega_\Lambda}} = \frac{1-1/a}{H_0\sqrt{\Omega_\Lambda}} \quad\Rightarrow\quad D^{\rm pr}_{\rm hor}(z) \approx \frac{c(a-1)}{H_0\sqrt{\Omega_\Lambda}} = \frac{c}{H_0\sqrt{\Omega_\Lambda}}\left[\exp(H_0\sqrt{\Omega_\Lambda}\,t) - 1\right].$$

Nos modelos de Friedmann–Lemaître, em que a equação de estado da componente dominante é $P/c^2 = w\rho$ com $w > -1$, a distância do horizonte cresce monotonicamente. No caso em que $w = -1$, a distância do horizonte diminui com a e, portanto, com t. Isto ocorreu durante o período de inflação e deve ocorrer no futuro, se o modelo ΛCDM estiver correto.

No modelo padrão, $\Omega_\Lambda = 0{,}7$, $\Omega_M = 0{,}3$ e $H_0 = 70$ km s^{-1} Mpc^{-1}, e assim temos, para $z = 0$, $D_{\rm hor}(\text{hoje}) \approx 13{,}9$ Gpc. Extrapolando para o futuro, neste modelo de Universo, $D_{\rm hor}(t \to \infty) \approx 18{,}8$ Gpc, um valor finito. Isto significa que, no modelo ΛCDM existe um *horizonte de eventos*, uma distância tal que nenhum contato causal pode ocorrer nunca.

Na Fig. 48 vemos as distâncias dos horizontes de partículas e de eventos representadas em diagramas de espaço-tempo, comparadas a outras escalas como o raio de Hubble $[c/H(t)]$ e o cone de luz de um observador no presente. Neste diagrama, apenas os sinais emitidos abaixo do cone de luz tiveram tempo de chegar até nós. Qualquer sinal enviado além do horizonte de eventos jamais chegará até nós.

2.10 Determinação observacional dos parâmetros cosmológicos

Novas e velhas técnicas de determinação de distâncias sem a utilização de redshift foram empregadas nos últimos anos para determinarmos os parâmetros cosmológicos, em particular H_0. Para uma perspectiva histórica da evolução da determinação da constante de Hubble, veja as Figs. 16 e 17 na página 16.

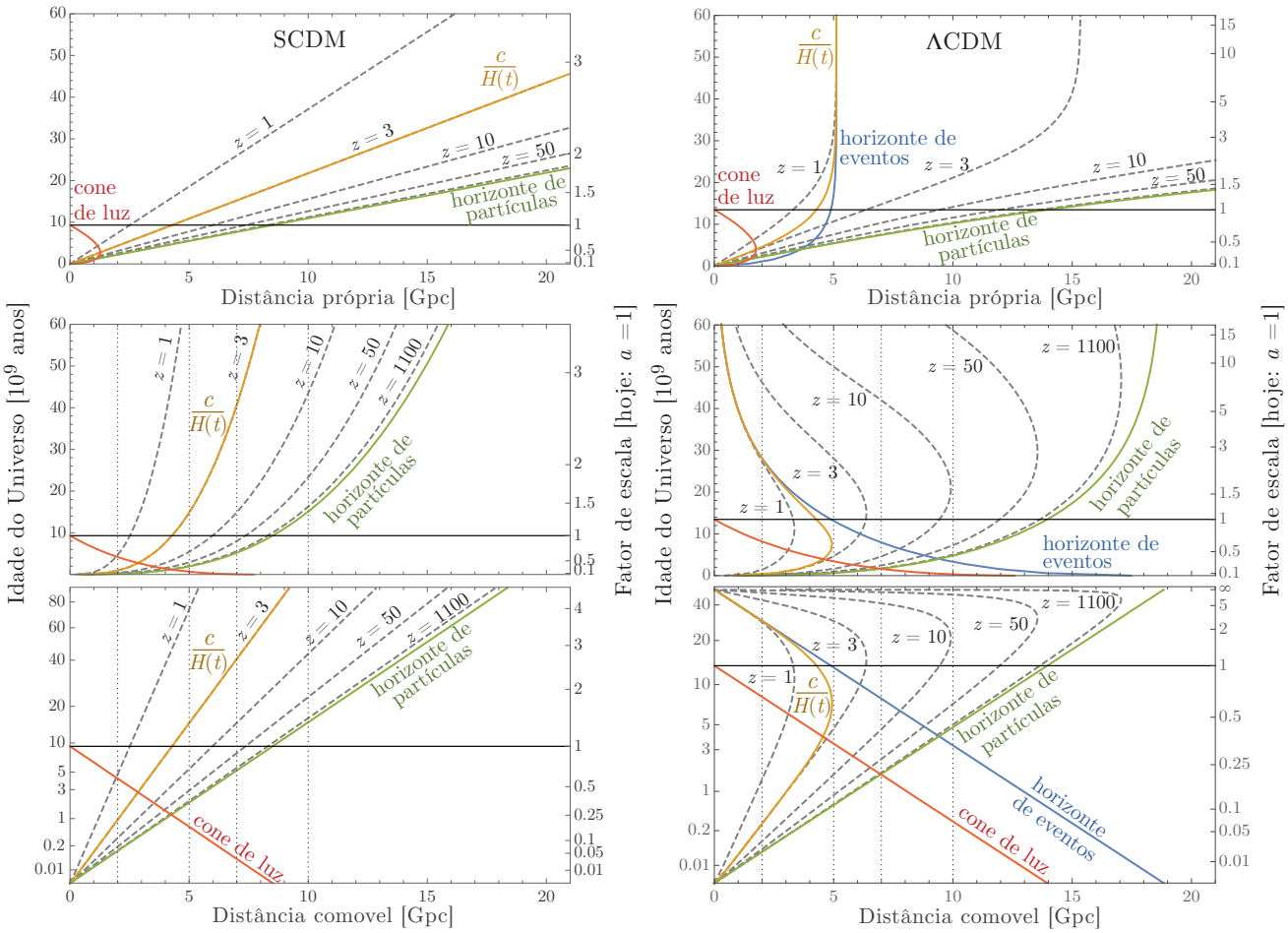


Figura 48: Diagrama espaço-tempo ilustrando a evolução das distâncias ao horizonte, raio de Hubble $[c/H(t)]$ e cone de luz do passado. Esquerda: cenário ΛCDM ($h = 0{,}7$, $\Omega_M = 0{,}3$, $\Omega_\Lambda = 0{,}7$). Direita: modelo Einstein–de Sitter ($h = 0{,}7$, $\Omega_M = 1$, $\Omega_\Lambda = 0$). Acima: diagrama espaço-tempo com distâncias próprias. Meio: distâncias comóveis (não se alteram durante a expansão do Universo). Abaixo: distâncias comóveis e tempo em escala conforme, Eq. (55); as geodésicas nulas (trajetória dos fótons, por exemplo) são linhas diagonais retas. O tempo presente corresponde à linha horizontal com fator de escala $a = 1$. Note que no modelo SCDM o horizonte de eventos é infinito. Figura baseada em Davis & Lineweaver (2004).

As supernovas de tipo Ia (SN Ia, veja a seção A) têm uma luminosidade intrínseca máxima que pode ser determinada independentemente de sua distância (veja apêndice A). Podemos então, com estes objetos, traçar o diagrama de Hubble, magnitude vs. distância e, em princípio, determinar os parâmetros cosmológicos.

Para galáxias mais próximas, podemos utilizar o mesmo método empregado por Hubble, a relação período–luminosidade das Cefeidas. A figura 49 mostra o diagrama de Hubble construído a partir de diferentes técnicas.

A figura 50 mostra em detalhes os resultados obtidos por este método de supernovas (Perlmutter et al., 1999) assim como os valores mais prováveis dos parâmetros Ω_M e Ω_Λ. Foram estas observações, de que as supernovas distantes têm um brilho mais fraco do que o esperado, que levou à descoberta da expansão acelerada do Universo. Em 2011, Saul Perlmutter, Adam Riess e Brian Schmidt receberam o prêmio Nobel por este trabalho.

Com o aumento progressivo do número de supernovas de tipo Ia descobertos, principalmente em *redshift* superior a 1, é possível também investigar se há ou não uma variação da equação de estado da energia escura, w. A Fig. 51 mostra um exemplo da determinação de vários parâmetros cosmológicos com resultados recentes (em 2013).

Atualmente, tomando uma "média informal" de valores publicados, os parâmetro da chamada "cosmologia de concordância" é : $\Omega_M = 0{,}30 \pm 0{,}04$ e $\Omega_\Lambda = 0{,}70 \pm 0{,}06$. Para os valores cosmológicos da moda (geralmente medidas mais recentes) veja a Tab. 29 na página 285.

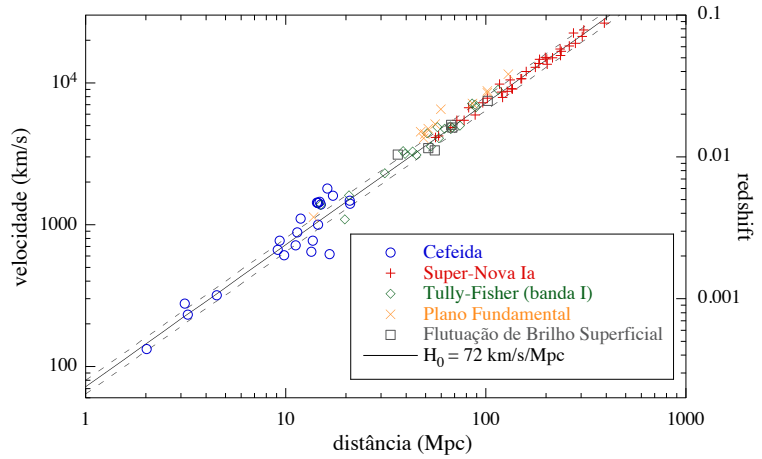


Figura 49: Resultado final do projeto chave do *HST* para medida da constante de Hubble. Compare este gráfico com o trabalho original de Hubble, Fig. 19. Figura baseada nos dados publicados em (Freedman et al., 2001). A incerteza em H_0 é de $\pm 4\,\mathrm{km\ s^{-1}Mpc^{-1}}$.

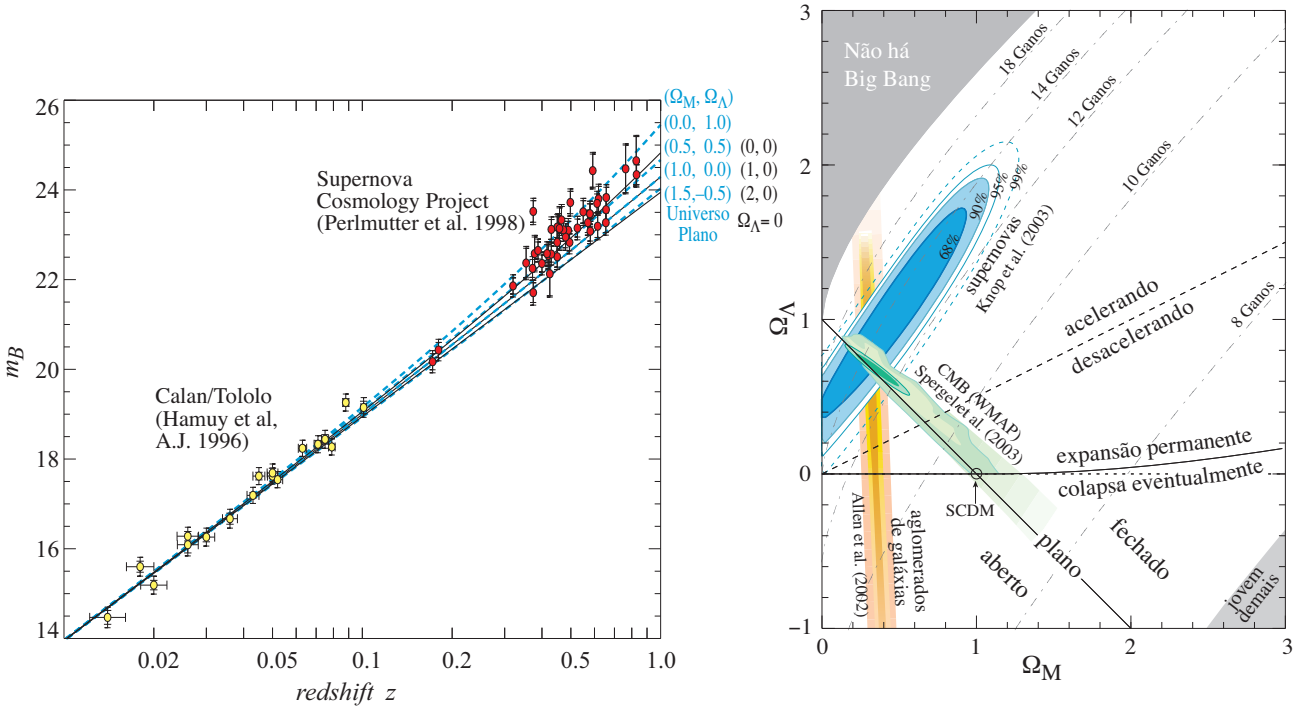


Figura 50: Esquerda: Diagrama de Hubble (magnitude versus *redshift*) utilizando uma amostragem de Supernovas de tipo Ia e determinação dos parâmetros cosmológicos (figura adaptada de Perlmutter et al., 1999). Direita: Curvas de confiança dos parâmetros ajustados, Ω_M e Ω_Λ. Os diferentes modelos cosmológicos estão indicados assim como as linhas (diagonais pontilhadas) com a idade do Universo hoje (usando $h = 0{,}7$).

Além disto, os dados observacionais são bem descritos por um universo plano e onde a energia escura é a constante cosmológica. O valor medido de Ω_Λ implica em um valor para a constante cosmológica de:

$$\lambda = 1{,}237 \times 10^{-56} h_{70}^2\ \mathrm{cm}^{-2} \quad \text{ou} \quad \rho_{\text{vácuo}} = 6{,}627 \times 10^{-30} h_{70}^2\ \text{gramas cm}^{-3} \quad \text{ou} \quad 3{,}717\, h_{70}^2\ \text{keV cm}^{-3}\,.$$

Por outro lado, a densidade (de energia) do vácuo pode ser, em princípio, estimada pelas teorias de física de partículas[16] (Cohn, 1998; Carroll, 2001). A densidade de energia do vácuo ou energia de ponto-zero será $\rho_{\text{vácuo}}^{\text{teoria}} \approx (c/\hbar)^3 (E_v/c^2)^4$, onde E_v é a soma das energias potenciais dos diversos campos que contribuem para a energia de ponto-zero. Estas energias são estimadas pela quebra de simetria (transição de fase) dos campos: no modelo eletrofraco (descrição unificada das forças eletromagnética e fraca), $E_v \sim 200\,\mathrm{GeV}$; na GUT, $E_v \sim 10^{16}\mathrm{GeV}$; e na escala de Planck, $E_v \sim 10^{18}\mathrm{GeV}$. Assim, a física de partículas prevê (tomando o menor e maior valor):

$$\rho_{\text{vácuo}}^{\text{teoria}} \approx 3{,}7 \times 10^{26} - 2{,}3 \times 10^{89}\ \text{gramas cm}^{-3}$$

[16] Em todo caso, a energia do vácuo pode ser medida experimentalmente, como no caso do efeito previsto por Casimir (1948) e medido por Lamoreaux (1997).

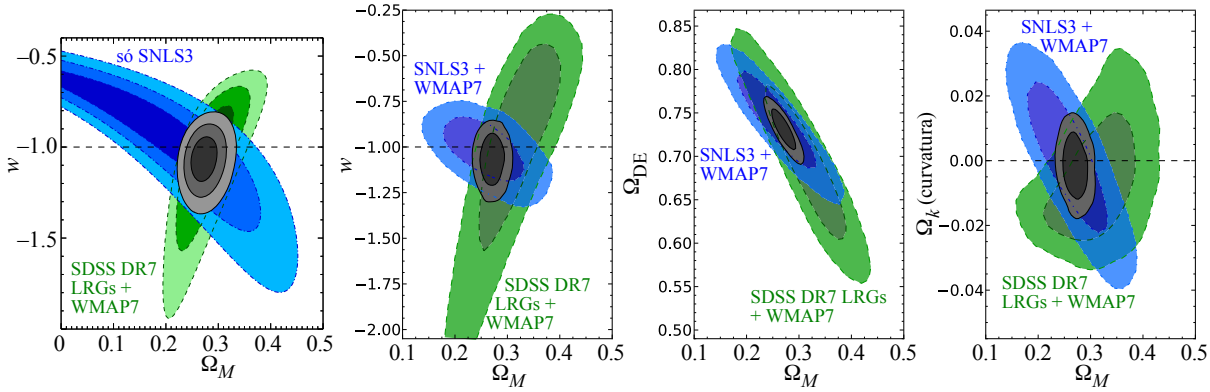


Figura 51: Determinação dos parâmetros cosmológicos com uma amostra de 472 supernovas de tipo Ia, junto com observações da CMB e o espectro de potência de galáxias (discutido na Sec. 3.4). O painel mais a esquerda utiliza um método de ajuste dos parâmetros de χ^2; os contornos correspondem a 68,3%, 95,4% e 99,7% de confiança. Nos outros casos, é usado um método de *Markov-Chain* Monte Carlo (MCMC) e os contornos são de 68.3% e 95.4% de confiança. Os contornos cinzas correspondem à combinação de todos os vínculos cosmológicos. O valor para a energia escura que corresponde à constante cosmológica é $w = -1$ e uma geometria plana é $\Omega_k = 0$. Figura adaptada de Sullivan et al. (2011).

o que implica em uma discrepância com a observação de:

$$\frac{\rho^{\text{teoria}}_{\text{vácuo}}}{\rho^{\text{obser.}}_{\text{vácuo}}} \approx 3 \times 10^{56} - 2 \times 10^{118} \text{ !!!}$$

Este desacordo (possivelmente um recorde) é conhecido como "problema da constante cosmológica". Muito esforço tem-se feito no sentido de compreender porque o valor medido é tão pequeno, mas não nulo, com a utilização de teorias supersimétricas e/ou de cordas (cf. referências acima).

Com *surveys* profundos torna-se possível a determinação da evolução do parâmetro de Hubble, $H(z)$. Uma técnica promissora que vem sendo utilizada a partir da primeira década do século XXI é baseada no efeito produzido pela oscilação acústica de bárions (BAO, *baryon acoustic oscillations*, veja Sec. 3.7). Um exemplo da determinação de $H(z)/(1+z) = \dot{a}$ é ilustrado na Fig. 52.

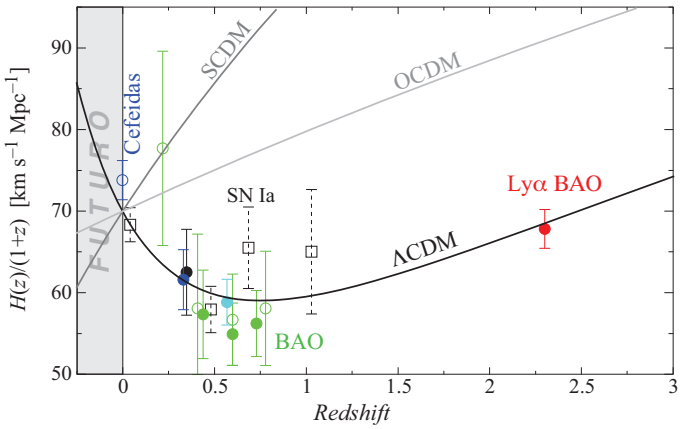


Figura 52: Determinação da evolução do parâmetro de Hubble, $H(z)/(1+z) = \dot{a}$. Os cenários cosmológicos representados pelas linhas cheias estão normalizados em $H_0 = 70$ km s^{-1}Mpc^{-1}. Figura baseada em Busca et al. (2013).

2.11 Inflação

A teoria da inflação, criada por Guth (1981) e Linde (1982), foi motivada por alguns problemas enfrentados pela teoria clássica do Big Bang quente e pela procura de uma abordagem física que pudesse abranger as condições iniciais do Universo:

- Universo plano (proposto por Robert Dicke nos anos 1970): se hoje a densidade do Universo é próxima de ρ_{crit}, no passado a densidade deveria ser infinitamente próxima de ρ_{crit}. Isto pode ser verificado

com a equação de Friedmann–Lemaître na forma de Eq. (73), que reescrevemos aqui da seguinte forma:

$$\Omega(t) - 1 = \frac{kc^2}{H^2(t)\, a^2(t)}\,; \text{ no presente: } \Omega_0 - 1 = \frac{kc^2}{H_0^2}\,, \tag{102}$$

onde Ω_0 representa a soma de todas as componentes do Universo (matéria, energia escura, fótons e neutrinos). Apenas no caso plano, $k = 0$, a curvatura não depende do tempo; no caso aberto ou fechado, a curvatura é uma função do tempo e tende a zero (plano) para $t \to 0$.

Vamos analisar dois casos limites: um universo dominado apenas por radiação e outro apenas por matéria. No caso determos apenas radiação, usando a tabela 83, temos $a(t) \propto t^{1/2}$ e $H^2(t) \propto \Omega_{\rm rad} a^{-4}(t)$. Eliminando k da Eq. (102), temos:

$$\Omega(t) - 1 = \frac{(1-\Omega_0)H_0^2}{a^2(t)H^2(t)} \approx \frac{\Omega_0 - 1}{a^2 \Omega_{\rm rad} a^{-4}} \approx (\Omega_0 - 1)\frac{a^2}{\Omega_{\rm rad}} \propto (\Omega_0 - 1)t\,.$$

Da mesma forma, para um universo apenas de matéria, $a(t) \propto t^{2/3}$ e $H^2(t) \propto \Omega_M a^{-3}$, e temos:

$$\Omega(t) - 1 = \frac{(\Omega_0 - 1)H_0^2}{a^2(t)H^2(t)} \approx \frac{\Omega_0 - 1}{a^2 \Omega_M a^{-3}} \approx (\Omega_0 - 1)\frac{a}{\Omega_M} \propto (\Omega_0 - 1)t^{2/3}\,.$$

Nas expressões acima, $\Omega_0 - 1$ corresponde ao valor medido hoje, aproximadamente zero. Na época da nucleossíntese primordial, $a \sim 2 \times 10^{-10}$ quando $t \sim 1$ s, portanto (lembrando que estamos na era da radiação e usando $\Omega_{\rm rad} \simeq 8{,}5 \times 10^{-5}$):

$$(\Omega - 1)_{\rm nucl.} \sim (\Omega_0 - 1)\frac{4 \times 10^{-20}}{8{,}5 \times 10^{-5}}\,. \quad \text{se } |\Omega_0 - 1| \leq 0{,}01 \quad \Rightarrow \quad |(\Omega - 1)_{\rm nucl.}| \lesssim 5 \times 10^{-18}\,.$$

Na época da inflação, $(\Omega - 1)$ deveria ser menor que 10^{-60} para observarmos o Universo praticamente plano hoje.

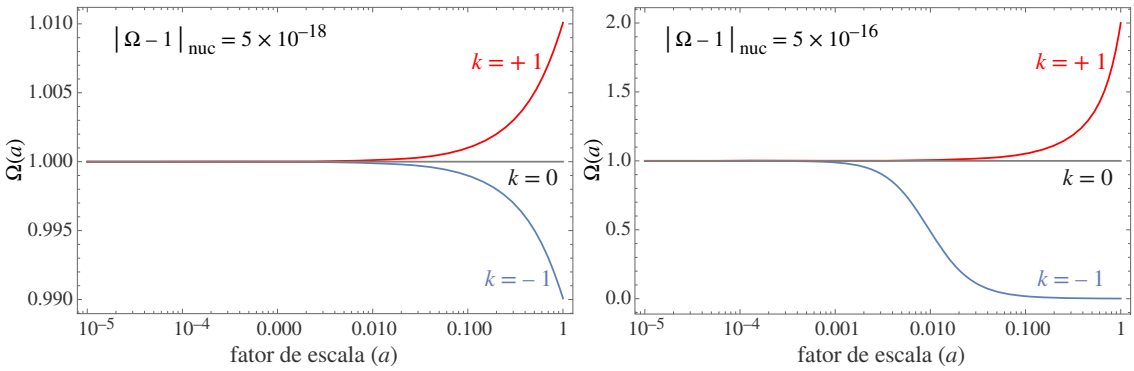


Figura 53: Evolução do parâmetro de densidade, $\Omega(t)$ em função do fator de escala. Esquerda: Desvio de um Universo plano no início da nucleossíntese primordial (Universo com 1 segundo, $a \approx 2 \times 10^{-10}$) que resultaria em $|\Omega_0 - 1| = 0{,}01$. Direita Se o desvio de planeza fosse um pouco maior, o Universo hoje teria ou o dobro da densidade crítica ou teria densidade praticamente nula. Em ambos os casos, se o Universo é exatamente plano, então ele será sempre plano.

O problema que se coloca é, por que haveria um ajuste tão fino de Ω (uma parte em 10^{60}) no universo primordial para que Ω_0 hoje seja tão próximo de (ou igual a) 1?

O problema da planeza está diretamente relacionado com a idade do Universo. Se Ω é ligeiramente superior no início da nucleossíntese primordial, o Universo poderia colapsar muito antes das primeiras estrelas se formarem. Por outro lado, se Ω é um pouco menor do que um, a expansão seria tão rápida que nenhum objeto poderia colapsar e teríamos apenas matéria difusa no Universo.

- Horizonte (isotropia da radiação cósmica de fundo Misner, 1968): dois pontos do Universo estão casualmente conectados somente se houve tempo suficiente para que um fóton de um ponto atinja o outro, isto é, se um ponto está dentro do horizonte do outro (Fig. 54). A dimensão do horizonte

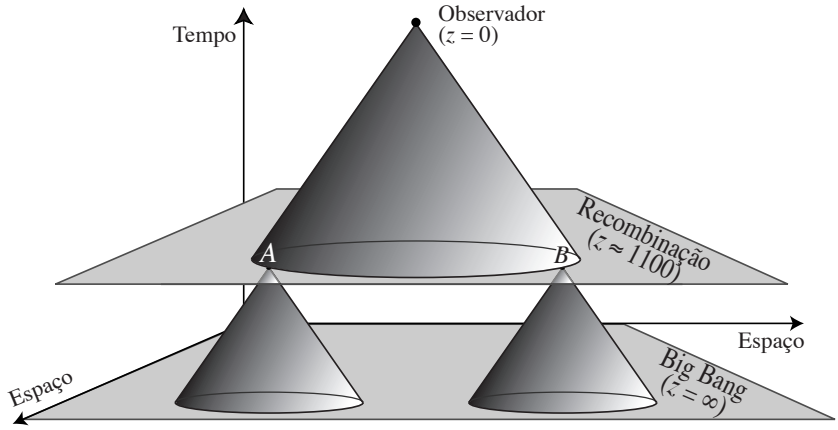


Figura 54: Problema do horizonte no modelo cosmológico pré-inflacionário: Em $z = 0$ observamos dois pontos A e B que estão no interior do nosso cone de luz passado. Contudo, como não há intersecção entre os cones de luz passados de A e B, estes pontos não estão casualmente conectados.

comóvel é $d_{\rm hor} = 3cH_0^{-1}\,[a(t)/a_0]^{1/2}$ para um Universo de Einstein–de Sitter (onde $a(t)/a_0 = [t/t_0]^{2/3}$ e usamos a Eq. [37]). Em termos do redshift, isto resulta em $d_{\rm hor} = 2cH_0^{-1}(1+z)^{-1/2}$ (a idade deste modelo de Universo é $t_0 = (2/3)H_0^{-1}$).

Por outro lado, a distância de um observador hoje até o ponto que corresponde a z é $d_{\rm obs} = 2cH_0^{-1}(1-[1+z]^{-1/2})$, cf. Eq. (53). Logo, o ângulo subentendido pelo horizonte é:

$$\tan(\theta/2) = \frac{d_{\rm hor}/2}{d_{\rm obs}} = \frac{1}{2}[(1+z)^{1/2}-1]^{-1} \approx \frac{1}{2\sqrt{z}}\,,\ \text{para } z \gg 1\,. \tag{103}$$

Tomando o *redshift* da recombinação, $z = 1100$, que corresponde à radiação cósmica de fundo que observamos, isto corresponde a $\theta = 1^\circ\!.8$ apenas! (Mesmo considerando outros modelos mais plausíveis, este número não se altera por mais que um fator 3). Regiões com uma separação angular maior não estariam conectadas casualmente na época da recombinação e, no entanto, observamos que têm a mesma temperatura (com variação de uma parte em $\sim 10^5$). Como regiões que nunca se comunicaram poderiam ter a mesma temperatura?

- Grandes estruturas: quais são suas condições iniciais? (Origem das flutuações primordiais).
- A teoria de partículas prevê a criação de defeitos topológicos durante as transições de fase no Universo primordial. Os defeitos de dimensão zero tem as mesmas propriedades de monopolos magnéticos e deveriam ser abundantes no cenário do Big Bang clássico. No entanto, isto não é observado.

O princípio da teoria da inflação é que, quando o Universo tem a escala de Planck ($\ell_{\rm pl} = \sqrt{G\hbar/c^3} \simeq 1{,}616 \times 10^{-35}$metros o que corresponde a uma escala de tempo $t_{\rm pl} = \sqrt{G\hbar/c^5} \simeq 5{,}39 \times 10^{-44}$ s) a maior parte da densidade de energia está concentrada em um campo escalar φ e o potencial $V(\varphi)$ deste campo não é nulo.

Durante a inflação, o fator de escala do Universo cresce exponencialmente, como no modelo de de Sitter (um universo plano, sem matéria):

$$a(t) \sim \exp(H\,t) \quad \text{e} \quad H^2 = (8\pi V)/(3\,\mathcal{M}_{\rm pl}) \approx \text{constante}\,, \tag{104}$$

onde $\mathcal{M}_{\rm pl} = \sqrt{\hbar c/G} = 2{,}177 \times 10^{-5}$grama $= 1{,}22 \times 10^{19}$GeV é a massa de Planck. A pressão total durante esta época é *negativa*, $P < -\rho/3$. Durante a inflação, a 'constante' de Hubble é, de fato, aproximadamente constante. A figura 55 ilustra esquematicamente a evolução do fator de escala para um Universo inflacionário.

A inflação inicia quando o Universo tem $\approx 10^{-34}$ s e dura $\approx 10^{-32}$ s (existe uma incerteza de pelo menos uma ordem de grandeza em relação a estes números). Durante este período, a expansão do Universo é de, pelo menos, $e^{60} \approx 10^{26}$ (este número depende de detalhes da teoria da inflação utilizada). Entre a época da nucleossíntese primordial e hoje (cerca de 10^{10}anos) o Universo expande 'somente' de um fator $\sim 10^{14}$.

Esta época termina quando o campo escalar responsável pela inflação decai. A energia deste decaimento reaquece o Universo que segue expandindo, mas agora seguindo a evolução clássica descrita pelas equações de campo de Einstein, Eqs. (67).

O problema do horizonte é resolvido pela inflação como mostra a figura 56.

A teoria da inflação faz algumas predições como:

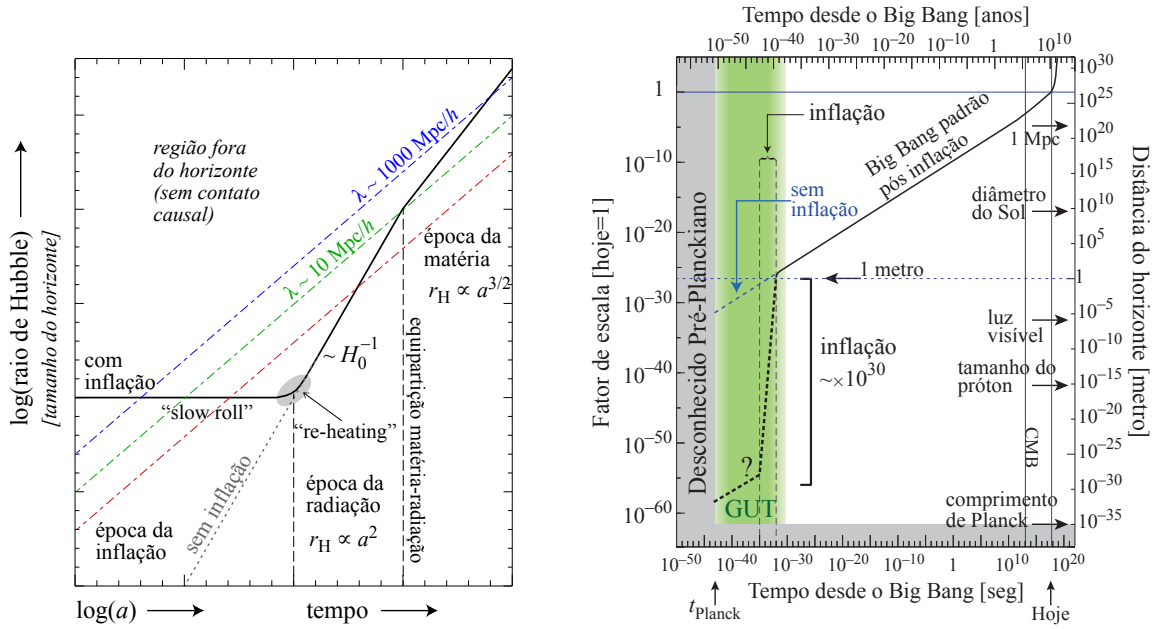


Figura 55: Esquerda: Evolução do **tamanho do Universo visível** (raio de Hubble) durante e após a inflação (baseado em Martin, 2004). A aproximação "*slow-roll*" significa que o potencial V da inflação é quase-plano ($H(t)$ é praticamente constante durante a inflação). As linhas diagonais mostram como as regiões do Universo podem entrar ou deixar de estar em contato causal. Com inflação, mesmo as maiores estruturas estiveram em algum momento em contato causal. Direita: Evolução do **fator de escala** mostrando o efeito da inflação comparado a outros momentos do Universo.

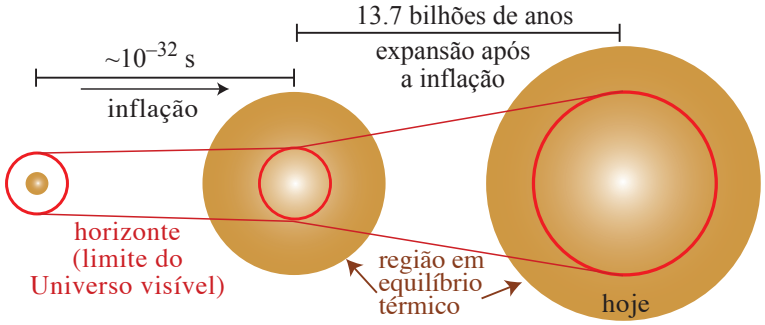


Figura 56: Durante a inflação, o fator de escala aumenta exponencialmente, enquanto o horizonte (representado pelo círculo) se expande na velocidade da luz. Em um instante inicial, toda a região em equilíbrio termodinâmico está no interior do horizonte. Figura baseada em Watson (2000).

- a curvatura total do Universo é plana. Qualquer que seja a curvatura inicial, a expansão exponencial faz com que a curvatura seja efetivamente plana;
- as flutuações iniciais de densidade são gaussianas;
- o espectro de flutuações iniciais é um invariante de escala (lei de potência). A inflação apaga todas as flutuações que surgiram anteriormente. Durante a inflação as inevitáveis flutuações quânticas são infladas a tamanhos macroscópicos.

Estas predições estão de acordo com as observações da radiação cósmica de fundo (isotropia e espectro de potência) e distribuição de galáxias em grande escala.

2.12 Bariogênese

Enquanto a temperatura do Universo é superior a $kT \sim 100\,\mathrm{GeV}$, quarks e anti-quarks são criados e destruídos em taxas elevadas, suas abundâncias são aproximadamente equivalentes entre si e (grosseiramente) iguais à abundância de fótons.

Contudo, hoje, a abundância de quarks (ou bárions) é claramente superior à abundância de anti-quarks (ou anti-bárions). Esta assimetria pode ser estimada da seguinte forma: enquanto há equilíbrio, $n_b \approx n_{\bar{b}} \approx n_\gamma$, onde $\bar{b}$ representa anti-bárions e γ os fótons. A densidade n é numérica em coordenadas

comóveis. A conservação do número de bárions e fótons implica:

$$(n_b - n_{\bar{b}})a^3 = (n_{b_0} - n_{\bar{b}_0})a_0^3 \approx n_{b_0}a_0^3 \quad \text{e} \quad n_\gamma a^3 = n_{\gamma_0}a_0^3\,, \tag{105}$$

onde a é o fator de escala e usamos $n_{b_0} \gg n_{\bar{b}_0}$. Assim, assimetria entre bárions e anti-bárions no Universo primordial é:

$$\frac{n_b - n_{\bar{b}}}{n_b + n_{\bar{b}}} \approx \frac{n_b - n_{\bar{b}}}{2n_\gamma} \approx \frac{n_{b_0}}{2n_{\gamma_0}} \approx 5 \times 10^{-10}\,, \tag{106}$$

ou seja, para cada $\sim 10^9$ bárions havia 1 anti-bárion, ou seja, havia 1 anti-quark para cada 10^9 quarks. O mesmo raciocínio não se aplica aos léptons, mas acredita-se que seu número seja da mesma ordem de grandeza dos bárions, já que, aparentemente, o Universo é eletricamente neutro.

Se não houvesse esta assimetria, matéria e anti-matéria se destruiriam, formando fótons até que a separação média das partículas e anti-partículas fosse grande suficiente para que a aniquilação virtualmente cessasse. Neste caso, a razão bárions/fótons seria da ordem de $\sim 10^{-18}$.

Podemos perguntar se a assimetria de quarks é uma condição inicial do Universo, fixada a priori, ou se assimetria surge após o Big Bang, durante a bariogênese. Sakharov (1967) reconheceu três condições necessárias para o surgimento desta assimetria:

- Processos que não conservam o número de bárions.
- Processos que não conservam a carga-paridade, isto é, violação CP. Esta violação, observada em interações fracas (envolvendo mésons K_0), tornaria possível uma preferência pela produção de partículas.
- O Universo deve estar fora de equilíbrio térmico. Isto deve ocorrer nas transições de fase, durante a expansão do Universo.

A transição de fase que ocorre na quebra de simetria da teoria de grande unificação (GUT), quando quarks e léptons estão unificados, seria um bom momento para a bariogênese, uma vez que o número de bárions não é conservado. Contudo, este modelo sofre de vários problemas que requerem ajustes finos, sobretudo porque esta transição de fase ocorre durante (ou antes) da época da inflação.

A transição de fase eletro-fraca ($kT \approx 100\,\mathrm{GeV}$) obedece às condições de Sakharov e é atualmente mais aceita como época da bariogênese. Em particular, a violação CP que ocorre nas interações eletro-fracas tem a mesma ordem de grandeza da assimetria quark/anti-quark.

2.13 Nucleossíntese primordial

Até o Universo atingir alguns segundos de vida ($T \sim 10^{10}\mathrm{K}$, $kT \sim 1\,\mathrm{MeV}$), as reações nucleares e fracas são rápidas suficiente para manter as componentes do Universo (elétron, pósitron, neutrinos, fótons e, em muito menor quantidade, prótons e nêutrons) em equilíbrio. Quando o Universo tem cerca de 1 segundo, as interações fracas deixam de predominar e é iniciada a nucleossíntese primordial. Como o Universo está em equilíbrio, a história anterior ao primeiro segundo não importa na nucleossíntese primordial (Steigman, 2002). A figura 57 ilustra as principais reações envolvidas na formação de núcleos atômicos.

As reações que mantém o equilíbrio próton–nêutron são:

$$\begin{aligned} n + \nu_e &\rightleftharpoons p + e^- \\ p + \bar{\nu}_e &\rightleftharpoons n + e^+ \\ n &\rightleftharpoons p + e^- + \bar{\nu}_e \end{aligned} \tag{107}$$

A alta temperatura, as taxas destas reações são iguais e a densidade de nêutrons e prótons são praticamente as mesmas.

Quando a temperatura diminui, o equilíbrio se desloca favorecendo os prótons (devido à massa do nêutron ser ligeiramente superior à do próton). A razão de densidades evolui com a temperatura da seguinte forma:

$$\frac{n_N}{n_p} = \exp\left(-\frac{[m_N - m_p]c^2}{kT}\right)\,; \quad (\Delta m \equiv [m_N - m_p]c^2 = 1{,}2933\ \mathrm{MeV})\,. \tag{108}$$

Quanto $T \approx 10^{12}\mathrm{K}$, $n_N/n_p \approx 0{,}985$ e quando o Universo tem cerca de 1 segundo, $T \approx 10^{10}\mathrm{K}$ e $n_N/n_p \approx 0{,}2$.

Abaixo de $T \approx 10^{10}\mathrm{K}$, as reações 107 não são rápidas o suficiente para manter o equilíbrio e a razão próton–nêutron "congela" (*freeze-out*) em $\sim 0{,}17$, isto é, a Eq. (108) deixa de ser válida e a razão n_N/n_p se fixa no valor correspondente a $T \approx 10^{10}\,\mathrm{K}$ – na verdade a razão diminui lentamente, veja Fig. 58.

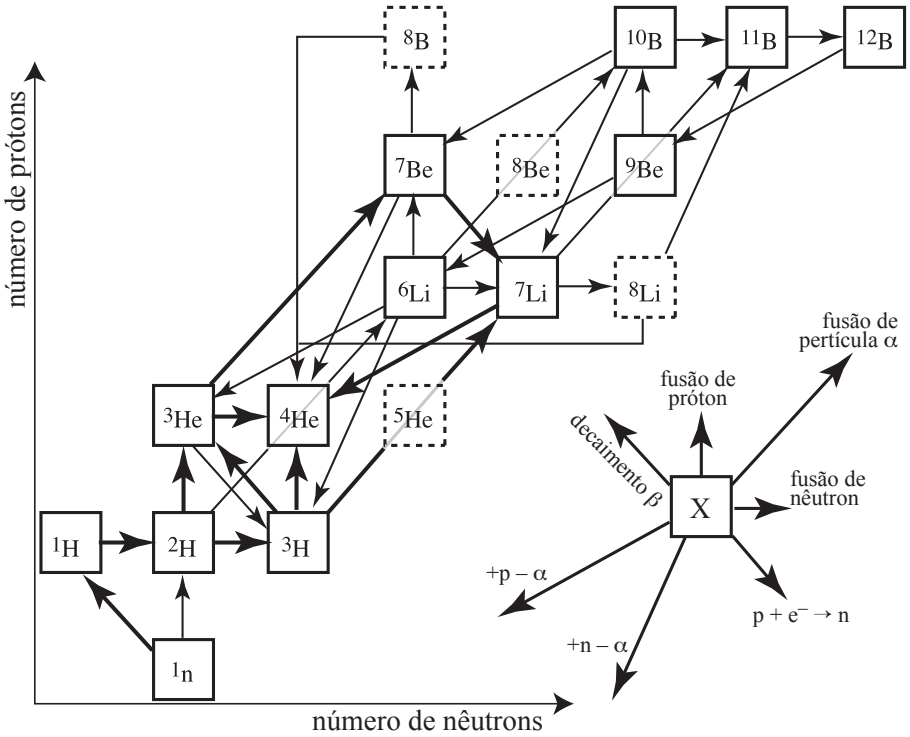


Figura 57: Cadeia de reações que ocorrem na nucleossíntese primordial. Os núcleos pontilhados são instáveis. Os núcleos ^{3}H e ^{7}Be são radiativos, mas com meia vida superior à duração da nucleossíntese primordial (12,33 anos e 53,29 dias, respectivamente).

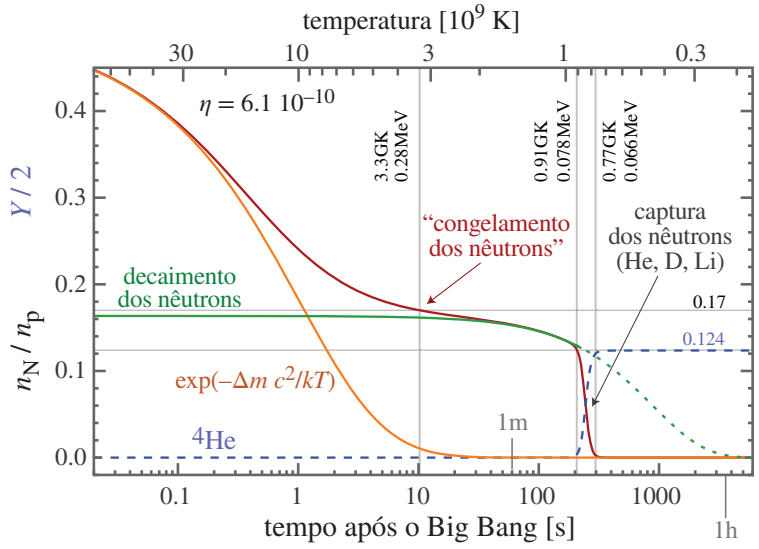


Figura 58: Evolução da abundância de nêutrons livres em função da idade e temperatura do Universo. A curva laranja corresponde à Eq. (108), a curva verde ao decaimento do nêutron (a parte tracejada é uma extrapolação). Por volta de $T \sim 4 \times 10^9$ K (0,3 MeV), a reação entre prótons e nêutrons se tornam tão lentas que a abundância de nêutrons "congela" em cerca de 0,17. A queda abrupta da abundância corresponde à captura dos nêutrons restantes nos núcleos de He, D e Li. Para comparação, a curva tracejada azul dá a abundância do ^{4}He (Y) dividida por dois (cada núcleo tem 2 nêutrons).

Como as reações envolvendo a força fraca terminam, também termina o equilíbrio entre elétrons e neutrinos: $e^- + e^+ \rightleftharpoons \nu_e + \bar{\nu}_e$ e assim se forma nesta época o **fundo cosmológico de neutrinos** (veja também a Sec. 2.4.1).

Nesta fase, o deutério é produzido, mas é rapidamente foto-dissociado e os núcleos mais pesados (^{3}H e ^{3}He, mais estáveis) não têm tempo de serem formados. Apesar da energia de ligação do deutério ser $E_{\rm D} = 2{,}23\,{\rm MeV}$, o deutério é destruído rapidamente pois a taxa de foto-dissociação é proporcional a $n_\gamma \exp(-E_{\rm D}/kT)$ enquanto a taxa de formação é proporcional a $n_{\rm B}$, onde n_γ e $n_{\rm B}$ são a densidade de fótons e bárions, respectivamente. Numericamente:

$$\text{Taxa}\frac{\text{formação}}{\text{destruição}} \approx 5 \times 10^{-10} \exp(25{,}8/T_9)\,; \quad T_9 \equiv \frac{T}{10^9 {\rm K}}\,. \tag{109}$$

Somente quando a temperatura dos fótons é $T \approx 1{,}2 \times 10^9$ ($kT \approx 100\,\mathrm{keV}$) e o Universo tem cerca de 3 minutos, o deutério deixa de ser foto-dissociado e a nucleossíntese pode prosseguir.

Os nêutrons livres têm uma meia vida de cerca de $878.4 \pm 0{,}5$ seg (14m38.4s). e, portanto, devem se desintegrar. Contudo, os nêutrons livres fusionam com os prótons formando, deutério e, subsequentemente, núcleos de ^{4}He. Lembrando que $\mathcal{M}_{\mathrm{He}} \approx 4\mathcal{M}_{\mathrm{p}}$ e que $n_{\mathrm{He}} \approx n_{\mathrm{N}}/2$ (i.e., para cada 2 nêutrons temos 1 núcleo de hélio), logo, $n_{\mathrm{N}}/n_{\mathrm{p}} \approx 2n_{\mathrm{He}}/n_{\mathrm{p}}$, e a abundância de ^{4}He, Y, pode ser estimada como:

$$Y = \frac{\mathcal{M}_{^4\mathrm{He}}\, n_{^4\mathrm{He}}}{\mathcal{M}_{\mathrm{p}}\, n_{\mathrm{p}} + \mathcal{M}_{^4\mathrm{He}} n_{^4\mathrm{He}}} = \frac{2(n_{\mathrm{N}}/n_{\mathrm{p}})}{1 + 2(n_{\mathrm{N}}/n_{\mathrm{p}})} \approx 0{,}25\,, \tag{110}$$

onde supomos que a grande maioria dos nêutrons que não decaem terminam nos núcleos de ^{4}He e usamos $n_{\mathrm{N}}/n_{\mathrm{p}} = 0{,}17$. Peebles (1966) foi o primeiro a calcular quantitativamente a abundância de deutério, ^{3}He e ^{4}He.

É interessante comparar este valor com a abundância de ^{4}He produzido apenas por *nucleossíntese estelar* – em outras palavras, podemos ter a abundância observada de hélio apenas com a fusão de hidrogênio em estrelas?

Estimamos a produção de He da seguinte forma: uma cadeia de reações nucleares que dão origem ao ^{4}He produz uma certa energia ΔE dada por

$$\Delta E = c^2(4\mathcal{M}_p - \mathcal{M}_{\mathrm{He}}) = 4\,c^2\,\mathcal{M}_p\eta\,, \quad \text{onde } \eta \equiv \frac{4\mathcal{M}_p - \mathcal{M}_{\mathrm{He}}}{4\mathcal{M}_p}\,. \tag{111}$$

O parâmetro η é a eficiência da reação nuclear, $\eta \approx 0{,}007$ e $\mathcal{M}_p$ e $\mathcal{M}_{\mathrm{He}}$ são as massas do hidrogênio e hélio, respectivamente.

Vamos calcular a fração em massa produzida de ^{4}He para uma estrela como o Sol. Obtemos a energia emitida pela estrela em um intervalo de tempo Δt com N reações de formação do ^{4}He, ou seja, $\Delta t\, L_\odot = N\,\Delta E$, e a massa total de hélio formado será $\mathcal{M}_{\mathrm{totHe}} = N\,\mathcal{M}_{\mathrm{He}}$. Assim, a fração em massa de hélio produzida durante Δt é:

$$Y_{\mathrm{estelar}} = \frac{N\mathcal{M}_{\mathrm{He}}}{M_\odot} = \Delta t \frac{1-\eta}{\eta}\frac{L_\odot}{c^2\,M_\odot}\,. \tag{112}$$

Tomando $\Delta t = 10^{10}$ anos, obtemos $Y_{\mathrm{estelar}} \approx 10\%$. Isto deve ser visto com um limite superior, pois o He também é consumido em estrelas com massa superior à massa do Sol em elementos mais pesados. Em estrelas de alta massa, o He é perdido em estrelas de nêutrons e buracos negros. Uma estimativa mais realista nos dá $Y \approx 2\%$ para toda a nucleossíntese estelar. Isto significa que a abundância primordial observada de ^{4}He, da ordem de 25% em massa, é mais de uma ordem de grandeza superior ao que pode ser sintetizado pelas estrelas. A abundância observada hoje, cerca de 27% em massa, é em si uma evidência forte em favor de uma nucleossíntese primordial.

As reações continuam formando outros núcleos leves como trítio (que é radioativo, com meia-vida igual a 12,32 anos), lítio, berílio, boro, etc... Existem mais dois "gargalos" na cadeia de reações, devido à não existência de isótopos estáveis com número de massa 5 e 8. Isto dificulta a formação dos elementos além do ^{4}He: Li, Be, B e C.

Núcleos mais pesados que o carbono têm muito pouco tempo para serem formados: o Universo já está frio demais para termos, por exemplo, a formação de carbono via ^{4}He+^{4}He+^{4}He = ^{12}C e a reação ^{8}B+^{4}He = ^{12}C não ocorre devido a meia-vida do ^{8}B ser muito curta ($\approx 7 \times 10^{-17}$s). Apenas traços de carbono, nitrogênio e oxigênio são formados. por exemplo, a abundância primordial de carbono (^{12}C+^{13}) é de $\sim 5 \times 10^{-16}$, 6 ordens de grandeza menor do que do ^{7}Li.

O primeiro cálculo detalhado da nucleossíntese primordial e abundância dos elementos sintetizados (incluindo núcleos mais pesados) foi feito por Wagoner, Fowler & Hoyle (1967). A figura 59 mostra a evolução da abundância destes elementos em função da temperatura (idade) do Universo.

A produção de núcleos termina quando o Universo tem cerca de 3 minutos. A figura 60 nos mostra a abundância prevista pela nucleossíntese primordial assim como as medidas dos núcleos formados.

Dada a idade do Universo, a densidade de estrelas e o que sabemos sobre evolução e nucleossíntese estelar, *é impossível* que todo o ^{4}He observado tenha sido produzido em estrelas. O acordo entre a nucleossíntese primordial e as observações é um dos maiores argumentos a favor da teoria do Big Bang.

Para verificar as previsões da nucleossíntese primordial ocorrida nos primeiros minutos do Universo, devemos observar regiões pobres em metais, onde os efeitos da nucleossíntese estelar (destruição de deutério e ^{7}Li, síntese de ^{4}He) são minimizados.

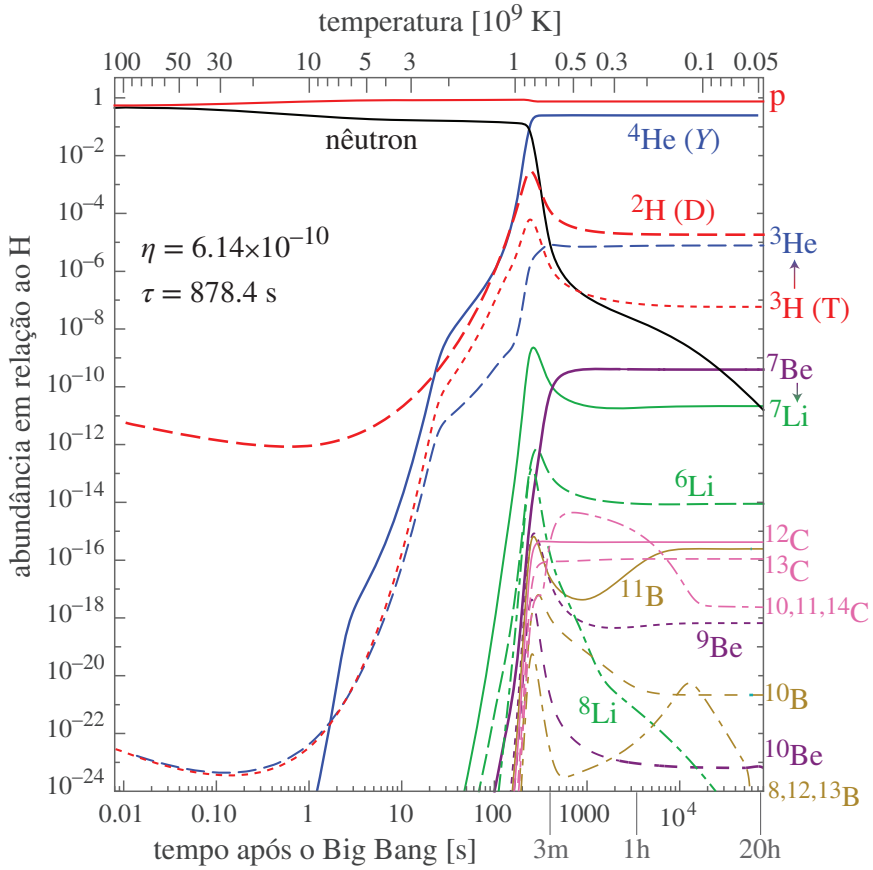


Figura 59: Evolução da abundância (em massa para o ^{4}He, numérica para os demais elementos, em relação ao hidrogênio) dos núcleos formados em função da idade e temperatura do Universo, para $\Omega_B h^2 = 0{,}0224$. O ^{7}Be é instável e decai com meia-vida de 53,3 dias principalmente em ^{7}Li; o trítio (^{3}H) decai em 3He com meia-vida e 12,32 anos. O ^{8}Li é instável com meia-vida de 0,84 s. O boro têm dois isótopos estáveis, ^{10}B e ^{11}B, e os outros (^{8}B,^{12}B e ^{13}B) acabam decaindo em algumas horas. Apenas o isótopo ^{9}Be é estável, os outros decaem rapidamente. Os isótopos es†áveis do carbono são o 12 (principalmente) e 13. Figura baseada em Tytler et al. (2000) e feita com o código PRIMAT de Pitrou et al. (2018)

A abundância de hélio-4 é inferida a partir de observações de suas linhas de emissão em regiões HII pobres em metais (as regiões HII de galáxias anãs compactas azuis são particularmente pobres em metais). Extrapolando, por exemplo, a relação $Y \times$ [O/H] para metalicidade[17] zero obtêm-se Y primordial.

Ao contrário do ^{4}He que é sintetizado em estrelas, o deutério é sempre destruído (ou melhor, a taxa de destruição é sempre maior que a taxa de criação nas estrelas); logo, sua observação nos dá sempre limites inferiores de sua abundância. No fim do século XX se tornou possível medir a abundância de D em regiões de alto *redshift* e baixa metalicidade que produzem linhas de absorção de QSOs (veja Fig. 61). Estas medidas, contudo, requerem várias horas de observação em telescópios de mais de 8 metros de diâmetro. As linhas do D são idênticas às do H, mas deslocadas para o azul (*blueshift*) de ~ 81 km/s e bem menos intensas.

A abundância do ^{7}Li é inferida de observações de linhas de absorção presentes em estrelas quentes de baixa metalicidade do halo (Pop. II) de nossa Galáxia. Spite & Spite (1982) e Thorburn (1994) mostraram que a abundância de Li tende a um mesmo valor para estrelas de metalicidades entre $-2{,}5 \lesssim$ [Fe/H] $\lesssim -1$ e temperatura $5500 \lesssim T \lesssim 6300$ K, o chamado "*plateau de Spite*" ou "plateau do lítio". Este *plateau* foi interpretado como um legado da nucleossíntese primordial e representativo da abundância de ^{7}Li produzido naquela época. Medidas em alta resolução de estrelas extremamente pobres em metais no halo da Galáxia mostram que o *plateau* de Spite apresenta uma inclinação a para estrelas com metalicidade [Fe/H] $< -2{,}5$.

Contudo, as medidas de abundância de lítio e suas respectivas estimativas da abundância primordial estão abaixo do previsto pelas medidas da abundância de bárions da CMB e modelos de reações nucleares da nucleossíntese do Big Bang (Fig. 60). Isto é conhecido como "problema do lítio primordial" (p.ex., Fields, 2011; Fields et al., 2020).

A origem deste problema é desconhecida. Pode ser algum erro sistemático das abundâncias observadas, algum fator de evolução estelar (destruição do ^{7}Li ou transporte para o centro?) que não levamos em conta, incertezas ou erros nas reações nucleares que usamos ou alguma física nova.

O hélio-3 só é observado em regiões HII de nossa Galáxia. A extrapolação das observações em $z = 0$ para a época da nucleossíntese primordial depende de modelos de evolução química da Galáxia. As incertezas são grandes devido ao fato do ^{3}He ser sintetizado e destruído por estrelas, dependendo da massa e detalhes

[17] A notação da abundância de um elemento, [X/H], significa $\log(\mathrm{X/H}) - \log(\mathrm{X/H})_\odot$. Por definição a metalicidade solar é $[X/H]_\odot = 0$.

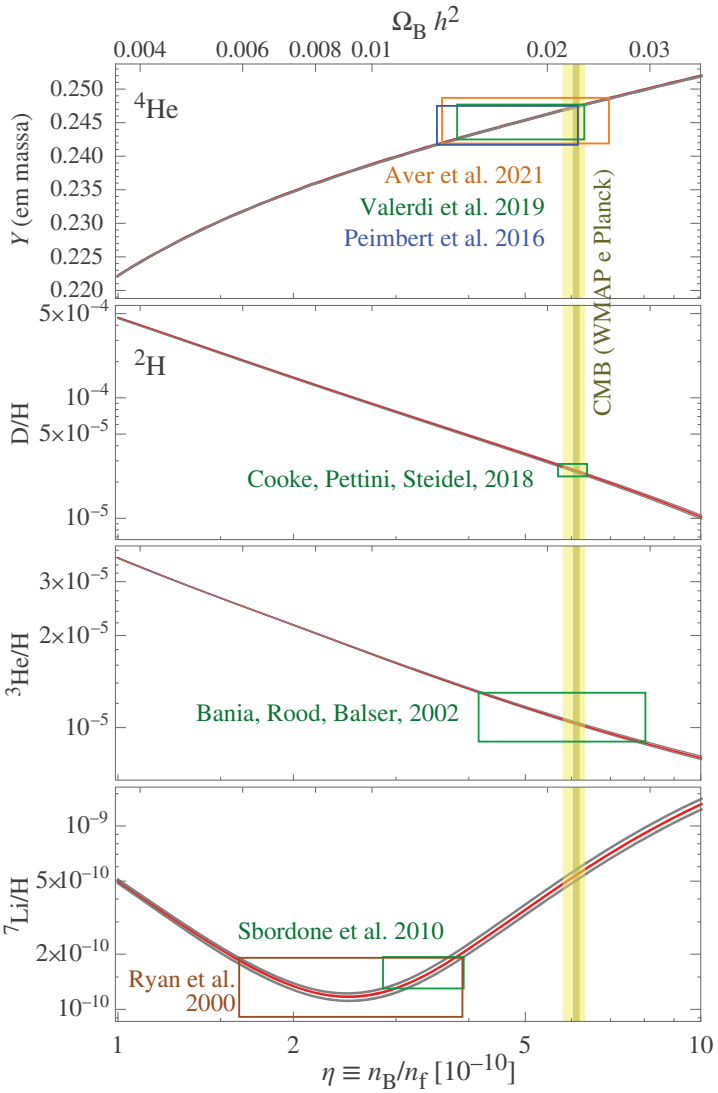


Figura 60: Abundância dos elementos devido à nucleossíntese primordial em função da densidade de bárions no Universo (expresso pelo fator η ou $\Omega_B h^2$). O deutério é o elemento cuja abundância depende mais sensivelmente de η. Para $\Omega_B h^2 \to 1$, a abundância de D é virtualmente zero. As linhas cinzas indicam a incerteza do modelo teórico na abundância de cada elemento (assumindo meia vida do nêutron de 880 s e 3 famílias de neutrinos). As observações se encontram nos retângulos para cada elemento. O retângulo vertical amarelo dá a estimativa combinada das medidas dos detectores WMAP e Planck utilizando a CMB, $\Omega_B h^2 = 0{,}02223 \pm 0{,}00033$ e $0{,}02242 \pm 0{,}0001$, respectivamente. Note a discordância do ^{7}Li ("o problema do lítio"). Este tipo de gráfico é às vezes chamado de "*Schramm Plot*".

da evolução estelar. Isto faz com que o ^{3}He seja o núcleo mais problemático para se comparar com previsões de abundância da nucleossíntese primordial, com uma incerteza considerável.

A teoria do Big Bang *standard* (homogêneo, isotrópico e com 3 famílias de neutrinos leves,[18] i.e., $m_\nu \ll$ MeV ou $m_\nu = 0$ – veja Fig. 62), que prevê as abundâncias primordiais de núcleos leves, depende fortemente apenas de um parâmetro, a razão entre bárions e fótons, $\eta \equiv n_B/n_f$. Existe uma dependência com a meia-vida do nêutron, mas esta é medida em laboratório com uma precisão de menos de 0,1%.

As observações das abundâncias destes elementos podem dar vínculos à η. Como a densidade numérica de fótons é bem determinada, veja Eq. (25), isto significa que estas observações nos dão a densidade de bárions no Universo [ou melhor, $\Omega_B h^2$, cf. Eq. (22)]. Pode-se mostrar que $\eta = 2{,}73 \times 10^{-8} \Omega_B h^2 (2{,}725/T)^3$ (onde T é a temperatura atual da CMB).

2.13.1 Balanço de bárions

A nucleossíntese primordial, observações de abundâncias de elementos leves e as anisotropias da radiação cósmica de fundo (próxima seção, 2.14) sugerem $\Omega_{\text{bárions}} h^2_{70} = 0{,}046 \pm 0{,}002$.

Fukugita, Hogan & Peebles (1998) fizeram um levantamento dos bárions no Universo local, $z \sim 0$, chegando ao seguinte resultado (Tabela 4). Vemos que não sabemos com certeza onde estão todos os bárions do Universo, neste balanço ainda há 50% de bárions a menos que o previsto na nucleossíntese primordial.

[18] O número de famílias de neutrinos, N_ν, é determinado precisamente por medidas do decaimento da partícula Z em choques $e^- + e^+$ em aceleradores de partículas. Atualmente tem-se $N_\nu = 2.993 \pm 0.011$. Comparando a nucleossíntese primordial às observações, Steigman et al. (1977) já limitavam $N_\nu < 7$ (nesta época, o limite em laboratório era $N_\nu \lesssim 5000$).

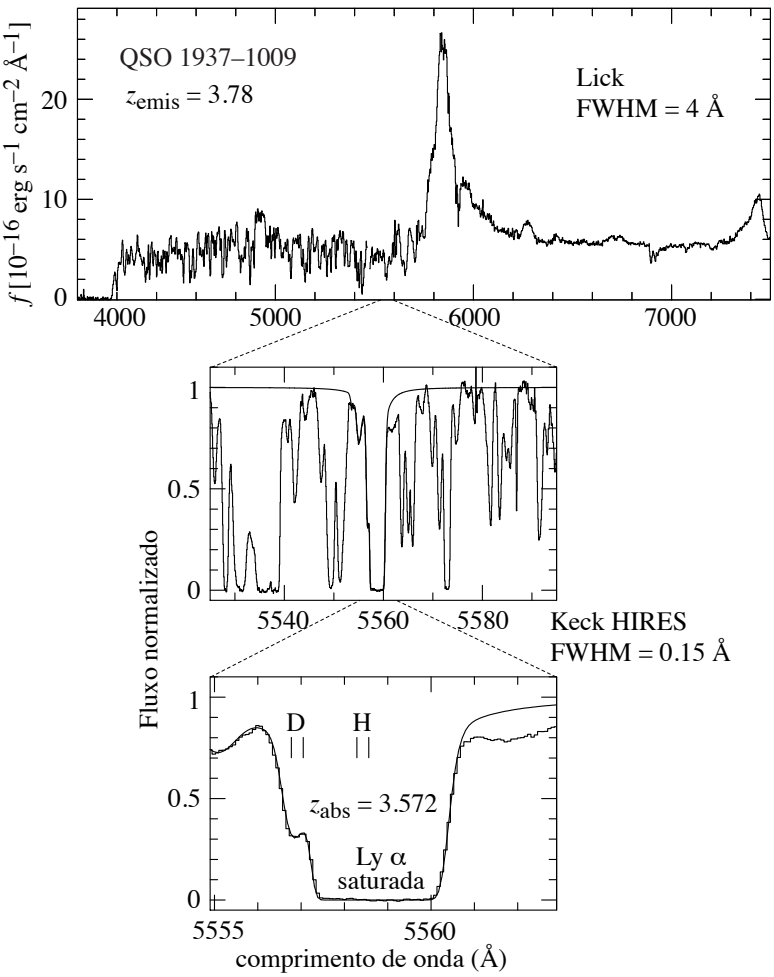


Figura 61: Detecção do deutério em um QSO de alto *redshift*. Figura tirada de Burles & Tytler (1998).

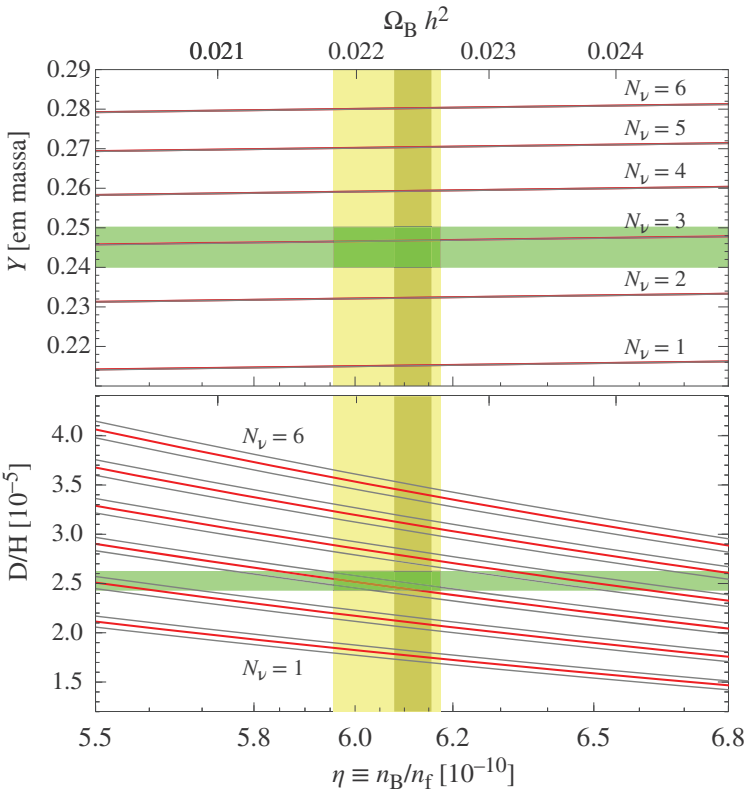


Figura 62: Dependência da abundância primordial de hélio-4 e deutério em função do número de famílias de neutrinos (léptons), N_ν. A banda horizontal verde dá os limites observacionais de abundância do ^{4}He e ^{2}H; a banda vertical dá os limites da fração de bárions obtidas pela análise da CMB, WMAP e Planck (amarelo claro e escuro, respectivamente). Tanto a abundância de ^{4}He como de ^{2}H dão um vínculo muito forte para 3 famílias de neutrinos.

Tabela 4: Balanço de bárions no Universo local de Fukugita, Hogan & Peebles (1998). É adotado $h = 0{,}7$.

Componente	$\Omega_X = \rho_X/\rho_{\rm crit.}$	Componente	$\Omega_X = \rho_X/\rho_{\rm crit.}$
Estrelas em halos e bojos	0,0026	Gás neutro	0,00033
Estrelas em discos	0,00086	Gás molecular	0,0003
Estrelas em Irregulares	0,000069	Gás ionizado em aglomerados	0,0026
Total em estrelas	**0,00353**	Total em gás	**0,00323**
Gás em grupos	0,01 (??)		
		Total	**0,017**

A maior incerteza no balanço de bárions está nos grupos e não sabemos quanto gás existe entre os aglomerados, nos filamentos na forma de gás "morno" (WHIM, *Warm-Hot Intergalactic Medium*, i.e., com temperatura de $\sim 10^5$–10^6 K) previstos nas simulações de formação de estrutura (veja Figs. 95 e 124). Existe também a sugestão de que haja bárions "escondidos" nos halos de galáxias espirais na forma de gás molecular muito frio (detecção muito difícil).

2.14 Anisotropias da CMB

A radiação cósmica de fundo é sujeita a vários fatores que geram anisotropias de temperatura a diferentes escalas angulares (veja, p.ex., Tegmark, 1995). Podemos distinguir as seguintes fontes de flutuação de temperatura da CMB:

- Efeitos primários
  - **Gravitação**: os fótons que se originam em uma concentração de massa sofrem um *redshift* gravitacional ao escaparem do poço de potencial, ψ. Em particular, podemos considerar aqui inclusive as perturbações devido a defeitos topológicos (sec. 3.2.2).
  - **Efeito Doppler**: se a matéria que espalha os fótons tem movimento peculiar em relação ao fluxo de Hubble, os fótons são afetados pelo efeito Doppler (caso este movimento seja em direção a nós, será um *blueshift*).
  - **Flutuações de densidade**: os fótons que se originam em regiões onde $\delta\rho/\rho > 0$ tem uma temperatura mais elevada, pois estas regiões são intrinsecamente mais quentes.

Estes efeitos são expressos matematicamente em termos do potencial, velocidade e contraste de densidade como:

$$\frac{T(\hat{r}) - T}{T} = \frac{\Delta T}{T}(\hat{r}) = \frac{\psi(\vec{r})}{c^2} - \frac{\hat{r}\cdot\vec{v}(\vec{r})}{c} + \frac{1}{3}\frac{\delta\rho}{\rho}(\vec{r})\,, \tag{113}$$

onde os campos ψ, $\vec{v}$ e $\delta\rho/\rho$ correspondem à época da recombinação, T é a temperatura média da CMB, e $\hat{r}$ é a direção que observamos na esfera celeste. Para grandes escalas, $\delta\rho/\rho \approx -2\psi/c^2$ e o valor médio de $\hat{r}\cdot v(\vec{r})$ é nulo. Assim, para escalas maiores que alguns graus (maior que a distância do horizonte em $z_{\rm rec}$), supondo que as flutuações sejam adiabáticas (cf. seção 3.3), temos:

$$\frac{\Delta T}{T}(\hat{r}) \approx \frac{1}{3}\frac{\psi(\vec{r})}{c^2}\,, \tag{114}$$

que corresponde ao chamado efeito Sachs-Wolfe (Sachs & Wolfe, 1967; White & Hu, 1997). Isto significa que no modelo cosmológico padrão as flutuações espaciais em grande escala da temperatura da CMB estão correlacionadas com flutuações de massa (potencial) na mesma escala. Como ψ é negativo, então sobredensidades nesta escala geram uma diminuição da temperatura da CMB. Pode-se ainda mostrar que

$$\frac{\Delta T}{T}(\theta) \propto \theta^{(1-n)/2}\,; \quad \theta \gtrsim 10 \text{ graus, ou } \; l \lesssim 30\,, \tag{115}$$

onde l é o índice da expansão em harmônicos esféricos e n é o índice do espectro de potência das perturbações primordiais (veremos isto na seção 3.4). Se $n = 1$ (espectro de Harrison-Zel'dovich) $\Delta T/T$ é plano, cf. Fig. 64.

Para escalas entre $0{,}1° \lesssim \theta \lesssim 1{,}0°$, a flutuação de temperatura segue uma relação:

$$\frac{\Delta T}{T}(\theta) \approx \frac{\delta\rho}{\rho}\,. \tag{116}$$

Nestas escalas angulares menores, o potencial, a densidade e a velocidade própria, têm um comportamento semelhante a uma onda acústica antes da recombinação. Estas oscilações acústicas geram picos de flutuação de temperatura da CMB dependendo da escala angular analisada.

O primeiro pico do espectro de potência, por volta de $l \approx 200$, corresponde a flutuações de densidade que estão entrando (isto é, têm a mesma dimensão) que o horizonte na época da recombinação.

- Efeitos secundários. São devido a processos que ocorrem após a recombinação: **(A)** Variações do potencial gravitacional (fase linear, em grande escala) ao longo da trajetória dos fótons produzem variações de temperatura da CMB (efeito Sachs-Wolfe integrado, ISW – Sec. 2.14.1); **(B)** Atravessar o plasma de aglomerados de galáxias (efeito Sunyaev–Zel'dovich térmico e cinemático [detalhes na Sec. 5.7.2]); **(C)** Atravessar potenciais gravitacionais não-lineares associado com colapso gravitacional (efeito Rees-Sciama); **(D)** Efeito de lentes gravitacionais devido a estruturas em grande escala.

- Fontes "locais": Fontes rádio, fontes no infravermelho distante, absorção pela poeira, etc... que ocorrem na Galáxia e/ou Sistema Solar também afetam as medidas da radiação cósmica de fundo.

A observação da flutuação de temperatura da CMB pode ser expandida em harmônicos esféricos:

$$\frac{\Delta T}{T}(\theta,\,\phi) = \sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=-l}^{m=+l} a_{lm} Y_l^m(\theta,\,\phi)\,; \quad a_{lm} \equiv \int\int \frac{\Delta T}{T} Y_{lm}^{*}\ \mathrm{sen}\,\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\phi\,, \tag{117}$$

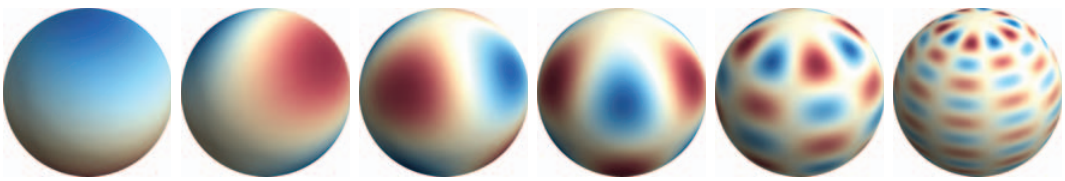
onde θ e ϕ são as coordenadas angulares no céu (se $l = 0$, então $m = 0$ e $Y_0^0(\theta,\,\phi) = 1/(2\sqrt{\pi})$). A média quadrática da flutuação de temperatura em toda a esfera celeste é:

$$\left\langle \left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2 \right\rangle = \sum_l \langle |a_{lm}|^2 \rangle \sum_m |Y_l^m(\theta,\,\phi)|^2 = \frac{1}{4\pi}\sum_l (2l+1)\langle |a_{lm}|^2\rangle\,, \tag{118}$$

e definimos os coeficientes $C_l \equiv \langle |a_{lm}|^2 \rangle_m$ (média em m). A isotropia do Universo garante que os coeficientes C_l não dependam do parâmetro azimutal m. Explicitando os componentes da expansão, temos:

$$\frac{\Delta T_l^2}{T_0^2} = \frac{l(2l+1)}{4\pi} C_l\,; \quad \langle \Delta T^2 \rangle = \sum_l \frac{\Delta T_l^2}{l}\,. \tag{119}$$

Os termos que correspondem a $l = 0,\, 1,\, 2\,, \ldots$ correspondem ao monopolo, dipolo, quadrupolo, etc..., cf. Fig. 63. Na equação acima, T_0 é a temperatura do monopolo.



$l = 1$ $l = 2$ $l = 3$ $l = 4$ $l = 8$ $l = 16$

Figura 63: Harmônicos esféricos, $Y_l^m(\theta,\,\phi)$, sobre uma esfera, onde $l = 1$ é o dipolo, $l = 2$ é o quadrupolo, $l = 3$ octopolo, etc... A escala de cores vai de vermelho (quente) a azul escuro (frio). Neste exemplo, usamos sempre a mesma fase e um valor de m arbitrário.

O **espectro de potência** angular, dado pelos coeficientes C_l, depende do modelo cosmológico. Contudo, geralmente, o espectro de potência é apresentado como $l(l+1)C_l$, pois desta forma, o gráfico é aproximadamente plano para grandes escalas (l pequeno) quando o espectro inicial de flutuações de densidade é invariante de escala (mais detalhes na seção 3.4).

A figura 64 mostra o espectro de potência angular da flutuação da temperatura da CMB para diversos modelos cosmológicos e as medidas feitas por diversos detectores. O espectro de potência é caracterizado por uma série de picos e vales intercalados. Os picos são espaçados igualmente em l.

Para valores pequenos de l (isto é, grandes escalas com ângulos maiores que $\sim 10°$), o espectro de potência é dominado pelo efeito Sachs-Wolfe.

Existe uma incerteza intrínseca do próprio modelo para l pequeno. Ao se determinar C_l só é possível medir $2l+1$ modos independentes; por exemplo, para $l=0$ só temos uma medida, o valor médio em toda a esfera celeste. Esta limitação resulta em uma variância intrínseca:

$$\frac{\delta C_l}{C_l} = \sqrt{\frac{2}{2l+1}}, \tag{120}$$

conhecida como "*variância cósmica*". Além disto, se apenas uma fração $f_{\text{céu}}$ da esfera celeste é utilizada (por exemplo, no caso de observações com balões ou de um radiotelescópio terrestre), então a incerteza aumenta com $1/\sqrt{f_{\text{céu}}}$.

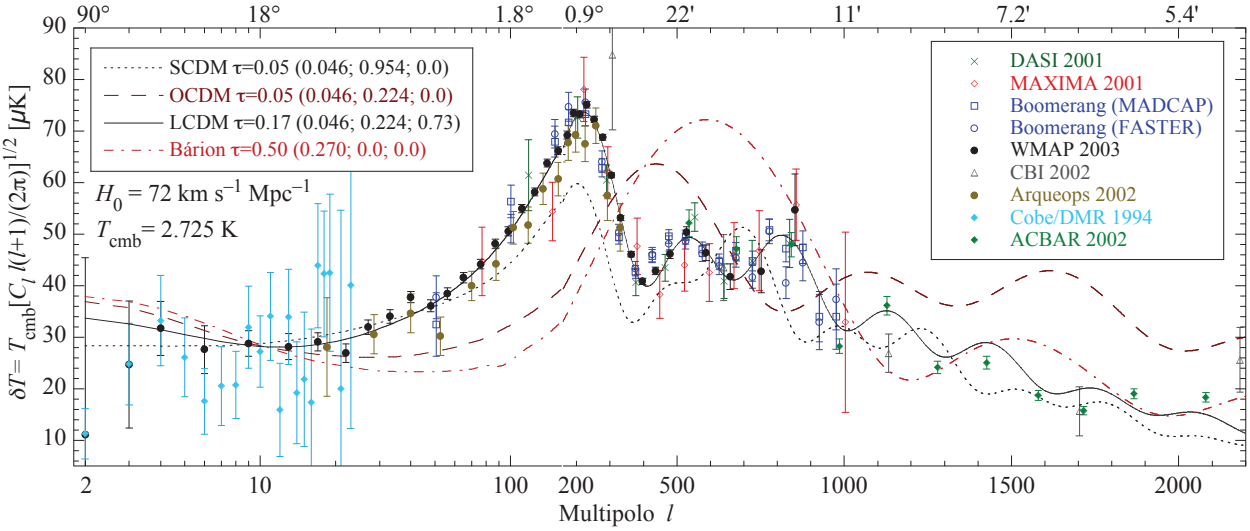


Figura 64: Espectro de potência multipolar (angular) da CMB. Normalmente, o espectro de potência é dado em termos de $l(l+1)C_l$. Os parâmetros dos modelos teóricos (alguns exemplos, calculados com `cmbfast`) estão na legenda à esquerda. Os números entre parênteses são, respectivamente: Ω_B, Ω_{cdm} (apenas matéria escura) e Ω_Λ. A densidade total de matéria é $\Omega_M = \Omega_B + \Omega_{\text{cdm}}$.

A soma dos harmônicos esféricos com amplitudes dadas pelos termos C_l resulta na "imagem" que temos da radiação cósmica de fundo, como mostra a Fig. 25 na Seção 2.5. A Fig. 65 ilustra esta soma para os primeiros termos.

A dificuldade de utilizar o espectro de potência angular para determinar os parâmetros cosmológicos está na quantidade dos parâmetros envolvidos – uma dezena, como a forma do espectro de flutuações de densidade inicial, a época da reionização do Universo, densidade de matéria, densidade de energia escura, constante de Hubble, etc... Isto gera uma degenerescência das soluções possíveis (por exemplo, o número de onda do primeiro pico harmônico depende da curvatura do Universo, ou seja, da soma das contribuições para o balanço energético total; veja Figs. 66 e 67).

O efeito da curvatura do Universo, k, se manifesta no tamanho aparente das estruturas (quentes e frias) observadas na CMB. Como mostra a Fig. 68, se o Universo tem curvatura positiva, as geodésicas (isto é, a trajetória da radiação eletromagnética) são convergentes (como na Fig. 30) e o tamanho aparente das estruturas vão parecer maiores, quando comparados ao caso de Universo Plano. Por outro lado, se a geometria é negativa, as geodésicas são divergentes e as estruturas da CMB vão parecer menores.

O primeiro pico, o mais forte, do espectro de potência da CMB corresponde ao tamanho de estruturas que começam a colapsar na época da recombinação. Dependendo da curvatura do Universo, o tamanho aparente destas estruturas será diferente: se a curvatura for positiva, o número de multipolo l deve ser menor do que seria no caso plano e vice-versa para o caso de curvatura negativa. Na Fig. 67 podemos ver que, aproximadamente, o primeiro pico do espectro de potência se encontra em $l_{1^{\underline{o}}\,\text{pico}} \approx 200/\sqrt{\Omega_M + \Omega_\Lambda}$.

É claro que, a medida em que a precisão da determinação do espectro de potência aumenta, algumas degenerescências poder ser quebradas. Por exemplo, combinando as medidas do sétimo ano do WMAP com medidas de alta resolução espacial das experiências ACBAR e QUaD foi possível determinar a abundância de hélio pré-estelar, i.e., primordial (Komatsu et al., 2010). Basicamente, para uma densidade de bárions dada, a densidade de elétrons é $n_e = (1-Y)n_b$. Se a abundância de hélio, Y, diminui, então n_e aumenta. Aumentando n_e diminui o livre caminho médio dos fótons (aumenta o espalhamento Thompson) e as

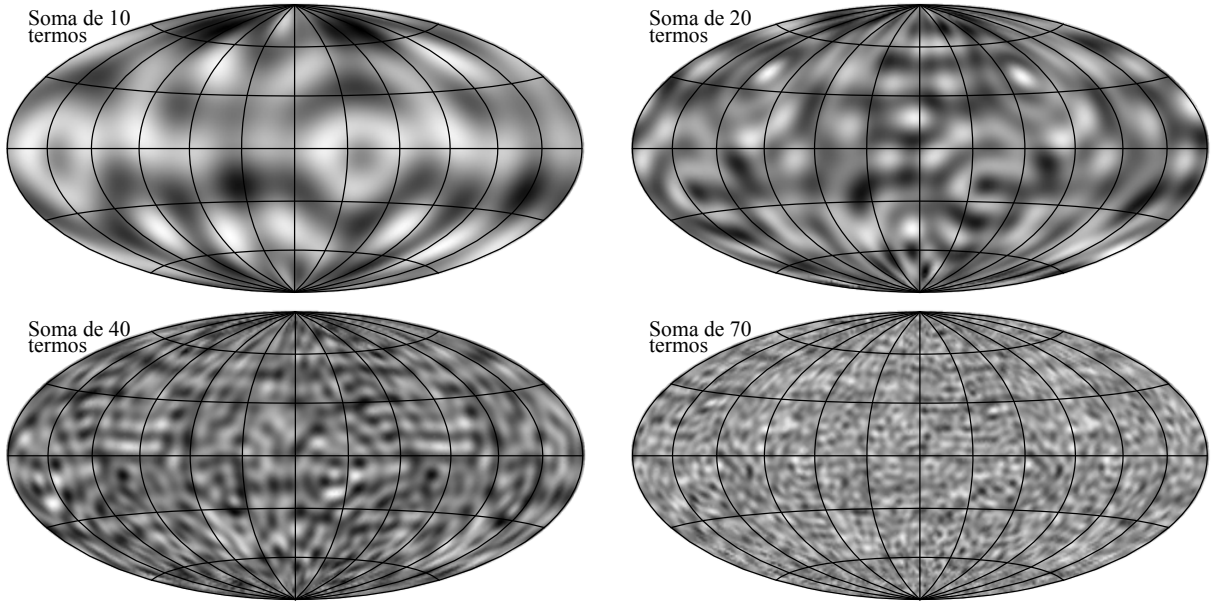


Figura 65: Soma dos primeiros termos dos harmônicos esféricos, ilustrando como podemos reproduzir a observação das flutuações de temperatura da radiação cósmica de fundo. Aqui usamos fases aleatórias, como é normalmente assumido, e um espectro de potência de ruído branco (diferente da CMB). Para reproduzirmos a imagem da CMB obtida pelo satélite WMAP, precisaríamos somar mais de 1500 termos.

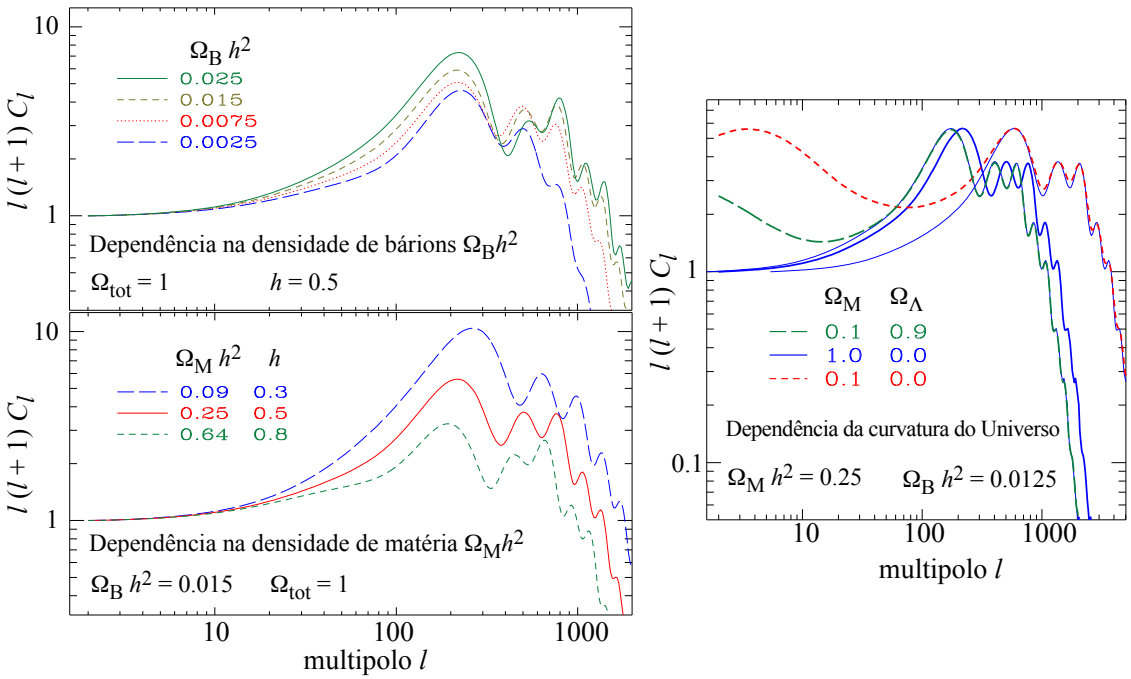


Figura 66: Dependência do espectro de potência com alguns parâmetros cosmológicos. Figura baseada nas animações de Wayne Hu, http://background.uchicago.edu/~whu/.

flutuações de temperatura ficam menos amortecidas. Isto faz com que os segundo, terceiro e quarto picos sejam mais proeminentes no espectro de potência da CMB. Dito de outra forma, se Y aumenta, então estes picos são mais suprimidos. O resultado obtido pelos autores acima é $Y = 0{,}326 \pm 0{,}075$. A incerteza é maior do que aquela baseadas em medidas de abundância em regiões HII (veja Sec. 2.13), mas a detecção de He é significativa em uma época em que não havia estrelas para sintetizar este elemento.

A figura 69 mostra os vínculos nos parâmetros cosmológicos combinando os resultados das medidas do espectro de potência angular (COBE e MAXIMA-1) com as Supernovas Ia.

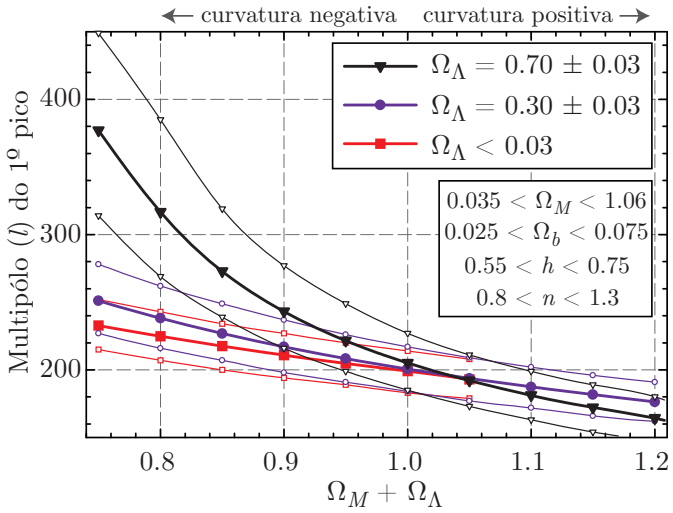


Figura 67: Posição do primeiro pico do espectro de potência angular da CMB em função da curvatura do Universo, para diversos cenários cosmológicos. Os traços espessos correspondem aos valores médios dos modelos e os traços finos é dão os limites levando-se em conta todas as incertezas dos parâmetros cosmológicos (n é a inclinação do espectro de potência inicial, cf. seção 3.4). Figura tirada de Masi et al. (2002).

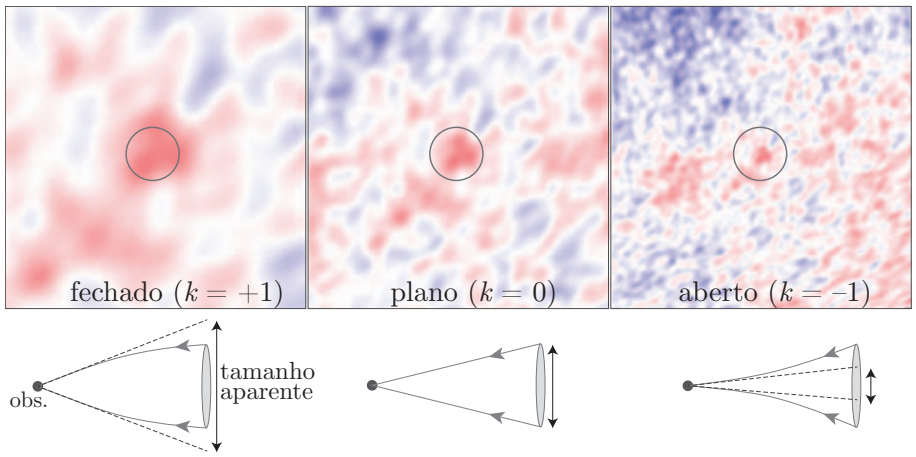


Figura 68: Efeito (exagerado) da curvatura global do Universo no tamanho aparente de estruturas de temperatura na radiação cósmica de fundo. Cada imagem tem o mesmo tamanho angular e abaixo a representação das trajetórias da radiação (linhas contínuas) no espaço curvo. As linhas tracejadas representam o tamanho aparente angular observado.

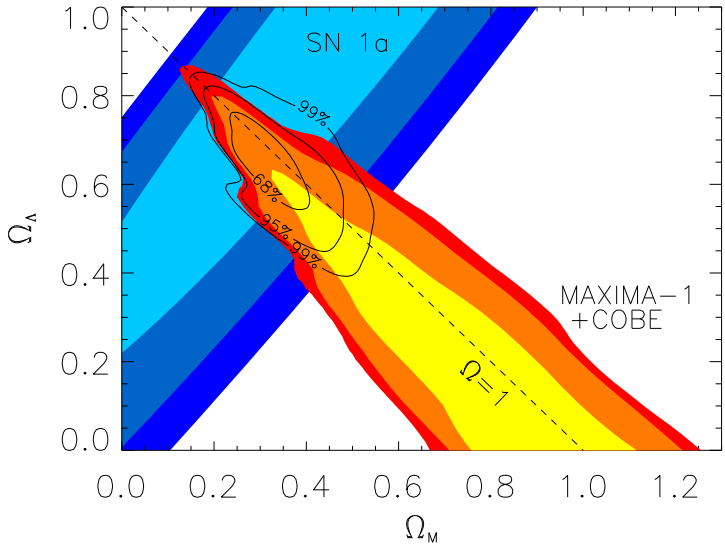


Figura 69: Limites de confiança dos parâmetros cosmológicos obtidos com a análise de dados do COBE e MAXIMA-1 combinados com as SN Ia (veja Fig. 50). Estes dados implicam em $\Omega_\Lambda = 0{,}65^{+0{,}15}_{-0{,}16}$ e $\Omega_M = 0{,}32^{+0{,}14}_{-0{,}11}$. Figura tirada de Stompor et al. (2001).

2.14.1 Efeito Sachs-Wolfe Integrado

Como já foi mencionado, o efeito Sachs-Wolfe está relacionado ao ganho de energia do fóton da CMB ao "descer" em um poço de potencial gravitacional e, em seguida, perder esta energia ao "subir" o poço gravitacional. O efeito *Sachs-Wolfe integrado* (ISW) é causado pela passagem sucessiva do fóton da CMB

por poços gravitacionais de estruturas em grande escala, que evoluem com o tempo, na nossa linha de visada (Sachs & Wolfe, 1967; Fosalba et al., 2003).

Considerando sobredensidades ainda na fase linear, $\delta\rho/\rho \ll 1$, a variação de energia do fóton estará relacionada com a variação temporal do potencial gravitacional:

$$\Delta\phi = (\Delta\rho) G R^2 \,, \tag{121}$$

onde R é o tamanho da sobredensidade. Como será visto na Sec. 3.1.2, em um universo Einstein–de Sitter ($\Omega_M = 1$), a evolução de sobredensidades na fase linear é $\Delta\rho/\overline{\rho} \propto (1+z)^{-1}$.

Mas o tamanho da sobredensidade, R também cresce a medida que o universo expande de forma proporcional ao fator de escala, isto é, $R \propto (1+z)^{-1}$, enquanto a densidade média do universo diminui proporcionalmente ao volume, ou seja, $\overline{\rho} \propto (1+z)^3$. Assim, temos:

$$\Delta\phi \propto (1+z)^{-1}\,\overline{\rho} \times (1+z)^{-2} = (1+z)^{3-3} = \text{constante}; \quad [\text{universo Einstein–de Sitter}]\,. \tag{122}$$

Em um universo Einstein–de Sitter, não há variação temporal do potencial gravitacional e os fótons entram e saem das estruturas sem ganho ou perda de energia: o efeito ISW é nulo neste caso.

Por outro lado, se $\Omega_M \neq 1$, este efeito deve ocorrer. Nos cenários mais realistas, as sobredensidades (regime linear) param de crescer quando a energia escura ou a curvatura começam a dominar (veja Fig. 74). Neste caso, para $z \lesssim 1/\Omega_M$ (cf. Tabela 5), $\Delta\rho \propto \overline{\rho} \propto (1+z)^3$ e

$$\Delta\phi \propto (1+z) \;\; ; \;\; [\text{universo } \Lambda\text{CDM ou OCDM}]\,. \tag{123}$$

Em um universo plano, a detecção deste efeito é, portanto, uma evidência da energia escura.

O efeito ISW é relevante para escalas de super-aglomerados ou maiores (escala angular $\theta \gtrsim 5°$), isto é, para estruturas ainda no regime linear em $z = 0$. Sua detecção se faz principalmente procurando-se um sinal no coeficiente de correlação cruzada entre a CMB e catálogos de grandes estruturas (Pogosian, 2006).

2.14.2 Polarização da CMB

O espalhamento Thomson dos fótons por elétrons livres polariza a radiação. Antes da recombinação, os fótons são espalhados continuamente e rapidamente de forma que os elétrons se mantêm em equilíbrio térmico e as anisotropias na polarização tendem a serem apagadas. Durante a recombinação, que não é instantânea, a taxa de espalhamento diminui rapidamente. A componente isotrópica da CMB, por ser isotrópica, não produz sinal de polarização devido ao espalhamento; a componente de dipolo tão pouco. Contudo, a componente de quadrupolo produz, pelo espalhamento Thomson, uma polarização linear da radiação, veja Fig. 70. Quando a recombinação termina, o padrão desta polarização se mantém e chega até o observador representando a projeção das anisotropias quadrupolares da CMB.

O espectro de potência da radiação polarizada também exibe oscilações acústicas, já que as anisotropias de quadrupolo que geram a polarização também são formadas pelo movimento acústico do fluido fóton-bárion.

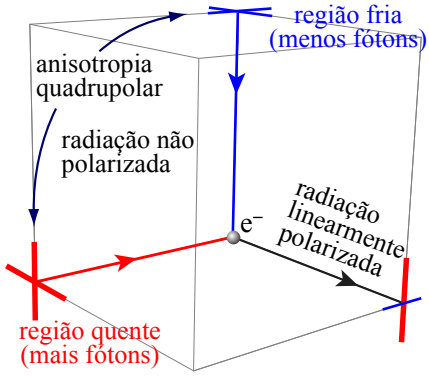


Figura 70: A radiação não polarizada, mas com anisotropia de quadrupolo (representada pelos eixos vermelho e azul, perpendiculares) ao ser espalhada por um elétron livre produz uma radiação linearmente polarizada. Figura tirada de Hu & White (1997).

Além da polarização produzida na superfície de último espalhamento, fenômenos de *foreground* também produzem polarização, em particular, a reionização do universo (veja Sec. 12), o efeito Sunyaev–Zel'dovich em aglomerados de galáxias (Sec. 5.7.2), e as deformações provocadas por lentes gravitacionais. A principal componente da polarização da CMB é primordial.

As anisotropias de quadrupolo que podem produzir polarização (lembrando que a polarização só é produzida por espalhamento) são de três tipos:

- Escalar, devido às flutuações de densidade na superfície de último espalhamento.
- Vetorial, devido a vorticidades induzido por defeitos topológicos como cordas cósmicas (discutida na Sec. 3.2.2). Este modo é amortecido pela expansão do universo.
- Tensorial, devido a ondas gravitacionais produzidas durante a inflação.

Diferentemente do resto da astrofísica, onde se utiliza os parâmetros de Stokes para descrever a polarização, para a CMB é utilizado as componentes E (divergente) e B (rotacional). A figura 72 mostra quais são as assinaturas destes modos de polarização na CMB. O espectro de potência destes modos para o cenário ΛCDM está mostrado na Fig. 71.

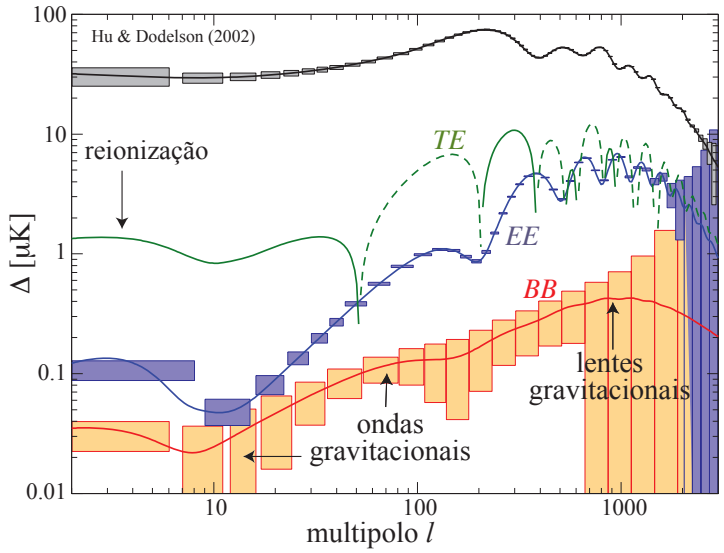


Figura 71: Espectro de potência da CMB para os modos de polarização. Nos modos TE, EE e BB existe um excesso de potência por volta de $\ell \lesssim 5$ devido à reionização do universo, quando elétrons livres se tornam abundantes no meio extragaláctico (Sec. 12) Obs.: os modos TB e EB são nulos. Figura tirada de Hu & White (1997).

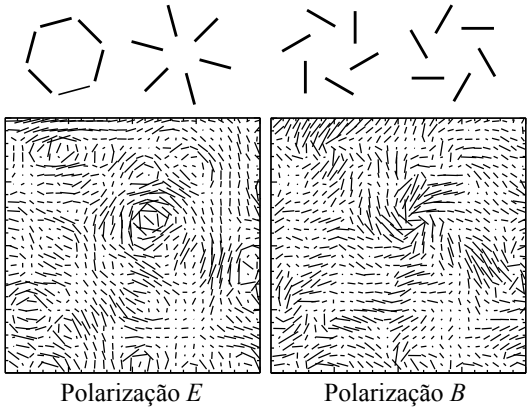


Figura 72: Aparência do padrão de polarização para os modos E (divergente) e B (rotacional) esperados na CMB. O nível de polarização das anisotropias é $< 10\%$. Figura tirada de (Hu & White, 1997; Kaplan et al., 2003).

Estas componentes dependem de forma diferente em relação à origem da polarização: perturbações escalares criam apenas o modo E de polarização enquanto perturbações tensoriais criam apenas o modo B. A detecção do modo de polarização B é fundamental para validar a teoria de inflação, pois no modelo inflacionário há uma grande produção de ondas gravitacionais primordiais.

Um efeito que também produz o modo de polarização B é o espalhamento pela poeira da Via Láctea, que mascara o sinal cosmológico. O experimento BICEP-2, procurando pelo modo B cosmológico, detectou este espalhamento pela poeira (BICEP2 Collaboration, 2014).

Para a polarização também é analisado o espectro de potência. Neste caso, além dos coeficientes C_l^{TT} temos: C_l^{EE}, C_l^{BB}, e C_l^{TE}, onde colocamos explicitamente o índice TT para o espectro de potência de flutuações de temperatura (seção anterior), e o índice TE para o espectro cruzado do modo E com as flutuações de temperatura. As primeiras medidas de C_l^{TE} e C_l^{EE} feitas com precisão suficiente para medir a profundidade óptica desde a superfície de último espalhamento e colocar vínculos na época de reionização do universo (veja Sec. 12) foram realizadas pelo satélite WMAP (Kogut et al., 2003).

Os modos TB e EB são nulos nos modelos usuais devido a preservação de paridade das flutuações (Samandar et al., 2024).

2.15 Antes do Big Bang

Até o início dos anos 90, falar dos eventos anteriores ao Big Bang era considerado, na melhor das hipóteses, "metafísica". No modelo padrão, regido pela teoria da relatividade geral, o início do universo se dá em uma singularidade (densidade, temperatura, curvatura, etc..., infinitos). Baseado em novos modelos, ainda muito especulativos, o evento do Big Bang e anteriores começam a ser discutidos "fisicamente".

Contudo, nas teorias onde pretende-se unir a relatividade geral à mecânica quântica – p.ex., teoria de **(super)cordas/teoria M** e **gravitação quântica de laços** – a singularidade inicial do Big Bang pode ser evitada. Na teoria de cordas, existe uma dimensão mínima permitida da ordem de $10^{-32}\text{cm} \sim 10\ell_{\text{Planck}}$.

Um aspecto fundamental da teoria de cordas é a necessidade de, pelo menos, 6 dimensões espaciais além das 3 a que estamos acostumados: neste quadro o universo teria $1 + 9$ dimensões (o "1+" é o eixo do tempo). A teoria M, uma união das 5 teorias de supercordas desenvolvidas na década de 1990, é descrita em um espaço de $1 + 10$ dimensões.

Nesta teoria, as partículas elementares são "cordas" unidimensionais que podem vibrar, transladar e se enrolar; estes modos determinam a energia das cordas e como elas se manifestam. As cordas podem ser abertas ou fechadas: as fechadas representam a interação gravitacional, as abertas representam o resto. Outra diferença fundamental, as cordas abertas estão "presas" a um certo número de dimensões, enquanto as cordas fechadas estão livres para percorrer o espaço 10-dimensional. As dimensões onde as extremidades das cordas abertas estão confinadas forma um espaço p-dimensional ou uma **p-brana** (em analogia a uma membrana).

Neste caso, foi sugerido que o nosso universo esteja contido em uma 3-brana ou simplesmente **brana**. A fraqueza da força gravitacional é explicada pelo gráviton ser uma corda fechada, que pode escapar da nossa brana e se propagar no "*bulk*" (espaço 10-dimensional) e não ser mais sentido pelos corpos confinados ao nosso universo.

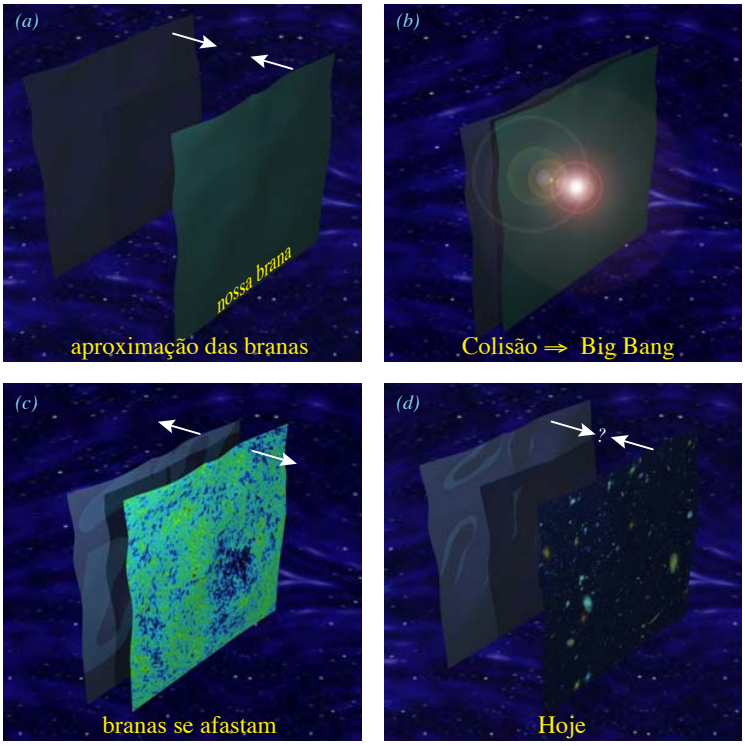


Figura 73: Cenário pré-Big Bang de Branas. Nosso Universo se encontra confinado em uma brana com três dimensões espaciais que se aproxima de outra brana (a). Quando colidem (b) ocorre o que chamamos de Big Bang. As branas se afastam (c) e, eventualmente as estrelas e galáxias se formam (d). No cenário ekpirótico as branas voltam a se aproximar quando a energia escura começa a predominar.

Neste contexto Veneziano (1991) propõe o cenário Pré-Big Bang (PBB), onde o Universo sempre existiu e para $t \to -\infty$ seu estado era essencialmente vazio, frio, plano e as todas as forças são fracas como a gravitação. Perturbações de densidade são amplificadas pela gravitação e levam o Universo a se contrair, aumentando progressivamente a intensidade intrínseca das forças fraca, forte, eletromagnética e gravitação. Eventualmente o universo passa por uma fase intermediária, o Big Bang e entra na fase atual que observamos. A história do universo é simétrica em relação ao Big Bang, que agora passa a ser apenas uma transição.

Um outro cenário que descreve o universo antes do Big Bang foi proposto por Steinhardt & Turok

(2002), onde há uma brana paralela à nossa, Fig. 73. Aqui, o Big Bang se dá quando as branas colidem: por isto é chamado **cenário ekpirótico**, $\epsilon\kappa\pi\nu\rho\omega\sigma\iota\varsigma$ do grego antigo deflagração.

O cenário ekipirótico pode ser cíclico: após a colisão (Big Bang) as branas se afastam, mas são atraídas uma pela outra – a gravitação se propaga fora das branas. Eventualmente, as branas voltam a se aproximar: isto corresponde à época quando a energia escura começa a dominar o balanço energético do Universo. Finalmente as branas colidem e há o próximo Big Bang.

Os cenários pré-Big Bang procuram resolver os problemas do modelo padrão, da mesma forma que o cenário inflacionário resolve (cf. seção 2.11), e vão mais além, procurando dar uma explicação física ao evento do Big Bang. Contudo, enquanto a Inflação é baseada em uma física de partículas e campos bem estabelecida, os cenários PBB se baseiam em teorias especulativas, cujas previsões experimentais ainda não foram observadas, por exemplo, variação de algumas constantes da natureza como a constante de estrutura fina, natureza da matéria escura, mecanismo e bóson de Higgs. Os próprios cenários PBB poderão ser testados com observações do fundo cósmico de micro-ondas.

3 Formação de estruturas

3.1 Instabilidade de Jeans

O problema de instabilidades gravitacionais de uma distribuição de massa foi abordado rigorosamente pela primeira vez por Sir James Jeans em 1902. Para uma esfera de gás homogênea de temperatura T e densidade ρ, a condição de colapso é dada por $2\,K < |U|$ (o teorema do virial nos diz que um sistema em equilíbrio tem $2\,K + U = 0$), onde

$$U = -4\pi G \int_0^R \rho(r)\mathcal{M}(r) r\,\mathrm{d}r \quad \text{e} \quad K = \frac{3}{2}NkT\,, \tag{124}$$

onde k é a constante de Boltzmann e N é o número de partículas do gás. Assim, para uma esfera homogênea temos:

$$3NkT < \frac{3}{5}\frac{G\,\mathcal{M}^2}{R} \quad \Rightarrow \quad \frac{kT}{\mu m_\mathrm{H}} < \frac{1}{5}\frac{G\,\mathcal{M}}{R}\,, \tag{125}$$

onde $M = N\mu m_\mathrm{H}$ e μ é a *peso molecular médio* definido como $\mu = \overline{m}/m_\mathrm{H}$ e $\overline{m}$ é massa média das partículas que compõem o gás. Para um gás de hidrogênio atômico puro, $\mu = 1$ se o gás for neutro e $\mu = 1/2$ se o gás for completamente ionizado. A densidade numérica de partículas é $n \equiv N/V = \rho/(\mu m_\mathrm{H})$.

O raio R pode ser escrito em função da densidade inicial, ρ_0, e da massa $\mathcal{M}$: $R^3 = 3\mathcal{M}/(4\pi\rho_0)$. Assim podemos obter a condição de colapso como:

$$\mathcal{M} > \left(\frac{5kT}{G\mu m_H}\right)^{3/2}\left(\frac{3}{4\pi\rho_0}\right)^{1/2} \equiv \mathcal{M}_J = 92{,}36\frac{T^{3/2}}{\mu^2\sqrt{n}}\,M_\odot\,; \quad [n \text{ em cm}^{-3},\, T \text{ em } K]\,, \tag{126}$$

onde definimos a *massa de Jeans*, $\mathcal{M}_J$. Também podemos expressar a condição de colapso em função da dimensão do sistema:

$$R > \left(\frac{15kT}{4\pi G\,\mu m_\mathrm{H}\,\rho_0}\right)^{1/2} \equiv R_J = 9{,}63\frac{1}{\mu}\left(\frac{T}{n}\right)^{1/2} \text{ pc}\,, \tag{127}$$

onde definimos o *comprimento de Jeans*, R_J. Combinando as Eqs. (126) e (127) temos a relação:

$$\mathcal{M}_J = \frac{4\pi}{3}\rho_0\,R_J^3\,. \tag{128}$$

Para o caso de um fluido não colisional (de matéria escura ou um sistema puramente estelar) o mesmo raciocínio é válido, mas a temperatura deve ser substituída pela dispersão de velocidades:

$$\frac{3}{2}NkT = \frac{1}{2}\mathcal{M}\sigma^2 \quad \Rightarrow \quad \sigma^2 = 3\frac{kT}{\mu m_\mathrm{H}}\,. \tag{129}$$

Notemos que não levamos em conta a energia do campo magnético. A energia por unidade de volume de um campo magnético é dada por $U_\mathrm{mag} \approx B^2/(8\pi)$ enquanto a energia potencial gravitacional é $U_\mathrm{grav} \approx G\mathcal{M}^2/R$. Para um aglomerado de galáxias rico, p. ex., $B \sim 1\mu$G, $R \sim 1\,$Mpc, e $\mathcal{M} \sim 10^{14}M_\odot$, portanto:

$$U_\mathrm{mag} \sim 5\times10^{60}\text{erg} \quad ; \quad U_\mathrm{grav} \sim 8\times10^{62}\text{erg}\,. \tag{130}$$

Para galáxias, $U_\mathrm{mag}/U_\mathrm{grav} \sim 10^{-4}$–$10^{-6}$.

Outro ponto que notamos, é que a análise feita aqui (e adiante) usa mecânica clássica newtoniana e não mecânica relativística. A mecânica newtoniana, além de muito mais simples que a relativística, é uma boa aproximação para escalas menor do que c/H_0 e maior do que o raio de Schwartzchild.

3.1.1 Crescimento de perturbações

Para o estudo da evolução de perturbações devemos abordar o problema acima de forma um pouco mais rigorosa. A dinâmica de um fluido (de estrelas, de gás, de matéria escura, etc...) é regida pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\vec{v}) = 0 && \text{Eq. de continuidade}\\
&\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\nabla)\vec{v} = -\nabla\Phi - \frac{1}{\rho}\nabla P && \text{Eq. de Euler (hidrodinâmica)}\\
&\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho && \text{Eq. de Poisson}\\
&P = P(\rho,\ldots) && \text{Eq. de estado}
\end{aligned} \tag{131}$$

Vamos considerar o caso em que as perturbações são pequenas, i.e., $\delta\rho/\rho \ll 1$. Definimos o *contraste de densidade*,

$$\delta \equiv \frac{\delta\rho}{\rho_0} \quad \Rightarrow \quad \rho = \rho_0(1+\delta)\,, \tag{132}$$

onde ρ_0 é a densidade média. Todos os campos podem ser escritos como a soma de um termo médio e uma (pequena) perturbação: $\Phi = \Phi_0 + \delta\Phi$, $v = v_0 + \delta v$, e $P = P_0 + \delta P$.

Além disto, as grandezas $v_0 = 0$, P_0 e Φ_0 referem-se às soluções de equilíbrio (não perturbadas) e, portanto, são constantes. Obtemos assim as equações linearizadas, ignorando os termos cruzados das perturbações:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial\delta\rho}{\partial t} + \nabla(\rho_0\,\delta v) = 0 \\ &\frac{\partial\delta v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0}\nabla\delta P - \nabla\delta\Phi \\ &\nabla^2\delta\Phi = 4\pi G\delta\rho\,. \end{aligned} \tag{133}$$

Para os casos de interesse, tomamos uma equação de estado $P = \text{cte} \times \rho$ (i.e., gás ideal). Como

$$c_s^2 = \frac{\partial P}{\partial\rho} \quad \Rightarrow \quad \text{cte} = c_s^2\,, \tag{134}$$

onde c_s é a velocidade do som no meio. Esta equação também deve ser linearizada e obtemos:

$$\delta P = c_s^2\delta\rho\,. \tag{135}$$

Derivando a equação de continuidade e tomando o divergente da equação de Euler, podemos eliminar o termo $\nabla(\partial\delta v/\partial t)$ e, com a equação de Poisson obtemos:

$$\frac{\partial^2\delta}{\partial t^2} - c_s^2\nabla^2\delta = 4\pi\,G\,\rho_0\delta\,. \tag{136}$$

A equação (136) é a de uma onda cuja solução é a parte real da função:

$$\delta(\vec{r},t) = e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}}\,\delta(t)\,. \tag{137}$$

Substituindo a solução acima na equação diferencial, resulta em uma equação diferencial homogênea, linear de segunda ordem:

$$\frac{\mathrm{d}^2\delta(t)}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2\delta(t) = 0\,, \quad \text{onde} \quad \omega^2 = c_s^2k^2 - 4\pi\,G\rho_0\,; \quad |k| = \frac{2\pi}{\lambda}\,. \tag{138}$$

A relação de dispersão acima nos dá a frequência ω e o número de onda k. Aqui usamos a identidade $\nabla^2 e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} = -k^2 e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} \Rightarrow \text{Real}(\nabla^2 e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}}) = -k^2$.

Reconhecemos a equação (138) como a de um oscilador harmônico, cuja solução é:

$$\delta(t) = Ae^{-i\omega t}\,, \tag{139}$$

onde a constante A é dada pelas condições iniciais. Existe um número de onda crítico para o qual $\omega = 0$:

$$k_J = \left(\frac{4\pi\,G\,\rho_0}{c_s^2}\right)^{1/2}\,, \tag{140}$$

chamado *número de onda de Jeans*. O comportamento das perturbações pode ser classificado em dois tipos, segundo o número de onda k:

$$\begin{aligned} k > k_J \quad &\Longrightarrow \quad \omega \text{ real} \quad \Longrightarrow \quad \text{oscilação} \\ k < k_J \quad &\Longrightarrow \quad \omega \text{ imag.} \quad \Longrightarrow \quad \text{cresc. exponencial} \end{aligned} \tag{141}$$

Podemos redefinir a massa e o comprimento de Jeans:

$$\frac{2\pi}{|k_J|} = R_J = c_s\,(G\rho_0)^{-1/2} \quad ; \quad \mathcal{M}_J = \rho_0\,R_J^3 = c_s^3G^{-3/2}\rho_0^{-1/2}\,. \tag{142}$$

A menos de uma constante menor do que ~ 3, esta definição coincide com as Eqs. (126) e (127). Se o tempo que uma perturbação leva para atravessar o sistema (R/c_s) é menor que o tempo de colapso $[(G\rho_0)^{-1/2}]$, então o sistema é estável; senão há o colapso.

Após a época de equipartição radiação–matéria, o Universo é dominado pela matéria escura (não colisional) e o termo de pressão nas equações de evolução dinâmica do Universo é nulo, $P = 0$. Portanto, a velocidade do som será $c_s = 0$ e, consequentemente, $k_J \to \infty$. Em outras palavras, a massa de Jeans é nula para a componente de matéria escura após a equipartição.

Antes da equipartição, a matéria escura e fótons estão acoplados e a pressão será essencialmente a pressão dos fótons. A matéria bariônica está ainda fortemente acoplada aos fótons e, portanto, a velocidade do som dependerá da densidade total do fluido bárions+fótons,$\rho = \rho_B + \rho_\gamma$. A pressão deste fluido é $P = c^2\rho_\gamma/3$ (a pressão dos bárions é desprezível frente a pressão da radiação).

A velocidade do som pode ser calculada lembrando que as densidades evoluem como $\rho_B \propto a^{-3}$ e $\rho_\gamma \propto a^{-4}$ (veja a tabela 83):

$$c_s^2 = \frac{\partial P}{\partial \rho} = \frac{c^2}{3}\frac{\partial \rho_\gamma}{\partial \rho} = \frac{c^2}{3}\left(\frac{\partial \rho_\gamma}{\partial a}\left[\frac{\partial \rho_B}{\partial a} + \frac{\partial \rho_\gamma}{\partial a}\right]^{-1}\right) = \frac{c^2}{3}\left(1 + \frac{3}{4}\frac{\rho_B}{\rho_\gamma}\right)^{-1} . \tag{143}$$

A razão entre as densidades ρ_B e ρ_γ é dada por:

$$\frac{3}{4}\frac{\rho_B}{\rho_\gamma} = \frac{3}{4}\frac{(1+z)^3\,\Omega_B\rho_c}{(1+z)^4 4\sigma T_{\rm CMB}^4/c^3} = \frac{669}{1+z}\,\frac{h_{70}^2\Omega_B}{0{,}045} ,$$

onde usamos $T_{\rm CMB} = 2{,}725$ K e σ é a constante de Stefan–Boltzmann.

Assim, a velocidade do som durante a era da radiação é aproximadamente $c_s \sim c$ (velocidade da luz). Por outro lado, a escala de tempo pode ser estimada como:

$$t \sim (G\rho_0)^{-1/2} \sim \frac{1}{H} , \tag{144}$$

portanto, o número de onda de Jeans será $k_J \sim H/c$, isto é a escala do horizonte. Em outras palavras, as perturbações do fluído matéria–fóton não crescem antes da equipartição, após entrarem no horizonte.

3.1.2 Crescimento de perturbações: Universo em expansão

Vamos considerar agora o caso de perturbações de densidade, *em escalas menores que o horizonte*, em um Universo em expansão. Utilizando a definição de coordenadas comóveis ($\vec{x}$, $\vec{u} = \mathrm{d}\vec{x}/\,\mathrm{d}t$),

$$\vec{r} = a(t)\,\vec{x} \qquad \text{e} \quad \vec{v} = \mathrm{d}\vec{r}/\,\mathrm{d}t = \dot{a}(t)\vec{x} + a(t)\vec{u} , \tag{145}$$

os operadores das derivadas espaciais e temporais se transformam em:

$$\nabla_r \;\to\; \frac{1}{a}\nabla_x \quad \text{e} \qquad \frac{\partial}{\partial t} \;\to\; \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\dot{a}}{a}\vec{x}\cdot\nabla_x .$$

As equações que governam a evolução das perturbações de densidade em um Universo em expansão se escrevem (omitindo o índice "x" que denota comóvel):

$$\begin{gathered}
\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{1}{a}\nabla\cdot(1+\delta)\vec{u} = 0 \\
\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{1}{a}(\vec{u}\cdot\nabla)\vec{u} + \frac{\dot{a}}{a}\vec{u} = -\frac{\nabla P}{a\,\rho_0(1+\delta)} - \frac{1}{a}\nabla\Phi \\
\nabla^2\Phi = 4\pi G a^2 \rho_0 \delta .
\end{gathered} \tag{146}$$

Estas equações são válidas para a evolução de pequenas perturbações de densidade de matéria, mesmo na presença de componentes relativísticos "lisos" como, por exemplo, um fundo de radiação ou de neutrinos relativísticos.

No caso de pequenas perturbações, $\delta \ll 1$, a linearização destas equações [i.e., desprezando o termo $(\vec{u}\cdot\nabla)\vec{u}$] resulta em:

$$\frac{\partial^2\delta}{\partial t^2} + 2\frac{\dot{a}}{a}\frac{\partial\delta}{\partial t} = \left(\frac{c_s}{a}\right)^2\nabla^2\delta + 4\pi G\rho_0\delta . \tag{147}$$

A solução desta equação pode ser escrita como uma soma de ondas planas:

$$\delta = \delta(t)\, e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}}\,, \tag{148}$$

isto é, a evolução das perturbações é auto-similar. Esta solução pode ser substituída na equação (147) resultando em:

$$\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2} + 2\frac{\dot{a}}{a}\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}t} = \left[4\pi G\rho_0 - \left(c_s\frac{k}{a}\right)^2\right]\delta\,, \tag{149}$$

onde $k = 2\pi a(t)/\lambda$. Esta é a equação de um oscilador harmônico amortecido.

O lado direito da equação acima representa a competição entre os efeitos da gravitação e da pressão na evolução das perturbações. Estes efeitos se anulam quando o comprimento de onda for igual ao comprimento de Jeans:

$$R_J = c_s\left(\frac{\pi}{G\,\rho_0}\right)^{1/2}. \tag{150}$$

Quando $\lambda \ll R_j$, o termo de pressão domina o que resulta em uma onda de compressão (sonora) cuja amplitude decresce com o tempo devido ao fator de expansão do Universo:

$$\delta \propto [c_s(t)a(t)]^{-1/2}\,. \tag{151}$$

No caso em que $\lambda \gg R_J$, o termo de gravitação domina a evolução do contraste de densidade. Neste caso, a amplitude da perturbação aumenta com o tempo, mas não de forma exponencial devido à expansão do Universo.

Se o fluido em questão tiver pressão desprezível, p.ex., matéria não relativística ("poeira") ou matéria escura fria, a equação de evolução temporal de δ pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\mathrm{d}^2\delta(t)}{\mathrm{d}t^2} + 2H(t)\frac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{3}{2}H_0^2\Omega_{M,0}\frac{\delta(t)}{a^3(t)}\,,\ \left(\text{note que, }\ \frac{3}{2}\frac{H_0^2\Omega_{M,0}}{a^3(t)} = 4\pi G\overline{\rho}_m(t)\right)\,, \tag{152}$$

onde $H(t) \equiv \dot{a}/a$ e $\overline{\rho}_m(t)$ é a densidade média. O modo de crescimento das perturbações dependerá do modelo de Universo escolhido, devido à dependência temporal do fator de escala.

A solução geral da equação (152) pode ser escrita:

$$\delta = A(\vec{r})\delta_+(t) + B(\vec{r})\delta_-(t)\,, \tag{153}$$

onde $\delta_+(t)$ e $\delta_-(t)$ correspondem aos modos de crescimento e decaimento da perturbação de densidade (estas funções são também escritas como $D_1(t)$ e $D_2(t)$ na literatura). Para o universo de Einstein–de Sitter, estas soluções são $\delta_+(t) \propto t^{2/3}$ e $\delta_-(t) \propto t^{-1}$. Após um tempo suficientemente longo, o modo de crescimento domina a solução. Genericamente, o modo de crescimento é dado por (Heath, 1977; Carroll et al., 1992):

$$\delta_+(t) \propto \frac{\dot{a}}{a}\int_0^a \dot{a'}^{-3}\,\mathrm{d}a' = \frac{5\Omega_{M,0}}{2}E(z)\int_z^\infty \frac{1+z'}{E^3(z')}\,\mathrm{d}z'\,, \tag{154}$$

onde $E(z) \equiv \left[\Omega_\Lambda + (1-\Omega_\Lambda-\Omega_M)(1+z)^2 + \Omega_M(1+z)^3\right]^{1/2} = H(z)/H_0$ (esta solução é usada para fazer a Fig. 74). Para $z \gtrsim 100$, é necessário levar em conta a contribuição da radiação (componente relativística, incluindo neutrinos, se for o caso).

A normalização $5\,\Omega_{M,0}/2$ implica $\delta(a) = a$ no caso SCDM (Einstein–de Sitter, $\Omega_M = 1$, $\Omega_\Lambda = 0$):

$$\delta_+(z) = \frac{5\Omega_{M,0}}{2}(1+z)^{3/2}\int_z^\infty \frac{1+z'}{(1+z)^{9/2}}\,\mathrm{d}z' = \frac{5}{2}(1+z)^{3/2}\frac{2}{5}(1+z)^{-5/2} \quad\Rightarrow\quad \underbrace{\delta_+(z)}_{\text{EdS}} = (1+z)^{-1} = a\,.$$

Algumas soluções estão ilustradas na figura 74. Genericamente, temos as aproximações descritas na Tabela 5. A forma da curva de crescimento de δ não depende da constante de Hubble: H_0 tem apenas um efeito de deslocar $\delta(t)$ verticalmente, como uma normalização linear (aumentando-se H_0 aumenta $\delta(t)$).

Para um universo plano ($\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$), o fator de crescimento $\delta_+(z)$ pode ser aproximado por Carroll et al. (1992):

$$\delta_+(z) \simeq \frac{5\Omega_M(z)}{2}\left[\Omega_m(z)^{4/7} - \Omega_\Lambda + \left(1+\frac{\Omega_M(z)}{2}\right)\left(1+\frac{\Omega_\Lambda}{70}\right)\right]^{-1}\,,$$

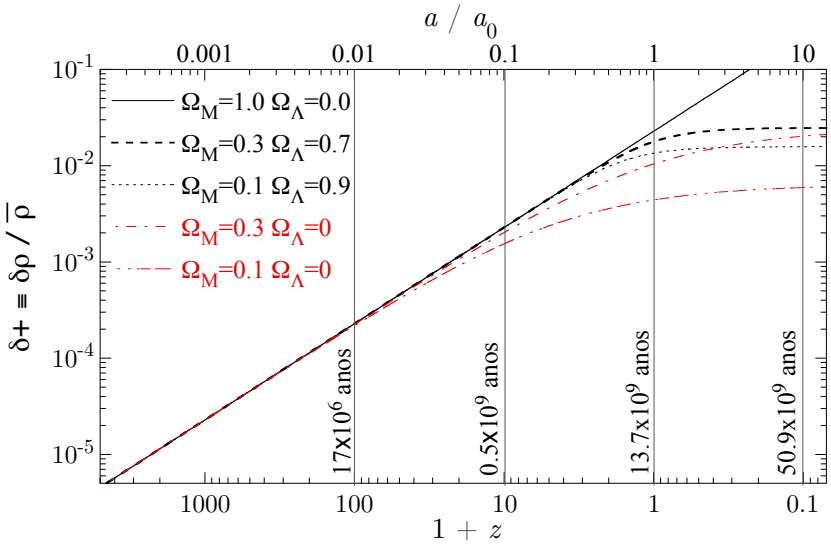


Figura 74: Crescimento de perturbações de densidade no regime linear. δ_+ indica a solução da equação (152) que aumenta com o tempo (existe também uma solução de decréscimo). A idade do Universo (linhas verticais) é calculada para um modelo $\Omega_\Lambda = 0{,}7$, $\Omega_M = 0{,}3$ e $H_0 = 70\,\mathrm{km\ s^{-1}Mpc^{-1}}$. O efeito de H_0 é equivalente à normalização.

Tabela 5: Evolução de perturbações em um Universo em expansão durante a época de matéria ($z < z_{\rm eq}$).

$\Omega_{M,0} = 1$	$\Omega_{M,0} \ll 1$	
$a \propto t^{2/3}$	$a \propto t^{2/3}$	$(1+z) \gg 1/\Omega$
$\delta \propto t^{2/3} \propto a \propto (1+z)^{-1}$	$\delta \propto t^{2/3}$	$''$
	$a \propto t$	$(1+z) \ll 1/\Omega$
	$\delta \sim$ constante	$''$

relativamente precisa ($\lesssim 2\%$) para $\Omega_M > 0{,}1$.

Lembramos ainda que, durante a época de radiação ($z > z_{\rm eq}$) as perturbações de bárions não crescem enquanto as flutuações de densidade de matéria escura crescem muito lentamente, $\delta \propto \ln t$. Após a recombinação, a pressão é desprezível para a evolução dos bárions na escala galáctica ($M_J \ll M_{\rm galáxia}$).

No caso de um Universo de baixa densidade (mais ou menos independente da energia escura) as perturbações deixam de evoluir após a época dada por $1 + z \sim 1/\Omega_M$. A princípio isto implica que, neste tipo de Universo de baixa densidade, é mais difícil formarmos estruturas.

3.1.3 Crescimento de perturbações maiores que o horizonte.

A inflação dos instantes iniciais do Universo (Sec. 2.11) expande perturbações de densidade para fora do horizonte. O tratamento do crescimento destas perturbações de densidade é complexo e requer a teoria da Relatividade Geral (veja, por exemplo, Kolb & Turner, 1990; Peebles, 1993; Mo, van den Bosch & White, 2010).

Uma análise heurística proposta por Kolb & Turner (1990) parte da hipótese do parâmetro de Hubble corresponda a um Universo plano dominado por radiação (para $z \ll z_{\rm equip}$) ou matéria ($z_{\rm equip} \ll z \lesssim 20$). Neste caso, temos, usando a equação de Friedmann–Lemaître:

$$H^2 = \frac{8\pi}{3} G\overline{\rho}\,.$$

Considere agora uma região deste Universo, que pode ser maior que o horizonte, com uma densidade ρ_1 um pouco maior que a densidade média $\overline{\rho}$. Localmente, a curvatura não será mais plana nesta região e a equação de Friedmann–Lemaître se escreve:

$$H_1^2 = \frac{8\pi}{3} G\rho_1 - \frac{k}{a^2}\,,$$

onde a curvatura é positiva, $k > 0$. Admitindo que a diferença de densidade é pequena, vamos tomar $H = H_1$ e o contraste de densidade, δ é:

$$\delta \equiv \frac{\rho - \overline{\rho_1}}{\overline{\rho}} = \frac{3k}{8\pi G}\frac{1}{a^2\,\overline{\rho}}\,.$$

Na era da radiação, $\overline{\rho} \propto a^{-4}$ enquanto na era da matéria $\overline{\rho} \propto a^{-3}$. Assim, para perturbações que podem inclusive serem maiores que o horizonte temos:

$$\delta \propto a^2 \quad \text{(radiação)} \quad \text{e} \quad \delta \propto a \quad \text{(matéria)}.$$

O caso de perturbações maiores que o horizonte é importante para o Universo primordial, até a equipartição radiação–matéria. Este comportamento é mostrado na Fig. 76, mais abaixo.

Perturbações de densidade relevantes para formação de galáxias, grupos e aglomerados, $\mathcal{M} \lesssim 10^{15} M_\odot$ já estavam dentro do horizonte no momento da equipartição radiação–matéria.

3.1.4 Evolução das massas de Jeans e Silk

O valor da massa de Jeans para os bárions também varia com a época (Fig. 75). Durante a era da radiação, a pressão depende basicamente dos fótons e a velocidade do som é aproximadamente $c/\sqrt{3}$ [veja Eq. (143)]. O raio de Jeans nesta época é, portanto, um pouco menor que o horizonte:

$$\lambda_J \simeq r_{\rm horiz} \simeq 2ct(z) \simeq \frac{c}{2}\left(\frac{3\pi}{2G\rho}\right)^{1/2} \propto a \quad \Rightarrow \quad \mathcal{M}_J \propto (1+z)^{-3}\,, \quad (z \gg z_{\rm equip})\,.$$

Quando a densidade de radiação se torna menor que a densidade de matéria, a massa de Jeans deixa de crescer. Entre o momento em que a densidade de matéria supera a densidade de radiação e o início da recombinação, a massa de Jeans é aproximadamente constante, dada por:

$$\mathcal{M}_J \approx 6 \times 10^{15} \frac{\Omega_B}{\Omega_M^3 h^4}\, M_\odot\,, \tag{155}$$

onde usamos $z_{\rm equip} \approx 2{,}4 \times 10^4 \Omega_M h^2$ obtido na seção 2.5.2.

Após a recombinação, a massa de Jeans despenca, pois a velocidade do som diminui abruptamente. Para $z \simeq 1100$, $\mathcal{M}_J \approx 10^5\, \mathcal{M}_\odot$, curiosamente a escala de massa de aglomerados globulares.

Após a recombinação a temperatura dos bárions ainda permanece ligada à temperatura da radiação (CMB) até $z \approx 140$ (Schneider, 2014, seção 10.3.1). Neste intervalo $140 \lesssim z \lesssim 1100$ a temperatura dos bárions é $T \propto (1+z)$, portanto a velocidade do som é $c_s \propto (1+z)^{1/2}$. Mas o comprimento de Jeans, λ_J, é proporcional a $c_s \rho^{-1/2}$ e a massa de Jeans é $\mathcal{M}_J \propto \rho \lambda_J^3$. Assim:

$$\rho \propto (1+z)^3 \quad \text{e} \quad \lambda_J \propto (1+z)^{-1} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{M}_J \approx \text{ constante } (140 \lesssim z \lesssim 1100)\,.$$

Para $z \lesssim 140$, os bárions resfriam adiabaticamente (veja Sec. 2.5.4), $T \propto (1+z)^2$, e a massa de Jeans é dada por:

$$\mathcal{M}_J \approx 1{,}8 \times 10^5 \left(\frac{z}{100}\right)^{3/2} M_\odot\,. \tag{156}$$

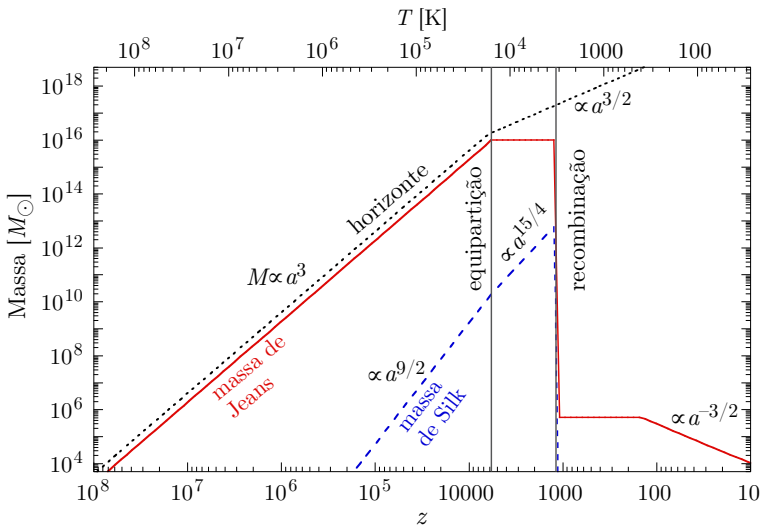


Figura 75: Massa de Jeans em função do *redshift* (e temperatura da CMB) para matéria bariônica. Também estão representadas a massa no interior do horizonte ($r_{\rm horiz} \approx c/H(z)$) e o limite de massa de Silk, que sobrevive ao "Silk damping".

Perturbações de densidade com massa menor que $\mathcal{M}_J$ não podem crescer, porém elas não são apagadas. Durante a época da radiação, o acoplamento entre fótons e bárions não é perfeito e em regiões pequenas

o suficiente há difusão de fótons, isto é, os fótons escapam de regiões com dimensão menor que o seu livre caminho médio. Nestas regiões as perturbações de densidade são amortecidas e tendem a desaparecer, pois, nesta época, são os fótons os responsáveis pela pressão do gás. Este processo de amortecimento é chamado de *difusão de fótons* ou *amortecimento de Silk* (*Silk damping,* Silk, 1967, 1968). À escala onde o amortecimento de Silk atua, podemos também associar uma *massa de Silk*, que evolui com o tempo como mostrado na Fig. 75.

O principal efeito do amortecimento de Silk é apagar pequenas (em relação à massa de Jeans) perturbações de densidade bariônica.

Enquanto o amortecimento de Silk age sobre a matéria bariônica, existe também o fenômeno do **amortecimento "*Free-streaming*"**, que atua também sobre a matéria escura fria. Este amortecimento ocorre quando há uma componente de partículas relativísticas já desacopladas, isto é, que interagem apenas pela gravitação (mais precisamente, interagem muito fracamente com as outras partículas do Universo). Estas partículas não se acumulam nos poços de potencial gravitacional que possam se desenvolver a partir de perturbações de densidade. Enquanto estas partículas sejam dominantes em relação à massa/energia do Universo, elas irão amortecer sobre-densidades que venham a se formar.

De modo geral, uma região de tamanho $\lambda_{\rm fs}$ terá amortecimento por *free-streaming* se $\lambda_{\rm fs}/v < t_{\rm ff}$, onde v é a velocidade das partículas (relativísticas) e $t_{\rm ff}$ é a escala de tempo de queda livre da região. Em outras palavras, se as partículas podem escapar antes do colapso, a perturbação de densidade não se desenvolve.

No Universo primordial, o tempo de queda livre é $\sim 1/\sqrt{G\rho} \sim H^{-1}$, onde H é o parâmetro de Hubble. Para partículas relativísticas, $c \simeq c$, portanto $\lambda_{\rm fs} \approx c/H$. Isto significa que perturbações de matéria de tamanho inferior ao horizonte não podem crescer (ou irão ter muita dificuldade de cresce) durante a era da radiação. Note que neste caso específico, são os fótons os responsáveis pelo amortecimento *free-streaming.*

Um outro exemplo disto é o amortecimento *free-streaming* de neutrinos primordiais relativísticos. Estes neutrinos, de massa $m_n u$, são relativísticos enquanto $3kT_\nu \simeq m_\nu c^2$, onde $T_\nu = (4/11)^{1/3}\, T_\gamma$ é a temperatura dos neutrinos e T_γ a temperatura dos fótons (Sec. 2.4.1). Em um dado *redshift*, $T_\gamma = T_{\rm CMB}(1+z)$, portanto, os neutrinos são relativísticos até aproximadamente:

$$(1 + z_{\rm nr}) \approx 1990\, m_\nu({\rm eV})\,,$$

onde $z_{\rm nr}$ é o *redshift* quando o neutrino (de massa m_ν em eV) deixa de ser relativístico. Enquanto a densidade de neutrinos for maior que a densidade de matéria (escura fria) e sua massa for pequena o suficiente, o amortecimento de *free-streaming* é muito eficiente.

De uma forma mais rigorosa, uma partícula percorre uma distância $\lambda_{\rm fs}$ em um tempo t dada por (veja Sec. 2.7):

$$\lambda_{\rm fs} = \int_0^t \frac{v(t')}{a(t')}\,{\rm d}t'\,, \tag{157}$$

onde $a(t)$ é o fator de escala do universo e $v(t)$ a velocidade típica da partícula. Tomando o caso de neutrinos de baixa massa, sua velocidade é $v(t) \sim c$ até $t_{\rm nr}$ e, depois disto, $v(t) \propto 1/a(t)$ até o momento da equipartição matéria-radiação, $t_{\rm eq} > t_{\rm nr}$ (Mo, van den Bosch & White, 2010).

Nestas condições, usando o fator de escala da era da radiação $a(t) = kt^{1/2}$, a Eq. (157) se torna:

$$\lambda_{\rm fs} = \int_0^{t_{\rm nr}} \frac{c}{a(t')}\,{\rm d}t' + \int_{t_{\rm nr}}^{t_{\rm eq}} \frac{c\,a_{\rm nr}}{a^2(t')}\,{\rm d}t' \quad\Rightarrow\quad \lambda_{\rm fs} = \frac{2c\,t_{\rm nr}}{a_{\rm nr}}\left(1 + \ln\left[\frac{a_{\rm eq}}{a_{\rm nr}}\right]\right)\,,$$

onde $a_{\rm nr}$ é o fator de escala em $t_{\rm nr}$.

Logo, no caso dos neutrinos, usando $(1 + z_{\rm eq}) \simeq 24000\Omega_M h^2$ (veja Sec. 2.5.2), temos:

$$\lambda_{\rm fs} = \frac{232{,}5}{m_\nu}\left(1 + \ln[m_\nu/(12\Omega_M h^2)]\right)\ {\rm Mpc},\ \ \text{onde}\ \ m_\nu \geq 4.41\Omega_M h^2\ {\rm eV}\,.$$

Esta última condição vem da hipótese de que $a_{\rm nr} \leq a_{\rm eq}$.

A figura 76 ilustra a evolução de perturbações ao entrarem no horizonte e sua evolução (na fase linear) nas eras da radiação e matéria. Nesta figura vemos que até a época da equipartição radiação/matéria, o contraste de densidade da matéria escura fria cresce muito lentamente, sendo apenas $\delta \propto \ln t$. Mészáros (1974) mostrou pela primeira vez que partículas (bárions ou matéria escura) imersas em um universo em expansão dominado por uma componente relativística (fótons e/ou neutrinos) não podem formar estruturas, isto é, não podem colapsar em halos (estruturas ligadas gravitacionalmente em (quase-)equilíbrio, veja Sec. 3.5).

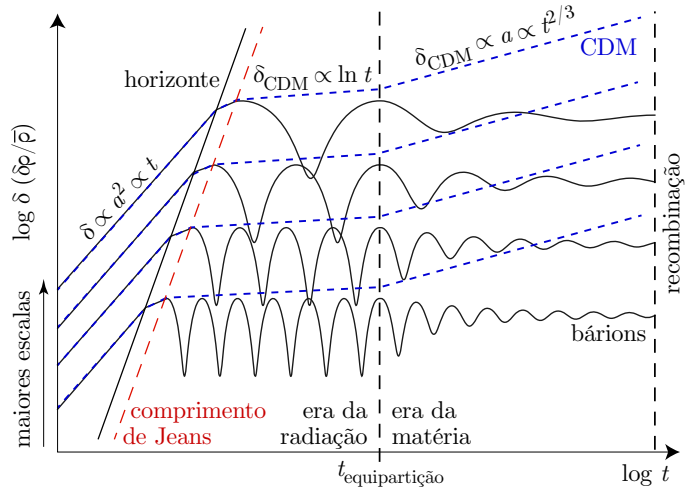


Figura 76: Evolução do contraste de densidade ao entrar no horizonte e se tornar menor que o comprimento de Jeans. Neste momento, a perturbação passa a oscilar até o momento da equipartição entre matéria e energia (ver seção 2.5.2). A partir daí, as perturbações de matéria não bariônica fria crescem enquanto a oscilação das perturbações dos bárions é amortecida (*Silk damping*, veja seção 2.5.3). Note que as pequenas escalas entram primeiro no horizonte e oscilam com maior frequência. As curvas estão deslocadas verticalmente para maior clareza.

Este fenômeno é chamado de "*efeito Mészáros*". Quando a componente relativística deixa de dominar o universo, as perturbações de matéria escura fria podem colapsar com $\delta \propto t^{2/3}$ (ou equivalentemente, $\delta \propto a$).

Podemos notar uma coerência das perturbações na escala do horizonte. As flutuações de densidade na época da recombinação deve ter um espectro em lei de potência. O primeiro máximo do espectro de potência da CMB está localizado em $\approx c_s t_{\rm rec} \simeq c t_{\rm rec}/\sqrt{3}$, o tamanho do horizonte na recombinação.

3.1.5 Velocidades peculiares

No regime linear, $\delta \ll 1$, a primeira equação do sistema (146) que descreve o gradiente das velocidades peculiares (as vezes chamado de "*bulk motion*" quando temos um conjunto de objetos seguindo em uma mesma direção) se simplifica em:

$$\nabla \cdot \vec{u} = -a \frac{\partial \delta}{\partial t} \,. \tag{158}$$

Esta equação descreve o chamado "*cosmic flow*". A derivada temporal de δ pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = \frac{\partial \delta}{\partial a}\frac{\partial a}{\partial t}\frac{a}{a}\frac{\delta}{\delta} = \delta \frac{\partial \ln \delta}{\partial \ln a}\frac{\dot{a}}{a} = \delta\, f\, H \;; \quad \text{onde } f \equiv \frac{\partial \ln \delta}{\partial \ln a} = \frac{-\partial \ln \delta_+}{\partial \ln(1+z)} = H^{-1}\frac{\dot{\delta_+}}{\delta_+} \,. \tag{159}$$

A função f, a taxa de crescimento adimensional, pode ser aproximada como $f(z) \approx \Omega_M^{0,6}(z) + (\Omega_\Lambda(z)/70)(1+\Omega_M(z)/2)$ (Lahav et al., 1991). Assim temos a seguinte expressão para o campo de velocidade peculiar:

$$\nabla \cdot \vec{u} = -a\delta\, f\, H \,. \tag{160}$$

Esta expressão pode ser utilizada de diversas formas, por exemplo, determinando-se o campo de velocidade $\vec{u}$ e o contraste de densidade δ podemos em princípio determinar f e consequentemente Ω_M (note que f depende muito pouco de Ω_Λ). Este é o princípio do método POTENT, cf. Seção 4.6.

Note a equação (160) deve ser aplicado em volumes suficientemente grandes ($r \gtrsim 10\,$Mpc), onde $\delta < 1$; em regiões menores fenômenos não-lineares passam a dominar.

A Eq. (160) é formalmente idêntica à primeira equação de Maxwell do eletromagnetismo, $\nabla \cdot \vec{E} = \rho_{\rm eletric}/\epsilon_0$ e sua solução, da mesma forma que o campo eletrostático, tem como solução:

$$\vec{u}(\vec{r}) = \frac{H\, f}{4\pi} \int \delta(\vec{r'}) \frac{(\vec{r'} - \vec{r})}{|\vec{r'} - \vec{r}|^3} \, \mathrm{d}^3 r' \,. \tag{161}$$

Esta semelhança com a equação de Maxwell também indica que o campo de velocidade peculiar, no regime linear, é irrotacional, ou seja, pode ser obtido do gradiente de um "potencial", $\vec{u} = \nabla\varphi$, e tem a mesma direção da aceleração que produz a velocidade.

Aplicando a Eq. (160) para hoje no Universo local ($a = 1$) e usando a aproximação

$$\nabla \cdot \vec{u} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial (r^2 u_r)}{\partial r} = \frac{1}{r^2}\left[2 r u_r \frac{\partial r}{\partial r} + r^2 \frac{\partial u_r}{\partial r}\right] \approx \frac{1}{r^2}\left[2 r u_r + r^2 \frac{u_r}{r}\right] = 3\frac{u_r(r)}{r} \,,$$

adequada quando $u_r(r)$ é aproximadamente linear, e onde r é a dimensão do volume onde medimos $\bar{\delta}$ temos:

$$u(r) \approx \frac{r}{3}\,\bar{\delta}\,\Omega_{M,0}^{0,6}\,H_0\,. \tag{162}$$

Nós encontraremos esta expressão novamente na Seção 7.9.

3.2 Flutuações primordiais

3.2.1 Matéria escura: quente e fria

Como vimos, o crescimento de perturbações em um Universo puramente bariônico é, na melhor das hipóteses $\delta \propto (1+z)^{-1}$. Como as perturbações de bárions só podem crescer após a recombinação, este crescimento (na fase linear) será de um fator 10^3 (pois $z_{\rm rec} \sim 1000$). Isto implica que δ deve ser da ordem de 10^{-3} para que estas perturbações atinjam a fase não linear observada hoje (iremos tratar da fase não linear na seção 8)[19]. Este resultado está em contradição com a flutuação de temperatura observada na radiação cósmica de fundo (da ordem de 10^{-5}).

Este problema pode ser resolvido postulando-se uma componente não bariônica que contribui na evolução dinâmica do Universo. Esta componente não bariônica pode ser classificada em dois tipos: a chamada Matéria Escura Fria (CDM, *Cold Dark Matter*) e a Matéria Escura Quente (HDM, *Hot Dark Matter*). A distinção se faz baseada na magnitude da dispersão de velocidades que a componente não bariônica tem no momento em que há o desacoplamento com a matéria ordinária. Se, no momento do desacoplamento as partículas que compõem a matéria escura têm velocidade relativística, estaremos no caso da HDM; no caso contrário, a componente não bariônica será "fria".

A distinção frio/quente depende da massa das partículas. Para a HDM, a massa da partícula deve obedecer $m_{\rm hdm}c^2 \ll kT_D$, onde T_D é a temperatura do Universo no momento do desacoplamento da partícula de massa $m_{\rm hdm}$. A abundância destas partículas será da mesma ordem de grandeza que dos fótons (Peebles, 1993, capítulo 18, p. 442). Se $\Omega_M \sim 1$ e a massa for essencialmente devida à HDM, teremos $m_{\rm hdm} = 93{,}5\,h^2$ eV ou, de forma geral, o parâmetro de densidade de matéria escura quente será:

$$\Omega_{\rm hdm} = \frac{m_{\rm hdm}}{46 h_{70}^2 {\rm eV}}\,. \tag{163}$$

Para efeito de comparação, o elétron tem massa de 511 keV (na física de partículas, as massas são dadas em unidades de energia, veja o Apêndice B).

O candidato mais popular para HDM é o neutrino. Os neutrinos ficam em equilíbrio térmico com o resto do Universo até cerca de 1 segundo após o *Big Bang*. A partir deste momento os neutrinos desacoplam e formam um fundo, semelhante à radiação cósmica de fundo. A densidade numérica de neutrinos hoje ($z = 0$) é de cerca de $n_\nu = (3/11)n_\gamma \Rightarrow 3 \times 56$ neutrinos por centímetro cúbico (O fator três corresponde às três famílias de neutrinos: do elétron, muon e tau).

Medidas feitas com o *Super-Kamiokande* e *Sudbury Neutrino Observatory* sugerem que a soma das massas dos três tipos de neutrinos esteja entre 0,05 e 8,4 eV, o que corresponde a uma contribuição para a densidade crítica do Universo de $0{,}001 < \Omega_\mu < 0{,}18$ (colaboração SNO, Ahmad et al., 2001). Análise conjunta do espectro de potência da CMB e da função de correlação de galáxias sugere que a soma da massa dos neutrinos seja menor do que 1,2 eV (Sanchez et al., 2006). Por outro lado, a oscilação de neutrinos dá um vínculo inferior à soma da massa dos neutrinos: $\sum_\nu m_\nu \gtrsim 0{,}1$ eV (Costanzi et al., 2013).

Para a CDM, a massa da partícula obedece à relação $m_p c^2 \gg kT_D$ e a abundância será dada por (Peebles, 1993, capítulo 18, p. 449):

$$n \propto (m_p\,kT_D)^{3/2}\,e^{-m_p c^2/(kT_D)}\,. \tag{164}$$

Para que o Universo seja Euclidiano, dominado pela CDM, a massa das partículas deve ser $m_p \gtrsim 20\,{\rm GeV}$.

Os candidatos à CDM devem necessariamente serem partículas que interagem fracamente com a matéria ("normal") e radiação, i.e., WIMPs (*Weakly Interacting Massive Particle*). A interação se dá unicamente pela gravitação e pela força nuclear fraca (a não interação eletromagnética torna esta matéria "escura").

Uma possibilidade são partículas previstas pela teoria de supersimetria (ou SUSY) do modelo padrão. Esta teoria prevê a existência de um bóson associado a cada férmion e a mais leve destas partículas deve ser necessariamente estável (pois não pode decair em partículas mais leves). O candidato favorito nesta

[19] Por exemplo, $\delta \sim 10^5$–10^6 para uma galáxia de $10^{12} M_\odot$, $\delta \sim 100$ para um aglomerado rico de galáxias, e $\delta \lesssim 1$ para um super-aglomerado.

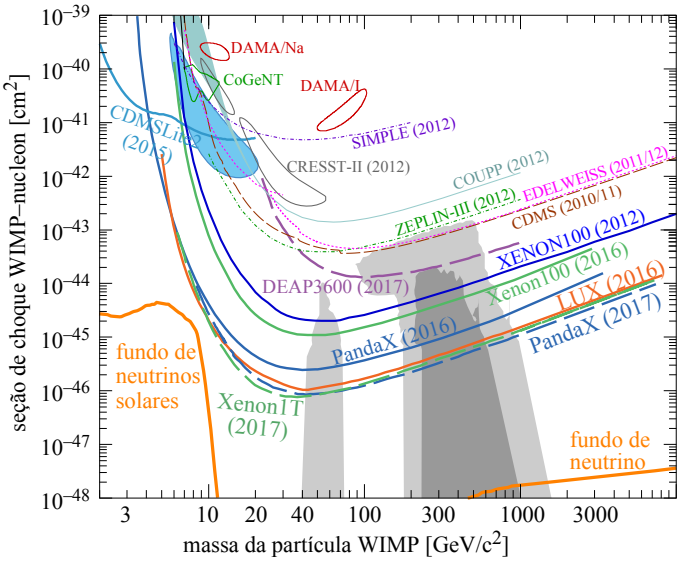


Figura 77: Limite superior (90% de confiança) de detecção da seção de choque de partículas de matéria escura de tipo WIMP para diversos experimentos. As áreas cinzas representam limites superiores teóricos para a seção de choque em modelos de supersimetria (*constrained minimal supersymmetric Standard Model*, cMSSM) levando em conta resultados do LHC. As curvas em laranja na parte inferior representam o fundo devido ao espalhamento de neutrinos (principalmente solares). Figura adaptada de Aprile et al. XENON100 Collaboration (2013); Akerib et al. LUX Collaboration (2013); Drees & Gerbier (2018).

categoria é o neutralino, uma mistura de fotino com dois tipos de higgsinos neutros, tendo uma massa estimada de $10 \lesssim m_{\text{neutralino}} \lesssim 300\,\text{GeV}$ (Ellis, 1996).

Um outro tipo de WIMP, também um dos candidatos preferidos para CDM, é o áxion. Esta partícula, um bóson, surge da necessidade da conservação CP – paridade (simetria espacial) e carga conjugada (transformação de partícula em anti-partícula) – nas interações fortes (Peccei & Quinn, 1977). Ao contrário das SUSYs, o áxion nunca esteve em equilíbrio térmico com o resto do Universo. De fato, a massa estimada do áxion é apenas $\sim 10^{-5}$eV, mas ao contrário dos neutrinos, esta partícula não é relativística e se comporta dinamicamente como os neutralinos (i.e., ela é fria).

Vários laboratórios tentam detectar a matéria escura fria, através de colisões entre partículas de matéria escura e núcleos atômicos (a colisão pode ocorrer pela interação fraca), mas atualmente apenas limites superiores para a seção de choque das partículas WIMPs estão estabelecidos. A Fig. 77 mostra vários resultados recentes de detectores de matéria escura; com 90% de certeza, a seção de choque[20] deve ser inferior a $\sim 10^{-45}\,\text{cm}^2$ para partículas de 20–50 GeV/c^2.

Para comparação, a seção de choque entre neutrino e um núcleon é da ordem de $\sim 7 \times 10^{-39}\,\text{cm}^2$ para energias entre 1 e 300 GeV. Estas reações produzem uma transformação, por exemplo, $\nu_e + n \rightarrow e^- + p$ ou $\overline{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$. Contudo existe um outro tipo de interação, o espalhamento elástico de neutrinos com núcleons. Neste caso não há transformação, mas apenas uma transferência de quantidade de movimento. Este tipo de reação tem uma seção de choque que produz um sinal de fundo nos detectores de matéria escura como ilustrado na Fig. 77.

Enquanto a matéria bariônica está acoplada à radiação até o momento da recombinação e, portanto, não pode desenvolver estruturas, a matéria não bariônica pode formar estruturas a partir do momento em que a densidade de matéria supera a densidade de radiação. A figura 78 ilustra a evolução do contraste de densidade em um cenário de CDM.

Por fim, lembramos que a matéria escura não pode ser totalmente bariônica, mesmo se $\Omega_M \sim 0{,}2$, pois isto seria incompatível com o modelo de nucleossíntese primordial e abundância de elementos leves (que, aparentemente, funciona muito bem e resulta em $\Omega_{\text{bárion}} = 0{,}045$). Na figura 79 temos a provável composição de massa e energia no Universo.

3.2.2 Origem das flutuações primordiais

Existem duas teorias que podem prever as flutuações iniciais necessárias para formação das estruturas observadas em $z = 0$. A primeira delas está ligada aos **defeitos topológicos**. Estes defeitos topológicos ocorrem quando há uma quebra de simetria (p.ex., em uma transição de fase). Estas quebras de simetria ocorrem, por sua vez, quando um dado campo escalar tem valor não nulo. O tipo do defeito topológico está ligado ao número de componentes do campo escalar (veja Fig. 80):

[20] A seção de choque tem unidade de superfície. Muitas vezes a unidade usada é o picobarn (1 pb 10^{-12} barn $= 10^{-36}$ cm^{-2}). 1 barn é aproximadamente o raio de um núcleo de Urânio ao quadrado. A seção de choque de Thomson (elétron–fóton) é $\sigma_{\text{T}} = 0{,}665$ barn.

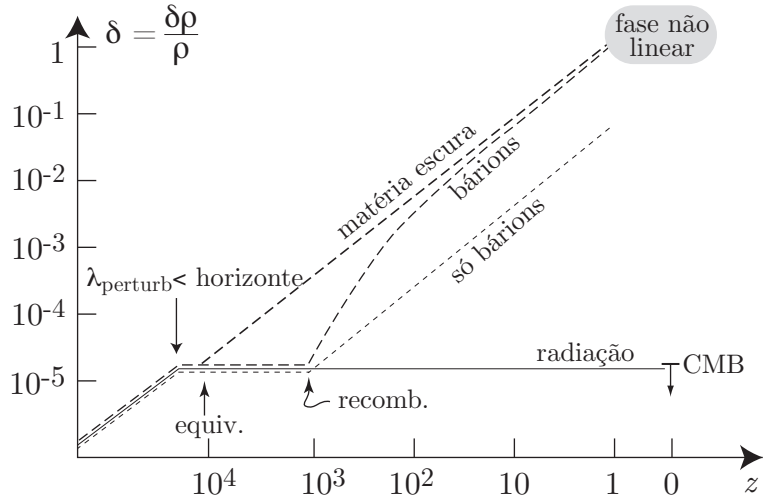


Figura 78: Evolução do contraste de densidade em um cenário CDM de uma região com $10^{14} M_\odot$. Em um Universo puramente bariônico, não há tempo para que estruturas em colapso atinjam a fase não linear em $z \leq 1$. Figura adaptada de (Combes et al., 2006). A evolução de $\delta\rho/\bar{\rho}$ no momento em que a perturbação entra no horizonte pode ser vista na Fig. 76.

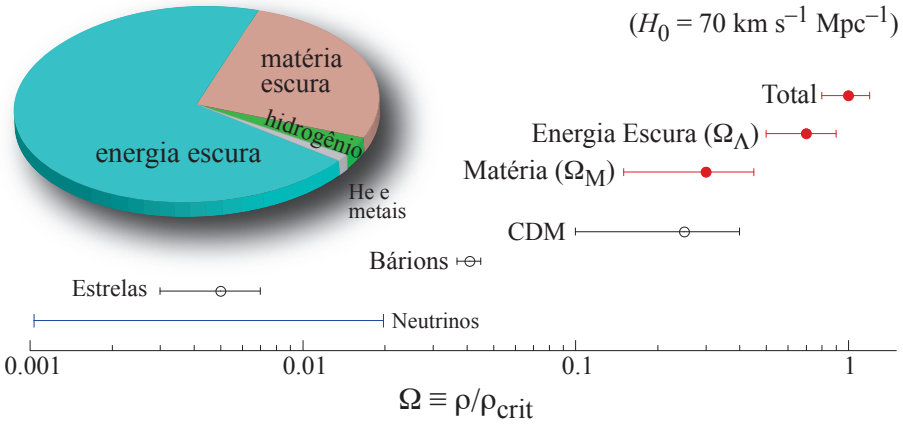


Figura 79: Composição do Universo, data em termos do parâmetro de densidade Ω. Quando necessário, a constante de Hubble foi fixada no valor acima. A contribuição da CMB hoje é $\Omega_{\rm CMB} = 2{,}47\, h^{-2} \times 10^{-5}$. A contribuição do HI é $\Omega_{\rm H_I} = (2{,}85 \pm 0{,}45)\, h^{-1}\, 10^{-4}$.

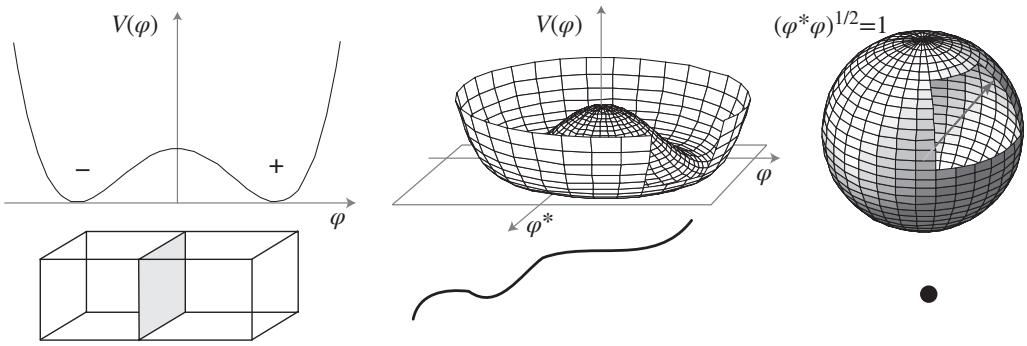


Figura 80: Defeitos topológicos devido à quebra de simetria do campo escalar φ. Esquerda: "*domain wall*"; Meio: "*string*"; Direita: monopolo. O campo φ^* é o conjugado complexo de φ.

- Campo escalar com uma componente real: os defeitos serão bidimensionais, a chamada "*domain wall*".
- Campo com duas componentes, real e imaginária: os defeitos são unidimensionais, do tipo "*cosmic string*".
- Campo com três componentes (isovetor): os defeitos são pontos isolados, resultando em *monopolos*.
- Campo com mais de três componentes: são formadas *texturas*, defeitos topológicos instáveis.

Uma vez o defeito topológico formado no Universo primordial, sendo estável estes defeitos servirão de

"sementes" na formação de estruturas.

Destas possibilidades, as "*cosmic strings*" parecem as mais promissoras. As outras sofrem de dois problemas: são energéticas demais (isto é, implicam em um Universo com Ω muito elevado) e não reproduzem satisfatoriamente as observações da CMB e distribuição em grande escala de galáxias.

Estes defeitos têm a particularidade de produzirem flutuações de densidade que não são locais (são objetos extensos) e não são gaussianas. As *cosmic strings* são caracterizadas por uma "tensão" adimensional, $G\mu/c^2$, onde μ é a densidade linear (massa por unidade de comprimento) da *string*.

O problema mais sério desta teoria de "*cosmic strings*" é o fato dela prever flutuações na CMB e, até hoje, não foram encontradas evidências concretas de sua existência. Observações com o satélite *Planck* colocam um limite superior firme de $G\mu/c^2 < 3{,}2 \times 10^{-7}$ e concluem que não há evidência de *cosmic strings* nestes dados (Planck collab., 2014).

Um outro vínculo observacional para a presença de "*cosmic strings*" no Universo visível poderá ser dado pela observação de ondas gravitacionais.

A segunda teoria que prevê flutuações iniciais é a **inflação**. Neste caso, as flutuações iniciais são de origem quântica no campo escalar responsável pela inflação – que não é o mesmo que provoca defeitos topológicos. Estas flutuações são gaussianas.

As flutuações do campo escalar, $\delta\varphi$, durante a fase de Sitter são da ordem da temperatura de Hawking, $H/2\pi$, $(H = \dot{a}/a)$. Por outro lado, devido a estas flutuações, existe um intervalo de tempo, $\Delta t \approx \delta\phi/\dot{\varphi}$, no qual diferentes regiões de tamanhos iguais completam a transição para a fase de Friedmann. O resultado disto é que, quando regiões de uma dimensão dada voltam a entrar no horizonte, as flutuações de densidade são dadas por:

$$\delta \equiv \frac{\delta\rho}{\rho} \sim (cH) \times \frac{\Delta t}{c} = H\,\Delta t \sim H\,\frac{\delta\phi}{\dot{\varphi}} \sim \frac{H^2}{\dot{\varphi}}\,. \tag{165}$$

O valor de $\delta\varphi$ pode ser estimado a partir da equação de evolução do campo escalar φ (p.ex., Bernardeau, 1998) conhecida como equação de Klein-Gordon:

$$\ddot{\varphi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\varphi} = -\frac{\mathrm{d}V(\varphi)}{\mathrm{d}\varphi}\,. \tag{166}$$

Desprezando o termo $\ddot{\varphi}$ (o potencial escalar, V, deve ser suficientemente plano para que haja inflação suficiente – esta é a chamada aproximação "*slow roll*"), portanto $\dot{\varphi} \approx -V'/(3H)$ ou

$$\delta \sim \frac{H^3}{V'} \sim \frac{V^{3/2}}{V'}\,. \tag{167}$$

Esta flutuação é essencialmente constante (independente da escala), semelhante às flutuações adiabáticas propostas por Harrison (1970) e Zel'dovich (1972) em um outro contexto. Conhecendo o potencial $V(\varphi)$ é possível determinar o espectro de flutuações iniciais.

3.3 Tipos de Flutuações

Para descrevermos o espectro das flutuações de densidade, nós utilizamos o fato de que a gravitação não possui escala de distância preferencial. Assim, postulamos que δ deva obedecer às seguintes relações:

$$\delta \equiv \frac{\delta\rho}{\rho_0} = \frac{\delta\mathcal{M}}{\mathcal{M}} = A\,\mathcal{M}^{-\alpha}\,. \tag{168}$$

O expoente "α" deve ser tal que não haja um excesso de perturbações a pequenas escalas (o que poderia resultar em uma população elevada de buracos negros primordiais), assim como a grandes escalas (resultando em um Universo extremamente não homogêneo). Assim sendo, podemos grosseiramente estimar que este expoente obedeça $0 \lesssim \alpha \lesssim 1$.

Podemos fazer uma distinção entre os tipos de flutuações dependendo do seu efeito na entropia por bárion do Universo. Por um lado, podemos considerar **flutuações isotérmicas** ou entrópicas associadas às flutuações de densidade bariônica superpostas em um fundo homogêneo de fótons. Neste caso a densidade de radiação é uniforme e isotérmica.

Por outro lado, nas **flutuações adiabáticas**, a entropia permanece constante. Neste caso, as perturbações afetam tanto os fótons como a matéria. A figura 81 ilustra estes dois tipos de perturbação.

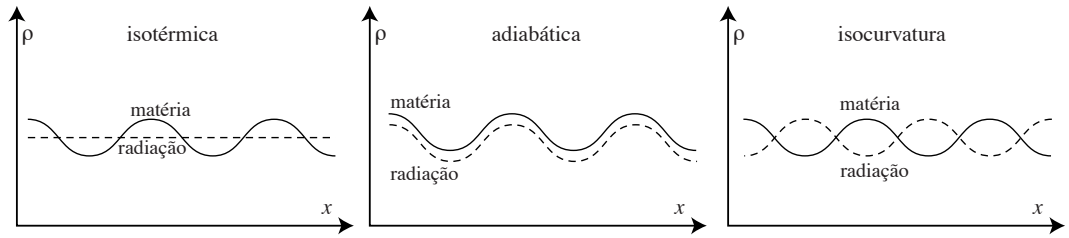


Figura 81: Perturbações de densidade isotérmica, adiabática e isocurvatura.

Quando a entropia é constante temos:

$$\frac{\delta s}{s} = 3\frac{\delta T}{T} - \frac{\delta n_B}{n_B} = 0\,, \tag{169}$$

o que significa que toda flutuação de densidade implica em uma flutuação na radiação cósmica de fundo:

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{1}{3}\frac{\delta \rho}{\rho_0} \quad \text{ou} \quad \frac{\delta \rho_{\rm rad}}{\rho_{\rm rad}} = \frac{4}{3}\frac{\delta \rho}{\rho_0}\,. \tag{170}$$

As perturbações adiabáticas (e também gaussianas e independente de escala) são previstas pela teoria da inflação (Bardeen, Steinhardt & Turner, 1983; Peebles, 1993, Cap. 25, pg 619)

Existe ainda um terceiro tipo de perturbação chamado **isocurvatura** onde as densidades de matéria e radiação são anti-correlacionadas de modo que:

$$\delta\rho_{\rm rad} + \delta\rho_{\rm mat} = 0\,. \tag{171}$$

Neste caso, a flutuação da densidade de energia (radiação mais matéria) é nula e, portanto, inicialmente não há perturbação na curvatura do Universo. Devido ao *redshift* da radiação, a medida que o Universo expande as flutuações de energia se desenvolvem.

As perturbações adiabáticas e de isocurvatura são linearmente independentes (assim como, por exemplo, as funções seno e cosseno). Qualquer outro tipo de perturbação, inclusive a isotérmica, pode ser interpretada como uma combinação das perturbações adiabáticas e de isocurvatura.

3.4 Espectro de potência de flutuações

A distribuição das flutuações de densidade em um instante dado é um fenômeno aleatório de média nula. Para descrever as flutuações, é útil introduzirmos sua transformada de Fourier:

$$\delta_k = \frac{1}{V}\int \delta(\vec{x},\,t) e^{i\,\vec{k}\cdot\vec{x}}\,{\rm d}^3\vec{x} \quad \Longleftrightarrow \quad \delta(\vec{x}) = \frac{V}{(2\pi)^3}\int \delta_k e^{-i\,\vec{k}\cdot\vec{x}}\,{\rm d}^3\vec{k}\,, \tag{172}$$

onde o número de onda associado a uma escala R de volume V é dado por $k = 2\pi a(t)/R$. A transformada de Fourier de δ pode ser escrita em função da amplitude e da fase:

$$\delta_{\vec{k}} = |\delta_{\vec{k}}|\, e^{i\,\Phi_{\vec{k}}}\,. \tag{173}$$

A component k da transformada de Fourier, δ_k, também obedece à Eq. (174),

$$\frac{{\rm d}^2\delta_k}{{\rm d}t^2} + 2H(t)\frac{{\rm d}\delta_k}{{\rm d}t} = \frac{3}{2}H_0^2\Omega_{M,0}\frac{\delta_k}{a^3(t)}\,, \tag{174}$$

para $k \ll k_J$ (k_J é o número de onda de Jeans) e a perturbação tenha uma dimensão bem menor que o horizonte causal.

Normalmente, fazemos a hipótese de que as fases, $\Phi_{\vec{k}}$, sejam independentes e aleatórias. Isto é o que se espera se a origem das perturbações de densidade são flutuação quânticas amplificadas durante a fase de inflação (Sec. 2.11). Caso a origem das flutuações de densidade venha de defeitos topológicos, esperaríamos uma correlação entre as fases (Sec. 3.2.2).

Também supomos que o espectro de flutuações não tenha uma escala privilegiada: isto se traduz na hipótese de que a amplitude $|\delta_k|$ tenha um comportamento em lei de potência:

$$|\delta_k|^2 \propto k^n \quad \text{e definimos} \quad P(k) \equiv |\delta_{\vec{k}}|^2, \tag{175}$$

que chamamos espectro de potência (*power spectrum*) das flutuações e a média é feita sobre todas as direções possíveis do vetor de onda $\vec{k}$. Se $n = 0$ temos um *ruído branco*, isto é, a mesma potência em todas as escalas. A equação (175) descreve completamente as flutuações de densidade quando estas são gaussianas. Notemos que se as flutuações tivessem uma distribuição *exatamente* gaussiana, haveria uma probabilidade não nula de obtermos $\delta < -1$ (ou seja, $\rho < 0$)!

Várias grandezas estão relacionadas com o espectro de potência. A flutuação em massa em um dado volume de raio R, dada pela *variância* $\sigma_M^2 = \langle(\delta M/M)^2\rangle$, pode ser expressa como (utilizando $k \propto R^{-1}$):

$$\sigma_M = \frac{\delta\mathcal{M}}{\mathcal{M}} = \left\langle \left(\frac{\delta M}{M}\right)^2 \right\rangle^{1/2} = \left(\overline{\delta^2}\right)^{1/2} \propto \left[\int |\delta_k|^2 k^2 \,\mathrm{d}k\right]^{1/2} \propto [k^3|\delta_k|^2]^{1/2}\,, \tag{176}$$

resultando nas relações seguintes:

$$\sigma_M = \frac{\delta\mathcal{M}}{\mathcal{M}} \propto k^{(n+3)/2} \propto R^{-(n+3)/2} \propto \mathcal{M}^{-(n+3)/6} \propto \mathcal{M}^{-\alpha}\,, \tag{177}$$

onde relacionamos n com α da equação (168). Como vimos, $0 \lesssim \alpha \lesssim 1$ portanto $-3 \lesssim n \lesssim 3$. Se $n > -3$, $\alpha > 0$ ou seja, a amplitude das flutuações diminui com a massa. Isto corresponde ao cenário cosmológico hierárquico, onde as estruturas menores colapsam primeiro (veja Sec. 3.4.4).

O potencial gravitacional associado a estas perturbações de densidade é dado por:

$$\delta\varphi \propto \frac{\delta\mathcal{M}}{R} \propto \mathcal{M}^{(1-n)/6} \propto k^{(n-1)/2}\,, \tag{178}$$

da mesma forma que as velocidades induzidas pelas flutuações:

$$\delta v \propto \left[\int |v_k|^2 k^2 \,\mathrm{d}k\right]^{1/2} \propto [k^3|v_k|^2]^{1/2} \propto [k|\delta_k|^2]^{1/2} \propto k^{(n+1)/2} \propto \mathcal{M}^{-(n+1)/6}\,. \tag{179}$$

onde usamos $|v_k| \propto |\delta_k|/k$.

Um caso especial é quando $n = 1$. Aqui, as perturbações em todas as escalas têm a mesma velocidade de escape e o potencial tem a mesma amplitude quando entram no horizonte. Este caso é conhecido como espectro de Harrison–Zel'dovich (Зельдóвич) ou espectro *invariante de escala*. Este também é o espectro de potência primordial, previsto pela teoria da inflação. Observações da CMB sugerem que n seja ligeiramente inferior a um, por exemplo, $n = 0{,}972 \pm 0{,}013$ (Hinshaw et al., 2013) ou $n = 0{,}965 \pm 0.004$ (Planck Collaboration, 2018).

3.4.1 Evolução do espectro de potência $P(k)$

A evolução do espectro de potência primordial depende do tipo de matéria que domina o Universo: isto altera a forma do espectro de potência. Esta transformação de $|\delta_k|_i^2$ (o índice i se refere a inicial) se escreve como:

$$|\delta_k|^2 = |\delta_k|_i^2\, T^2(k,z) \quad \text{, isto é,} \quad P(k) = P_i(k) T^2(k,z)\,, \tag{180}$$

onde $T(k,z)$ é a chamada *função de transferência linear*.

O espectro de potência $P(k,z)$ em um dado *redshift* é calculado pela evolução desta função de transferência $T(k,z)$, Eq. (180). A função de transferência evolui de acordo com a solução da equação (152), $\delta_+(z)$, dada pela Eq. (154). Isto se escreve da seguinte forma:

$$T(k,z) = \frac{\delta_k(0)}{\delta_k(z)} \frac{\delta_+(z)}{\delta_+(0)}\,, \tag{181}$$

onde $\delta_k(0)$ é o espectro de potência das flutuações de densidade primordial, logo após o fim da inflação. A Fig 82 mostra esta evolução.

A forma da função $T(k,z)$ é obtida resolvendo-se as equações de Boltzmann para as funções de distribuição dos componentes do Universo: matéria escura, neutrinos, fótons e bárions. Existem aproximações analíticas para a função $T(k,z)$; para um Universo dominado pela CDM (Bond & Efstathiou, 1984; Bardeen et al., 1986):

$$T(k) = \frac{\ln(1 + 2{,}34q)}{2{,}34q} \frac{1}{\left[1 + 3{,}89q + (16{,}1q)^2 + (5{,}46q)^3 + (6{,}71q)^4\right]^{1/4}}\,, \tag{182}$$

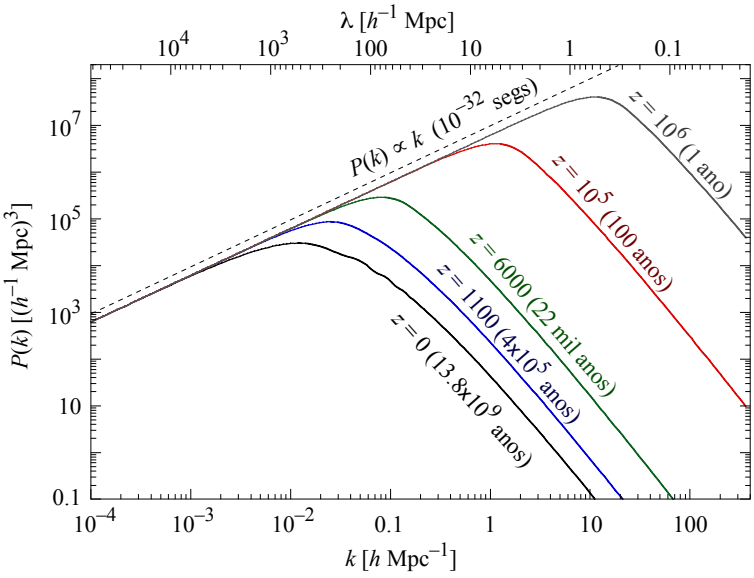


Figura 82: Evolução do espectro de potência. Após a inflação, $P(k) \propto k^n$ com $n \simeq 1$ (linha pontilhada, ligeiramente deslocada para cima). As perturbações de densidade que entram no horizonte são amortecidas e surge o *"turnover"*. O espectro de potência evolui rapidamente até o momento da equipartição matéria-radiação. Esta figura é baseada em um cenário ΛCDM.

onde $q \equiv k/(\Gamma\Omega_M h^2)$, $\Gamma \equiv (T_{\rm CMB}/2{,}73{\rm K})^{-2}\exp[-\Omega_b(1+\sqrt{2h}/\Omega_M)]$ (fator de forma definido por Sugiyama, 1995) e k tem unidade de Mpc^{-1}. Nesta expressão, a evolução corresponde a $z = 0$, isto é, obtemos com ela o espectro de potência linear atual.

Podemos notar como as pequenas estruturas (k grande) são amortecidas durante a era da radiação. O pico apresentado pelo espectro de potência corresponde à escala onde as pequenas flutuações de densidade deixam de ser suprimidas pelo fluido de fótons. Esta escala é aproximadamente o tamanho do horizonte no momento da transição da era da radiação para a era da matéria. A dimensão comóvel do horizonte nesta época é cerca de $[12{,}3/(\Omega_M h)]h^{-1}\,$Mpc ($\approx 85\,$Mpc para o modelo ΛCDM).

Para o Universo dominado por HDM, a função de transferência é aproximada por:

$$T(k) = \exp\left[-4{,}61\left(\frac{k}{k_{\rm fs}}\right)^{3/2}\right] \quad \text{onde} \quad k_{\rm fs} \equiv 0{,}16\frac{m_\nu}{30\,{\rm eV}}\,{\rm Mpc}^{-1}\,, \tag{183}$$

m_ν sendo a massa da partícula de matéria escura (em geral, neutrino maciço) em eV ($k_{\rm fs}$ é a número de onda associado ao livre caminho médio da partícula ou '*free-streaming*').

Aplicando a função de transferência ao espectro inicial (por exemplo, o espectro de Harrison–Zel'dovich, $P_i(k) \propto k$) obtemos as diferentes formas do espectro de potência hoje. A figura 83 mostra o espectro de flutuações em $z = 0$ para 4 casos distintos, três variações de matéria escura fria e um para matéria escura quente.

Como podemos ver, no caso de HDM, as flutuações de maior amplitude são da escala de aglomerados de galáxias ricos. Neste cenário as primeiras estruturas a se formarem seriam, portanto, aglomerados ou superaglomerados; as galáxias se formariam por fragmentação, o que implica que não deveria haver galáxias de campo (ou pouquíssimas, as que escapam via colisão de três corpos).

No caso CDM, as primeiras estruturas que se formam são de escalas menores do que a escala galáctica. Neste cenário, as estruturas se formam de modo hierárquico.

É importante notar que, apenas utilizando argumentos teóricos, podemos definir a *forma* do espectro de flutuações de densidade para o modelo cosmológico que quisermos. Contudo, não podemos predizer a *amplitude* pois, para isto, seria necessário conhecermos a física que governa a geração das flutuações primordiais nos primeiros instantes do Universo.

3.4.2 Normalização do espectro de potência

A amplitude ou normalização do espectro de potência é determinado empiricamente através de dados observacionais, por exemplo, observações da CMB e da distribuição de galáxias em grande escala.

O valor da normalização pode ser ajustado entre as observações e a teoria. Tradicionalmente, medimos a flutuação de densidade (ou massa, $\delta M/M$) a $z = 0$ em uma esfera de $8h^{-1}\,$Mpc, definindo:

$$\sigma_8 \equiv \sigma_{\rm matéria}(8h^{-1}\,{\rm Mpc}) = \frac{\sigma_{\rm galáxias}(8h^{-1}\,{\rm Mpc})}{b} \approx \frac{1}{b}\,, \tag{184}$$

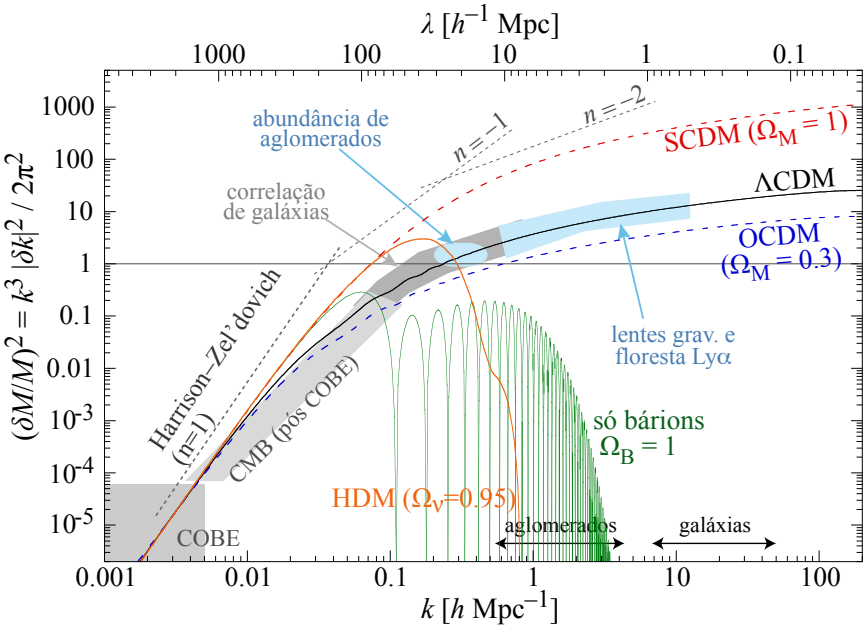


Figura 83: Espectros de flutuações de densidade para 5 cenários cosmológicos diferentes (SCDM = *Standard Cold Dark Matter*, Universo plano dominado por matéria escura fria; OCDM = *Open Cold Dark Matter*; HDM = Hot Dark Matter, neutrino maciço; ΛCDM = universo plano dominado pela "energia escura"), e universo apenas com bárions. No eixo superior, $\lambda = 2\pi/k$ é o tamanho linear característico da flutuação de densidade hoje. As linhas pontilhadas indicam a inclinação do espectro de potência, em particular o espectro inicial de Harrison–Zel'dovich com $n = -1$. Foram utilizados $\Omega_B = 0{,}046$ (exceto no universo puramente bariônico onde $\Omega_B = 1$) e $h = 0{,}5$ (exceto no modelo ΛCDM, onde $h = 0{,}7$). As áreas cinzas correspondem às diversas técnicas observacionais e suas respectivas escalas. As curvas foram calculadas usando o programa `camb` de A. Lewis, `http://camb.info`.

onde b é o fator de *bias* (viés) e $\sigma_{\text{galáxias}}$ é a variância da distribuição de galáxias. O estudo de contagem de galáxias sugere $\sigma_{\text{galáxias}} \sim 1$ (Davis & Peebles, 1983), enquanto a densidade numérica de aglomerados ricos de galáxias resulta na normalização $\sigma_8 = 0{,}83 \pm 0{,}15$ (Fan, Bahcall & Cen, 1997) ou, mais recentemente, $\sigma_8 = 0{,}821 \pm 0{,}023$ (Hinshaw et al., 2013), utilizando dados do WMAP e oscilações acústicas de bárions (BAO, veja Sec. 3.7). Medidas precisas do espectro de potência angular da radiação cósmica (seção 2.14) e das velocidades peculiares em grande escala (cf. seção 4.4.2) também permitem, em princípio, a determinação da normalização σ_8.

A massa contida em $r = 8h^{-1}$ Mpc é comparável à massa de uma aglomerado de galáxias:

$$M(8h^{-1}) \approx \frac{4\pi}{3} \left(8h^{-1}\ \text{Mpc}\right)^3 \times 2\overline{\rho} = 1{,}2\, h^{-1}\Omega_M \times 10^{15}\ M_\odot\,,$$

onde o fator 2 acima vem de $\sigma_8 = \delta\rho/\overline{\rho} = 1$.

Medidas do espectro de potência, $P(k)$, são mostradas na Fig. 84 em comparação com a previsão do modelo ΛCDM. A Fig. 85 mostra a dependência da forma do espectro de potência com o parâmetro $\Gamma = \Omega_M\, h$, fixando a normalização do espectro pelas medidas de flutuações da radiação cósmica de fundo.

3.4.3 Modelo de "panqueca" de Zel'dovich (Зельдо́вич)

Para ir além do limite linear do crescimento de perturbações de densidade, Zel'dovich (1970) introduz uma aproximação que associa as coordenadas eulerianas e lagrangeanas[21] de um fluido que colapsa, sendo válida até para $\delta \sim 3$–4. Esta aproximação é escrita como:

$$\vec{r}(\vec{q},t) = a(t)[\vec{q} + \delta_+(t)\vec{v}(\vec{q})]\,, \tag{185}$$

onde $\vec{r}$ e $\vec{q}$ são as coordenadas eulerianas e lagrangeanas respectivamente. $\vec{v}$ é a velocidade é dada pela solução da Eq. (161), isto é, a velocidade é, na aproximação linear, o gradiente de um potencial. Os termos

[21] Coordenadas lagrangeanas seguem o fluxo, isto é, estão ligadas às partículas do fluido. Com coordenadas eulerianas o sistema de referência é fixo no espaço, as partículas do fluido se movimentam em relação a este sistema.

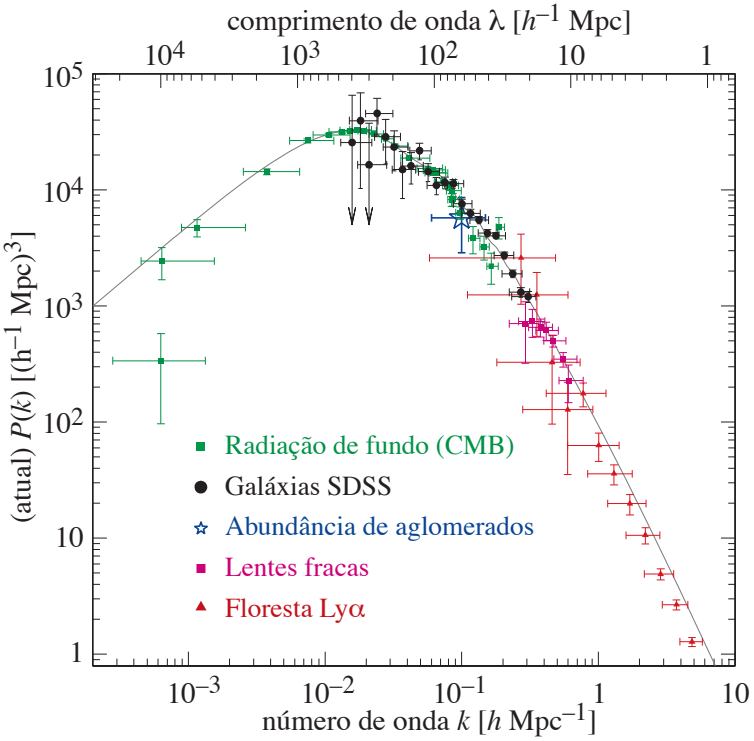


Figura 84: Espectro de potência das flutuações de densidade determinados a partir de diversas técnicas (note que cada uma é mais sensível para um certo intervalo de número de onda k). O traço contínuo representa um modelo com $\Omega_\Lambda = 0{,}72$, $\Omega_M = 0{,}28$ e $h = 0{,}72$, com perturbações iniciais independente de escala ($n = 1$) e profundidade óptica até a superfície de último espalhamento $\tau = 0{,}17$ (cf. seção 12). Figura tirada de Tegmark et al. (2004).

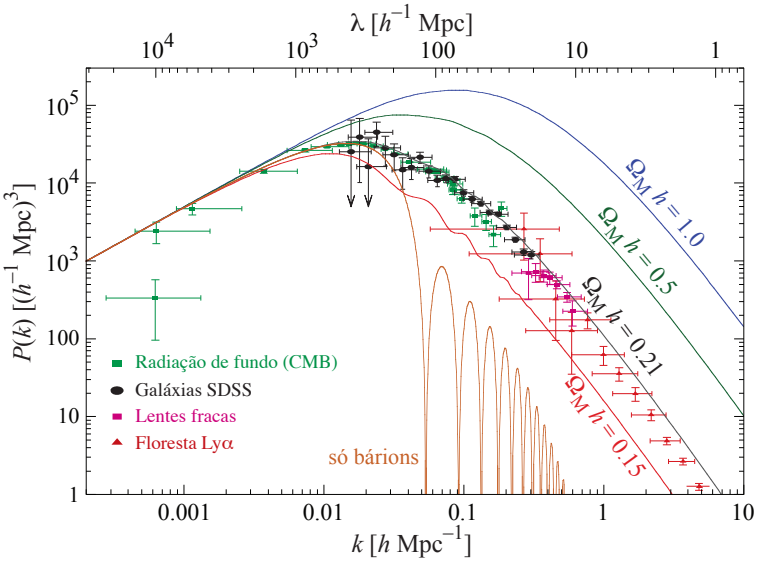


Figura 85: A forma do espectro de potência depende do parâmetro $\Gamma = \Omega_M\, h$. Os espectros estão normalizados na escala da CMB e, para comparação, temos o espectro de potência de um universo puramente bariônico com $\Omega_B = 0{,}3$.

$a(t)$ e $\delta_+(t)$ são o fator de escala do Universo e a solução do crescimento do contraste de densidade (veja Sec. 3.1.2). Nesta aproximação as partículas ainda se movem em trajetórias lineares, como na aproximação linear.

Com o formalismo lagrangeano, a conservação de massa pode ser escrita como $\rho(\vec{r},t)\,\mathrm{d}\vec{r} = \rho_0\,\mathrm{d}\vec{q}$ portanto, escrevendo a densidade em termos das coordenadas utilizamos o jacobiano $|\partial\vec{r}/\partial\vec{q}|$, ou seja,

$$\rho(\vec{q},t) = \rho_0 \left|\frac{\partial\vec{r}}{\partial\vec{q}}\right| = \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 \rho_0 \left|\delta_{ij} - \delta_+(t)\frac{\partial v_i}{\partial q_j}\right| . \tag{186}$$

Uma das consequências da expressão acima é que o colapso não é necessariamente esférico; na direção onde a velocidade for maior o colapso será mais rápido é teremos como resultado um objeto aproximadamente oblato (como uma pizza).

Este cenário, onde o colapso de grandes estruturas se dá em uma direção privilegiada, é qualitativamente semelhante aos cenários modernos de HDM. Aqui, estruturas de $\sim 10^{14} M_\odot$ começam a colapsar a

redshifts $\lesssim 5$. Como estas estruturas não são exatamente esféricas, o colapso se dará em uma direção privilegiada formando assim um sistema aproximadamente bidimensional, em outras palavras, uma "panqueca" (Zel'dovich, 1978). As galáxias e estruturas menores são formadas posteriormente por fragmentação.

Uma dificuldade deste modelo, que não era óbvia no início dos anos 70, é a observação de quasares e galáxias com *redshifts* superiores a 5 – até 1983, o maior *redshift* conhecido era 3,61; até maio de 2004, o recorde era $z = 6{,}2$ confirmado espectroscopicamente e $z \approx 10$ baseado em *redshift* fotométrico (Sec. 10.3.1). Hoje detectamos objetos colapsados além de $z = 7$.

A aproximação de Zel'dovich ainda é muito útil para gerar condições iniciais de simulações numéricas cosmológicas. Por exemplo, podemos começar com uma grade regular de partículas, perturbá-las aleatoriamente, introduzir um ruído com espectro de potência $P(k)$ e seguir a evolução usando a aproximação de Zel'dovich. A figura 86 ilustra este processo em duas dimensões.

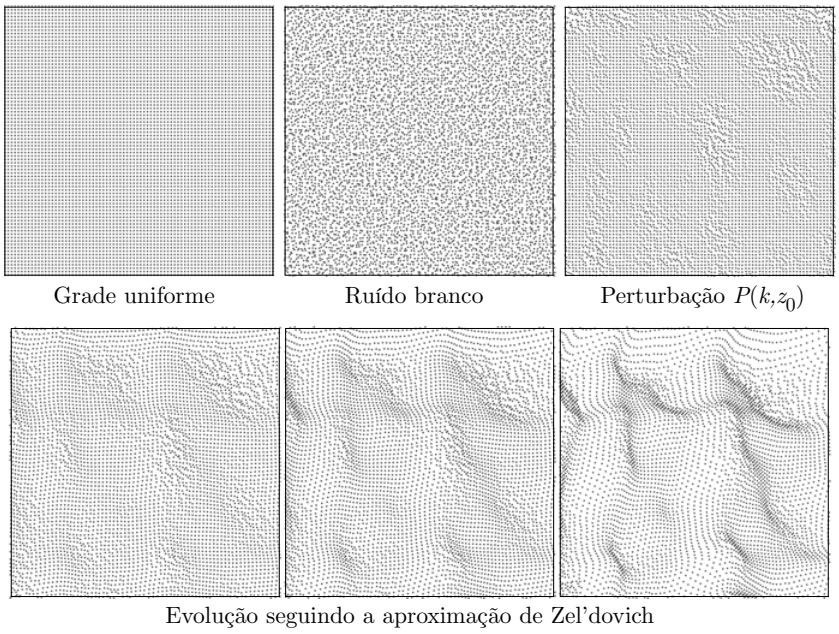


Figura 86: Exemplo (em 2 dimensões) de geração de condições iniciais usando aproximação de Zel'dovich. Na linha de cima, é gerada as posições iniciais usando o espectro de potência apropriado para o *redshift* inicial, z_0. Na linha de baixo as posições e velocidades evoluem segundo a aproximação de Zel'dovich até o momento quando a não linearidade das perturbações sejam significativas.

3.4.4 Modelo hierárquico

O modelo hierárquico é uma consequência natural do cenário CDM. Este modelo, chamado "bottom-up" nos anos 70 e 80, foi criado em parte para corrigir os defeitos do modelo de panqueca (White & Rees, 1978; Blumenthal et al., 1984; White & Frenk, 1991). Contudo, na sua versão original (ou standard), este modelo também sofria de algumas limitações. Em primeiro lugar, na versão standard com $\Omega_M = 1$, este modelo previa um número extremamente elevado de fusões e parecia impossível que galáxias espirais pudessem sobreviver.

Além disto, as velocidades peculiares em grande escala eram significativamente menores do que o observado. Por último, as estruturas em grande escala não apresentavam os "vazios" (*voids*, veja Sec. 4.3.1) observados e as correlações aglomerado–aglomerado eram inferiores ao observado.

Estes problemas foram resolvidos admitindo-se que a densidade de matéria do Universo é inferior à densidade crítica. Modelos com $\Omega_M \approx 0{,}3$ reproduzem muito melhor a formação de estruturas em grande escala.

No cenário hierárquico, a formação de estruturas pode ser representada por uma "árvore de fusões" (*merger-tree*) como ilustra a figura 87 (fusões de galáxias será visto mais tarde, seção 10.1.5). Neste contexto, formação significa "juntar massa" ou "acrescentar matéria". Para galáxias isto pode ser diferente da história de formação estelar.

No cenário hierárquico, a matéria colapsa em halos, predominantemente compostos de matéria escura. Um halo é tipicamente definido como uma região colapsada e em (quase) equilíbrio dinâmico. Muitas vezes é conveniente definir um halo como uma região com um certo contraste de densidade, $\delta\rho/\overline{\rho}$, acima da densidade média local ou da densidade crítica, ρ_c [Eq. (70)]; na Sec. 8.2 veremos que este contraste de densidade é da ordem de 200.

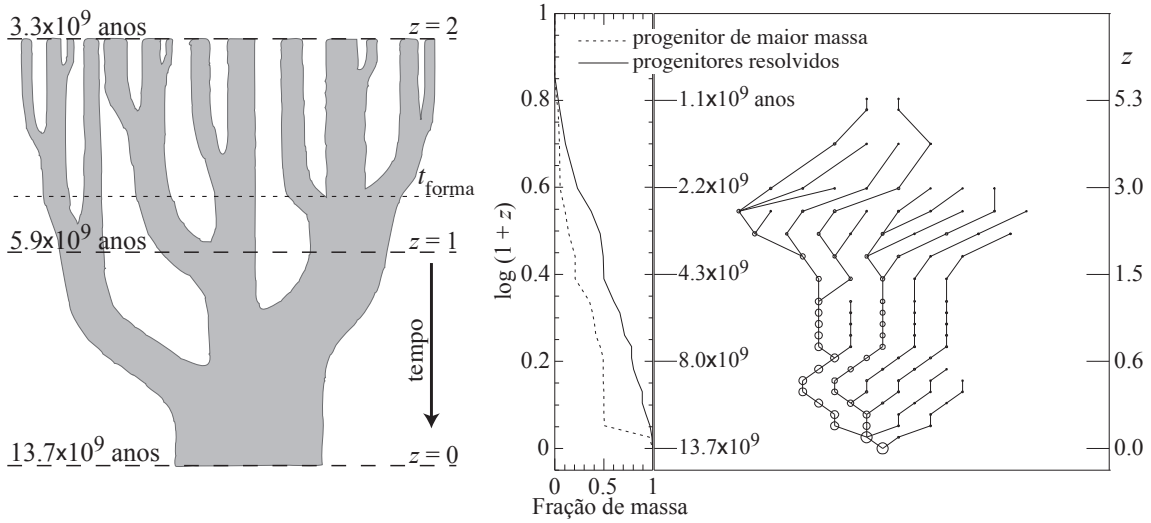


Figura 87: Esquerda: representação gráfica de uma "árvore de fusões" onde a largura dos "galhos" é proporcional à massa do objeto. Cortes horizontais mostram os progenitores que darão origem ao objeto final (uma galáxia, grupo ou aglomerado). A linha $t_{\rm forma}$ indica o momento de formação do objeto final, definido pelo momento em que sua massa é superior à metade da massa final. Direita: Outra representação de uma árvore de fusões tiradas de uma simulação numérica da formação de uma halo de matéria escura de $\sim 10^{13} M_\odot$. Figura tirada de Lacey & Cole (1993) e Helly et al. (2003).

Halos gravitacionalmente ligados podem estar contidos em halos maiores; neste caso dizemos sub-halo ou halo satélite que fazem parte de um halo hospedeiro maior. Isto ocorre, por exemplo, em aglomerados de galáxias ou em galáxias individuais com galáxias satélites (como a Via Láctea).

3.5 Halos de matéria escura

Chamamos de **halo** uma estrutura gravitacionalmente ligada em equilíbrio. Este nome vem da componente morfológica detectada em volta das galáxias espirais (como a Via Láctea), dominadas dinamicamente pela matéria escura.

Em simulações numéricas cosmológicas, os halos são identificados com as estruturas que vão se formando a medida que o tempo passa. Nos modelos mais simples os halos são exclusivamente compostos de matéria escura; nos modelos mais sofisticados é incluída uma componente bariônica.

No cenário hierárquico de formação de estruturas, a matéria escura colapsa inicialmente em halos e depois vai se juntando hierarquicamente, formando halos maiores (maior massa).

Perfil NFW Nos anos 1990, Navarro et al. (1996, 1997) mostraram que os halos de matéria escura, em um grande intervalo de massas, obtidos em simulações numéricas, podiam ser descritos empiricamente por um perfil radial de densidade, esfericamente simétrico, o chamado "perfil-NFW":

$$\rho(r) = \frac{\rho_s}{(r/r_s)(1+r/r_s)^2}\,, \tag{187}$$

onde r_s é um raio característico e ρ_s é a normalização do perfil. A massa no interior de de r, é dada por:

$$M(<r) = \int_0^r \rho(r) 4\pi r^2\, {\rm d}r = 4\pi\rho_s \int_0^{r/r_s} \frac{r_s^3 x^2\, {\rm d}x}{x(1+x)^2} = 4\pi r_s^3 \rho_s \left(\ln\left[1+\frac{r}{r_s}\right] - \frac{r}{r+r_s}\right)\,. \tag{188}$$

Note que a massa total tem uma divergência logarítmica com $r \to \infty$.

O interesse maior no perfil-NFW aparece quando introduzimos o raio r_{200}, que corresponde à posição radial onde a densidade média do halo é 200 vezes a densidade crítica do universo (na Sec. 8.2 veremos que r_{200} está relacionado ao raio do virial): $\overline{\rho}(<r_{200}) \equiv \rho_{200} = 200 \times \rho_{\rm c}(z)$, onde $\rho_{\rm c,0}$ é dado pela Eq. (70).

Tomando a definição de ρ_{200} podemos escrever:

$$M(r_{200}) \equiv M_{200} = \frac{4\pi}{3} r_{200}^3 \rho_{200} = \frac{4\pi}{3} r_{200}^3\, 200\rho_{\rm c} = 100 r_{200}^3 \frac{H^2(z)}{G}\,, \tag{189}$$

onde usamos a definição de densidade crítica, ρ_c.

Em alguns contextos é útil definir a velocidade circular, $v_c(r)$, em um dado raio. Esta é simplesmente a velocidade de um corpo em órbita circular, que pode ser obtida pela relação de equilíbrio entre a aceleração centrípeta e a aceleração gravitacional:

$$\frac{v_c^2}{r} = \frac{GM(<r)}{r^2} \quad \Rightarrow \quad v_c(r) = \sqrt{\frac{GM(<r)}{r}}\,,$$

onde $M(<r)$ é dado pela Eq. (188). No caso particular de $M(r_{200})$ temos:

$$v_c(r_{200}) = 10H(z)\,r_{200} \quad \Rightarrow \quad M_{200} = \frac{v_c^3(r_{200})}{10G\,H(z)}\,, \tag{190}$$

onde usamos a Eq. (189).

Com r_{200} definido, introduzimos o *parâmetro de concentração*, $c \equiv r_{200}/r_s$. Quanto maior o valor de c mais concentrada está a massa.

Podemos relacionar ρ_{200} com ρ_s da seguinte forma:

$$\rho_{200} = \frac{M(<r_{200})}{4\pi r_{200}^3/3} = 3\frac{\rho_s}{c^3}\left(\ln\left[1+c\right] - \frac{c}{1+c}\right)\,, \tag{191}$$

Com as definições acima, podemos reescrever a Eq. (188) da seguinte forma:

$$M(<r) = M_{200}\frac{\ln(1+cr/r_{200}) - 1/(1+r_{200}/(cr))}{\ln(1+c) - c/(1+c)}\,.$$

Genericamente, podemos definir um raio r_δ pelo contraste de densidade, isto é, r_δ é solução da equação:

$$\frac{\overline{\rho}(r<r_\delta)}{\rho_c} = \delta \quad \Leftrightarrow \quad \frac{3M(<r_\delta)}{4\pi r_\delta^3} = \delta\rho_c\,,$$

onde ρ_c; no caso de $\delta = 200$ obtemos, é claro, r_{200}. A Fig. 88 mostra a relação entre δ e r_δ para diferentes concentrações.

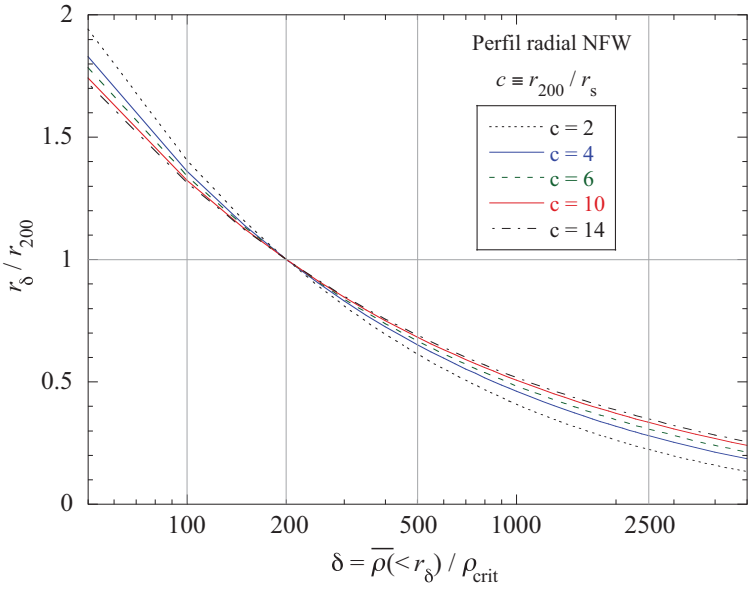


Figura 88: Relação entre r_δ e δ para diferentes valores de concentração c do perfil de NFW. Alguns raios encontrados frequentemente na literatura estão em destaque. Por exemplo, $r_{500} \simeq 0{,}65r_{200}$ e $r_{2500} \simeq 0{,}3r_{200}$.

Navarro et al. (1997) descobriram que, nas simulações numéricas, o parâmetro de concentração depende apenas da massa e do *redshift* do halo. Para o intervalo $0 < z < 2$, Duffy et al. (2008) ajustou a seguinte função para halos relaxados (baseado em em simulações com cosmologia WMAP5):

$$c = \frac{6{,}71}{(1+z)^{0{,}44}}\left(\frac{M_{200}}{2\times 10^{12}h^{-1}M_\odot}\right)^{-0{,}091}\,. \tag{192}$$

Uma outra parametrização de Dutton & Macciò (2014), baseada em simulações numéricas realizadas com valores dos parâmetros cosmológicos da colaboração *Planck* resulta em:

$$c = 10^a \times \left(\frac{M_{200}}{10^{12} h^{-1} M_\odot}\right)^b \; ; \quad a = 0.520 + (0.905 - 0.520)\exp[-0.617 z^{1.21}] \; ; \quad b = -0.101 + 0.026 z \, . \tag{193}$$

A figura 89 compara estas duas funções da concentração c em função da massa e do *redshift*. Claramente há uma discrepância cuja razão é possivelmente a forma como os halos relaxados são identificados nas simulações e ajustados ao perfil NFW.

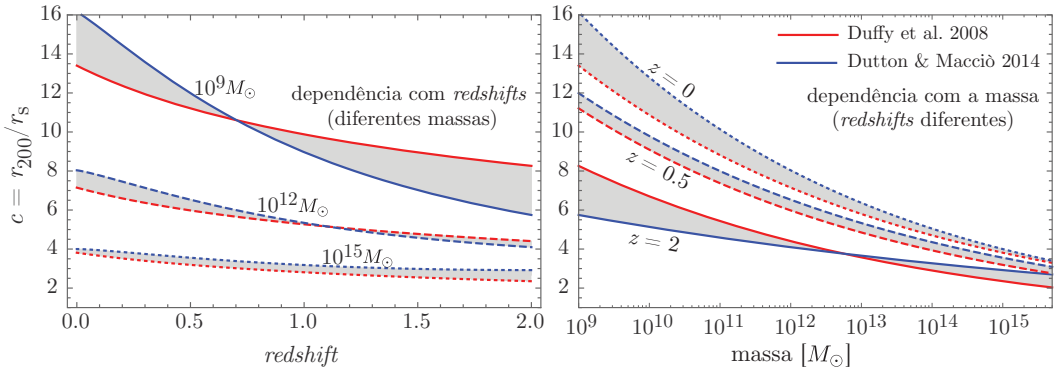


Figura 89: Relação entre o parâmetro de concentração e a massa (M_{200}) para halos ajustados pelo perfil NFW obtido em simulações cosmológicas.Esquerda: evolução com o *redshift* da diferentes massas. Direita: dependência com a massa para diferentes *redshifts*. Note a diferença entre estas funções.

Em $z \sim 0$, aglomerados de galáxias têm $c \sim 4$ e galáxias maciças têm $c \sim 12$. As galáxias em aglomerados também têm uma distribuição que pode ser ajustada por um perfil de NFW com concentração $c \sim 2$–4 (Hansen et al., 2005) O perfil NFW é chamado "universal" pois como c e ρ_s dependem apenas de M_{200}, o perfil de densidade radial fica completamente determinado dada a massa do halo.

Perfil de Einasto Simulações numéricas de maior resolução mostraram que no centro dos halos o perfil de densidade é mais achatado do que $\rho(r) \propto r^{-1}$. Navarro et al. (2004, 2010) sugerem que o chamado *perfil de Einasto* (Einasto, 1965) é uma aproximação melhor para o perfil de densidade de halos de matéria escura:

$$\ln\left[\frac{\rho(r)}{\rho_{-2}}\right] = -\frac{2}{\alpha}\left[\left(\frac{r}{r_{-2}}\right)^\alpha - 1\right] , \tag{194}$$

onde $\rho_{-2} \equiv \rho(r_{-2})$ é a densidade no raio onde a inclinação do perfil é -2, ou seja, é o máximo da função $r^2\rho(r)$.

Em outras palavras, r_{-2} é a solução da equação $\mathrm{d}\ln\rho/\mathrm{d}\ln r = -2$. Os parâmetros do perfil de Einasto estão relacionados ao NFW: $r_s = r_{-2}$ e $\rho_s = 4\rho_{-2}$. A densidade central é finita, $\rho(0) = e^{2/\alpha}\rho_{-2}$.

Matematicamente, o perfil de Einasto é equivalente ao perfil de Sérsic [Eq. (489)], muito utilizado para representar a distribuição projetada (brilho superficial) de galáxias elípticas e bojos de galáxias espirais.

O parâmetro α varia de halo para halo (aproximadamente no intervalo 0,12–0,2), mostrando que não há uma universalidade perfeita do perfil de densidade. A Fig. 90 mostra uma comparação entre os perfis de Einasto e NFW.

Uma vantagem do perfil de Einasto é que a massa total converge. O perfil de massa no interior de r é:

$$M(r) = 2\pi\left(\frac{\alpha}{2}\right)^{(3/\alpha)-1} e^{2/\alpha}\rho_{-2} r_{-2}^3 \Gamma\left[\frac{3}{\alpha}, \frac{2}{\alpha}\left(\frac{r}{r_{-2}}\right)^\alpha\right] , \tag{195}$$

onde $\Gamma[a,x]$ é a função gama incompleta.

Esfera isotérmica singular (SIS) Este tipo de modelo, como diz o nome, corresponde a um sistema dinâmico caracterizado por uma dispersão de velocidades (temperatura) independente do raio. Seu perfil radial de densidade é:

$$\rho(r) = \frac{\sigma^2}{2\pi G r^2} \; ; \quad M(<r) = \frac{2\sigma^2 r}{G} \, , \tag{196}$$

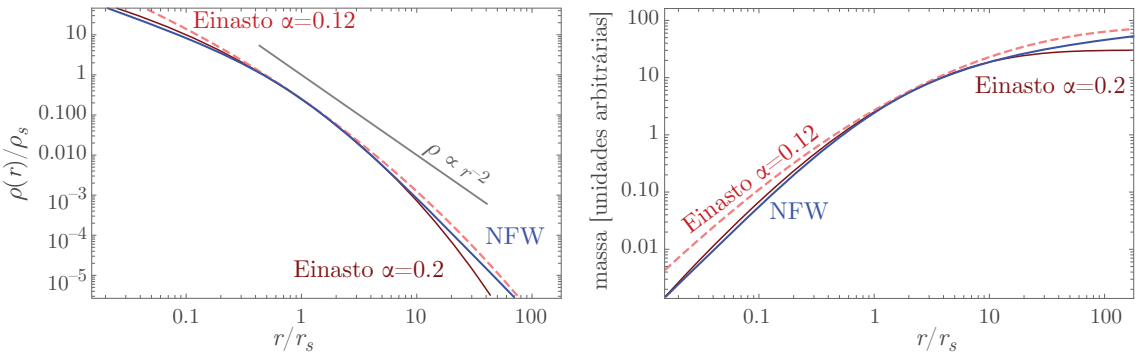


Figura 90: Esquerda: Comparação dos perfis de densidade NFW (em azul) e Einasto (em vermelho) usando $r_s = r_{-2}$ e $\rho_s = 4\rho_{-2}$ para dois valores de α [veja Eqs. (187) e (194)]. Para referência, a reta corresponde a um perfil isotérmico (ver mais abaixo). Direita: comparação dos perfis de massa que correspondem às densidades do painel da esquerda. Próximo de r_s os perfis são bem semelhantes, mas há diferenças para raios pequenos e grandes.

onde σ é a dispersão de velocidades das partículas (estrelas ou matéria escura) que compõem o sistema.

Além de ser analiticamente muito simples, este o perfil de densidade da esfera isotérmica é o resultado da maximização da entropia de um sistema auto-gravitacional de massa M e energia E fixos. Contudo, a esfera isotérmica tem massa total infinita, mostrando que não podemos maximizar a entropia de uma esfera auto-gravitacional (Lynden-Bell & Wood, 1968).

Perfil de Plummer O perfil de Plummer (1911)[22] é um caso especial de um *politropo*, isto é, um perfil de densidade que obedece à relação $\rho \propto \psi^n$, onde ψ é o potencial gravitacional e n é o índice de politropo. No caso de Plummer, $n = 5$.

O perfil de densidade de Plummer é:

$$\rho(r) = \rho_0 / \left[1 + (r/r_c)^2\right]^{5/2} , \tag{197}$$

onde r_c é o *raio de core* e ρ_0 é a densidade central. Supondo simetria esférica, a massa no interior de r é:

$$M(r) = \left(\frac{r}{r_c}\right)^3 \frac{M_{\rm tot}}{[1 + (r/r_c)^2]^{3/2}} = \frac{M_{\rm tot} r^3}{(r_c^2 + r^2)^{3/2}} \quad \text{e} \quad M_{\rm tot} = \frac{4\pi}{3} r_c^3 \rho_0 ,$$

onde $M_{\rm tot}$ é a massa total.

O potencial gravitacional que corresponde a uma esfera de Plummer é dada por (resolvendo a equação de Poisson):

$$\phi(r) = \phi_0 / \sqrt{1 + (r/r_c)^2} ; \quad \phi_0 = G M_{\rm tot} ,$$

onde ϕ_0 é o potencial central.

Observando o potencial de Plummer, pode-se notar a semelhança com o potencial newtoniano de uma fonte puntiforme. Este potencial é muito usado em simulações numéricas de N-corpos, onde cada partícula é efetivamente modelada por uma esfera de Plummer. Este potencial, diferentemente do potencial newtoniano, não diverge quando $r \to 0$.

Este modelo, contudo, não é adequado para representar halos de matéria escura. Além das simulações numéricas, este perfil de densidade ajusta relativamente bem a distribuição espacial de estrelas em um aglomerado globular.

Perfis de Hernquist, Jaffe e Dehnen Estes perfis formam uma família que pode ser escrita da seguinte forma:

$$\rho(r) = \frac{(3-i)}{4\pi} \frac{M_{\rm tot}\, r_c}{r^i (r + r_c)^{4-i}} ; \quad 0 \le i < 3 , \tag{198}$$

[22] Este perfil de densidade foi estudado pela primeira vez por Schuster (1883) no contexto da estrutura interna do Sol; Plummer foi quem aplicou este modelo para dinâmica estelar pela primeira vez.

onde $M_{\rm tot}$ é a massa total, r_c um raio de escala e i um número real que determina co comportamento assintótico em direção ao centro. Este modelo foi introduzido por Jaffe (1983) para o caso $i = 2$, depois por Hernquist (1990) para $i = 1$ e finalmente por Dehnen (1993) para $0 \leq i < 3$.

Para estes perfis, a massa no interior do raio r é dada por:

$$M(r) = 4\pi \int_0^r \rho(r') r'^2 \, \mathrm{d}r' = M_{\rm tot} \left(\frac{r}{r + r_c} \right)^{3-i} .$$

A massa total converge para $0 \leq i < 3$. Para $i = 2$ o raio r_c também é o raio que contém a metade da massa ($r_{1/2}$, *half-mass radius*), que não deve ser confundido com o raio efetivo (metade da luminosidade total projetada). O potencial é obtido pela resolução da equação de Poisson:

$$\phi(r) = -\frac{GM}{r_c} \begin{cases} \dfrac{1}{2-i} \left(1 - \left(\dfrac{r}{r + r_c} \right)^{2-i} \right) & ; i < 2 \,, \\ \ln \left(\dfrac{r + r_c}{r} \right) & ; i = 2 \,. \end{cases} \tag{199}$$

Para valores inteiros de i ($i = 0$, 1, 2), a projeção em 2 dimensões é analítica. Estes perfis são usados em condições iniciais de simulações numéricas por serem relativamente simples e com grandezas que não divergem.

A Figura 91 mostra a comparação dos perfis de Hernquist, Jaffe e Dehnen com o perfil de NFW. Como o perfil NFW não converge, a comparação é feita adotando $M_{200} = 1$ para o perfil NFW e $M_{\rm tot} = 1$ para os outros modelos.

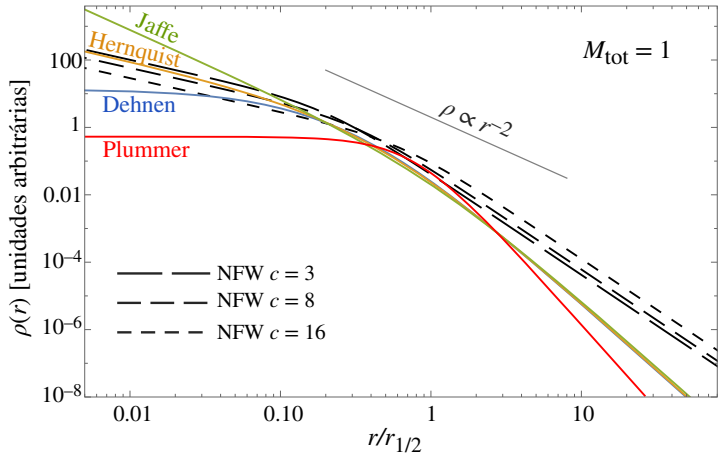


Figura 91: Comparação de diversos perfis de densidade em função de $r/r_{1/2}$, onde $r_{1/2}$ é o raio que contém metade da massa total ou M_{200} (para o caso NFW). A linha cinza representa a inclinação de um perfil proporcional à r^{-2} (tipo perfil isotérmico singular).

3.6 Matéria escura fria na vizinhança solar

Em um trabalho pioneiro, Oort (1932) estimou a densidade de massa do disco Galáctico na vizinhança solar a partir do movimento vertical de estrelas próximas.

Por simplicidade vamos considerar um disco axissimétrico auto-gravitacional (pode ser de estrelas, gás, matéria escura) com densidade $\rho(R,z)$. Na direção z (altura do disco) a dispersão de velocidades é σ_z e, consequentemente, existe uma pressão na direção z dada por $P(R,z) = \rho(R,z)\sigma_z^2$. Supomos que o disco esteja em *equilíbrio hidrostático*, obedecendo a equação:

$$\vec{\nabla} P(R,z) = -\rho(R,z) \vec{\nabla}_z \phi(R,z) \quad \Rightarrow \quad \frac{\sigma_z^2}{\rho(R,z)} \frac{\partial \rho(R,z)}{\partial z} = -\frac{\partial \phi(R,z)}{\partial z} \,, \tag{200}$$

onde fizemos a hipótese de que σ_z^2 não depende de z (na direção z o disco é isotérmico).

Por outro lado, temos também a equação de Poisson. Em coordenadas cilíndrica e assumindo simetria de rotação em torno do eixo z temos:

$$\frac{\partial^2 \phi(R,z)}{\partial z^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \phi(R,z)}{\partial R} \right) = 4\pi G \rho(R,z) \,. \tag{201}$$

Vamos assumir agora que se trata de um disco fino. Neste caso, a variação do potencial é muito mais lenta na direção R do que na direção z e podemos, em primeira aproximação assumir que o Laplaciano na direção z é muito maior do que na direção R. Desta forma, temos:

$$\frac{\partial^2\phi(R,z)}{\partial z^2} \approx 4\pi G\rho(R,z)\,. \tag{202}$$

Derivando a equação de equilíbrio hidrostático em relação a z mais uma vez obtemos:

$$\frac{\partial^2\phi(R,z)}{\partial z^2} = -\sigma_z^2\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\rho(R,z)}\frac{\partial\rho(R,z)}{\partial z}\right) \quad\Rightarrow\quad \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\rho(R,z)}\frac{\partial\rho(R,z)}{\partial z}\right) = -\frac{4\pi G}{\sigma_z^2}\rho(R,z)\,. \tag{203}$$

onde utilizamos a equação de Poisson para eliminar o potencial. Esta equação se integra analiticamente e sua solução é:

$$\rho(z) = \rho_0\,\mathrm{sech}^2(z/z_\mathrm{h}) \;\;;\;\; \mathrm{sech}^2\,x = \frac{1}{\cosh^2 x} = \frac{4}{2+e^{-2x}+e^{2x}}\,, \tag{204}$$

onde o fator de escala z_h é a 'espessura' ou 'altura' do disco e ρ_0 é a densidade em $z=0$, isto é, $\rho(R,0)$. O fator de escala do disco é dado por:

$$z_\mathrm{h}^2 = \frac{\sigma_z^2}{2\pi G\rho_0} \quad\Rightarrow\quad z_\mathrm{h} = \frac{\sigma_z^2}{2\pi G\mu_R}\,, \tag{205}$$

onde $\mu(R)$ representa a *densidade superficial* do disco, $\mu(R) \approx z_\mathrm{h}\,\rho(R,0)$.

Para $z \gg z_\mathrm{h}$, a secante hiperbólica na fórmula (204) se comporta aproximadamente como uma exponencial, $\mathrm{sech}^2(x) \simeq 4\exp(-2x)$ para $x \gg 1$.

Observacionalmente, constata-se que a altura característica do disco, z_h, é praticamente independente de R tanto nas espirais como nas lenticulares. Como z_h depende diretamente da densidade superficial que diminui exponencialmente em direção à borda da galáxia, isto implica de a dispersão de velocidades σ_z diminui com o raio R da mesma maneira.

Jan Oort em 1932 determinou que $1/2$ da massa visível está na forma de estrelas. A outra metade, desconhecida naquela época, é composta de gás, poeira, anãs brancas e marrons, estrelas de nêutrons e buracos negros estelares[23]. Além disto, estima-se que uma pequena fração é devido à Matéria Escura, cerca de 10% da densidade total na vizinhança solar. Estimativas atuais dão valores $\rho_0 \sim 0{,}1 M_\odot/\mathrm{pc}^3$ (total) e $\rho_\mathrm{dm} \sim 0{,}008 M_\odot/\mathrm{pc}^3$ (Matéria Escura). Na literatura, costumamos ver este resultado como 0,3 GeV cm^{-3}.

3.7 Oscilações acústicas de bárions (BAO)

Quando uma perturbação entra no horizonte na época da radiação, todas as componentes se comportam de maneira semelhante. A partir daí, a matéria escura fria começa a colapsar (inicialmente lentamente devido ao efeito Mészáros). Os bárions, acoplados aos fótons, oscilam (isto é, não podem colapsar) e a perturbação dos neutrinos (relativísticos) se desacopla e vai sendo amortecida. Uma onda no fluido fótons/bárions começa a se propagar com a velocidade do som, nesta época um pouco inferior à velocidade da luz. A Fig. 92 descreve esta evolução.

Em $z \approx 6000$ há a equipartição matéria–radiação e a perturbação na CDM passa a colapsar mais rapidamente, uma vez que a densidade de radiação se torna menor que a densidade de matéria no Universo. Em $z \approx 1100$ acontece a recombinação e os bárions se desacoplam dos fótons: neste momento os bárions e os fótons vão se comportar de maneira diferente, independente um do outro. Em seguida, a perturbação no fluido de fótons é amortecida e a onda no fluido de bárions estaciona (isto é, a velocidade do som cai abruptamente a praticamente zero). A posição onde a onda de bárions se encontra é aproximadamente a idade do universo multiplicada pela velocidade do som ("horizonte do som"), um pouco menor que o horizonte de partículas naquele momento (cf. Sec. 2.9.3). Os bárions então "caem" no poço de potencial de matéria escura, mas uma perturbação residual permanece no horizonte do som. Esta perturbação deixa uma assinatura que pode ser detectada na função de correlação de galáxias (veja Sec. 4.4 e a Fig. 107 mais adiante).

A medida deste excesso na função de correlação em $r \approx 155 h_{70}^{-1}$ Mpc (Eisenstein et al., 2005; Percival et al., 2010) serve como uma "régua padrão" que pode ser utilizada como um teste cosmológico. O horizonte

[23] Anã branca é o estágio final de estrelas de massa aproximadamente solar; estrela de nêutron e buraco negro estelar são estágios finais de estrelas de alta massa ($M \gtrsim 8M_\odot$); anã marrom é um objeto que não tem massa suficiente para nucleossíntese de hélio a partir do hidrogênio (produz energia por fusão de deutério).

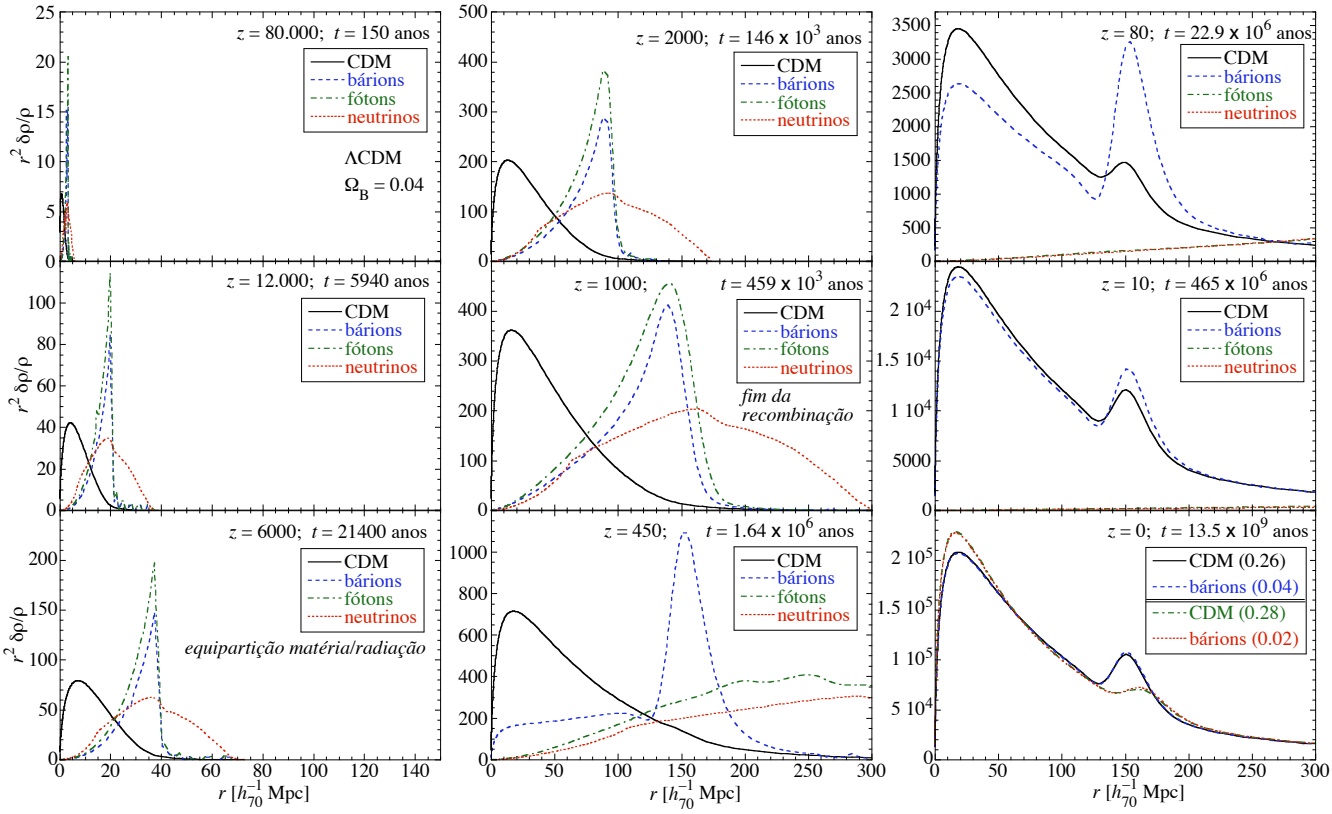


Figura 92: Evolução de uma perturbação, $\delta\rho/\bar{\rho}$ em função do tempo da matéria escura fria (CDM), bárions, fótons e neutrinos sem massa. A área sob cada curva representa a massa contida na perturbação relativa à massa $\bar{\rho}V$, no mesmo volume da perturbação. A escala espacial (em unidades comóveis) na primeira coluna é metade das outras duas colunas e a escala de densidade aumenta com o tempo. Estas curvas foram calculadas usando a aproximação linear de crescimento de perturbações para o modelo ΛCDM, $h = 0{,}7$ e $\Omega_B = 0{,}04$ (exceto no último painel onde também está ilustrado o caso $\Omega_B = 0{,}02$). Figuras baseadas em (Eisenstein, Seo & White, 2007) e no texto de D. Eisenstein em cmb.as.arizona.edu/~eisenste/acousticpeak.

de som é semelhante ao horizonte de partículas, Eq. 101, com a diferença que, ao invés de utilizarmos a velocidade da luz, utilizamos a velocidade do som (veja Eq. (143) na pág. 75):

$$c_{\rm som} = c\,[3(1+(3/4)\rho_b/\rho_\gamma)]^{-1/2} \tag{206}$$

onde ρ_γ é a densidade de fótons (conhecida a partir da radiação cósmica de fundo) e ρ_b é a densidade de bárions (conhecida via CMB e nucleossíntese primordial).

Tully et al. (2023) detectaram um candidato que pode corresponder a uma única onda acústica de bárions, isto um estrutura relativamente densa no centro com um anel praticamente esférico de sobredensidade. A região central corresponde aproximadamente ao superaglomerado de Boötes e o raio da estrutura é de $166h_{70}^{-1}$ Mpc. A sobredensidade é formada (em 3 dimensões) pelo "Grande Muro do CfA" (veja Fig. 101), "Grande Muro do SDSS", e os superaglomerados de Hércules, Corona Borealis, Ursa Maior e SCL 144. Esta estrutura foi chamada de "Ho'oleilana", que significa "murmúrios do despertar" em Havaiano.

3.8 Simulações numéricas

Os métodos de linearização das equações que governam a formação e evolução de estruturas só podem ser utilizadas enquanto $\delta \ll 1$. Para $\delta \gtrsim 1$ o problema se torna não-linear e o sistema de equações deve ser resolvido sem aproximações.

A figura 93 mostra a diferença entre a evolução de δ prevista pela aproximação linear e obtida por um tratamento exato. Neste caso, consideramos a evolução de uma região esférica de densidade homogênea (modelo "*top-hat*" que será visto em detalhes mais adiante, Sec. 8.1).

Um modo de se resolver este problema é através de *simulações numéricas* onde as equações de movimento são resolvidas explicitamente. As simulações numéricas para o estudo de formação de estruturas em

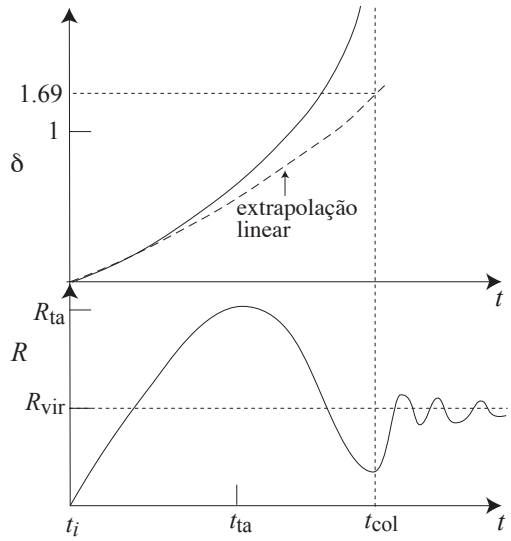


Figura 93: Evolução de uma esfera homogênea. No início o contraste de densidade evolui como previsto pela teoria linear. Eventualmente, a esfera termina sua expansão (o momento do "*turn-around*", $t_{\rm ta}$) e colapsa. Seu raio final de equilíbrio será aproximadamente metade do raio de *turn-around*, o raio do virial, $R_{\rm vir}$. Sua densidade média será $\sim 200\rho(t_{\rm col})$. Claramente a aproximação linear não é adequada para modelar o colapso esférico; a discussão detalhada da evolução não linear da formação de estruturas está no capítulo 8.

grande escala e interações de galáxias utilizam a Mecânica Newtoniana e não a teoria da relatividade geral. As hipóteses que permitem esta simplificação são (I) os campos gravitacionais são fracos ($\phi_{\rm grav}/c^2 \ll 1$) e (II) a origem do campo gravitacional é a matéria não relativística ($v/c \ll 1$).

Muito esforço tem sido feito neste sentido desde os anos 1970 (simulações com poucos milhares de partículas, p.ex., Peebles, 1970). Nos anos 1980, as simulações cosmológicas começam a ter resolução espacial (e em massa) suficiente para comparação quantitativa entre diversos modelos cosmológico (Figura 94)

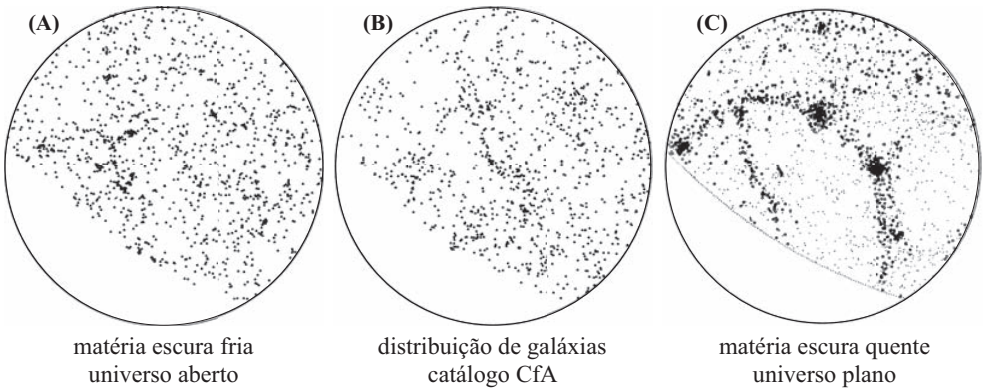


Figura 94: Simulações numéricas com 32768 (32^3) partículas em uma grade cúbica de **(A)** um universo aberto dominado por CDM e $\Omega_M = 0{,}2$ e **(C)** universo plano dominado por HDM. No centro, **(B)** uma distribuição comparável às simulações das galáxias do catálogo do CfA (veja Sec. 4.3). Figura tirada de Frenk (1986) [veja também Davis et al. (1985)].

Nos anos 1990, o número de partículas nas simulações aumenta de forma a permitir comparações cada vez mais detalhadas, por exemplo, pela determinação da função de massa (número de halos colapsados em função da massa e *redshift* – veremos isto na Sec. 8.4). A figura 95 mostra um exemplo destas simulações do *Virgo Consortium*.

Nestas simulações podemos notar a influência do modelo cosmológico na formação de estruturas. No cenário ΛCDM, os filamentos são mais claramente definidos e os vazios (*voids*, veja Sec. 4.3.1) são maiores em $z = 0$. No SCDM, praticamente não há grandes estruturas em $z = 3$.

Na sequência de quadros da Fig. 96 podemos acompanhar a formação de halos de matéria escura que correspondem aos aglomerados de galáxias ricos do Universo local. Pode-se notar que mesmo em alto *redshift* já há indício de uma sobredensidade em grande escala onde se formará o halo e que a "teia-cósmica"[24] já está bem delineada em $z \sim 5$.

As simulações também têm limitações: em algumas simulações, p.ex., a resolução espacial é da ordem

[24] O termo teia-cósmica (*cosmic web*, cunhado por Bond et al. (1996)) traduz uma imagem de como os filamentos de galáxias (e matéria escura) se entrelaçam no Universo.

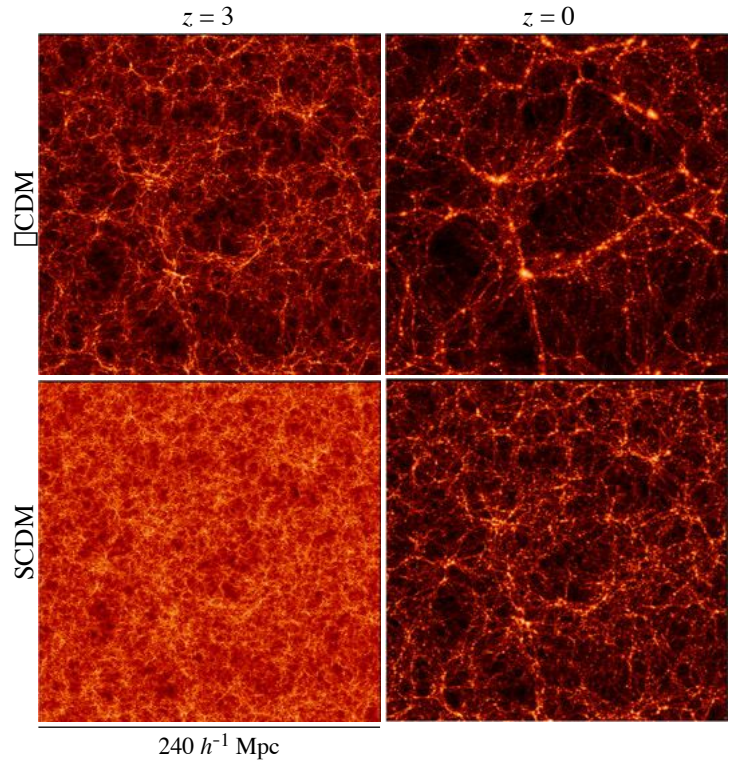


Figura 95: Simulação de dois cenários cosmológicos, ΛCDM ($\Omega_\Lambda = 0{,}7$, $\Omega_M = 0{,}3$, $h = 0{,}7$) e SCDM ($\Omega_M = 1$, $h = 0{,}5$), mostrados na época atual ($z = 0$) e em $z = 3$. A profundidade da fatia do Universo nos painéis tem um décimo da largura. Cada simulação tem 256^3 partículas. Figura tirada de (Jenkins et al., 1998, *Virgo Consortium*).

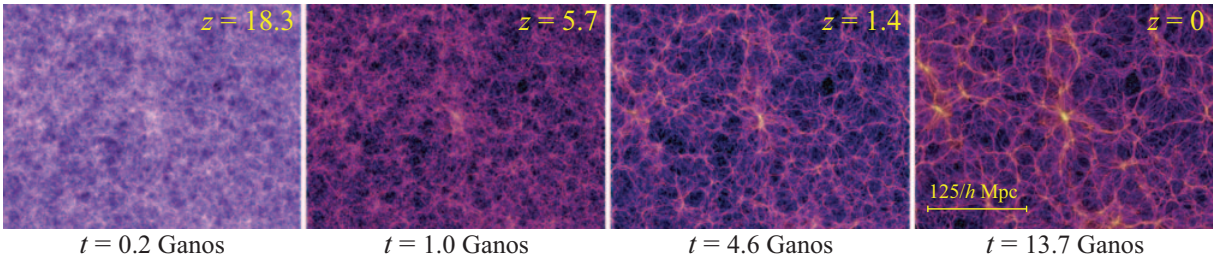


Figura 96: Sequência ilustrando a evolução da densidade (apenas matéria escura fria) da Simulação do Millennium (Springel et al., 2005), onde observamos a formação dos filamentos ("teia-cósmica") e de halos de aglomerados de galáxias. Figura tirada da página: www.mpa-garching.mpg.de/galform/virgo/millennium

de dezenas de kpcs, isto é, não podemos resolver as galáxias ou estruturas menores. Além disto, cada simulação, com um modelo cosmológico diferente, necessita de dezenas de horas (nos menores casos) até meses em super-computadores paralelos. Outras simulações têm alta resolução espacial (até 20 pc, como na simulação "Aquarius"), mas têm um volume simulado pequeno do ponto de vista cosmológico; neste caso não há grandes estruturas como aglomerados ricos.

Algumas simulações cosmológicas mais recentes que podemos destacar são: "Hubble Volume Project", simulação com 1 bilhão de partículas em um volume comparável ao volume de Hubble (Colberg et al., 2000); "Millennium Simulation I e II", com 10 bilhões de partículas e com diversos resultados públicos (catálogo de halos, árvore de fusões) (Springel et al., 2005; Boylan-Kolchin et al., 2009); "Aquarius Project", simulação em alta resolução de um halo comparável à Via Láctea (Springel et al., 2009); "Horizon Simulation", 70 bilhões de partículas em um volume de $8h^{-1}$ Gpc^3 (Teyssier et al., 2009); "DEUS – Dark Energy Universe Simulation", 550 bilhões de partículas em um cubo de 21/h Gpc^3 (Alimi et al., 2012). "Illustris" e "Illustris-TNG" várias simulações de alta resolução em diferentes volumes e números de partículas (gás e DM) (Springel et al., 2018).

4 Cosmografia, “surveys” e distribuição de galáxias

4.1 Distribuição de galáxias

O objetivo da cosmografia é dar uma descrição “geográfica” do Universo, que pode ser usada para dar vínculos aos modelos de formação de estrutura em grande escala. Na tabela 6 mostramos algumas escalas e velocidades típicas.

Tabela 6: Dimensões e escalas típicas (tirado de Ostriker, 1991).

Sistema	velocidade (km/s)	dimensão (pc)
Terra–Sol	30	$4{,}1 \times 10^{-6}$
Sol–Estrelas locais	30	$1{,}0 \times 10^{2}$
LSR–Centro galáctico	200	$8{,}0 \times 10^{3}$
Centro galáctico–M31	100	$6{,}5 \times 10^{5}$
Grupo Local–Virgo	300	$1{,}7 \times 10^{7}$
Super Aglomerado Local–CMB	600	$6{,}5 \times 10^{7}$

Nota: LSR é o sistema de referência em relação às estrelas próximas.

Os primeiros *surveys* tinham por objetivo mapear a distribuição projetada das galáxias no plano do céu. Até a metade do século XX, os surveys eram limitados espacialmente (cobriam apenas uma pequena fração da esfera celeste) ou limitados em fluxo (veja Introdução histórica na Sec. 1). Apesar disto, algumas estruturas em grande escala puderam ser identificadas, em particular o *super-aglomerado local* (veja Fig. 97 de Vaucouleurs, 1953).

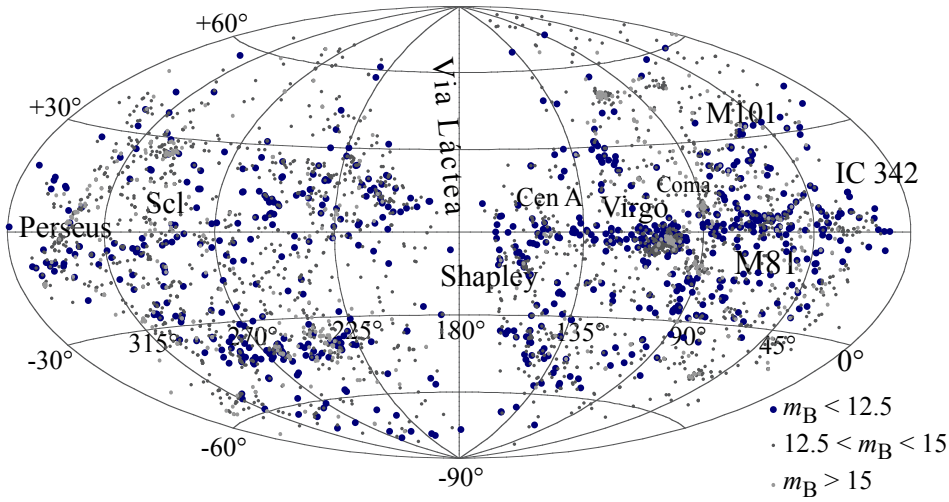


Figura 97: Distribuição de galáxias próximas em coordenadas supergalácticas, com destaque à distribuição quase plana do super-aglomerado local com centro em Virgo. As galáxias estão separadas por intervalo de magnitude aparente, dando grosseiramente uma informação sobre a distância das estruturas observadas. Figura feita com um subconjunto de galáxias do catálogo RC3.

Shane & Wirtanen (1967) publicam um catálogo com a contagem de galáxias das placas do observatório Lick (iniciado em 1948, publicado parcialmente em 1954), cobrindo uma vasta extensão do hemisfério norte. Deste trabalho resultou os primeiros estudos quantitativos da distribuição de matéria em grande escala, em particular a tendência de aglomerados de galáxias se juntarem em estruturas maiores.

A figura 98 ilustra a distribuição das galáxias mais brilhantes, provenientes do catálogo RC3 (de Vaucouleurs et al., 1991), com magnitude $m_B < 15{,}5$, dimensão $D_{25} \gtrsim 1$ arcmin e $z < 0{,}05$. Esta figura é três magnitudes mais profunda do que a Fig. 97. Como

$$m_1 - m_2 = 5 \log(D_1/D_2) \quad \text{se} \quad m_1 - m_2 = 3 \quad \Rightarrow \quad D_1/D_2 \approx 4\,.$$

isto é, a Fig. 98 é 4 vezes mais profunda do que a Fig. 97.

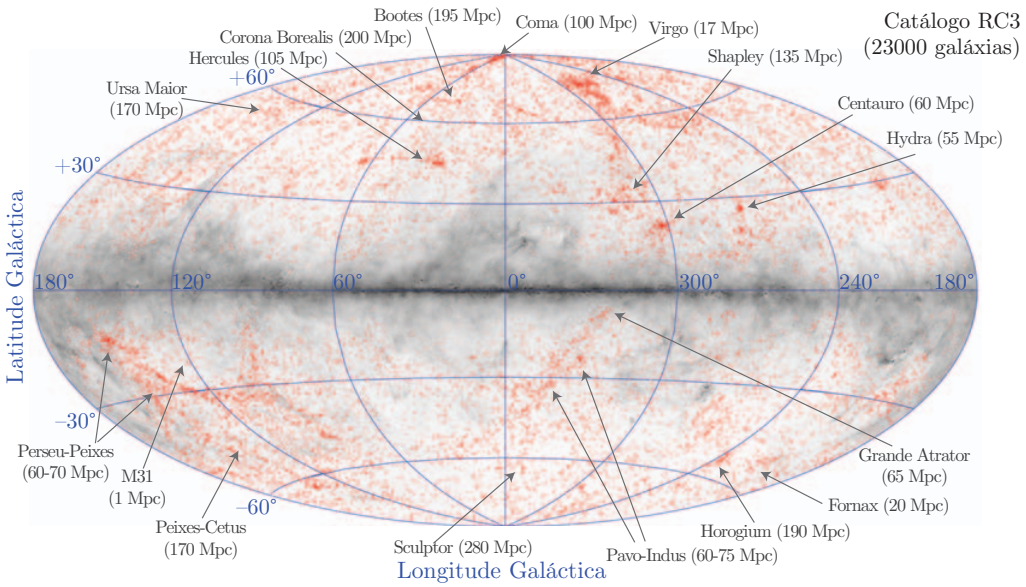


Figura 98: Distribuição em toda a esfera celeste (em coordenada galácticas) das galáxias mais brilhantes que $m_B = 15{,}5$ [catálogo RC3, de Vaucouleurs et al. (1991)]. Note a "zona de exclusão" (*avoidance zone*) relacionada ao obscurecimento devido à poeira da Via Láctea no plano equatorial deste gráfico. Em cinza a distribuição de poeira (Schlegel et al., 1998)

As galáxias desta figura são representativas (apesar dos limites impostos no catálogo) de um pequeno volume do Universo próximo, até distâncias de $d \approx 150h^{-1}$Mpc. Nesta figura é evidente que a distribuição das galáxias não é uniforme: nota-se a presença de concentrações (os aglomerados e super-aglomerados) e de vazios.

Contudo, uma distribuição homogênea das galáxias começa a se manifestar quando são amostradas galáxias até magnitudes maiores (consequentemente, mais distantes). Na figura 99, vemos a distribuição de cerca de três milhões de galáxias em uma área de $\sim 100° \times 50°$ ($\sim 1/10$ do céu).

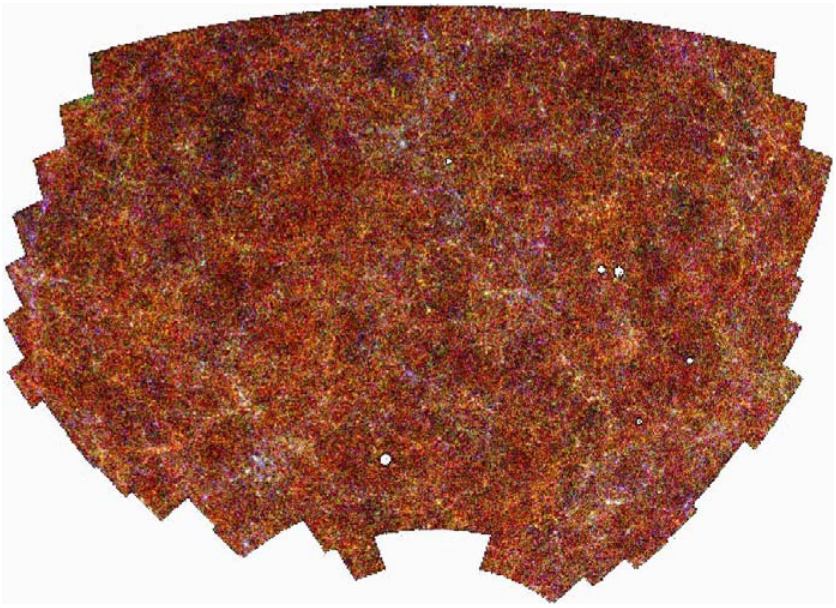


Figura 99: Projeção Hammer-Aitoff (área igual) de cerca de 3 milhões de galáxias ao redor do polo sul galáctico ($5^{\rm h} < \alpha < 21^{\rm h}$, $-72° < \delta < -18°$), obtido pelo *APM galaxy survey* (Maddox et al., 1990). As galáxias têm magnitude aparente entre $17 \leq b_J \leq 20.5$ (as mais fracas estão representadas em vermelho, as intermediárias em verde e as mais brilhantes em azul).

Apesar de notarmos a presença de estruturas, que são visíveis sobretudo nas galáxias mais brilhantes (i.e., próximas), é claro que a distribuição se torna mais homogênea quando examinamos um volume maior do Universo. Na verdade, uma análise quantitativa (Maddox et al., 1990) da distribuição de galáxias do APM *survey*, revela mais estruturas do que o previsto teoricamente pelo chamado modelo CDM standard ($\Omega_M = 1$).

A poeira da Galáxia é um empecilho na observação de objetos extragalácticos no visível, que pode ser minimizado com observações no infravermelho. O *survey* 2MASS (2 *Micron All Sky Survey*) fez um levantamento de toda a esfera celeste (um telescópio no Arizona, EUA e outro em Cerro Tololo, Chile) em três bandas $J(1{,}25\mu)$, $H(1{,}65\mu)$, e $K_s(2{,}17\mu)$. Além das imagens disponíveis publicamente, o 2MASS produziu um catálogo de fontes extensas, a grande maioria galáxias, com mais de 10^6 objetos (Jarrett et al., 2004).

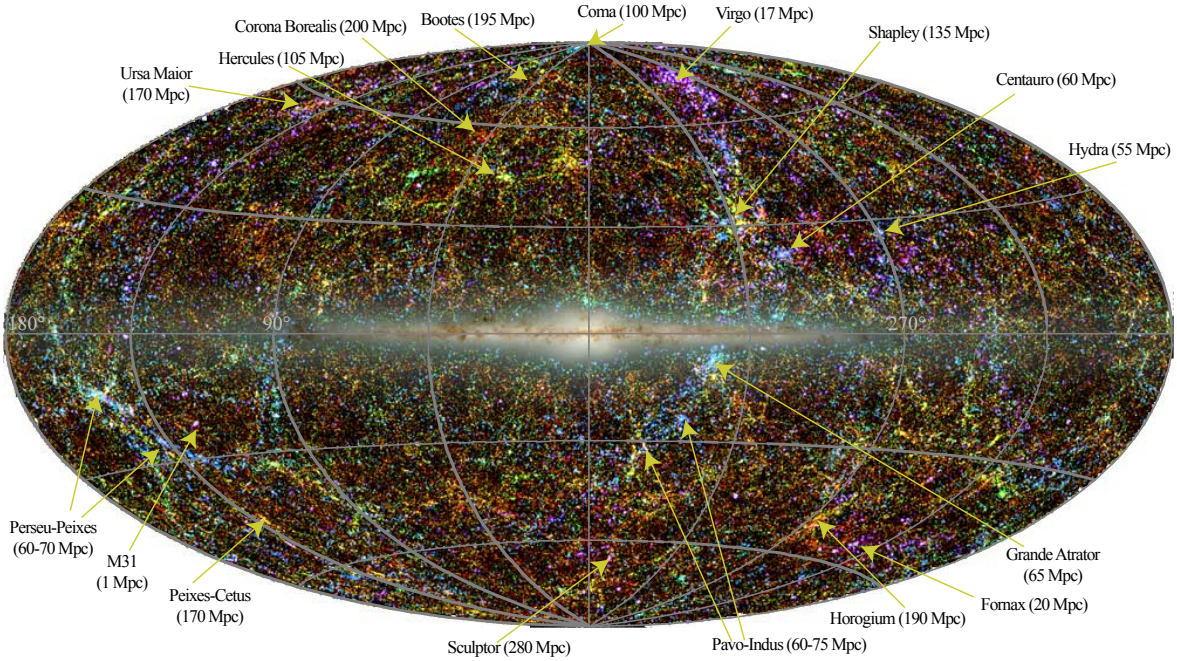


Figura 100: Estrutura em grande escala vista pelo 2MASS, em uma projeção de áreas iguais (Hammer-Aitoff) em coordenadas Galácticas. As cores representam diferentes intervalos de redshift. As distâncias de algumas estruturas estão indicadas entre parênteses. Figura original criada por T. Jarrett (IPAC/Caltech); veja também Jarrett et al. (2004).

Com o 2MASS foi possível observar galáxias muito mais próximas do plano Galáctico, a "Zona de Exclusão" (*Avoidance Zone*). Mesmo sendo menos profunda que o *survey* AMP, o 2MASS tem a vantagem de cobrir toda a esfera celeste e mostrar a estrutura filamentar da distribuição de galáxias no universo local.

4.2 Super-aglomerado de galáxias

Após o reconhecimento que galáxias são de fato objetos extragalácticos no final da década de 1920, Shapley (em 1933) nota a presença de vários sistemas binários e triplos entre os 25 aglomerados que ele cataloga: "*It is possible that clusters are but nuclei or concentrations in a very extensive canopy of galaxies*".

A questão sobre a possibilidade da existência de "aglomerados de aglomerados de galáxias" continua com a publicação de Shane & Wirtanen, em 1954, de mapas de galáxias que mostram "*a strong tendency for clusters to occur in groups of two of more*". Em 1956, Jerzy Neyman, Elisabeth Scott & Charles Donald Shane publicaram o primeiro estudo estatístico de aglomeração de galáxias incluindo "*second-order clusters*", isto é, super-aglomerados.

Contudo, em 1957, Zwicky declara que "não há evidências de aglomeração de aglomerados... Aglomerados se distribuem aleatoriamente", enquanto, em 1958, George O. Abell (1927–1983) examina a distribuição de aglomerados em seu catálogo e conclui que "aglomerados de aglomerados existem". Um dos primeiros artigos de revisão sobre aglomerados de galáxias é de Oort (1983).

Os super-aglomerado são tipicamente estruturas filamentares e/ou achatadas, com dimensões de dezenas de Mpc e massa da ordem de 10^{16}–$10^{17} M_\odot$.

Super-aglomerados de galáxias são estruturas que acabaram de passar pelo "*turning-point*" (veja Sec. 8), isto é, deixaram de expandir com o resto do Universo e começaram a colapsar devido à sua massa. Os super-aglomerados estão colapsando e tem, geralmente, um contraste de densidade $\delta > 1$. Em outras palavras, super-aglomerados *não são estruturas colapsadas* como aglomerados e estruturas menores.

Em um Universo ΛCDM, até que ponto as grandes estruturas podem eventualmente colapsar? A expansão acelerada pela energia escura impede o colapso de regiões onde o poço de potencial gravitacional hoje não seja suficientemente profundo. Analisando o colapso de sobredensidades em um cenário ΛCDM, Busha et al. (2003) mostrou que a condição para uma região eventualmente colapsar no futuro é:

$$M_0 \gtrsim h_{70}^2 \left(\frac{r_0}{1\ \mathrm{Mpc}}\right)^3 3\times 10^{12} M_\odot\,, \tag{207}$$

onde r_0 e M_0 são o raio e a massa da estrutura hoje. Por exemplo, um super-aglomerado com $10^{16}\,M_\odot$ com raio menor ou igual 15 Mpc deve colapsar no futuro.

Por outro lado, tomando o super-aglomerado local, com centro em Virgo, podemos verificar se o Grupo Local (descrito no capítulo 7) permanecerá ligado ou não a esta estrutura. Assumindo uma massa para o super-aglomerado de Virgo de $\sim 10^{15}\,M_\odot$ (note que esta não é a massa do aglomerado de Virgo) e a distância do Grupo Local de ~ 17 Mpc, verificamos usando a Eq. (207) que a massa do super-aglomerado local é cerca de 20 vezes menor que o necessário para manter o Grupo Local gravitacionalmente ligado. Assim, eventualmente, a expansão acelerada ira afastar o Grupo Local do aglomerado de Virgo. Note que, atualmente, o Grupo Local ainda está sendo desacelerado por Virgo (veja Sec. 7.9).

4.3 *Surveys* 3D – *redshift* como distância

As distribuições mostradas acima são projetadas no plano do céu e, portanto, perdemos parte da informação sobre a distribuição espacial em três dimensões das galáxias. A obtenção da distribuição 3D das galáxias é um dos maiores desafios da astronomia extragaláctica. A maneira mais fácil de se obter a distância de objetos extragalácticos é pela utilização do espectro das galáxias, medindo-se o (*redshifts*). Contudo, como veremos mais abaixo, o uso do *redshift* (isto é, velocidades radiais) e da Lei de Hubble nos dá uma distribuição **pseudo-3D**.

A partir de levantamentos (*surveys*) de *redshift* é possível obter uma representação espacial da distribuição de galáxias. Estes *surveys* podem ser (I) em uma pequena região do céu (chamado '*pencil-beam*') que tem como vantagem de poder ser completo a distâncias elevadas; (II) em fatias, podendo dar uma visão em duas dimensões das quais uma é a profundidade (distância radial); e (III) *surveys* de uma grande região ou mesmo de toda a esfera celeste. Este último só começou a ser possível tecnicamente a partir da última década do século XX.

O trabalho pioneiro utilizando o mapeamento 3D de Gregory & Thompson (1978) na região do super-aglomerado Coma/Abell 1367 foi feito com o medidas de 238 galáxias. A figura 101 mostra o resultado do *survey* CfA2, também na região de Coma, com 1100 galáxias (de Lapparent, Geller & Huchra, 1986). Este é um *survey* de duas fatias da esfera celeste e mostrou pela primeira vez a existência de grandes estruturas (em três dimensões) como o famoso "Grande Muro do CfA" e o filamento de galáxias na região de Perseu–Peixes (Fig. 102).

Enquanto podíamos suspeitar da existência de estruturas como o Grande Muro do CfA a partir da distribuição projetada de galáxias, foi através de *surveys* de *redshift* que foi confirmada a existência de grandes vazios, regiões praticamente sem galáxias, de dimensões $\sim 100h^{-1}$Mpc (por exemplo, o vazio de Boötes, Kirshner, Oemler & Schechter, 1987).

Na figura 103 vemos a distribuição em uma fatia do céu mais profunda, resultado do *survey* de Las Campanas (Shectman et al., 1996), com galáxias no intervalo $15{,}0 < R < 17{,}7$ cobrindo cerca de 1000 graus quadrados. Notemos que não aparecem estruturas maiores do que o grande muro ou vazios com mais do que $\sim 100h^{-1}$Mpc de dimensão.

O maior conjunto de *redshifts* de galáxias medidos de forma homogênea é o do *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS). O *Data Release* 15 (ou DR15) de julho/2017 tem 2,4 milhões de espectros de galáxias. A fig. 104 mostra uma fatia da distribuição de galáxias com $z < 0{,}5$ ao longo do equador celeste.

Atualmente, a maior estrutura observada no Universo é o Grande Muro do SDSS (*SDSS Great Wall*), localizado a uma distância mediana de 310 Mpc, entre $8^{\mathrm{h}}{,}7$ e 14^{h}. Sua extensão linear é de cerca de $400h_{70}^{-1}$ Mpc (Gott et al., 2005) (o Grande Muro não visto claramente na Fig. 104 devido à fatia usada ser muito fina em declinação, apenas 2,4°).

Devemos lembrar que nestes diagramas não estamos observando a distribuição das partículas no espaço real, mas no espaço de velocidades. Estas velocidades estão relacionadas às distâncias pela lei de Hubble. Contudo, esta determinação de "distâncias" é afetada pelo movimento próprio dos objetos em relação ao fluxo de Hubble. A figura 105 ilustra a diferença entre a distribuição no espaço real e de velocidades.

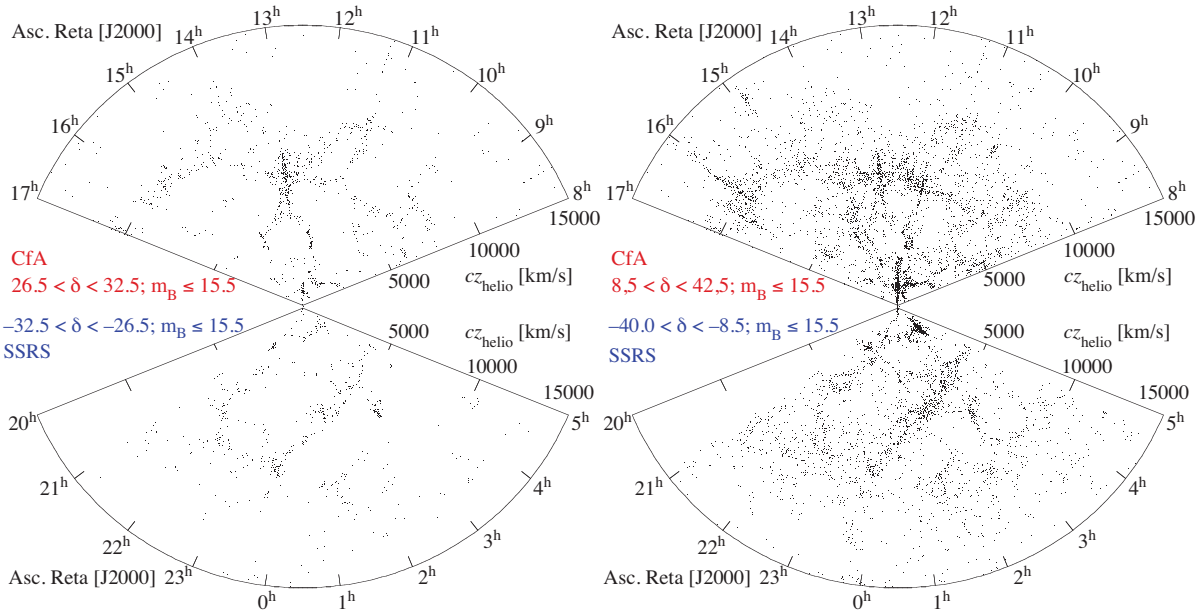


Figura 101: Distribuição de galáxias com $m_B \leq 15.5$ do *survey* do CfA (de Lapparent, Geller & Huchra, 1986) no Norte e do SSRS (*South Sky Redshift Survey,* da Costa et al., 1988), no Sul. Esquerda: a fatia de declinação é de $26\overset{\circ}{.}5 < |\delta| < 32\overset{\circ}{.}5$; Direita: a fatia é maior, de $8\overset{\circ}{.}5 < |\delta| < 42\overset{\circ}{.}5$ (-40° no Sul). No Norte, a estrutura central é o aglomerado de Coma. A estrutura perpendicular a Coma é chamada "Grande Muro do CfA" (*CfA Great Wall*). No Sul, vemos um vazio ($\sim 23^h$ e 5000 km/s) e o Grande Muro do Sul. Note como os aglomerados ricos aparecem como "dedos de deus".

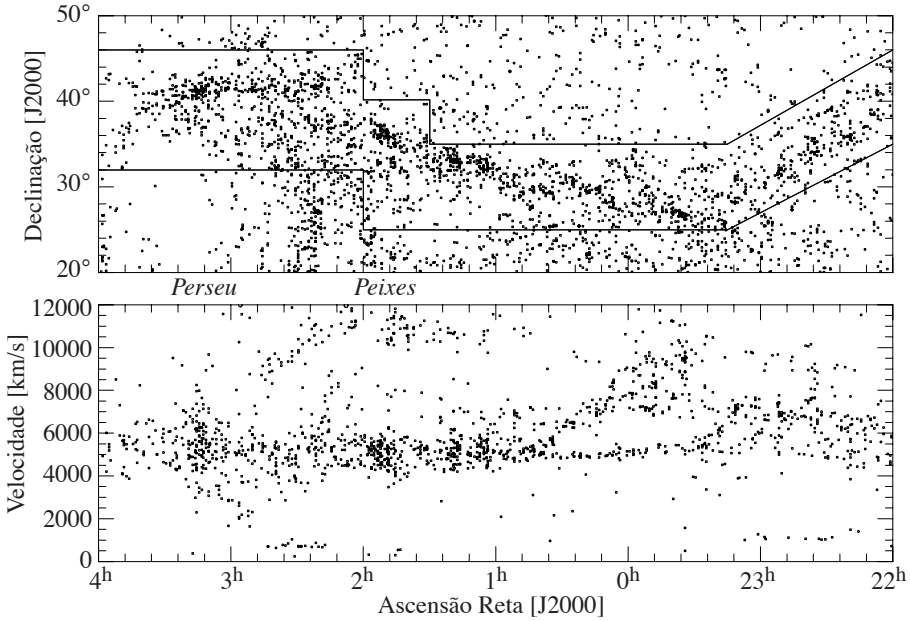


Figura 102: Filamento de galáxias na região Perseu–Peixes, projetado no plano do céu (acima) e no espaço de velocidades (abaixo). *Survey* realizado por Wegner et al. (1993).

No espaço de velocidades, as regiões já colapsadas e em equilíbrio (os aglomerados ricos) aparecem alongadas na direção da linha de visada do observador. Isto se dá devido aos movimentos próprios das galáxias no poço de potencial do aglomerado; este fenômeno é popularmente chamado de "dedo-de-deus". Podemos também observar que os vazios aparecem artificialmente mais vazios no espaço de velocidades e os muros de galáxias menos espessos. Isto ocorre devido ao movimento próprio ordenado em grande escala na direção de grandes estruturas (filamentos de várias dezenas de megaparsecs), o chamado efeito Kaiser (1987).

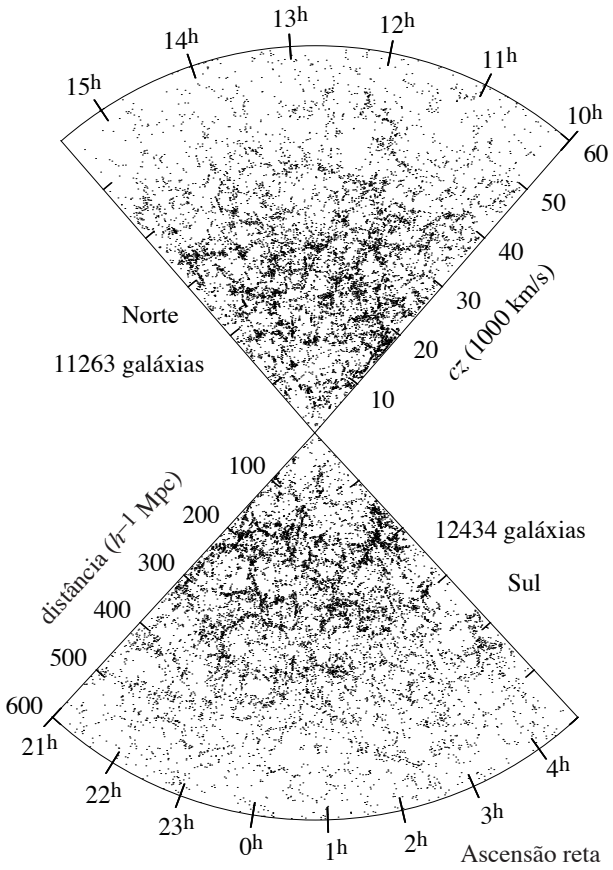


Figura 103: *Survey* de Las Campanas (Shectman et al., 1996). A parte Norte compreende as declinações $-3° \leq \delta \leq -12°$; no Sul os limites são $-39° \leq \delta \leq -45°$. A aparente diminuição do número de galáxias para velocidades maiores do que $\sim 45 \times 10^3$ km s^{-1} ($z \gtrsim 0{,}15$) é devido à incompletude da amostra; apenas as galáxias mais brilhantes (e mais raras) são observadas a grandes distâncias (veja seção 4.7).

Na primeira década do século ~~XXI~~ os surveys 2dF, 6dF (2 e 6 *degrees fields*, Austrália) e SDSS (Sloan Digital Sky Survey, EUA), proporcionam milhões de *redshifts* em cerca de 1/4 da esfera celeste.

4.3.1 Vazios cósmicos (*voids*)

A matéria tende a se agrupar em filamentos em grande escala, delimitando grande regiões de algumas dezenas até ~ 100 Mpc (tamanho "típico" entre 30 e 60 Mpc), com poucas ou nenhuma galáxia brilhante. Estas regiões são chamadas **vazios cósmicos** (*voids*). Os vazios cósmicos foram detectados pela primeira vez por Gregory & Thompson (1978) e Jõeveer et al. (1978) a partir da distribuição 3D (a profundidade dada pelo *redshift* e a lei de Hubble–Lemaître). No cenário ΛCDM, os vazios correspondem a cerca de $\sim 77\%$ do volume do Universo mas são responsáveis por apenas $\sim 15\%$ da matéria–energia total (van de Weygaert, 2016; Delgado Gaspar el al., 2019).

Estas estruturas se formam pela perda de matéria, que flui para os filamentos cósmicos; originalmente os vazios são regiões com densidade abaixo da densidade média do Universo. Morfologicamente, os vazios são aproximadamente esféricos.

A densidade de partículas bariônicas nos vazios no *redshift* z pode ser estimada por:

$$\rho_v(z) = \rho_c \Omega_B (1+\delta)(1+z)^3 \approx 2{,}66 h_{70}^2 \frac{\Omega_B}{0{,}0484}(1+\delta)(1+z)^3 \text{ cm}^{-3}\,,$$

onde δ é o contraste de densidade do vazio (neste caso, $-1 < \delta < 0$). Tomando $\delta \sim -0.5$, a densidade do meio intergaláctico no vazio é da ordem de $\sim 10^{-7}$ cm^{-3}, isto é, entre 4 a 5 ordens de grandeza menor que a densidade de bárions em aglomerados de galáxias. A temperatura é da ordem de 10^2 K, mas há muita incerteza. Se por um lado há o resfriamento adiabático do plasma (sec. 2.5.4), há também processos de aquecimento devido à interação com a emissão de radiação (AGNs e galáxias com alta taxa de formação estelar) e raios cósmicos de AGNs próximos.

As poucas galáxias em *voids* são em média mais azuis, menos massivas com morfologia *late-type* e com maior taxa de formação estelar quando comparadas com galáxias em filamentos e aglomerados. A história de formação estelar também é diferente para galáxias em *voids*, com uma taxa mais lenta de formação de estrelas comparadas com galáxias em ambientes mais densos (Domínguez-Gómez et al., 2023).

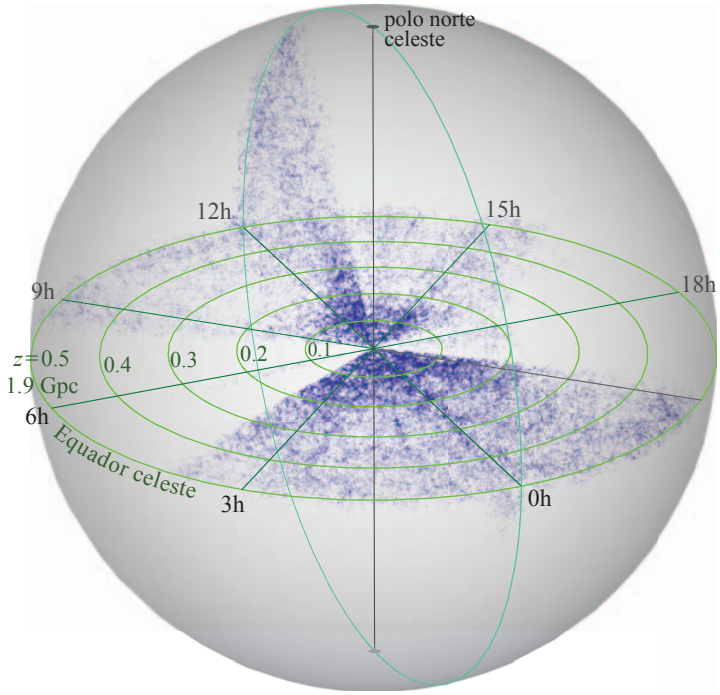


Figura 104: Distribuição das galáxias com velocidade medida do SDSS-DR12 compreendendo um faixa entre $-2{,}5° \leq \delta \leq +2{,}5°$ em todo o equador celeste e uma faixa perpendicular entre a ascensão reta $0^{\rm h}$ e $12^{\rm h}$. Note que os lados opostos não têm a mesma completude. Neste gráfico temos um pouco menos de 180 mil galáxias. Compare a dimensão radial deste *survey* com o das Las Campanas, Fig. 103.

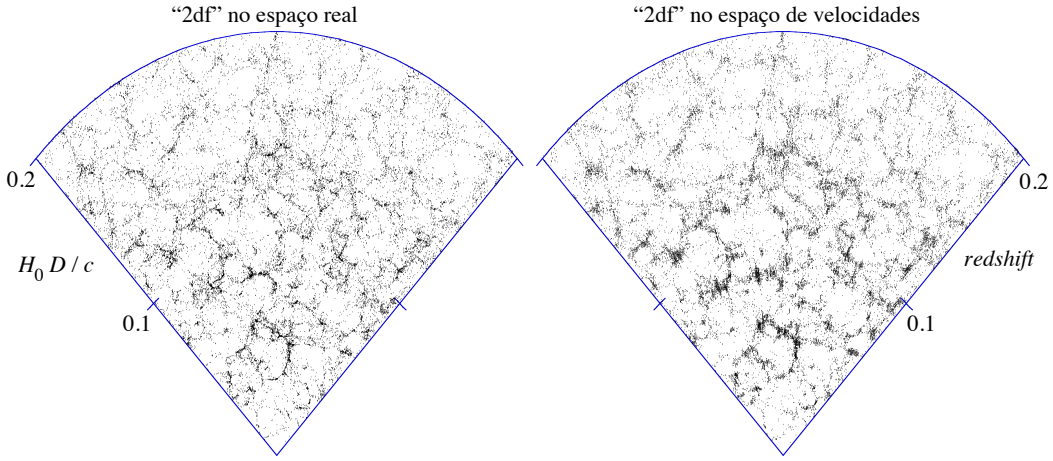


Figura 105: Comparação entre a distribuição de "galáxias" no espaço real e de velocidades em um cenário ΛCDM. Os pontos desta figura foram tirados de uma simulação cosmológica de N-corpos de forma a reproduzir o *survey* 2dF. As figuras são tiradas de Cole et al. (1998).

4.4 Função de correlação

Se tivermos uma coleção de N pontos distribuídos aleatoriamente em um volume V, a probabilidade de encontrar um ponto em um pequeno volume $\mathrm{d}V$ é simplesmente $\mathrm{d}P = n\,\mathrm{d}V$, onde $n = N/V$ é a densidade numérica. A probabilidade de encontrar 2 objetos, cada um em um volume $\mathrm{d}V$ será então $\mathrm{d}P = n^2\,\mathrm{d}V_1\,\mathrm{d}V_2$, independente da distância entre estes dois volumes. Se houver aglomerações, então esta probabilidade se altera e, em geral, passa a depender da separação entre os dois volumes considerados.

Um método de se quantificar as aglomerações no Universo é através da *função de correlação*. A chamada função de correlação de dois pontos, $\xi(r)$, é definida da seguinte maneira:

$$\mathrm{d}P \equiv n^2[1+\xi(r)]\,\mathrm{d}^3r_1\,\mathrm{d}^3r_2\,. \tag{208}$$

A equação acima dá a probabilidade de se encontrar um objeto nos volumes d^3r_1 e d^3r_2 separados por uma distância r quando a densidade média destes objetos é n. Em média, o número de objetos, $\mathrm{d}N$, entre r e $r+\mathrm{d}r$ de um dado objeto (por exemplo, uma galáxia) é $\mathrm{d}N = n(1+\xi(r))4\pi r^2\,\mathrm{d}r$.

Podemos ter três casos para a função de correlação:

- $\xi = 0$: distribuição aleatória (distribuição de Poisson);
- $\xi > 0$: distribuição aglomerada (correlação positiva);
- $\xi < 0$: distribuição "anti-aglomerada" (segregada).

A figura 106 ilustra os casos citados acima. Note que distribuição aleatória não significa distribuição uniforme (como em um cristal, por exemplo). Se o Universo for homogêneo em grande escala, então devemos ter a seguinte relação:

$$\lim_{r\to\infty} \frac{1}{r^3} \int_0^r \xi(r') r'^2 \, \mathrm{d}r' = 0 \,. \tag{209}$$

Além disto, se $\xi(r) > 0$ para algum intervalo em r, então $\xi(r)$ deve ser negativa no intervalo complementar.

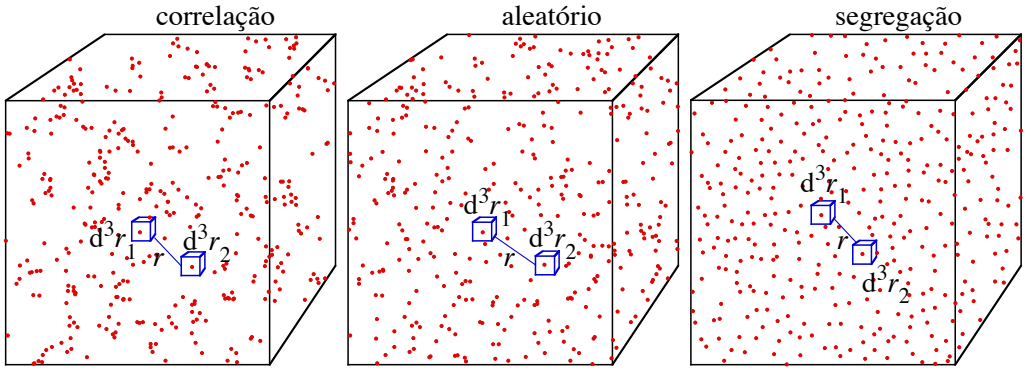


Figura 106: Esquerda: Distribuição onde as partículas se encontram preferencialmente agrupadas (função de correlação positiva); Centro: Distribuição aleatória (Poisson); Direita: Distribuição anti-correlacionado, onde as partículas estão preferencialmente distantes uma das outras, como na superfície de bolhas ou em uma rede cristalina.

Na prática, são utilizados estimadores da função de correlação baseados na contagem de pares de objetos, $N_{\rm pares}$, em função da distância, i.e.,

$$N_{\rm pares} = \sum_{i\neq j} \phi_r(i,j) \,, \quad \text{onde} \quad \phi_r(i,j) = \begin{cases} 1 \,; & r \leq d(i,j) \leq r + \delta r \\ 0 \,; & d(i,j) < r \ \text{ ou } \ d(i,j) > r + \delta r \,, \end{cases} \tag{210}$$

onde $d(i,j)$ é a distância entre os pontos i e j. A contagem de pares pode ser feita na base de dados estudada (por exemplo, um catálogo de posições de galáxias), mas também pode ser feita em um catálogo de pontos gerados aleatoriamente ou mesmo cruzando um catálogo real com um aleatório (neste caso, o ponto i está no catálogo real e o ponto j vem do catálogo aleatório). Kerscher et al. (2000) analisaram vários estimadores da função de correlação, o mais simples deles dado pela relação:

$$\xi(r) = \frac{N_{\rm pares}(r)}{N_{\rm aleatório}(r)} - 1 \,, \tag{211}$$

onde $N_{\rm pares}(r)$ está definido acima e $N_{\rm aleatório}(r)$ é a mesma quantidade que a precedente no caso de uma distribuição aleatória. $N_{\rm aleatório}(r)$ pode ser estimada por:

$$N_{\rm aleatório}(r) \approx \frac{1}{2} N_0 n(r)\, 4\pi r^2 \delta r = \frac{1}{2} N_0^2 \frac{\delta V}{V} \,, \tag{212}$$

onde N_0 é o número total de objetos no volume V e $n(r)$ é a densidade numérica em r.

Também podemos determinar a função $\xi(r)$ apenas com as posições projetadas dos objetos; neste caso precisamos deprojetar a *função de correlação angular*, $w(\theta)$, que é definida de maneira semelhante a $\xi(r)$:

$$\mathrm{d}P = n^2 [1 + w(\theta)] \, \mathrm{d}\Omega_1 \, \mathrm{d}\Omega_2 \,, \tag{213}$$

onde Ω_1 e Ω_2 são elementos de ângulo sólido com separação angular θ.

A deprojeção de $w(\theta)$ é feita através da *equação de Limber* (1953, veja também Peebles (1993)):

$$w(\theta) = \int_0^\infty \phi^2(y) y^4 \, \mathrm{d}y \int_{-\infty}^{+\infty} \xi\left(\sqrt{x^2 + y^2\theta^2}\right) \mathrm{d}x \,, \tag{214}$$

onde $\phi(y)$ é a função de seleção radial do catálogo, isto é, a função que descreve a densidade numérica de objetos em função da distância radial levando-se em conta os critérios de seleção do catálogo (p.ex., magnitude limite e função de luminosidade dos objetos). Se $\xi(r) \propto r^{-\gamma}$, então $w(\theta) \propto \theta^{1-\gamma}$.

Para galáxias, a função de correlação observada é descrita por:

$$\xi(r) = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-1,8} \quad ; \quad r_0 \simeq 5h^{-1}\mathrm{Mpc}\,, \tag{215}$$

no intervalo de escalas entre $\sim 50h^{-1}$kpc e $\sim 10h^{-1}$Mpc. O *comprimento de correlação*, r_0, é da ordem da distância típica entre galáxias espirais de campo, $\sim n_{\mathrm{espirais}}^{-1/3}$, o que é uma coincidência. Na figura 107 podemos ver a função de correlação medida para galáxias.

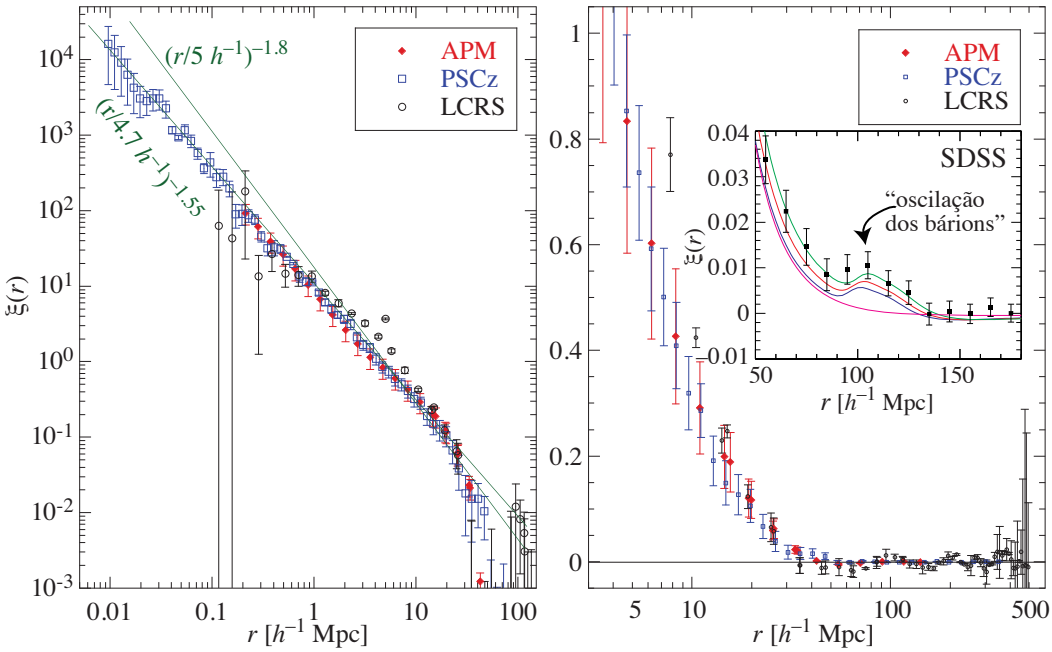


Figura 107: Função de correlação de galáxias. Esquerda: para pequenas escalas; Direita: grandes escalas. Três catálogos são utilizados: APM [a partir da deprojeção da distribuição 2D, (Baugh, 1996)]; PSCz [*Point Source Catalog*, galáxias selecionadas no infravermelho com o satélite IRAS, (Hamilton & Tegmark, 2002)]; LCRS [*Las Campanas Redshift Survey*, galáxias selecionadas no ótico, (Tucker et al., 1997)]. No destaque, a direita, dados do SDSS [galáxias vermelhas, luminosas (Eisenstein et al., 2005)]. A flecha mostra a escala onde é detectado a oscilação de bárions devido às flutuações de densidade primordial (veja Sec. 3.7).

É claro que $\xi(r)$ não pode ser uma lei de potência sempre, pois isto implicaria em um Universo não homogêneo. Podemos observar na Fig. 107 que a função de correlação vai a zero $r \sim 40$–$50h^{-1}$Mpc e, a partir daí, oscila. Para pequenas escalas ($r < 500h^{-1}$kpc), $\xi(r)$ é ainda bem descrita por uma lei de potência, mas com um valor inferior ao determinado originalmente (o comprimento de correlação é praticamente o mesmo, mas o expoente é menos negativo).

A função de correlação depende do tipo morfológico, como mostra a Fig. 108. As galáxias de tipo tardio tendem a se aglomerarem menos que as elípticas e lenticulares (voltaremos ao assunto quando discutiremos os aglomerados de galáxias).

Para aglomerados de galáxias do catálogo de Abell (sec. 5.3), a função de correlação observada é (cf. Fig. 109):

$$\xi(r) = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-1,8} \quad ; \quad r_0 \simeq 20\ h^{-1}\mathrm{Mpc}\,, \tag{216}$$

semelhante às galáxias. Utilizando outras amostras de aglomerados, o valor do comprimento de correlação é diferente. Por exemplo, para os aglomerados selecionados no catálogo APM, $r_0 \approx 14h^{-1}$Mpc. Já para os aglomerados selecionados pelas suas propriedades em raios-X (catálogo ROSAT e Fig. 110) o comprimento de correlação é $21{,}5^{+3,4}_{-4,4}\ h^{-1}$Mpc. Esta variação de r_0 para aglomerados pode ser devida a falta de completude dos catálogos.

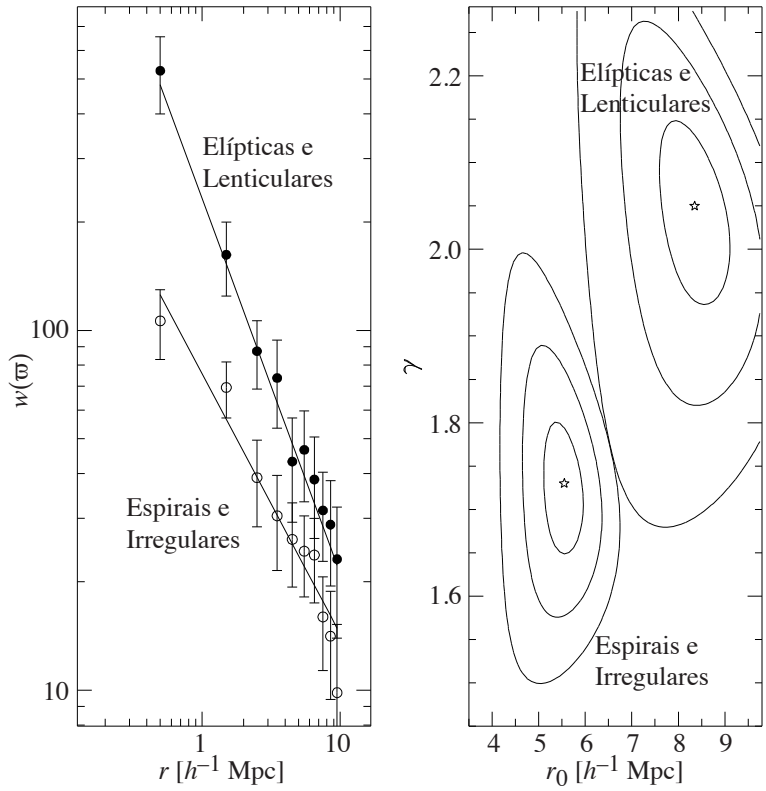


Figura 108: Dependência da função de correlação segundo o tipo morfológico. Note que quanto maior for r_0, maior é a função de correlação para uma dada escala e mesma inclinação. Figura tirada de Guzzo et al. (1997).

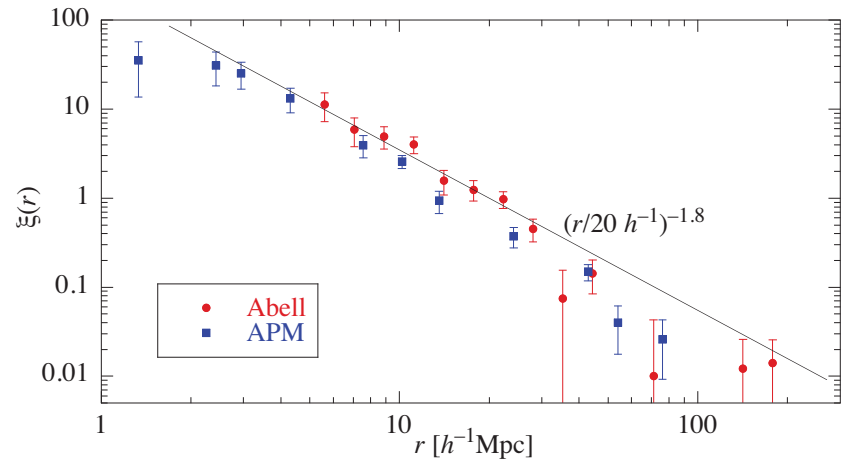


Figura 109: Função de correlação de aglomerados de galáxias selecionados no ótico (351 aglomerados do catálogo de Abell e 364 do APM Postman, 1998).

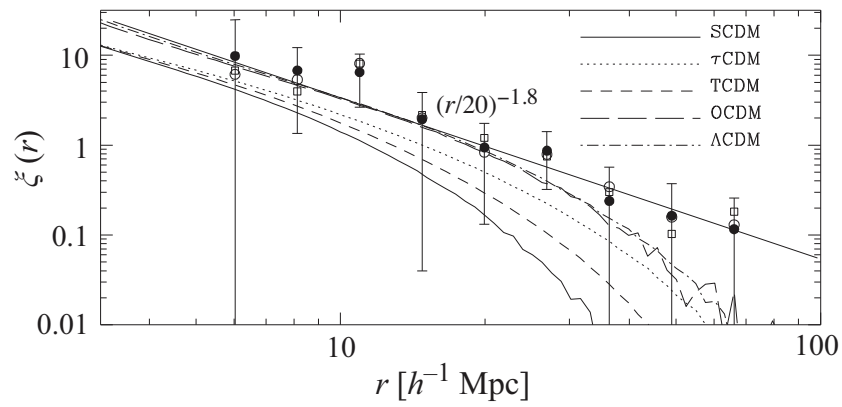


Figura 110: Função de correlação de aglomerados de galáxias selecionados em raios-X (dados do ROSAT *All-Sky Survey* (RASS) Moscardini et al., 2000) e comparação com modelos cosmológicos.

Outros objetos, por exemplo QSOs, EROs (objetos extremamente vermelhos), galáxias Ly-*break*, etc... (cf. seção 10.3), têm diferentes comprimentos de correlação. A figura 111 ilustra estes comprimentos de

correlação em função do *redshift* para diversos objetos. Este tipo de informação serve para dar vínculos às teorias de formação de estrutura.

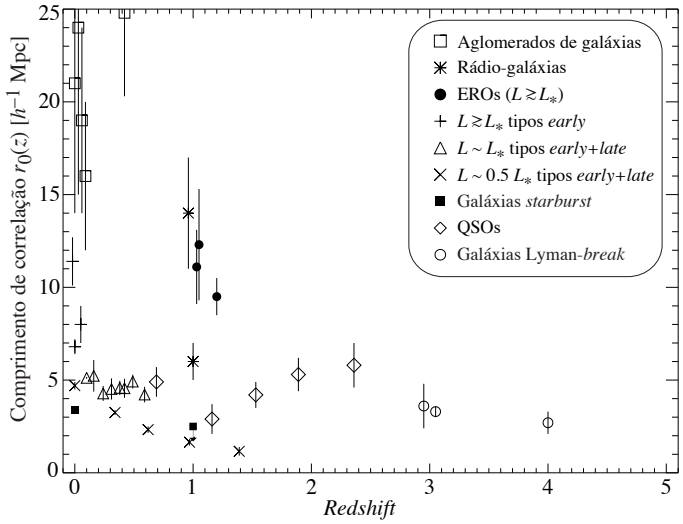


Figura 111: Comprimento de correlação para diversos objetos em função do *redshift*. Figura tirada de Overzier et al. (2003).

Por que $\xi(r)$ tem a mesma forma para galáxias e aglomerados, mas com uma escala diferente? Uma solução pode ser o chamado "*bias*" (viés). A noção de *bias* pode ser ilustrada pela figura 112.

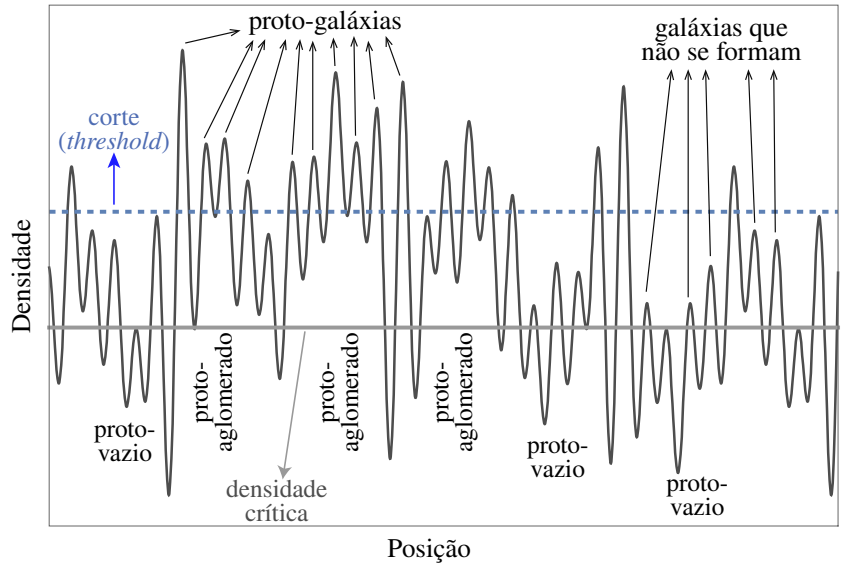


Figura 112: Formação de galáxias com *bias* (viés). Picos de densidade em uma região de densidade globalmente abaixo da média, mesmo acima da densidade crítica, não formam galáxias. Neste caso, galáxias formadas não traçam a distribuição de massa do Universo (o comprimento de correlação das galáxias é menor do que se esperaria). O comprimento de correlação de aglomerados é maior do que o de galáxias neste cenário.

Dizemos que a formação de galáxias é "enviesada" (com viés ou *biased*) se estas se formam nos picos de regiões de alta densidade. Kaiser (1984) sugeriu que, se o comprimento de correlação de aglomerados é superior ao das galáxias, isto significa que aglomerados seriam melhores para traçar a distribuição de massa do Universo.

4.4.1 Função de correlação e espectro de potência

A densidade de galáxias ou da matéria pode ser escrita com uma componente média mais um contraste de densidade (como visto anteriormente, Sec. 132): $\rho(\vec{r}) = \overline{\rho}[1 + \delta(\vec{r})]$. Podemos calcular o valor médio do produto da densidade em dois pontos distintos, $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$:

$$\langle \rho(\vec{r}_1)\rho(\vec{r}_2)\rangle = \overline{\rho}^2\langle [1+\delta(\vec{r}_1)]\,[1+\delta(\vec{r}_2)]\rangle = \overline{\rho}^2\langle\, 1+\delta(\vec{r}_1)+\delta(\vec{r}_2)+\delta(\vec{r}_1)\delta(\vec{r}_2)\,\rangle$$

$$\Rightarrow \quad \langle \rho(\vec{r}_1)\rho(\vec{r}_2)\rangle = \overline{\rho}^2[1+\underbrace{\langle\delta(\vec{r}_1)\rangle}_{=0}+\underbrace{\langle\delta(\vec{r}_2)\rangle}_{=0}+\langle\delta(\vec{r}_1)\delta(\vec{r}_2)\,\rangle] = \overline{\rho}^2[1+\langle\delta(\vec{r}_1)\delta(\vec{r}_2)\,\rangle]$$

Comparando com a definição da função de correlação, Eq. (208), concluímos que:

$$\xi(r) \equiv \langle \delta(\vec{r}_1)\delta(\vec{r}_2)\rangle \quad \text{ou, de outra forma,} \quad \xi(r) \equiv \langle \delta(\vec{x})\delta(\vec{x}+\vec{r})\rangle\,,$$

onde r é a distância entre os pontos onde medimos os contrastes de densidade $\delta(\vec{r}_1)$ e $\delta(\vec{r}_2)$. Isto implica que a função de correlação está diretamente ligada ao espectro de potência das flutuações de densidade, $P(k) \equiv |\delta_k|^2$, através de uma transformada de Fourier:

$$\begin{aligned}\xi(r) = \langle \delta(\vec{r}_1)\delta(\vec{r}_2)\rangle &= \left\langle \int \delta_k e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \frac{\mathrm{d}^3k}{(2\pi)^3} \int \delta^*_{k'} \frac{\mathrm{d}^3k'}{(2\pi)^3} \right\rangle \\ &= \int \frac{\mathrm{d}^3k}{(2\pi)^3} \int \langle \delta_k \delta^*_{k'}\rangle e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \frac{\mathrm{d}^3k'}{(2\pi)^3} \;=\; \int P(k) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \frac{\mathrm{d}^3k}{(2\pi)^3}\end{aligned}$$

Assim, temos o seguinte par de transformadas, que simplificamos usando o fato de que as flutuações são números reais:

$$\begin{aligned}\xi(r) &= \frac{1}{(2\pi)^3}\int |\delta_k|^2 e^{i\,\vec{k}\cdot\vec{x}}\,\mathrm{d}^3k &&= \frac{1}{2\pi^2}\int_0^\infty \frac{\mathrm{sen}(k\,r)}{k\,r}|\delta_k|^2 k^2\,\mathrm{d}k\,, \\ |\delta_k|^2 = P(k) &= \int \xi(r) e^{-i\,\vec{k}\cdot\vec{x}}\,\mathrm{d}^3\vec{x} &&= 4\pi\int_0^\infty \frac{\mathrm{sen}(k\,r)}{k\,r}\xi(r) r^2\,\mathrm{d}r\,,\end{aligned} \tag{217}$$

onde as equações da direita são obtidas assumindo simetria esférica, isto é, $\vec{k}\cdot\vec{x} = kr\cos\theta$ e $\mathrm{d}^3x = 2\pi r^2\,\mathrm{sen}\,\theta\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\theta$ Se a função de correlação for uma lei de potência, $\xi(r) = (r/r_0)^{-\gamma}$, com $1 < \gamma < 3$, temos:

$$|\delta_k|^2 = r_0^\gamma\,\Gamma(2-\gamma)\,\mathrm{sen}\left(\frac{\gamma\pi}{2}\right) k^{\gamma-3} \approx 1{,}42\, r_0^{1{,}8} k^{-1{,}2}\,, \text{ se } \gamma = 1{,}8\,. \tag{218}$$

4.4.2 Função de correlação em duas dimensões.

Na prática, a função de correlação pode ser determinada (I) a partir de um catálogo de posições projetadas dos objetos e uma deprojeção em três dimensões (pela inversão da equação de Limber); ou (II) a partir de um catálogo de posições e *redshifts*, isto é, uma distribuição pseudo-tridimensional. Neste segundo caso, já vimos que a distribuição dos objetos no espaço de velocidades sofre uma distorção em relação à distribuição no espaço real (veja a Fig. 105).

A princípio, esta distorção no espaço de velocidades fará com que a determinação de $\xi(r)$ não reflita exatamente o quanto os objetos se aglomeram. Por exemplo, para pequenas escalas, a função $\xi(r)$ será subestimada quando determinada com um catálogo de *redshifts* pois, os objetos aparecerão menos agrupados pelo efeito do "dedo-de-deus".

Contudo, podemos utilizar esta distorção no espaço de velocidades para determinarmos a quantidade $\beta \equiv \Omega_M^{0.6}/b$ que está relacionada à evolução linear das perturbações de densidade (Kaiser, 1987). Para isto, definimos a função de correlação em duas dimensões, $\xi(\sigma,\pi)$, onde σ (ou r_p como é escrito por alguns autores) é a distância paralela à linha de visada e π a distância radial entre os elementos de volume da Eq. (208), veja Fig. 113.

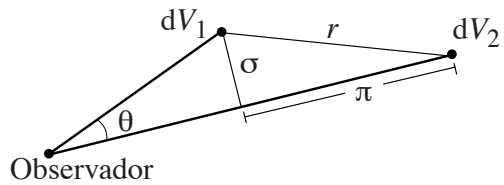


Figura 113: Definição da função de correlação de duas variáveis. As "distâncias" r e π entre os volumes $\mathrm{d}V_1$ e $\mathrm{d}V_2$ são medidas no espaço de velocidades (*redshift*).

4.4.3 Teste de Alcock–Paczynski

A distorção no espaço de *redshift* pode ser utilizada para estimar a geometria do universo e determinar, por exemplo, a densidade de energia escura (a constante cosmológica). Este teste cosmológico foi proposto por Alcock & Paczynski (1979).

Uma distribuição esférica de objetos – sem movimento próprio – aparece alongada na linha de visada, pois o seu tamanho perpendicular à linha de visada tem dimensão aparente proporcional a distância de diâmetro angular, D_a (veja Sec. 2.7.4), enquanto a dimensão aparente na linha de visada, medido no espaço de *redshift* usando a lei de Hubble, será proporcional a $H(z)$. A Fig. 115 ilustra este fenômeno.

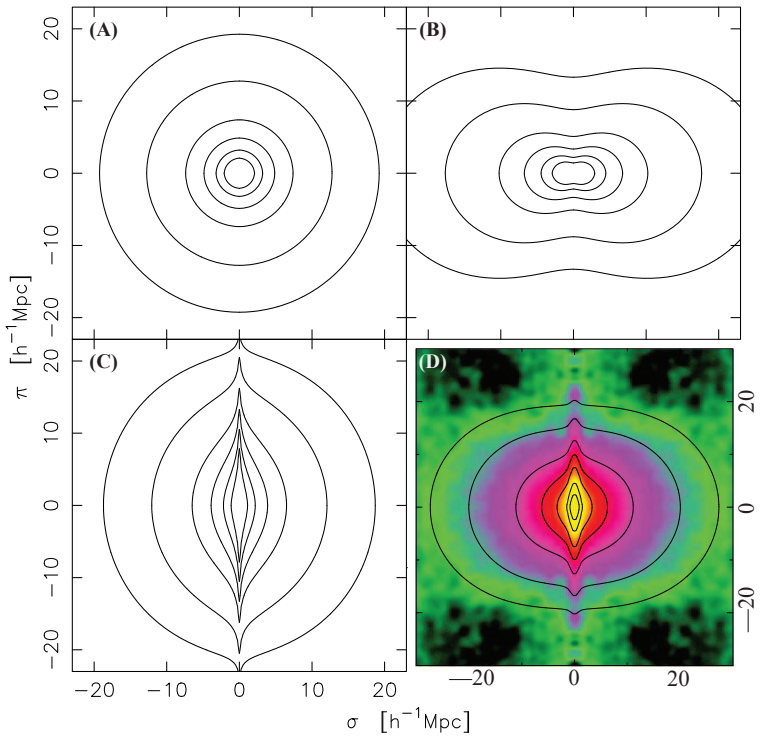


Figura 114: Função de correlação em 2 dimensões. **(A)** modelo sem distorção de velocidades peculiares. **(B)** modelo apenas com distorções devido à queda coerente em grandes estruturas (efeito Kaiser). **(C)** modelo com distorções devido ao movimento aleatório em poços de potencial gravitacional ($\sqrt{\overline{v^2}} = 500$ km s^{-1}). Modelos tirado de Hawkins et al. (2003). **(D)** Função de correlação de duas dimensões no espaço de *redshift* obtida com o catálogo 2dFGRS. A função é obtida no primeiro quadrante e reproduzida nos demais por reflexão. Os contornos ($\xi = 10$, 5, 2, 1, 0,5, 0,2 e 0,1) correspondem a um modelo cosmológico com $\beta = 0{,}4$. Figura tirada de Peacock et al. (2001).

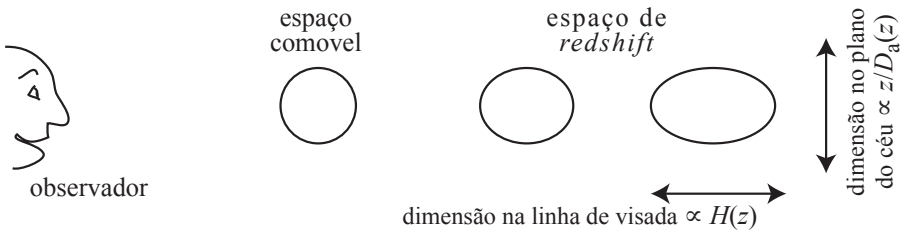


Figura 115: Ilustração do efeito Alcock–Paczynski, da deformação aparende de uma distribuição esférica quando observado no espaço de *redshift*.

Este fenômeno é diferente do "dedo-de-deus" e efeito Kaiser discutidos mais acima, uma vez que o efeito Alcock–Paczynski não depende das velocidades próprias (peculiares). Este efeito foi aplicado à distribuição espacial de QSOs e aos "vazios" (*voids*). Contudo, as incertezas quando à forma intrínseca da distribuição dos QSOs selecionados e à forma dos vazios dificultam a aplicação do teste de Alcock–Paczynski.

4.5 Determinação de distâncias sem *redshift*

Para podermos determinar a velocidade própria ou peculiar (pelo menos a componente na linha de visada) é necessário determinarmos a distância de forma independente do *redshift*. Tendo a distância, é possível estimarmos a velocidade cosmológica pela lei de Hubble, $v_{\rm cosmo} = H_0 D$ e a velocidade própria será:

$$v_{\rm prop} \simeq c\,z - H_0 D\,, \tag{219}$$

onde z é o *redshift* observado. A fórmula acima só é válida para $z \ll 1$, caso contrário é necessário usarmos a expressão rigorosa para soma de velocidades peculiares e cosmológica, como descrito na Seção 5.8.2. Se $v_{\rm prop} \ll c$ então, uma aproximação melhor é:

$$v_{\rm prop} = c(z - z_h)/(1+z)\,, \tag{220}$$

onde z_h é o *redshift* que corresponde à expansão cosmológica (veja, e.g., Davis & Scrimgeour, 2014, ; veja também a Sec. 5.8.2). Note que existem dois fenômenos que produzem o *redshift*: a expansão do Universo (lei de Hubble) e o efeito Doppler (velocidade própria).

Podemos destacar os seguintes indicadores de distância independente do *redshift:*

- Relação período–luminosidade de Cefeidas (clássicas, W Virginis ou Cefeidas de Pop II, RR Lyrae);
- Topo do ramo das gigantes vermelhas (TRGB, *Tip of the Red Giant Branch*);
- Luminosidade de Supernovas tipo Ia;
- Relação de Tully–Fisher (galáxias espirais);
- Relação Faber–Jackson, D_n–σ e plano fundamental (galáxias elípticas);
- Flutuação de brilho superficial (galáxias elípticas e anãs esferoidais);
- Função de luminosidade de aglomerados globulares;
- Função de luminosidade de nebulosas planetárias;
- Galáxias mais brilhantes de aglomerados;
- Relação entre luminosidade e largura de linhas permitidas de emissão em galáxias HII (com surto de formação estelar).

4.5.1 Método de Öpik (1922)

Em 1922, Ernst Öpik determinou a distância da galáxias de Andrômeda, M31, usando um argumento de equilíbrio dinâmico, o tamanho aparente, o brilho e a razão massa/luminosidade. Inicialmente, escrevemos o equilíbrio entre a aceleração centrípeta e a aceleração gravitacional de um corpo em órbita circular de um corpo em Andrômeda e para a Terra em sua órbita em torno do Sol, e dividimos uma pela outra

$$\frac{v_A^2/R_A}{v_\odot^2/1\text{U.A.}} = \frac{GM_A/R_A^2}{GM_\odot/(1\text{U.A.})^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{v_A^2}{v_\odot^2} = \frac{1\text{U.A.}}{R_A}\frac{M_A}{M_\odot}\,,$$

onde v_A e $v_\odot$ são as velocidades circulares de uma partícula teste em M31 e da Terra em torno do Sol, respectivamente. R_A é a distância ao centro de M31 em unidades astronômicas (U.A.).

A massa dentro do raio R pode ser escrita em termos da luminosidade e da razão massa/luminosidade: $M = \gamma L$. A distância ao centro de M31 pode ser expressa pelo ângulo que corresponde a R a uma distância D, isto é, $R = \alpha D$, com α em radianos e válido para $\alpha \ll 1$. Portanto:

$$\frac{v_A^2}{v_\odot^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{1\text{U.A.}}{D_A}\gamma\frac{L_A}{L_\odot}\,,$$

onde tanto L_A e γ são em unidades solares. Usando a relação entre fluxo e luminosidade e a relação entre fluxo e magnitude temos:

$$\frac{L_A}{L_\odot} = \frac{f_A}{f_\odot}\frac{D_A^2}{(1\text{U.A.})^2} \quad \text{e} \quad -2{,}5\log\frac{f_A}{f_\odot} = m_A - m_\odot \quad \Rightarrow \quad \frac{L_A}{L_\odot} = \frac{D_A^2}{(1\text{U.A.})^2}10^{(m_\odot - m_A)/2{,}5}\,,$$

onde m_A e $m_\odot$ são as magnitudes aparentes de M31 (dentro do raio R) e do Sol. Finalmente, podemos escrever:

$$\frac{v_A^2}{v_\odot^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{1\text{U.A.}}{D_A}\gamma\frac{D_A^2}{(1\text{U.A.})^2}10^{(m_\odot - m_A)/2{,}5} \quad \Rightarrow \quad D_A = \frac{v_A^2}{v_\odot^2}\frac{\alpha}{\gamma}10^{(m_A - m_\odot)/2{,}5}\ [\text{U.A.}]\,.$$

Öpik usou os seguintes valores: $v_A = 157$ km s^{-1}, $v_\odot = 29{,}7$ km s^{-1}, $\alpha = 150''$, $m_A = 6{,}1$ (lembrando que é a magnitude dentro de α), $m_\odot = -26{,}6$ e a razão massa/luminosidade $\gamma = 1/0.38$. Substituindo estes valores Öpik obteve $D_A = 450$ kpc.

Este valor é um pouco mais que a metade da distância estimada hoje em dia, 770 kpc. A maior incerteza neste método é a razão massa/luminosidade. Além disto, este método é muito sensível aos valores das magnitudes: uma incerteza de poucos décimos de magnitude implica num erro de centenas de kpc. No entanto, a ordem de grandeza está correta e este valor obtido por Öpik coloca claramente M31 como um objeto extragaláctico, antes da determinação da distância pela relação Período–Luminosidade de estrelas Cefeidas.

4.6 Campo de velocidades peculiares – Distribuição de massa no Universo próximo

Através das medidas de velocidades próprias, distância e distribuição de galáxias é possível mapear a distribuição de massa total até distâncias da ordem de $150h^{-1}$Mpc. O método chamado POTENT desenvolvido por Dekel, Bertschinger & Faber (1990) põem em prática este princípio (veja também Dekel et al., 1999).

Este método foi desenvolvido levando-se em conta o fato dos dados serem esparsos (pequeno número de galáxias em um grande volume do Universo) e com baixa razão sinal/ruído. Também é assumido que, em grande escala, o campo de velocidades ainda esteja na fase linear ($v_{\rm prop} \ll v_{\rm cosm}$, ou de forma equivalente, $\delta \ll 1$) e que o campo de velocidades (e não as acelerações) seja obtido do gradiente do potencial:

$$\vec{v}(\vec{r}) = -\nabla\Phi(\vec{r})\,, \tag{221}$$

isto é, não há vorticidades na aproximação linear de movimento em grande escala como já vimos na seção 3.1.5. Esta aproximação deixa de ser válida para escalas inferiores a $\sim 10h^{-1}$Mpc. O potencial por sua vez é obtido pela integral das velocidades radiais ao longo da linha de visada.

O POTENT é capaz desta forma de reconstruir o potencial, a densidade e o campo de velocidades em três dimensões e os resultados podem ser visualizados como projeções bidimensionais (mapas). A figura 116 mostra a reconstrução da distribuição da matéria em um raio de $60h^{-1}$Mpc em torno do Grupo Local e a distribuição de velocidades peculiares.

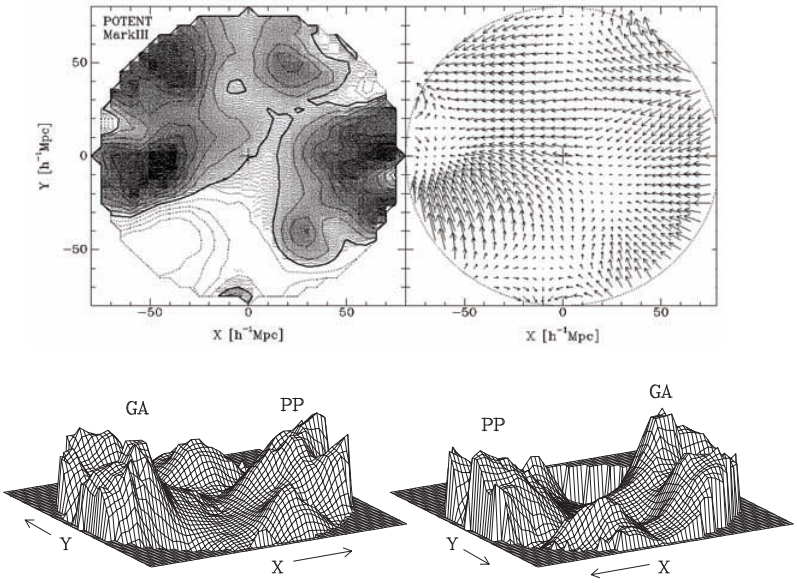


Figura 116: Acima: distribuição de massa no Universo local pelo método POTENT. Abaixo: uma representação tridimensional. Os eixos correspondem às coordenadas supergalácticas. As siglas "GA" e "PP" correspondem ao *Grande Atrator* e ao super-aglomerado de Peixes-Perseu (compare com a figura 98). A Galáxia e o Grupo Local se encontram no centro destes gráficos. Figuras tiradas de (Dekel et al., 1999).

Uma das maiores vantagens do POTENT é poder traçar a distribuição de massa em grande escala na região de invisibilidade do plano galáctico (a "*avoidance zone*"), onde toda a radiação do infravermelho próximo aos raios-X "moles" ($E \lesssim 2\,$keV) é fortemente absorvida.

A estrutura dominante descoberta é um poço de potencial profundo na região de Hydra-Centaurus, passando pelo plano galáctico na direção de Pavo. Este resultado está de acordo com o "Grande Atrator" de Lynden-Bell et al. (1988). Este Grande Atrator seria o responsável pelo movimento próprio do super-aglomerado local (Virgo e seus grupos próximos, nos quais se encontra o Grupo Local).

Observações profundas na região do plano da Via Láctea, na região situada na faixa $|b| \lesssim 20°$, revela uma concentração de galáxias na direção do Grande Atrator, Fig. 117. O aglomerado de galáxias de Norma (ACO 3627, $z = 0{,}01616$, dispersão de velocidades $\sigma = 850\,$km s^{-1}) talvez corresponda ao fundo do poço de potencial gravitacional do Grande Atrator.

Com massa menor do que o Grande Atrator e mais distante a $\sim 200\,$Mpc, está o *super-aglomerado de Shapley*, parcialmente atrás do super-aglomerado de Centauro. Na região central do super-aglomerado de Shapley ($\alpha = 13^{\rm h}25^{\rm m}$, $\delta = -30°$) se encontram os aglomerados Abell 3558 e Abell 3562. Com uma massa estimada em $\approx 10^{16} M_\odot$, o super-aglomerado de Shapley contribui com cerca de 10% para o movimento peculiar do Grupo Local (Proust et al., 2006).

As regiões de baixa densidade detectados pelo POTENT coincidem com os vazios (*voids*) observados. A análise do campo de velocidades pode ser comparada com a distribuição de galáxias observadas pelo satélite IRAS, que detectou galáxias nas bandas 12, 25 e 60 μm até cerca de $|b| \gtrsim 10°$ (figura 118). O Grupo Local se localiza ao lado de uma região de baixa densidade conhecido como "*Local Void*" (vazio local).

A presença de grandes concentrações de massa induz velocidades peculiares, e portanto, alteram *localmente* a lei de Hubble observada. Se a distribuição de massa fosse realmente isotrópica a velocidade observada de uma galáxia seria exatamente proporcional à distância. Em uma esfera de cerca de 60 Mpc

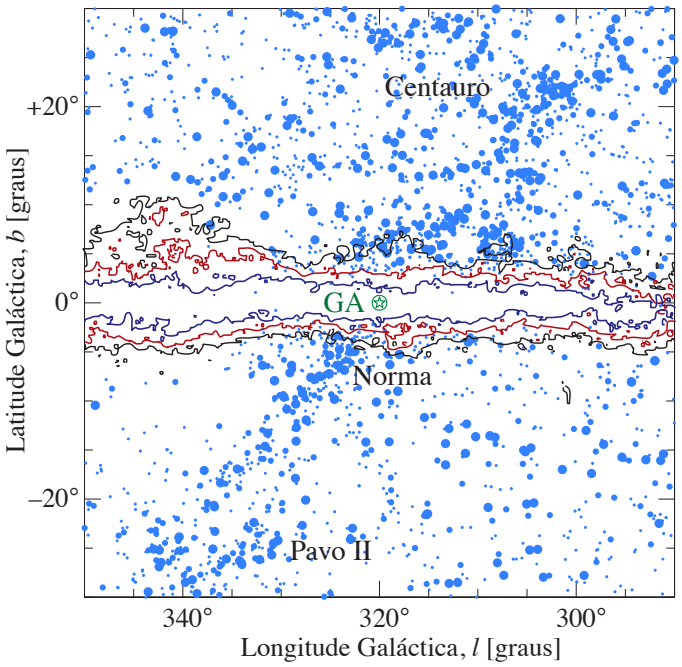


Figura 117: Distribuição de galáxias com diâmetro aparente corrigido da absorção superior a 1′,3 na região do Grande Atrator (GA). Os contornos correspondem à absorção galáctica de $A_B = 3.0$, 5.0 e 10 magnitudes. Figura tirada de Woudt & Kraan-Korteweg (2000).

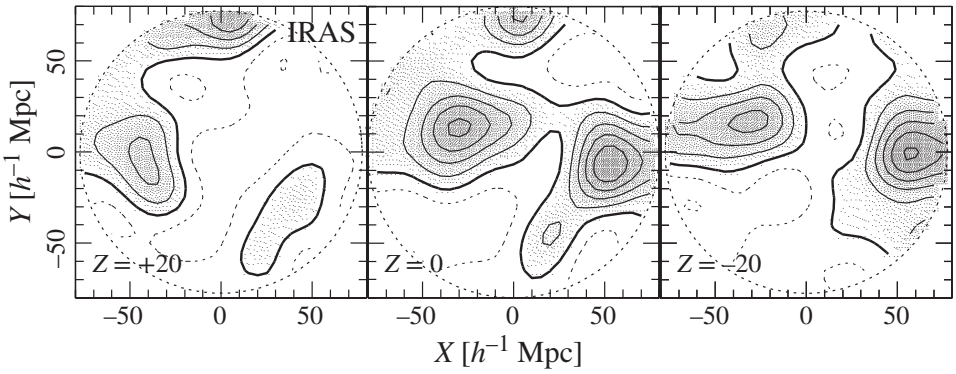


Figura 118: Distribuição de massa no Universo local obtida a partir da distribuição de galáxias observadas pelo satélite IRAS. Cada painel representa uma fatia na coordenada supergaláctica Z. A linha mais espessa representa o contraste de densidade $\delta = 0$. As linhas contínuas representam $\delta > 0$. Note a semelhança do painel central com a Fig. 116. Figura adaptada de Sigad et al. (1998).

em torno do Grupo Local ocorrem desvios da lei de Hubble devido ao Aglomerado de Virgo, ao super-aglomerado de Peixes-Perseu e ao Grande Atrator. A figura 119 mostra um corte do campo de velocidades devido ao fluxo de Hubble e às perturbações destas estruturas.

Para velocidades acima de $\sim 6000\,\mathrm{km\ s^{-1}}$, ou seja, distâncias acima de 85 Mpc, os efeitos em grande escala de velocidades peculiares tornam-se muito pequenos – as curvas da figura 119 tendem a círculos. No entanto, este resultado depende de quão bem estamos mapeando a massa nestas escalas maiores.

Usando um conjunto de mais de 8000 galáxias com velocidade peculiar e distância medidas, Tully et al. (2014) determinaram as linhas de fluxo de movimento e campo de densidade em um volume com cerca de 215 h_{70}^{-1} Mpc ao redor da Via Láctea (até *redshift* 0,05). Neste volume foi possível a identificação do análogo de "bacias hidrográficas": regiões onde as linhas de fluxo de velocidade peculiar convergem para um ponto no interior. A região que contém a Via Láctea com cerca de 160 Mpc de diâmetro foi chamada de *Laniakea*[25] (veja Fig. 120). O Grande Atrator não seria o ponto de convergência, mas estaria entre o super-aglomerado local (historicamente, o super-aglomerado de Virgo) e o "fundo do poço" do Laniakea.

[25] Laniakea significa "céu imenso" na língua Havaiana.

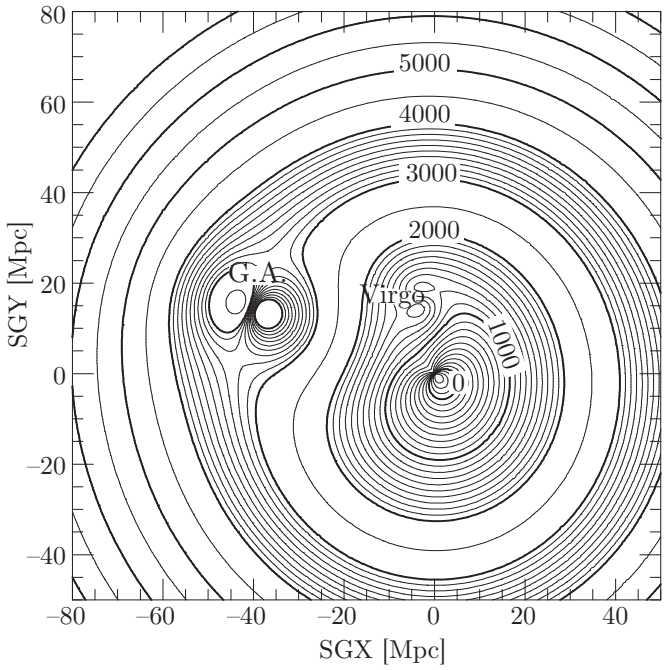


Figura 119: Campo de velocidade no universo local no plano supergaláctico. Podemos ver claramente os efeitos do Grande Atrator e do aglomerado de Virgo. Mais sutil, mas visível, é o efeito do próprio Grupo Local [com coordenadas (0, 0)]. As velocidades são dadas em km/s. Esta determinação foi feita de maneira independente do método POTENT descrito acima. Figura tirada de Tonry et al. (2000).

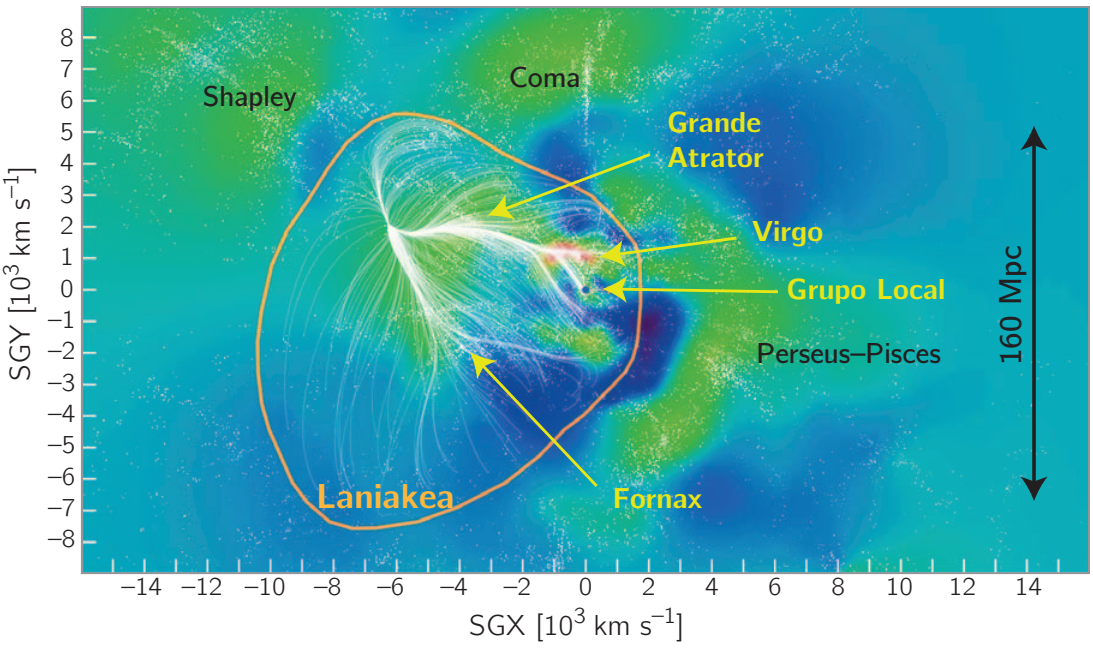


Figura 120: Fatia do plano X–Y do sistema supergaláctico (em espaço de velocidades) mostrando o super-aglomerado Laniakea e alguns dos super-aglomerados vizinhos (Coma, Shapley e Perseus-Pisces). As cores indicam a densidade: azul escuro baixa densidade de vazios; verde, densidade de super-aglomerados; laranja alta densidade de aglomerados. Figura tirada e adaptada de Tully et al. (2014).

4.7 Viés de Malmquist, Eddington e efeitos de seleção

Quando se estuda a distribuição de galáxias em grande escala, efeitos observacionais devem ser levados em conta. Já vimos, por exemplo, a correção K. Um outro efeito importante é o chamado *viés de Malmquist*, descoberto por Malmquist (1924) que mostrou que um conjunto de objetos selecionados por um limite de fluxo (magnitude aparente máxima) são sujeitos a um viés. A figura 121 ilustra este efeito.

Um outro tipo de viés é o chamado *viés de Eddington* (Eddington, 1913), que ocorre devido ao espalhamento estatístico do valor da grandeza de interesse. Imagine, por exemplo, uma distribuição discreta de magnitudes de galáxias (poderia ser tamanho, cor, etc...). Como há erros de medida, uma galáxia de magnitude m não vai cair necessariamente no intervalo que contém esta magnitude m, mas pode ciar em

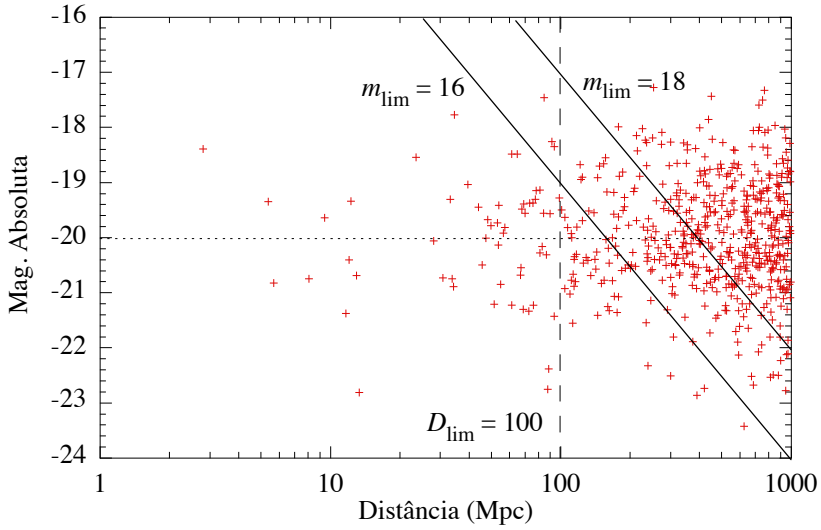


Figura 121: Ilustração do viés de Malmquist. Aqui supomos uma distribuição espacial homogênea de galáxias que seguem uma distribuição de luminosidade gaussiana, com magnitude absoluta média -20 e desvio padrão igual a 1. As galáxias selecionáveis estão abaixo das curvas de magnitude aparente constante (limite observacional), ou a esquerda do traço vertical (limite em distância).

um intervalo adjacente. Vai haver, então, uma mistura na distribuição de magnitudes. Se esta distribuição não for plana, onde houver mais objetos o espalhamento será mais acentuado do que onde só há poucos objetos.

A situação fica ainda pior se, devido ao espalhamento estatísticos, algumas fontes deixam de ser consideradas, isto é, algumas fontes que deveriam ser detectadas não o são mais (por ficarem pouco brilhante ou muito pequenas, por exemplo).

Existem ainda vários outros efeitos de seleção como, por exemplo, galáxias muito compactas são confundidas com estrelas e não são catalogadas; objetos muito difusos (baixo brilho superficial) ou muito extensos podem não serem detectados. A figura 122 mostra como atuam os efeitos de seleção em um caso concreto.

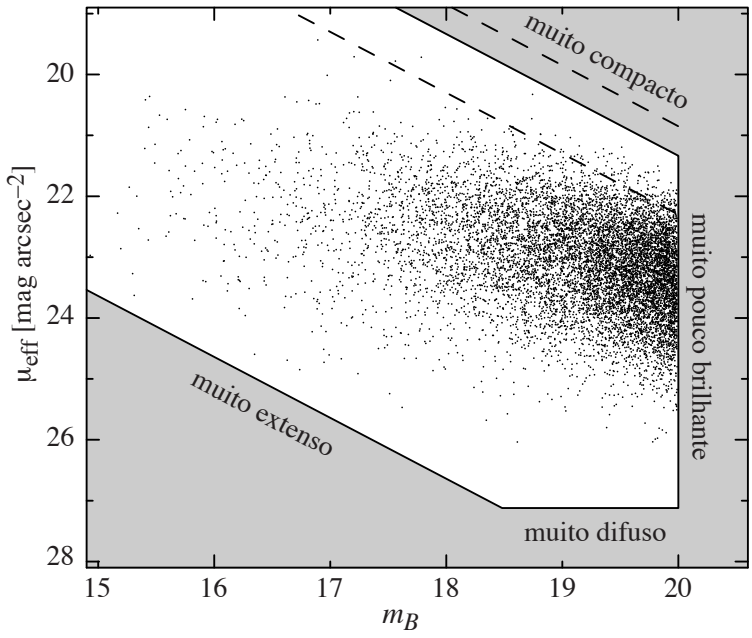


Figura 122: Efeitos de seleção na contagem de galáxias. As linhas tracejadas diagonais superiores indicam o efeito do "*seeing*" na detecção de objetos compactos. Figura tirada de Liske et al. (2002).

5 Aglomerados de galáxias

5.1 Histórico

Já no século XVIII, William Herschel e Charles Messier notaram a existência de concentrações de "nebulosas"difusas nas constelações de Coma Berenice e Virgem, respectivamente (Herschel, 1785). A Fig. 123 mostra estes dois aglomerados numa visão mais moderna.

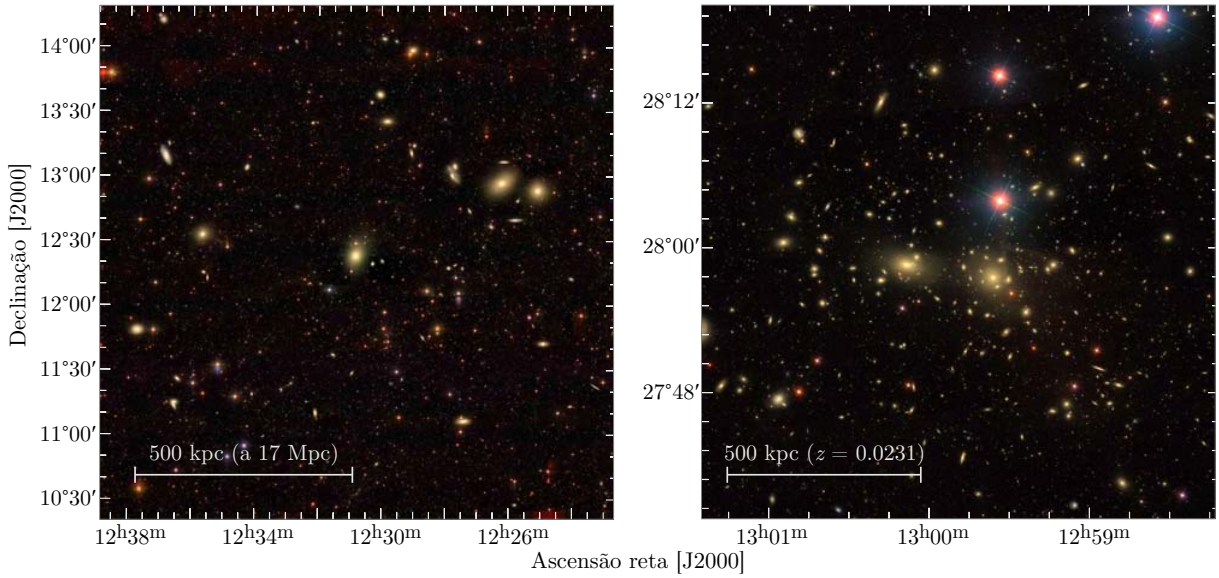


Figura 123: Esquerda: Região central do Aglomerado de Virgo, com a galáxia M87 no centro. Direita: Aglomerado de Coma. A escala de tamanho é baseada em um cenário ΛCDM com $H_0 = 70$ km s^{-1} Mpc^{-1}. Ambas as imagens são em cores "verdadeiras" com as bandas *gri* do SDSS. As galáxias são os objetos difusos amarelados/alaranjados. Note como o aglomerado de Coma é muito mais rico e concentrado comparado a Virgo (que está muito mais próximo de nós).

Entre 1920 e 1930, muitas das "nebulosas" difusas (as de aspecto elíptico e espiral) são reconhecidas como galáxias, principalmente graças aos trabalhos de E. Hubble. A partir daí, tem início os primeiros estudos sistemáticos de aglomerados de galáxias com estudos pioneiros de Zwicky e Shapley.

Cerca de 60–70% das galáxias são encontradas em algum tipo de associação. Historicamente, podemos definir a seguinte classificação operacional para associações ou aglomerações de galáxias brilhantes:

- Pares: 2 galáxias; Tripletos: 3 galáxias;
- Grupos: $\sim$ 10 galáxias;
- Aglomerados pobres: $\sim$ 100 galáxias;
- Aglomerados ricos: $\sim$ 1000 galáxias.

Esta é uma classificação clássica ainda muito usada, onde as galáxias consideradas geralmente têm brilhos semelhantes (até uma diferença de 3 a 5 magnitudes em relação à galáxia mais brilhante). Uma classificação baseada na quantidade de objetos é chamada de *riqueza*. Notemos, contudo, que apenas $\sim 7\%$ das galáxias (luminosas) se encontram nos aglomerados ricos (van den Bergh, 1961; Bahcall, 1999).

5.2 Formação de aglomerados ricos (cenário hierárquico)

Os aglomerados de galáxias são as maiores estruturas virializadas (ou próximas de um estado de equilíbrio) no Universo. No cenário de formação de estruturas hierárquico, os aglomerados são estruturas relativamente recentes, que estariam colapsando em $z \lesssim 1$ (seção 3.4.4). Os aglomerados ricos se encontrariam na intersecção de filamentos de matéria e vários aglomerados ao longo de um filamento poderiam ser identificados como membros de um super-aglomerado (Fig. 124).

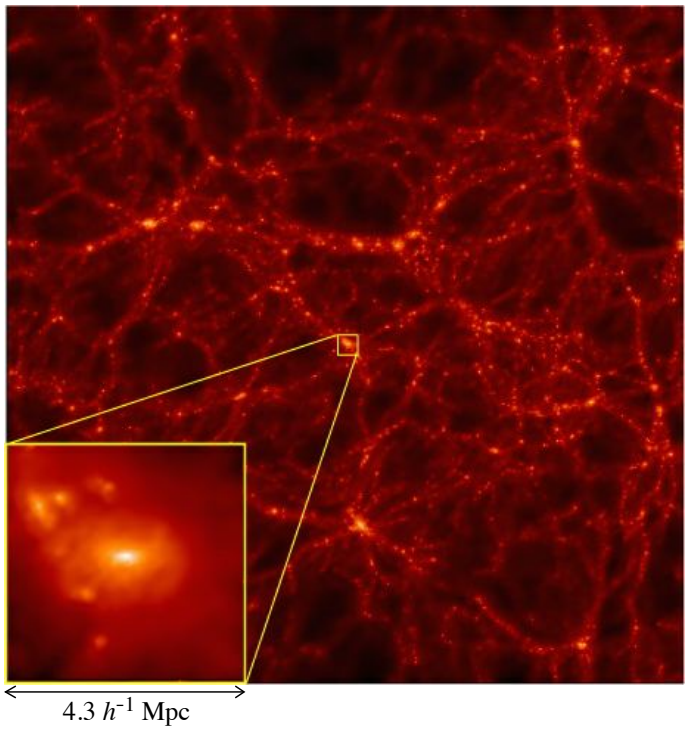


Figura 124: Fatia do Universo de uma simulação de um cenário ΛCDM em $z = 0$. No detalhe, uma estrutura semelhante a um aglomerado rico, recém colapsado (note as subestruturas), na intersecção de dois filamentos. Figura tirada de (Kay, 2000, – *Virgo Consortium*).

5.3 Catálogos

Um dos primeiros passos para se tentar entender a natureza de uma dada classe de objetos, é catalogá-los para, em seguida, classificá-los e procurar variações sistemáticas, correlações com propriedades físicas, etc...

Os principais catálogos de aglomerados ricos selecionados opticamente são:

- Abell (1958) ⇒ 2712 aglomerados ricos, com declinação $\delta > -27°$.
  Abell, Corwin & Olowin (1989) ⇒ 4076 aglomerados ricos, Fig 125. O critério de seleção usado foi:
  - Placas fotográficas do *Palomar Sky Survey*;
  - Número de galáxias ≥ 30 entre m_3 e $m_3 + 2$ na banda V (originalmente eram 50 galáxias), onde m_3 é a magnitude aparente da 3ª galáxia mais brilhante do aglomerado;
  - $R_A = 1{,}5h^{-1}$Mpc ou $R_A = (1{,}72/z)$ arcmin (*raio de Abell*);
  - $z > 0{,}02$ (posteriormente se viu que cerca de 40 aglomerados estão entre $0{,}0035 < z < 0{,}02$).
- Zwicky, Herzog & Wild (1961–1968)
  - Mesmos dados de Abell (do hemisfério norte apenas);
  - Dimensão do aglomerado: definido pela isopleta (contorno de mesma densidade superficial), onde $\rho_{\rm gal} > 2\rho_{\rm campo}$;
  - 50 galáxias entre m_1 e $m_1 + 3$ (m_1 é a magnitude da galáxia mais brilhante).

Pelos critérios de Zwicky et al., os membros deste catálogo podem ser mais irregulares do que os membros do catálogo de Abell, inclusive alguns membros do catálogo de Zwicky correspondem a regiões centrais de super-aglomerados; um "aglomerado" de Zwicky pode corresponder a vários aglomerados de Abell.

O catálogo de Abell é o mais completo catálogo que abrange toda a esfera celeste e é supostamente completo até $z \sim 0{,}1$, havendo aglomerados no catálogo até $z = 0{,}4$. Uma pequena fração ($\sim 10\%$) do catálogo são 'falsos' aglomerados ricos, resultado de efeito de projeção de grupos alinhados na linha de visada (Lucey, 1983).

Em 1985, Shectman (1985), produz um catálogo de 646 aglomerados usando as contagens de galáxias de Shane e Wirtanen (Lick *survey*), baseado no critério de procura de máximos na densidade projetada de galáxias. A partir dos anos 1990, surge uma nova geração de catálogos baseados em seleções de objetos em grandes bases de dados e, principalmente, de forma automática sobre imagens feitas por CCDs.

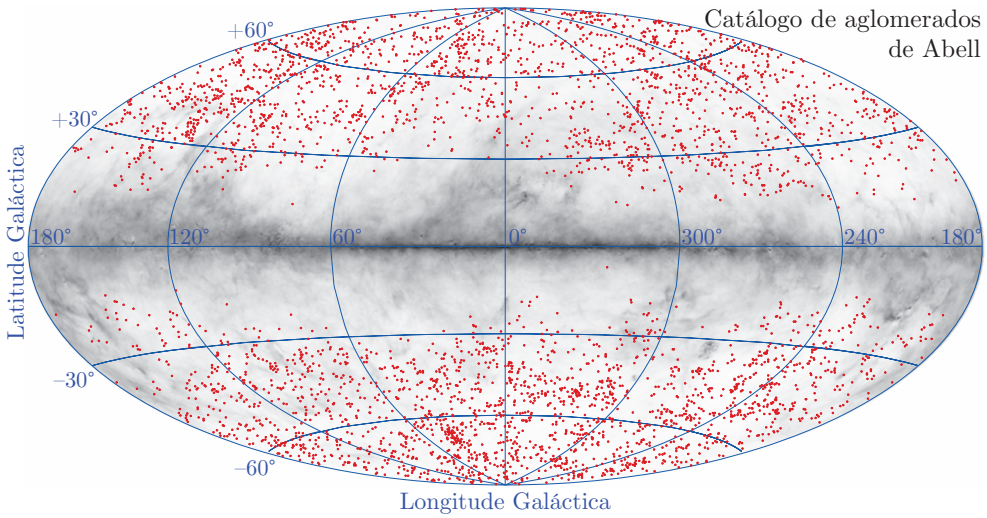


Figura 125: Distribuição dos aglomerados do catálogo de Abell (pontos vermelhos, 4076 objetos) em coordenadas galácticas usando uma projeção de áreas iguais. Note a zona de exclusão ("*avoidance zone*) devido à absorção da Via Láctea. A imagem em cinza representa a densidade projetada de poeira em escala logarítmica, baseada nos mapas de Schlegel et al. (1998).

Catálogo	*redshift*	Membros	Notas
Lumsden et. al (1992) EDCC Edinburgh-Durham Cluster Catalog		737	1º catálogo produzido automaticamente com critério de Abell
Dalton et al. (1992) APM Cluster catalog		220	Catálogo automático, contagem em $r < 75h^{-1}$ kpc
Merchán & Zandivarez (2002) 2dFGGC	0,003–0,25	2209	grupos e agloms. Método de Huchra & Geller (1982)
Miller et al. (2005) C4, SDSS	0,02–0,17	748	5 bandas+posições+z, 90% completo
Koester et al. (2007) MaxBCG	0,1–0,3	13823	BCG+sequência vermelha
Rykoff et al. (2014) redMaPPer	0,08–0,55	25000	sequência vermelha+photo-z

Além do fato dos catálogos de galáxias serem baseados na projeção das galáxias no plano do céu, eles são ainda afetados pelos seguintes problemas:

- Efeito Scott (1957): a riqueza dos aglomerados detectados aumenta com o *redshift* (distância).
- Os aglomerados só serão detectados se tiverem um contraste $\Delta n/n$ suficientemente elevado para não serem confundidos com o campo. Aqui, n é a densidade numérica superficial de galáxias e Δn o excesso de densidade na região do aglomerado.

A partir de 1992, surgiram catálogos selecionados em raios-X. Obviamente, estes catálogos não possuem os vieses dos catálogos baseados em observações no óptico, isto é, ligados às propriedades das galáxias. A emissão de raios-X reflete de forma mais precisa a massa do aglomerado e seu estado dinâmico. Além disto, os efeitos de projeção são bem menores. Podemos destacar os seguintes catálogos baseados em dados de raios-X:

Catálogo	Alcance em *redshift*	Membros	com z medido
Henry et al. (1992) EMSS	$z \lesssim 0{,}6$	~ 95	$\sim 70+$
Rosati et al. (1998) RDCS	$z \lesssim 0{,}8$	~ 70	$\sim 60+$
Vikhlinin et al. (1998)	$z \lesssim 0{,}6$	~ 200	...
Boehringer et al. (2001) REFLEX	$z \lesssim 0{,}3$	~ 450	$\sim 380+$
Finoguenov et al. (2020) CODEX	$z \lesssim 0{,}6$	~ 24000	milhares

Muitos outros catálogos foram definidos baseados nestes ou no levantamento RASS (*ROSAT All-Sky Survey*, Voges et al. 1996, catálogo de fontes – de qualquer natureza – de raios-X) como HIFLUGCS, NORAS, BCS, XBACS, RASS-SDSS, etc...

Na figura 126 mostramos a o fluxo limite (abaixo do qual não há detecção de fonte) e o ângulo sólido coberto por vários *surveys* feitos entre 1980–2005.

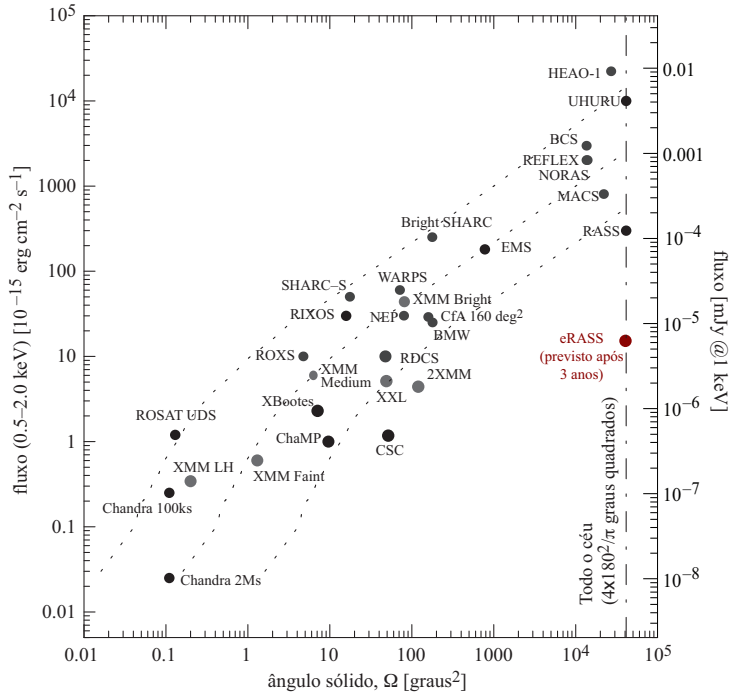


Figura 126: Área coberta (ângulo sólido) e fluxo limite de diversos *surveys* realizados em raios-X. As linhas tracejadas correspondem, de cima para baixo, a 100, 1000 e 10000 fontes detectáveis na banda 0,5–2,0 keV. Figura baseada em Brandt et al. (2001); Rosati et al. (2002); Predehl et al. (2006)

5.4 Classificação

Vários sistemas de classificação foram propostos para aglomerados ricos. Estas classificações são baseadas em critérios como a riqueza do aglomerado, a distribuição das galáxias mais brilhantes, presença de galáxias cD[26] ou a presença de sub-aglomerados.

Zwicky distinguia os aglomerados em compactos, semi-compactos e abertos, tendo ou não uma concentração central importante.

Rood & Sastry (1971) e Struble & Rood (1982) propuseram uma classificação baseada na distribuição espacial (projetada) das 10 galáxias mais brilhantes. Esta classificação pode ser representada graficamente como mostrado na Fig. 127.

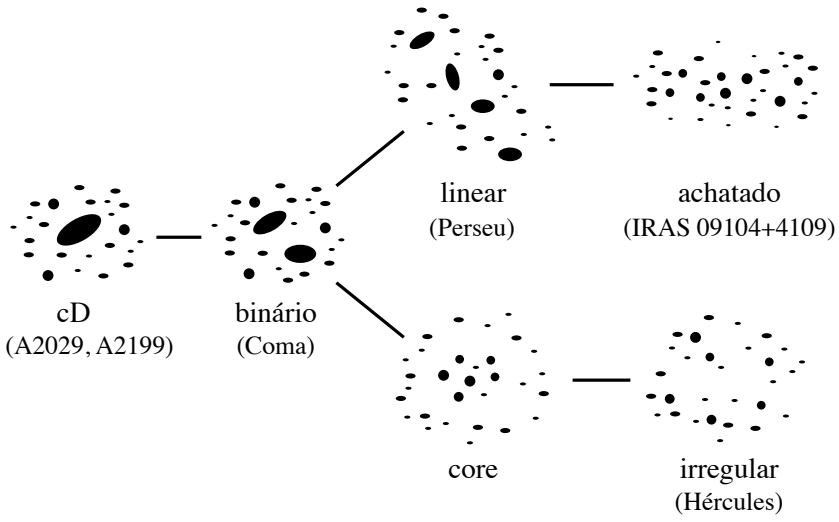


Figura 127: Sistema de classificação de Rood & Sastry.

[26] Galáxias de tipo cD são elípticas gigantes com um envelope estelar (veja Sec. 5.11.1).

O sistema de classificação de Bautz & Morgan (1970) é baseado na diferença de magnitude entre as galáxias mais brilhantes do aglomerado:

- Tipo I → Galáxia gigante central (p.ex., A2199);
- Tipo II → Caso intermediário, E/cD (Coma);
- Tipo III → Nenhuma galáxia dominante (Virgo, Hércules).

Neste sistema de classificação também ocorrem casos intermediários (p.ex., Tipo I-II).

Finalmente, Abell (1976) classifica os aglomerados segundo o número de galáxias com $V_3 <$ magnitude $< V_3 + 2$, isto é, a riqueza (densidade superficial):

- Ricos: R = 5 (mais de 300 galáxias), R = 4 (200–299 galáxias), R = 3 (130–199), R = 2 (80–129). Somente Abell 665 ($z = 0{,}18$) tem R = 5; 9 aglomerados têm R = 4, e 104 têm R = 3.
- Intermediários: R = 1 (50–79 galáxias);
- Pobres: R = 0, (30–49 galáxias).

Os sistemas acima de classificação estão correlacionados. Na tabela 7 podemos comparar os diferentes sistemas de classificação.

Tabela 7: Comparação entre os diferentes sistemas de classificação de aglomerados ricos de galáxias. Fonte: curso de W. Keel.

Propriedades/Tipo	Regular	Intermediário	Irregular
Zwicky	Compacto	Semi-compacto	Aberto
Bautz–Morgan	I, I-II, II	II, II-III	II-III, III
Rood–Sastry	cD, B, C	L, F, C	F, I
População	Rico em Elípticas	Pobre em espirais	Rico em espirais
Simetria	Esférica	Intermediária	Forma irregular
Concentração central	Alta	Moderada	Baixa
Perfil central	Acentuado	Intermediário	Plano
Luminosidade X	Alta	Intermediária	Baixa
Exemplos	A2199, Coma	A194, A539	Virgo, A1228

A classificação "regular", "intermediária" e "irregular" costuma ser interpretada pelo estado dinâmico do aglomerado: aglomerados regulares seriam mais "relaxados", isto é, dinamicamente evoluídos. Aglomerados irregulares seriam objetos dinamicamente mais ativos, ainda não relaxados.

5.5 Composição (matéria escura + galáxias + plasma)

Os aglomerados ricos do catálogo de Abell têm tipicamente uma massa total de ~ 1–$10 \times 10^{14} M_\odot$ e uma dimensão da ordem ou um pouco superior ao raio de Abell, ~ 2–$3\, h^{-1}$Mpc. Estes valores implicam que aglomerados ricos têm uma densidade média $\overline{\rho}_{\rm aglom} \sim 50$–$200 \rho_c$.

Os aglomerados de galáxias têm três componentes principais em termos de massa:

Matéria escura, detectada indiretamente por seus efeitos dinâmicos e de lentes gravitacionais. Estima-se que $\sim$ 80–85% da massa total de aglomerados ricos esteja na forma de matéria escura. Sua composição não é conhecida e acredita-se que não seja matéria bariônica.

Meio intra-aglomerado (ICM, *intracluster medium*), composta principalmente de um plasma[27] difuso que permeia todo o aglomerado, com temperatura da ordem de 10^7–10^8K (10^7K $\leftrightarrow$ 1,16 keV) e densidade central[28], de $\sim 10^{-2}$–10^{-3} partículas/cm^3. O ICM é detectado principalmente através da emissão em raios-X, mas também em micro-ondas pelo efeito Sunyaev–Zel'dovich. Cerca de 13–16% da massa total está na forma de plasma intra-aglomerado. Além do plasma quente, há também partículas relativísticas (raios cósmicos) e campos magnéticos no meio intra-aglomerado.

[27] É muito comum nos referirmos a este plasma como "gás intra-aglomerado". Como este meio está quase que completamente ionizado, rigorosamente trata-se de um plasma.

[28] Para comparação, o maior vácuo produzido na Terra, no LHC, tem densidade média aproximada de 10^8 átomos/cm^3 e o meio interestelar tem $n_{\rm ISM} \sim 0{,}2$–50 cm^{-3}.

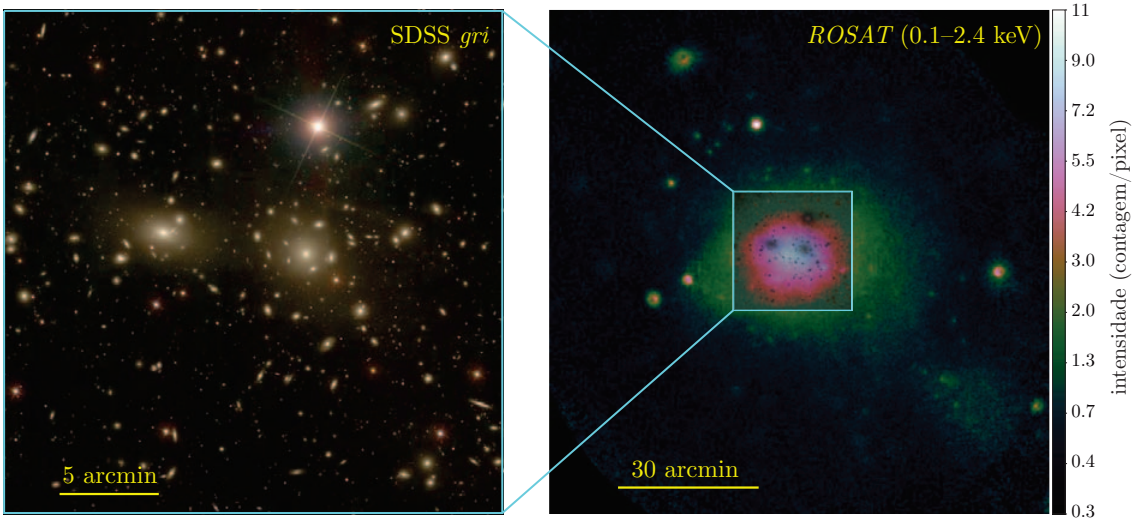


Figura 128: Esquerda: Imagem da região central de Coma (SDSS nas bandas *gri*). Direita: Imagem em raios-X (brilho superficial) de Coma com satélite ROSAT na banda 0,1–2,4 keV (5,2–124 Å). O quadrado central (em azul) corresponde ao painel da esquerda. As galáxias (e estrelas da Via Láctea) estão superpostos na imagem em raios-X em tons de cinza.

Galáxias, detectadas no visível, infravermelho, UV, etc... Correspondem à $\sim$ 2–3% da massa total. O conteúdo de galáxias no interior do raio de Abell está resumido na tabela 8.

Tabela 8: Frequência de galáxias segundo o tipo morfológico em aglomerados ricos ($r \lesssim 1{,}5h^{-1}$Mpc). Tabela tirada de Bahcall (1999)

Tipo Morfológico	Regular	Intermediário	Irregular	Campo
Elíptica	35%	20%	15%	10%
Lenticular	45%	50%	35%	20%
Espiral	20%	30%	50%	70%
(E+S0)/Sp	4,0	2,3	1,0	0,5

A dispersão de velocidades típica na linha de visada é de $\sim$ 600–1000 km s^{-1}. Este valor pode ser comparado à velocidade do som no plasma intra-aglomerado; este gás por ser quente, ionizado e rarefeito pode ser descrito como um gás perfeito, portanto:

$$v_{\rm som} = \left(\frac{{\rm d}P}{{\rm d}\rho}\right)^{1/2} = \left(\frac{kT}{\mu m_{\rm H}}\right)^{1/2} \approx 400\sqrt{kT_{\rm keV}}\,{\rm km\ s^{-1}}\,, \tag{222}$$

onde $\mu = 0{,}6$ é o peso molecular médio (de um plasma primordial completamente ionizado) e $kT_{\rm keV}$ é a temperatura em unidades de kiloeletronvolt.

5.6 Distribuição espacial das galáxias e sub-estruturas

A distribuição radial de galáxias em um aglomerado costuma ser representada por uma variação da esfera isotérmica (Sec. 3.5). Como o perfil de densidade não é analítico, na prática é utilizado o chamado perfil de King (1972):

$$n_g(r) = \frac{n_{g,0}}{(1+(r/R_c)^2)^{3/2}} \quad \text{[em 3D]}; \quad S_g(R) = \frac{S_{g,0}}{(1+(R/R_c)^2)} \quad \text{[em 2D]}, \tag{223}$$

onde as densidades centrais espacial e projetada estão relacionadas por $S_{g,0} = 2R_c n_{g,0}$, sendo R_c o *raio de core* (ou do caroço).

Esta descrição da distribuição de galáxias só é válida na região mais central (da ordem da raio de Abell). Em aglomerados ricos temos tipicamente $n_{g,0} \approx 10^3 h^3$galáxias Mpc^{-3}, contando galáxias até 3 magnitudes superior à galáxia mais brilhante. O raio de core está no intervalo $(0{,}1$–$0{,}25)h^{-1}$Mpc.

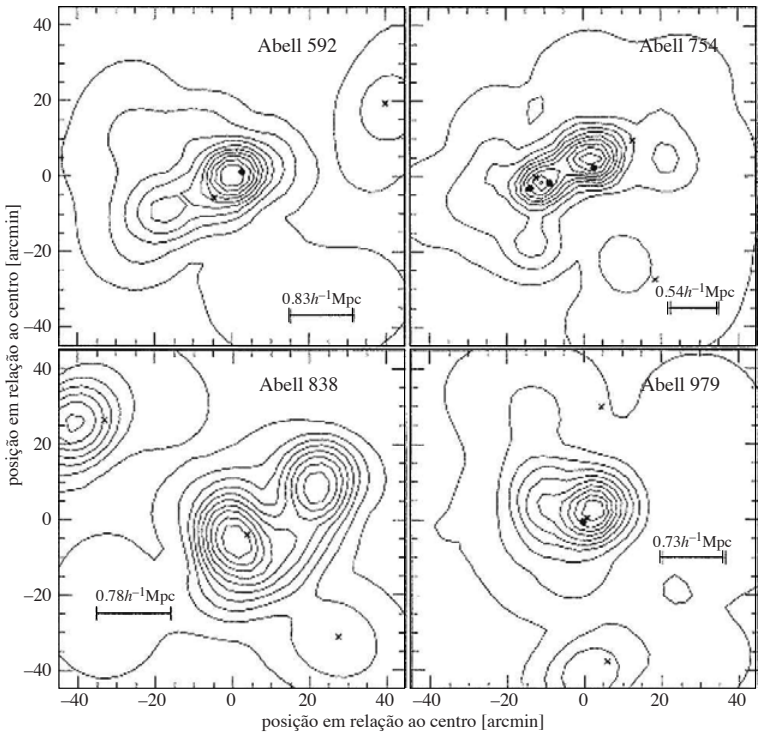


Figura 129: Isocontornos da densidade numérica projetada de galáxias em alguns aglomerados (isopletas), utilizando a técnica "*kernel* adaptativo". Círculos cheios correspondem a galáxias D ou cD. Figura tirada de Kriessler & Beers (1997).

Em muitos casos, a distribuição radial de galáxias apresenta irregularidades que foram interpretadas como evidencias de sub-estruturas (Baier, 1977). A análise da distribuição projetada das galáxias mostra que pelo menos metade dos aglomerados ricos apresentam sub-estruturas (i.e., assimetria azimutal com máximos locais de densidade projetada). A figura 129 mostra alguns exemplos da distribuição projetada de galáxias.

As sub-estruturas espacialmente detectadas são, em geral, observadas no espaço de velocidades radiais, sugerindo que as sub-estruturas sejam sistemas dinâmicos auto-gravitacionais.

Além disto, as sub-estruturas em aglomerados poder ser detectadas e quantificadas pela intensidade da emissão em raios-X do gás intra-aglomerados, por lentes gravitacionais, por mapas de temperatura do gás e, em breve, pelo efeito Sunyaev–Zel'dovich.

A frequência de sub-estruturas pode ser utilizada para dar vínculos aos parâmetros cosmológicos do Universo (p.ex., Richstone, Loeb & Turner, 1992); em universos pouco densos, os aglomerados ricos se formam rapidamente quando o Universo é jovem. Contrariamente, em universos densos, praticamente não haveria aglomerados ricos já formados. A Fig. 130 ilustra esta situação.

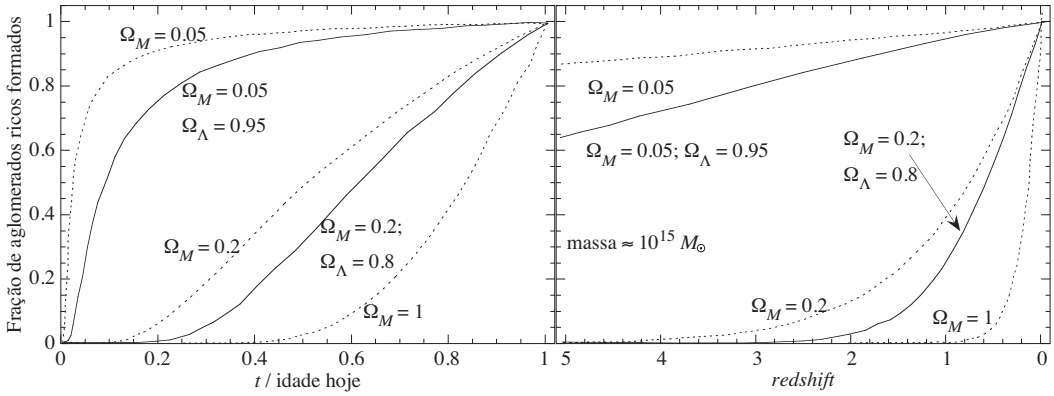


Figura 130: Estimativa da fração de aglomerados de $10^{15} M_\odot$ formados, normalizada ao número de aglomerados já relaxados. As observações sugerem $\Omega_M \sim 0{,}2$–$0{,}5$, dando poucos vínculos à Ω_Λ. Figura tirada de Richstone, Loeb & Turner (1992).

A fração de aglomerados relaxados observada exclui universos muito rarefeitos, $\Omega_M \lesssim 0{,}05$ e muito

densos, $\Omega_M \approx 1$. Note que o principal vínculo está na densidade de matéria e não na geometria do Universo ou na densidade de energia escura (Ω_Λ).

5.7 Gás intra-aglomerado

A maior parte dos bárions nos aglomerados se encontram em uma fase rarefeita (densidade central $10^{-2} \lesssim n_0 \lesssim 10^{-3}$ cm^{-3}), altamente ionizada com temperatura típica de 10^7–10^8 K, entre as galáxias. Este gás pode ser observado de pelo menos três formas:
(1) Efeito de pressão sobre o gás mais frio no interior das galáxias e nas partículas relativísticas emitidas por núcleos ativos. A figura 131 ilustra este efeito, chamado *ram-pressure* (veja também a Fig. 169; mais detalhes na seção 5.11.5).

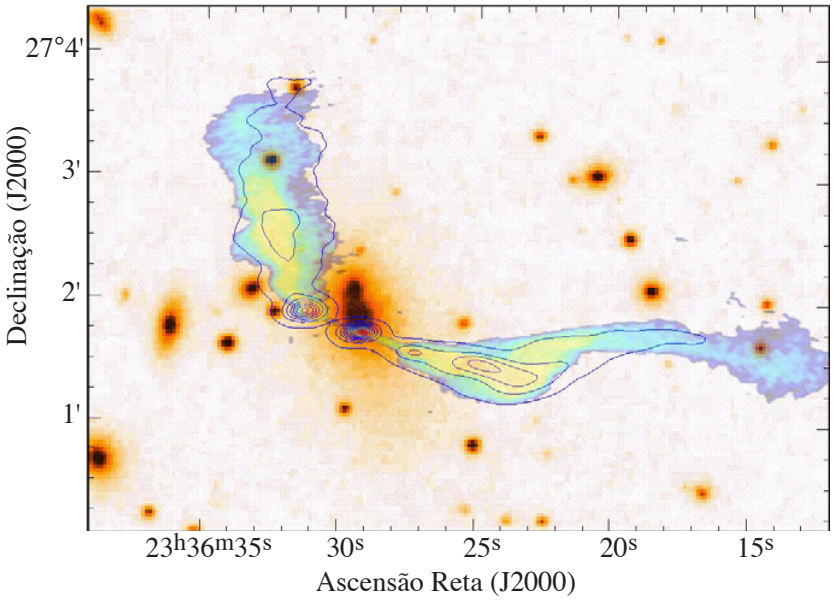


Figura 131: Emissão rádio de tipo "head-tail" 3C465 associada à galáxia elíptica NGC 7720 no aglomerado Abell 2634. A emissão rádio (em tons azuis e com curvas de nível) adquire esta forma devido ao movimento da galáxia em relação ao meio intra-aglomerado. NGC 7720 tem uma velocidade de ~ 200 km/s em relação à velocidade média do aglomerado.

(2) Emissão bremsstrahlung (do alemão, "radiação de frenagem" ou, em inglês, emissão *free-free*). Devido à baixa densidade e alta temperatura, o gás intra-aglomerado é praticamente todo ionizado e é opticamente fino. Nestas condições, o espalhamento dos elétrons livres pelos íons produz a radiação bremsstrahlung, observável em raios-X. Este mecanismo será discutido em detalhes mais adiante.
(3) Os fótons da radiação cósmica de fundo interagem com os elétrons do gás intra-aglomerado através do efeito Compton inverso – os elétrons perdem energia e os fótons que atravessam o aglomerado se tornam mais energéticos. Este mecanismo é conhecido como efeito Sunyaev–Zel'dovich.

5.7.1 Observação em raios-X

Para uma revisão bastante completa da teoria sobre a emissão em raios-X de aglomerados de galáxias, veja o livro de Sarazin (1988).

A primeira observação em raios-X de aglomerados foi feita por detectores em balões (Boldt et al., 1966; Felten et al., 1966), quando uma fonte extensa foi identificada como o aglomerado de Coma. A emissão em raios-X foi confirmada pelas observações do satélite UHURU de Coma e Virgo (Gursky et al., 1971; Kellogg et al., 1971), no primeiro *survey* de todo o céu em raios-X (429 dias de observação).

No início da década de 1970, com a adição das observações do satélite Ariel V, ficou estabelecido que todos os aglomerados ricos são potentes fontes de raios-X. Na época o debate era a origem destes raios-X: (I) emissão por espalhamento livre-livre (*bremsstrahlung*) do gás quente e rarefeito entre as galáxias (Gursky et al., 1971; Lea et al., 1973; Gull & Northover, 1975) ou (II) emissão por efeito Compton inverso de elétrons relativísticos interagindo com a radiação cósmica de fundo (Brecher & Burbidge, 1972; Okoye, 1972). A detecção das linhas do ferro, por volta de 6,8 keV, e da diminuição aparente da temperatura

da radiação cósmica de fundo (efeito Sunyaev–Zel'dovich) demonstraram que o principal mecanismo de emissão é o **bremsstrahlung térmico** (Gull & Northover, 1976; Mitchell et al., 1976), isto é, a emissão de um plasma de temperatura T onde os elétrons e íons seguem uma distribuição de velocidades maxwelliana.

A partir dos anos 1980, é possível fazer o imageamento de aglomerados de galáxias e nos anos 1990 a espectroscopia espacialmente resolvida. A tabela 9 resume as características dos últimos satélites com detectores de raios-X que mais impacto tiveram no estudo de aglomerados de galáxias.

Tabela 9: Principais satélites com detectores de raios-X. Dados obtidos no site do HEASARC, `http://heasarc.gsfc.nasa.gov/`.

Satélite	Detetor	Banda de energia [keV]	FoV (raio)	FWHM (no eixo)	R90% (no eixo)	Área efetiva [cm^2]	Vida
Einstein	IPC	0,4–4,0	$38'$	$60''$		100	11/1978–04/1981
ROSAT	PSPC	0,1–2,5	$60'$	$25''$	$54''$	240	06/1990–02/1999
ASCA	SIS	0,4–12,0	$11'$	$30''$	$600''$	105	02/1993–03/2001
	GIS	0,8–12,0	$25'$	$30''$	$600''$	50	
Beppo-SAX	LECS	0,1–10,0	$19'$	$126''$	$245''$	22	04/1996–04/2002
	MECS	1,3–10,0	$28'$	$75''$	$158''$	150	
Suzaku	XIS	0,2–12,0	$18' \times 18'$	$120''$		390	07/2005–05/2015
Chandra	ACIS-S3	0,20–10,0	$4'$	$0{,}5''$	$2''$	340	07/1999–
	ACIS-I		$8'$	$0{,}5''$	$2''$	340	
XMM-*Newton*	MOS	0,15–15,0	$16'$	$6{,}0''$	$52''$	922	12/1999–
	pn		$14'$	$6{,}0''$	$47''$	1227	
eROSITA	pn-MOS	0,3–10	60'	16"		1000	07/2019–
XRISM	Resolve	1,8–12,0	$1{,}5'$	$100''$		210	09/2023–
	Xtend	0,4–12,0	$15'$	$100''$		300	

Einstein = HEAO-2 (*High Energy Astrophysical Observatory*); ROSAT = *Röntgen Satellite*; ASCA = *Advanced Satellite for Cosmology and Astrophysics*; *Beppo*-SAX = Giuseppe Occhialini-*Satellite per Astronomia X*; *Chandra* = AXAF (*Advanced X-ray Astrophysics Facility*), Subrahmanyan Chandrasekhar; XMM-*Newton* = *X-ray Multi-Mirror Mission*; *Suzaku* = Astro-E2; eROSITA = *extended ROentgen Survey with an Imaging Telescope Array*; XRISM = Astro-H2 = *X-Ray Imaging and Spectroscopy Mission*.

Em um plasma ionizado, rarefeito e quente, onde os elétrons têm uma distribuição de velocidades maxwelliana, a emissividade bremsstrahlung, ε, é dada por (Rybicki & Lightman, 1985):

$$\varepsilon_\nu \equiv \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}V\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}\nu} = 6{,}842\times10^{-38} Z^2 n_e n_i T^{-1/2}\, e^{-h\nu/kT} g(E,T)\ \ \mathrm{erg\ s^{-1}cm^{-3}Hz^{-1}}\,, \tag{224}$$

onde n_e e n_i são as densidades numéricas dos elétrons e íons, Z é o número atômico médio e T é a temperatura do plasma. O termo $g(E,T)$ é o *fator de Gaunt*, que leva em conta os efeitos quânticos e relativísticos do espalhamento bremsstrahlung (para uma temperatura de 3×10^7K, a velocidade típica dos elétrons é $0{,}1c$). A figura 132 mostra a dependência do fator de Gaunt com a temperatura e a energia.

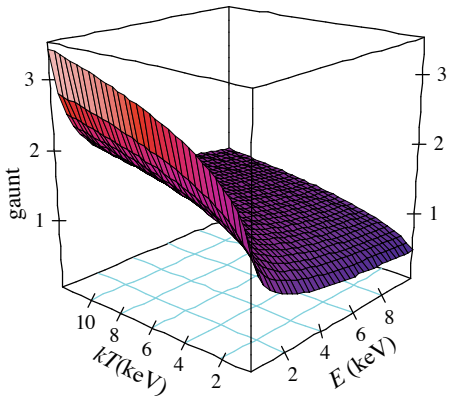


Figura 132: Fator de Gaunt para energias e temperaturas características de aglomerados de galáxias calculado segundo a aproximação analítica de Itoh et al. (2002). Para cálculos de ordem de grandeza, podemos tomar em geral $g(E,T)\sim1{,}2$.

A emissão bremsstrahlung é significativa para energia menor que kT; para energias superiores, a emissividade decresce exponencialmente. Aglomerados e grupos de galáxias são observados na banda [0,2–

10,0 keV] ou [60–1,0 Å]. Abaixo deste limite, a emissão é fortemente absorvida pelo hidrogênio neutro da Via Láctea, acima a emissividade bremsstrahlung cai exponencialmente.

Integrando a emissão bremsstrahlung em frequência (ou energia) obtemos a emissão "bolométrica" (em toda a faixa de raios-X):

$$\varepsilon \equiv \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}V\,\mathrm{d}t} = 1{,}426\times10^{-27} Z^2 n_e n_i T^{1/2} g(T)\ \mathrm{erg\ s^{-1} cm^{-3}}\,. \tag{225}$$

para um plasma primordial ($\sim 24\%$ de He), $Z^2 n_e n_i \approx 1{,}4 n_e^2$ e, $g(T) \sim 1{,}2$ para temperaturas típicas de aglomerados de galáxias.

Além do contínuo térmico, há também perda de energia através de linhas de emissão de metais altamente ionizados: Fe, Ni, Mg, S, Si, O, etc... A figuras 133 dá um exemplo de um espectro produzido por um aglomerado rico de galáxias.

Em aglomerados de galáxias, quando a temperatura do gás é superior a $\sim 1{,}5\,\mathrm{keV}$, as linhas mais proeminentes são produzidas pelo Fe XXV e Fe XXVI em torno de $6{,}8/(1+z)$ keV. Em geral, estas linhas são observadas juntas (um "blend") e são devidas a elétrons que caem no nível fundamental (camada K, $n=1$, em jargão de espectroscopia, por isto são chamadas linhas K do Fe). Na região do espectro por volta de 1 keV observamos também as linhas L do Fe (L corresponde à segundo camada de elétrons, $n=2$).

Note que os fótons com energia menor que $\sim 0{,}5\,\mathrm{keV}$ ($\lambda \gtrsim 25$ Å) são fortemente absorvidos pelo gás neutro (essencialmente H e He) na linha de visada. A densidade de coluna (numérica) do hidrogênio é tipicamente da ordem de 10^{20}–$10^{22}\mathrm{cm^{-2}}$ devido principalmente ao gás neutro da nossa própria Galáxia. A figura 134 ilustra a observação em raios-X de aglomerados ricos próximos.

A intensidade da emissão em raios-X indica principalmente a densidade do plasma (cf. Eq. 225), enquanto a temperatura pode indicar fenômenos dinâmicos que estejam ocorrendo no aglomerado (resfriamento radiativo, choques, aquecimento por AGN ou supernovas, condutividade térmica, etc...).

O brilho superficial observado em raios-X (isto é, a imagem em raios-X) é a projeção no plano do céu da emissividade. Se houver simetria azimutal, o perfil radial do brilho superficial é em geral descrito pelo chamado modelo-β, introduzido por Cavaliere & Fusco-Femiano (1976):

$$\Sigma_X(R) = \Sigma_{X,0}\,\left[1+(R/R_c)^2\right]^{-3\beta+1/2}\,, \tag{226}$$

onde $\Sigma_{X,0}$ é o brilho superficial central e R_c é o raio do caroço (raio do *core*). Esta expressão pode ser integrada para obtermos a luminosidade no interior do raio R:

$$L(<R) = 2\pi\int_0^R \Sigma(R) R\,\mathrm{d}R = \frac{2\pi\Sigma_0 R_c^2}{3-6\beta}\left[\left(1+\left(\frac{R}{R_c}\right)^2\right)^{3/2-3\beta} - 1\right]\,, \tag{227}$$

assumindo simetria esférica.

Podemos relacionar o brilho superficial com a emissividade, ε, (e consequentemente com a densidade e temperatura) da seguinte forma (veja Fig. 135):

$$\Sigma_X(R) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon(r)\,\mathrm{d}z = 2\int_R^\infty \varepsilon(r)\frac{r\ \mathrm{d}r}{\sqrt{r^2-R^2}} \propto \int_R^\infty n_e^2(r)\,T^{1/2}(r)\frac{r\ \mathrm{d}r}{\sqrt{r^2-R^2}}\,. \tag{228}$$

Para um gás isotérmico, o brilho superficial dado pelo modelo-β corresponde a um perfil de densidade em 3 dimensões:[29]

$$n_e(r) = n_0\,\left[1+(r/r_c)^2\right]^{-3\beta/2}\,, \tag{229}$$

onde $r_c = R_c$ e lembrando que a emissividade é proporcional a $n_e^2(r)$. As letras minúscula e maiúscula se referem às coordenadas tridimensionais e bidimensionais (isto é, projetadas no plano do céu), respectivamente, e a normalização é:

$$\Sigma_{X,0} \approx 1{,}426\times10^{-27} Z^2 T^{1/2} g(T)\, r_c n_0^2 \sqrt{\pi}\frac{\Gamma(3\beta-1/2)}{\Gamma(3\beta)}\ \mathrm{erg\ s^{-1} cm^{-2}}\,. \tag{230}$$

A fórmula acima só é fisicamente aceitável para $\beta > 1/6$, que corresponde a $\Sigma_{X,0} > 0$ (devido ao termo $\Gamma(3\beta-1/2)$).

[29] A deprojeção de um sistema esfericamente simétrico de densidade projetada $\Sigma(R)$ e densidade em 3D $\rho(r)$ pode ser feita através da **equação de Abel** (o matemático Niels Henrick Abel, não o astrofísico George Ogden Abell): $\rho(r) = -(1/\pi)\int_r^\infty (\partial\Sigma(R)/\partial R)\,\mathrm{d}R/\sqrt{R^2-r^2}$.

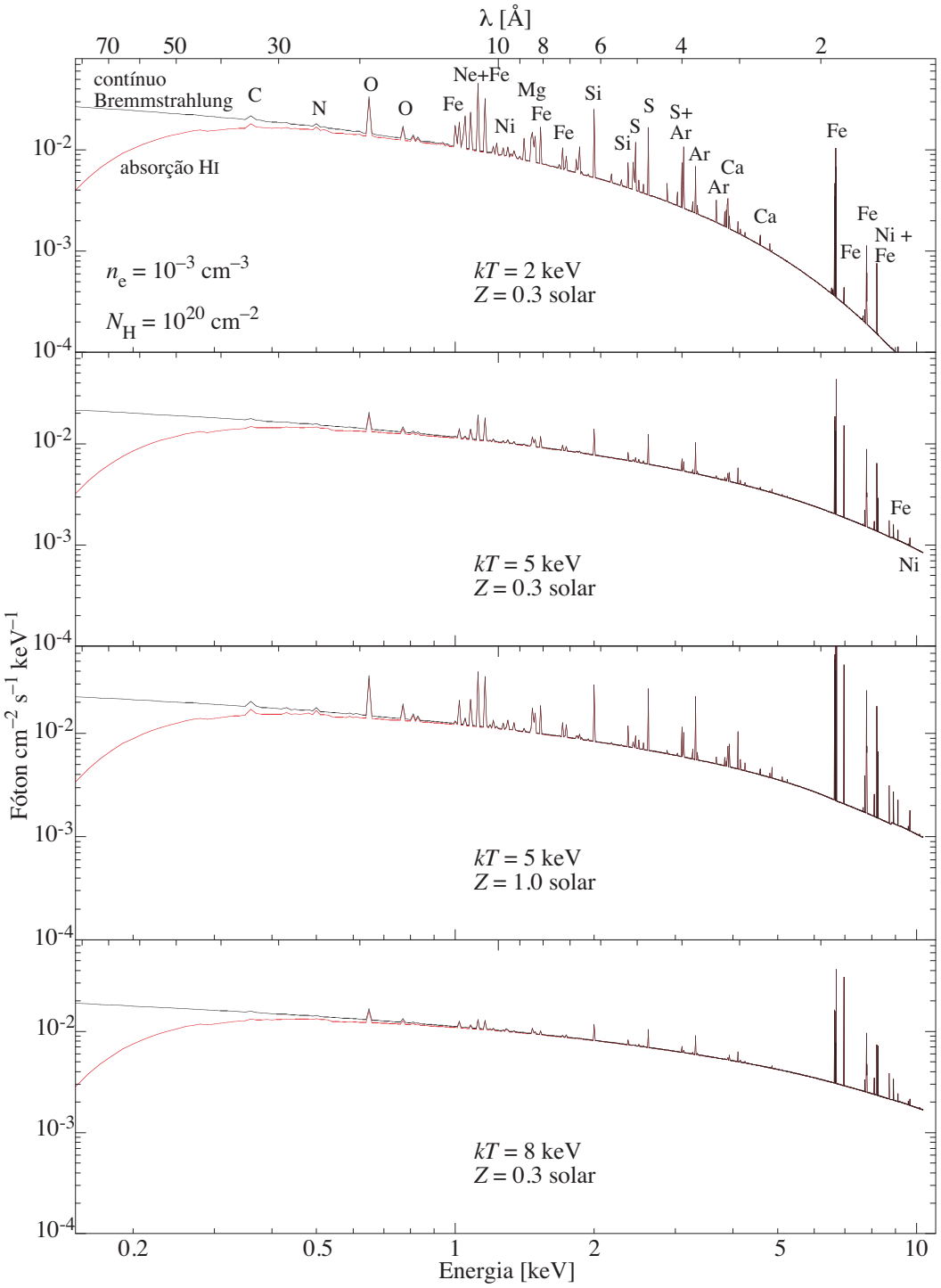


Figura 133: Emissão de um plasma isotérmico (modelo de Raymond-Smith) emitida por um aglomerado e observada após absorção pelo meio interestelar (ISM) para várias temperaturas (em keV) e metalicidades (em unidades de metalicidade solar).

A massa do gás (excluindo matéria escura e galáxias) é dada pela integral de n_e. Com simetria esférica temos:

$$\mathcal{M}_{\rm gás}(<r) = \int_0^r \rho(r') 4\pi r'^2 \, {\rm d}r' = \mu_e m_p 4\pi \int_0^r n_e(r') r'^2 \, {\rm d}r' \, ,$$

onde μ_e leva em conta a composição química do plasma, pois n_e é a densidade numérica de elétrons e queremos a densidade ρ dos íons (desprezando a massa dos elétrons, que contribui com cerca de 0,054% da massa do plasma). Se todo o plasma fosse composto de hidrogênio, $\mu_e = 1$ (não confunda este valor com

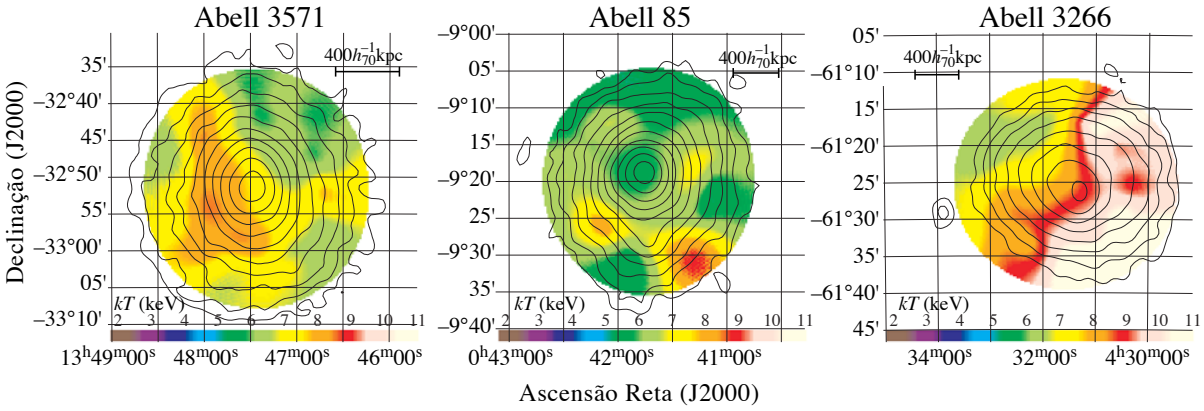


Figura 134: Mapas de temperatura (imagens coloridas, escala em keV) de três aglomerados ricos obtidos com o satélite ASCA. As curvas de nível superpostas representam a intensidade da emissão em raios-X. Podemos notar as estruturas complexas em temperatura, indicando processos dinâmicos (fusões) ou resfriamento do gás (p.ex., região central de Abell 85). Figura tirada de Donnelly et al. (2003).

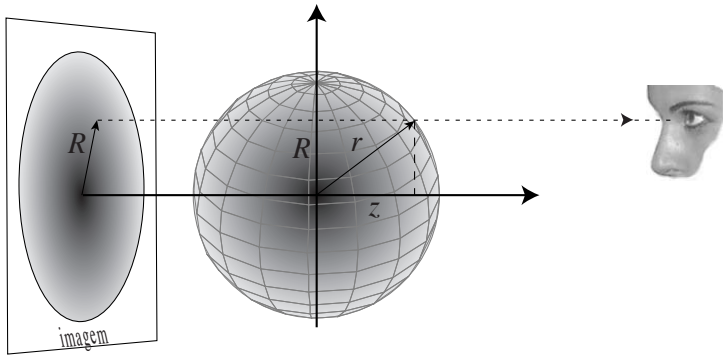


Figura 135: Geometria da projeção da emissividade ao longo da linha de visada, representada aqui pela coordenada z, produzindo uma imagem bidimensional.

o peso molecular médio, μ, que aparece, por exemplo, na Eq. 222). Para o valor de metalicidade típico de aglomerados, $Z \sim Z_\odot/3$, temos:

$$\mathcal{M}_{\rm gás}(<r) = 1{,}151\, m_p\, 4\pi \int_0^r n_e(r') r'^2\, {\rm d}r' \,, \tag{231}$$

(para um gás primordial, $Z = 0$, $\mu_e = 1{,}14$; para metalicidade solar, $Z = Z_\odot$, $\mu_e = 1{,}17$). A integral acima pode ser resolvida, resultando em:

$$\mathcal{M}_{\rm gás}(<r) = \frac{4\pi}{3} n_0 \mu_e r^3\, {}_2F_1\left(3/2, 3\beta/2, 5/2, -[r/r_c]^2\right) \,,$$

onde ${}_2F_1(a,b,c,x)$ é a função hipergeométrica (`mathworld.wolfram.com/HypergeometricFunction.html`).

Com a expressão da densidade, Eq. (229), a luminosidade total do aglomerado pode ser estimada grosseiramente como:

$$L_X \sim 8{,}8 \times 10^{41} \left(\frac{n_0}{10^{-3}{\rm cm}^{-3}}\right)^2 \left(\frac{r_c}{100{\rm kpc}}\right)^3 kT_{\rm keV}^{1/2}\, \beta^{-0{,}8} \ {\rm erg\ s}^{-1} \,, \tag{232}$$

onde a aproximação é adequada para $0{,}5 \lesssim \beta \lesssim 1{,}0$ e $T(r) =$ constante.

Os valores de r_c e β variam com a massa do aglomerado: sistemas mais maciços têm um *core* e β maiores do que aglomerados de baixa massa. Finoguenov et al. (2007) sugere as seguintes relações de escala:

$$r_c = 0{,}07 \times r_{500} \times (kT_{\rm keV})^{0{,}63} \quad \text{e} \quad \beta = 0{,}4 \times (kT_{\rm keV})^{1/3} \,, \tag{233}$$

onde r_{500} é o raio no interior do qual a densidade média do aglomerado é 500 vezes maior do que a densidade crítica do Universo (veja Sec. 3.5).

É importante lembrar que o modelo-β não descreve adequadamente o brilho superficial de muitos aglomerados, subestimando o brilho observado. Esta discrepância é atribuída à possível existência de um fluxo de resfriamento central ("*cooling-flow*") ou uma região central fria ("*cool-core*", cf. seção 5.9).

Em alguns casos, existe uma contribuição à emissão em raios-X devido ao espalhamento Compton inverso dos fótons da radiação cósmica de fundo por elétrons relativísticos. Este fenômeno é semelhante ao efeito Sunyaev–Zel'dovich.

A presença de elétrons relativísticos se manifesta, independentemente da emissão em raios-X, na presença de um campo magnético pois, neste caso, há emissão rádio síncrotron (sec. 11.5). Estes elétrons são produzidos provavelmente no núcleo ativo de galáxias do aglomerado; a maioria das galáxias cD (cf. seção 5.11.1) apresenta emissão rádio. Uma outra possibilidade (não exclusiva) é de que os elétrons do gás intra-aglomerado sejam acelerados devido a colisões supersônicas entre sub-aglomerados.

5.7.2 Observação em rádio: efeito Sunyaev–Zel'dovich (Сюняев–Зельдо́вич)

Como foi dito acima, os fótons da radiação cósmica de fundo que atravessam o plasma intra-aglomerado sofrem espalhamento Compton inverso pelos elétrons, ganhando energia. Observando a CMB em rádio (para $\nu < 217\,\mathrm{GHz}$), na posição de um aglomerado de galáxias, notamos uma deficiência dos fótons da radiação cósmica: o aglomerado aparece como uma região de baixa temperatura aparente no mapa da CMB (Fig. 136). Este fenômeno é conhecido como efeito Sunyaev–Zel'dovich (ou efeito S-Z, cf. Sunyaev & Zel'dovich, 1980). Para frequências maiores que 217 GHz, os aglomerados de galáxias aparecem como manchas de temperatura aparente mais alta no mapa da CMB.

Zel'dovich e Sunyaev mostraram que, devido ao espalhamento Compton inverso pelo gás intra-aglomerado de profundidade óptica τ, o espectro de corpo negro incidente da CMB se deforma, ficando mais alargado e se deslocando para alta frequência. A frequência observada é dada por:

$$B_\nu = \frac{h\nu^3}{c^2\sqrt{\pi\, y}\,(e^x-1)}\int_0^\infty \exp\left(-\frac{[\ln x - \ln w + 3y]^2}{4y}\right)\frac{\mathrm{d}w}{w}\,;\quad \text{onde}\quad x \equiv \frac{h\nu}{kT_{\mathrm{CMB}}}\,. \tag{234}$$

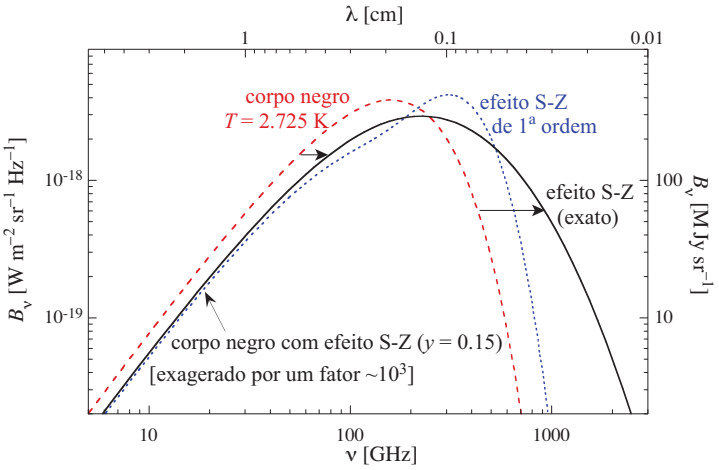


Figura 136: Distorção do espectro de corpo negro da radiação cósmica de fundo (tracejada) devido ao efeito Sunyaev–Zel'dovich (linha contínua, cálculo exato; linha pontilhada, 1ª ordem). Para frequências inferiores a $\sim 210\,\mathrm{GHz}$, há uma diminuição aparente da temperatura da CMB

A amplitude deste efeito na equação acima é caracterizada pelo parâmetro Compton y, a integral da pressão do plasma ao longo da linha de visada ($y \propto \int P\,\mathrm{d}\ell$, $P = nkT$), que depende da temperatura e densidade como:

$$y = \frac{\sigma_T}{m_e c^2}\int kT(l)\, n_e(l)\,\mathrm{d}l\,, \tag{235}$$

onde σ_T é a seção de choque de Thomson, m_e é a massa do elétron, e l é a dimensão do aglomerado na linha de visada. Em aglomerados de galáxias, $y \lesssim 10^{-4}$ e a Eq. (234) pode ser aproximada em 1ª ordem por:

$$B_\nu = B_\nu^{\mathrm{CMB}} + \frac{2k^3T_{\mathrm{CMB}}^3}{h^2c^2}x^4e^x y\,\frac{(x\coth[x/2]-4)}{(e^x-1)^2}\,;\quad \text{onde}\quad x \equiv \frac{h\nu}{kT_{\mathrm{CMB}}}\,,$$

Onde B_ν^{CMB} é o brilho de um corpo negro dado pela Eq. (9). Note que, $B_\nu = B_\nu^{\mathrm{CMB}}$ se $x\coth(x/2) = 4$, isto é, se $x = 3{,}83$ ou $\nu = 217{,}47$ GHz.

Para baixas frequências, isto é, $x \ll 1$, então temos:

$$B_\nu \simeq B_\nu^{\mathrm{CMB}} - \frac{4kT_{\mathrm{CMB}}\nu^2}{c^2}\,y\,.$$

O decréscimo aparente da temperatura da radiação de fundo (quando medida na região Rayleigh-Jeans do espectro) será:

$$\frac{\Delta T_{\rm CMB}}{T_{\rm CMB}} = -2\,y\,. \tag{236}$$

Este decréscimo é tipicamente da ordem de 10^{-4}–10^{-5} no centro de aglomerados.

Se o plasma for isotérmico, a equação (235) se simplifica,

$$y = \tau\frac{kT}{m_e c^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta T_{\rm CMB}}{T_{\rm CMB}} \approx -2{,}5\times 10^{-5}\left(\frac{kT}{1\,{\rm keV}}\right)\left(\frac{n_0}{10^{-2}{\rm cm}^{-3}}\right)\left(\frac{R_c}{100\,{\rm kpc}}\right)\,, \tag{237}$$

onde τ é a profundidade óptica, $\tau = \sigma_T \int n_e(l)\,{\rm d}l$.

A Fig. 137 mostra o exemplo do aglomerado de Como detectado em várias frequências pelo satélite *Planck*. Como foi dito, abaixo de 217 GHz o aglomerado aparece mais frio; acima, aparece mais quente.

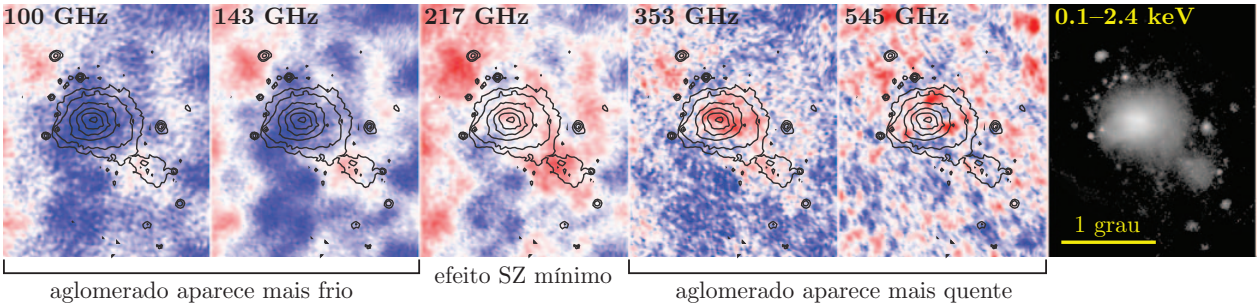


Figura 137: Imagens em micro-ondas (de 100 a 545 GHZ, dados do satélite Planck) e em raios-X (último painel a direita, dados do satélite *ROSAT*) do aglomerado de Coma. Os contornos em preto servem para mostrar a distribuição da emissão em raios-X (logo, a distribuição da densidade do gás intra-aglomerado). O efeito S-Z pode ser notado como um sinal negativa (azul = temperatura abaixo da média da CMB) nos 2 primeiros painéis da esquerda e um sinal positivo (vermelho = temperatura acima da média da CMB) nos painéis de 353 e 545 GHz.

O efeito acima é mais precisamente chamado S-Z térmico. Se o aglomerado tiver um movimento radial peculiar (v_r) em relação à expansão cósmica (fluxo de Hubble), ocorre uma variação adicional na intensidade (e temperatura aparente) da CMB medida em micro-ondas devido ao efeito Doppler. Para frequências em rádio temos:

$$\frac{\Delta T_{\rm CMB}}{T_{\rm CMB}} = -\tau\,\frac{v_r}{c}\,. \tag{238}$$

A equação acima descreve o chamado efeito S-Z cinemático (positivo para aglomerados que estejam se movendo na direção do observador). O efeito SZ cinemático não deforma o espectro de corpo negro.

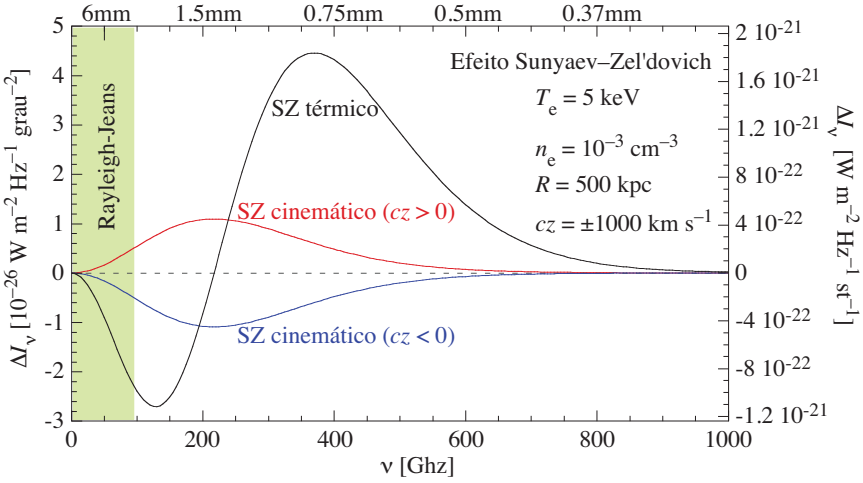


Figura 138: Variação da radiação cosmológica de fundo devido aos efeitos S-Z térmico e cinemático ($\Delta I_\nu = I_{\rm SZ} - I_{\rm CMB}$). Note que para $\nu = 215$ GHz o efeito S-Z térmico é nulo enquanto o efeito S-Z cinemático (em módulo) é máximo. Na parte Rayleigh-Jeans o efeito S-Z térmico é sempre negativo.

A forma espectral do efeito S-Z térmico (veja Fig. 138, onde é mostrada a diferença entre as intensidades da CMB com e sem o efeito S-Z) faz com que aglomerados de galáxias sejam facilmente detectados em

observações rádio milimétricas e submilimétricas (Aghanim et al., 2001). Isto é particularmente interessante se lembrarmos que o efeito S-Z é **independente do *redshift*** e podemos detectar com a mesma intensidade aglomerados próximos ou distantes (veja Fig. 139). O efeito S-Z é independente da distância do aglomerado porque o sinal vem, de fato, da radiação cósmica de fundo: o plasma do aglomerado apenas espalha os fótons da CMB e este fenômeno não depende do *redshift* do aglomerado.

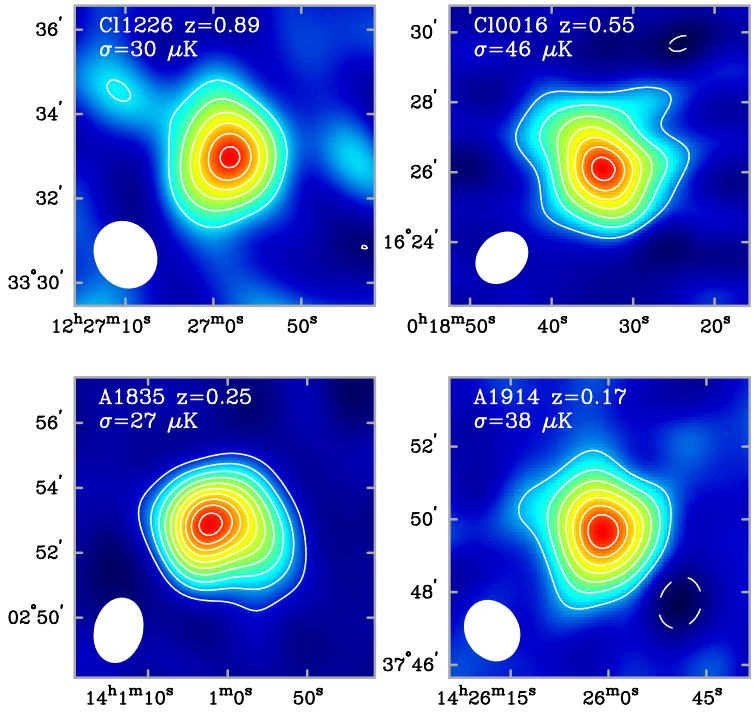


Figura 139: Efeito S-Z observados em aglomerados a diferentes *redshifts*; para aglomerados com luminosidades em raios-X semelhantes, o sinal do efeito S-Z é aproximadamente o mesmo. O efeito S-Z não depende da distância do aglomerado. Os níveis traçados em linhas contínuas correspondem a $\Delta T_{\rm CMB}/T_{\rm CMB} < 0$. A elipses nos cantos representam a largura da PSF (*point spread function*) a meia-altura (FWHM). Figura tirada de Reese (2003).

Observações do efeito S-Z dão informações sobre a densidade e a temperatura do plasma intra-aglomerado, assim como as observações em raios-X. Contudo, estas observações dependem de forma diferente de n_e e T_X do gás. A luminosidade em raios-X é $L_X = 4\pi f_X d_L^2 \propto \int n_e^2 \Lambda(T_X)\,{\rm d}V$, [$\Lambda(T_X) \propto T_X^{1/2}$ é a função de resfriamento do gás intra-aglomerado e d_L é a distância de luminosidade], enquanto $\Delta T_{\rm CMB}/T_{\rm CMB} \propto \int n_e T_X\,{\rm d}l$. Combinando estas expressões, podemos deduzir o tamanho físico (em kpc, p. ex.) do aglomerado ou do seu core e, consequentemente, sua distância d_A (distância de diâmetro angular), sem a utilização da lei de Hubble.

Supondo que o gás seja isotérmico e seja descrito pelo modelo-β, eliminamos a densidade central, n_0 e obtemos a relação:

$$4\pi f_X d_L^2 = {\rm cte} \left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2_{\rm CMB} r_c\, T_X^{-3/2}\,, \tag{239}$$

onde "cte" é a constante da emissividade bremsstrahlung dividida pela constante do parâmetro Compton. Escrevendo $r_c = d_A \theta_c$, onde d_A é a distância de diâmetro angular e lembrando que $d_L = (1+z)^2 d_A$, obtemos a distância do aglomerado como:

$$d_A = {\rm cte} \frac{1}{(1+z)^4 f_X} \left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2_{\rm CMB} \theta_c T_X^{-3/2}\,, \tag{240}$$

onde todos os termos do lado direito podem ser obtidos observacionalmente. Para aglomerados próximos podemos desprezar o termo $(1+z)^4$. Em termos numéricos temos a distância (de diâmetro angular) do aglomerado é dada por:

$$d_A \approx 4 \left(\frac{\Delta T/T}{10^{-5}}\right)^2_{\rm CMB} \left(\frac{f_X}{10^{-11}}\right)^{-1} \left(\frac{T_X}{10^8 {\rm K}}\right)^{-3/2} \theta_c \ {\rm Mpc}\,, \tag{241}$$

onde θ_c é o tamanho característico angular em arcmin[30] do aglomerado, assumindo $\beta = 2/3$, e o fluxo medido em raios-X é bolométrico em unidades CGS.

[30] θ_c corresponde, em geral ao raio de core; mas isto depende do modelo do perfil de densidade do gás intra-aglomerado.

5.8 Determinação de massa

5.8.1 Galáxias e a "massa faltante"

Para calcularmos a massa total contida nas galáxias de um aglomerado, somamos a luminosidade de todas as galáxias (atenção àquelas que não pertencem ao aglomerado) e utilizamos uma relação massa/luminosidade *estelar* apropriada:

$$\frac{M}{L_B} \approx 4\text{–}8\,, \quad \text{para galáxias elípticas, com população estelar de tipos K e M.}$$

Para um aglomerado rico com, digamos, 10^2 galáxias com luminosidade média de $10^{10}L_\odot$ e assumindo uma razão massa luminosidade estelar $M/L_B \sim 10$, esperaríamos uma massa "luminosa", isto é, contida nas galáxias na forma de estrelas de $\sim 10^{13}M_\odot$. Comparando a massa dinâmica (massa inferida a partir da dinâmica do aglomerado, isto é, a massa total), neste caso de $10^{15}M_\odot$, com a massa "luminosa" (nas galáxias), concluímos que a massa total $\gg$ massa "visível", implicando na existência de uma grande quantidade de matéria invisível ou **matéria escura**.

Este fato foi colocado em evidência pela primeira vez por Zwicky (1933); Smith (1936) com os aglomerados de Coma e Virgo, respectivamente, e ficou conhecido como problema da "massa faltante"[31] (*missing mass problem*).

Resumindo, a soma das massas das galáxias não é a massa do aglomerado!

5.8.2 Medida de *redshift* e velocidades

Quando observamos uma galáxia em um aglomerado, medimos um deslocamento das linhas espectrais, $\lambda_{\rm obs}$, que correspondem a 4 fenômenos distintos: (I) o movimento próprio do observador em relação a um referencial comóvel (local); (II) ao afastamento do aglomerado devido a expansão do Universo; (III) ao movimento próprio do aglomerado em relação a um referencial comóvel; (IV) movimento próprio da galáxia no interior do aglomerado. Note que, exceto pela expansão do Universo, todos os outros fenômenos resultam no efeito Doppler. Seguindo Harrison (1974), temos:

$$\left.\begin{array}{rl} \text{movim. local:} & 1+z_{\rm loc} = \lambda_{\rm obs}/\lambda_{\rm loc} \\ \text{expan. cosmo:} & 1+z_h = \lambda_{\rm loc}/\lambda_h \\ \text{movim. aglom.:} & 1+z_{\rm ag} = \lambda_h/\lambda_{\rm ag} \\ \text{movim. galáxia:} & 1+z_0 = \lambda_{\rm ag}/\lambda_0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \lambda_{\rm obs}/\lambda_0 \equiv (1+z_{\rm obs}) = (1+z_0)(1+z_{\rm ag})(1+z_h)(1+z_{\rm loc}) \\ \text{se } z_i \ll 1 \rightarrow z_{\rm obs} \approx z_0 + z_{\rm ag} + z_h + z_{\rm loc}\,, \end{array}\right.$$

onde z_i corresponde a cada *redshift* individual, λ_0 representa o espectro de repouso emitido pela galáxia e $z_{\rm obs}$ é o *redshift* efetivamente observado. Se cada *redshift* é muito menor que um, então o *redshift* observado é simplesmente a soma das componentes. Note isto é equivalente à Eq. (45).

Na prática é muito difícil determinarmos $z_{\rm ag}$, o *redshift* devido ao movimento próprio do aglomerado. Consideramos, então, que o movimento próprio do aglomerado seja nulo e o efeito do movimento real é absorvido no termo z_h da expansão cosmológica.

Para as galáxias de um aglomerado, o valor médio do *redshift* devido ao movimento próprio das galáxias deve ser nulo, $\overline{z}_0 = 0$. Além disto, o movimento local é em geral assimilado na medida do *redshift*. Desta forma, podemos escrever (veja também Danese et al., 1980):

$$z_0 = \frac{(z_{\rm obs} - z_h)}{(1+z_h)}\,, \quad \text{onde} \quad z_h \approx \overline{z}_{\rm obs} \quad \text{e} \quad \overline{z}_{\rm obs} = \frac{1}{N_{\rm g}}\sum_i^{N_{\rm g}} z_{{\rm obs}_i}\,, \tag{242}$$

isto é, estimamos o valor do *redshift* cosmológico usando a média dos *redshifts* dos objetos no aglomerado. O *redshift* z_0 obtido assim nos dá uma estimativa do valor da velocidade própria da galáxia no aglomerado.

Quando estimamos a massa de um aglomerado de galáxias usando a dispersão de velocidades, então devemos utilizar os *redshifts* z_0 definido na Eq. (242).

5.8.3 Dinâmica – Teorema do Virial

O teorema do virial diz que, para um sistema em equilíbrio vale a igualdade:

$$2\overline{K} + \overline{U} = 0\,, \tag{243}$$

[31] Na verdade não é a massa que falta, mas sim a luz! O artigo de F. Zwicky de 1933, em alemão, é a primeira evidência de matéria escura em aglomerados.

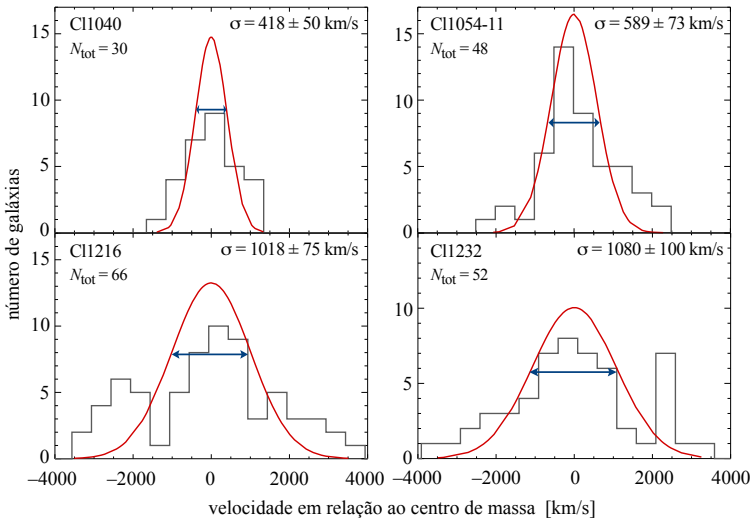


Figura 140: Distribuição de velocidades em quatro aglomerados de galáxias, ajustadas por uma gaussiana. As dispersões, σ, de cada gaussiana estão indicadas para cada aglomerado. Figura tirada de Halliday et al. (2004).

onde $\overline{K}$ e $\overline{U}$ são as energias cinética e potencial *médias*, respectivamente. Se, além disto o sistema for *ergódico*, podemos escrever simplesmente

$$2K + U = 0\,, \tag{244}$$

isto é, uma medida instantânea das energias cinética e potencial bastam para satisfazer o teorema do virial.

Uma das aplicações do teorema do virial está na determinação da massa de um sistema gravitacional isolado. Para um sistema esférico podemos escrever o Teorema do virial, Eq. (244) como

$$2K + U = \frac{1}{M}\sum_i m_i v_i^2 - \frac{G\,M}{r_g} = 0\,, \tag{245}$$

onde tomamos as energias cinética e potencial por unidade de massa, o *raio gravitacional* é definido como $r_g \equiv GM/|U|$ e $M = \sum_i m_i$ é a massa total do sistema.

Posto desta forma, vemos que a energia cinética (por unidade de massa) total do sistema corresponde à média dos quadrados das velocidades das partículas, $K/M = \overline{v^2}$. Portanto, podemos escrever:

$$M = \frac{r_g\,\overline{v^2}}{G}\,. \tag{246}$$

Infelizmente, não podemos utilizar a equação (246) diretamente para determinarmos M: tanto r_g como $\overline{v^2}$ não podem ser medidos observacionalmente. Contudo, podemos estimar estas grandezas a partir das observações.

O raio gravitacional é aproximadamente proporcional ao raio que contém metade da luminosidade total do objeto, o chamado *raio efetivo*, $R_{\rm ef}$. Pode-se mostrar que $r_g \sim 3R_{\rm ef}$. Mais precisamente podemos escrever $r_g \sim k_1 R_{\rm ef}$, onde k_1 é determinado pela distribuição de massa do objeto.

Por outro lado, supondo que a distribuição de velocidades seja isotrópica, isto é, as direções dos vetores de velocidade são aleatórias, então $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$ e, portanto, a dispersão observada em uma dada direção será dada por $3\overline{v_x^2} = \overline{v^2}$. Na prática, não é $\overline{v_x^2}$ que é medido, mas sim a dispersão de velocidades central, σ_0^2, onde σ é medida na direção da linha de visada. A relação entre σ_0^2 e $\overline{v^2}$ depende da geometria e da forma da distribuição das velocidades.

Podemos, finalmente, escrever a Eq. (246) em termos de grandezas observáveis:

$$M = k_{\rm geo}\frac{R_{\rm ef}\,\sigma_0^2}{G}\,, \tag{247}$$

onde a constante $k_{\rm geo}$ depende da geometria e da distribuição de velocidades. A figura 140 ilustra a distribuição de velocidades em alguns aglomerados e como pode ser determinado a dispersão de velocidades.

No caso de sistemas discretos como aglomerados de galáxias existem variações na forma de se obter as grandezas envolvidas no teorema do virial. Como vimos, podemos escrever para um sistema discreto de massas iguais (Heisler, Tremaine & Bahcall, 1985):

$$M = \frac{3\pi N}{2G}\,\frac{\sum_i v_{z,i}^2}{\sum_i \sum_{j>i}(1/R_{\perp,ij})}\,. \tag{248}$$

onde utilizamos a relação válida para um sistema esférico (Limber, 1960):

$$\overline{R_{ij}^{-1}} = \frac{2}{\pi}\,\overline{R_{\perp,ij}^{-1}}\,, \tag{249}$$

onde R_{ij} é a distância entre as partículas i e j em 3 dimensões e $R_{\perp,ij}$ a distância projetada destas partículas.

Uma forma alternativa é o *estimador de massa projetada* (Heisler, Tremaine & Bahcall, 1985):

$$M = \frac{k}{GN}\sum_i v_z^2 r_\perp\,, \tag{250}$$

onde a constante k depende da distribuição de órbitas:

$$k = \begin{cases} \dfrac{32}{\pi} & \text{órbitas isotrópicas;} \\ \dfrac{64}{\pi} & \text{órbitas radiais.} \end{cases} \tag{251}$$

Na prática, a grandeza $v_z^2 r_\perp$, que deveria ser medida a partir do centro de massa do aglomerado, é medida a partir do centroide da distribuição de galáxias. O valor medido é sistematicamente menor que o valor "teórico". Por isto, utiliza-se na prática a seguinte expressão:

$$M = \frac{k}{G(N-\alpha)}\sum_i v_z^2 R_\perp\,, \tag{252}$$

com $\alpha = 1{,}5$.

O *estimador de massa da mediana* é obtido calculando-se a mediana da grandeza $(v_{z,i} - v_{z,j})^2 R_{\perp,ij}$. A mediana é relativamente insensível a valores extremos e, portanto, a galáxias que não fazem parte do aglomerado. O estimador de massa se escreve:

$$M = \frac{k}{G}\,\text{mediana}\left[(v_{z,i} - v_{z,j})^2 R_{\perp,ij}\right]\,, \tag{253}$$

onde $k \approx 6{,}5$ é obtido através de experiências numéricas.

Destes, os mais robustos (baseados em experiências numéricas) são o estimador de massa do virial e massa projetada (Aceves & Perea, 1999). Tipicamente, a incerteza na massa não será superior a $\sim$50% para aglomerados ricos e regulares. O erro na massa se torna substancial para aglomerados que apresentam sub-estruturas.

5.8.4 Dinâmica – Cáustica

O método de cáustica é baseado na análise da distribuição de galáxias membro no plano (r, v_r), onde r é a distância projetada no lano de céu ao centro do aglomerado e v_r é a velocidade na linha de visada das galáxias, no referencial de repouso do aglomerado.

Esta forma de estimar a massa foi desenvolvido por Diaferio & Geller (1997) e Diaferio (1999), na relação entre a velocidade de escape e o potencial gravitacional, $v_e^2(r) = -2\phi(r)$. Em um potencial esférico, a função $v_e(r)$ tem uma forma característica de trompete (Fig. 141).

A principal vantagem do método de cáustica é não depender da hipótese de equilíbrio, como os métodos baseados no teorema do virial. O que é feito aqui é a estimativa da velocidade de escape em função do raio (distância projetada do centro do aglomerado ou grupo), utilizando as medidas de *redshift* para medir v_r.

5.8.5 Equilíbrio hidrodinâmico: gás emissor de raios-X

A condição para que o gás intra-aglomerado esteja em equilíbrio é que a escala de tempo para equipartição de energia dos elétrons (o gás está completamente ionizado) seja pequena comparado com a escala de tempo dinâmico do aglomerado.

Primeiro, estimamos o livre caminho médio de uma carga (elétron ou próton) em um plasma,

$$\lambda_{\rm ei} = (n_e \sigma_{\rm ei})^{-1}\,, \tag{254}$$

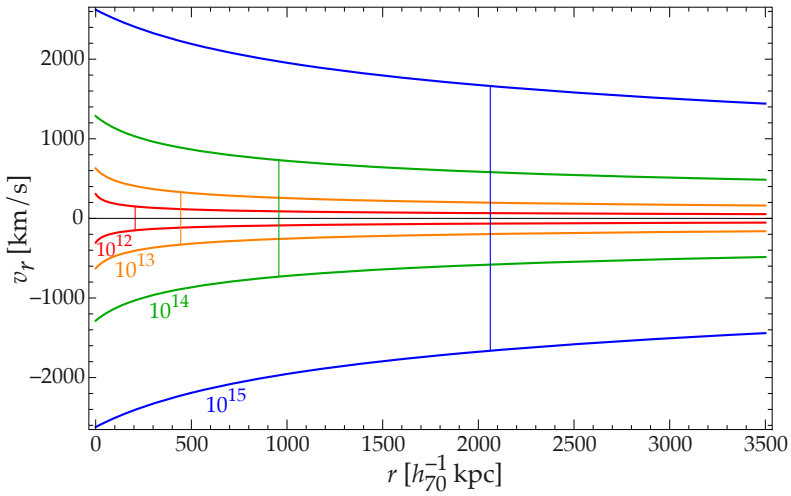


Figura 141: Curvas cáusticas, a componente na linha de visada de $v_e(r)$, para halos esféricos seguindo o perfil de densidade NFW (Sec. 3.5), para massa de 10^{12} a $10^{15}\,M_\odot$. As linhas verticais correspondem a r_{200} para cada massa.

onde $\sigma_{\rm ei}$ é a seção de choque entre os elétrons e os íons. O livre caminho médio para interação íon–elétron em um plasma completamente ionizado foi obtido por Spitzer (1956):

$$\lambda_{\rm ei} = 2\pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 \frac{\varepsilon_0^2 (kT)^2}{Z_i^2 n_e e^4 \ln\Lambda} \approx (kT_{\rm keV})^2 \left(\frac{n_e}{10^{-3}{\rm cm}^{-3}}\right)^{-1} \frac{1}{\ln\Lambda}\ {\rm kpc}\,, \tag{255}$$

onde $\ln\Lambda$ é o logaritmo de Coulomb e ε_0 é a permissividade do vácuo. $\Lambda = \lambda_{\rm Debye}/b_{\rm min}$ é a razão entre o *comprimento de Debye* e o parâmetro de impacto mínimo (quando a mudança na trajetória é de 90°). O comprimento de Debye é:

$$\lambda_{\rm Debye} \approx 7{,}4\,(kT_{\rm keV})^{1/2} \left(\frac{n_e}{10^{-3}{\rm cm}^{-3}}\right)^{-1/2}\ {\rm kpc}\,. \tag{256}$$

Na Eq. (255) acima assumimos $Z_i^2 \approx 1{,}4$. Λ é função do logaritmo de $kT/\sqrt{n}$ e podemos tomar $\ln\Lambda \approx 3{,}5$. No centro de aglomerados, o livre caminho médio é de alguns kiloparsecs.

A escala de tempo para equipartição pode ser estimada por $t_{\rm eq} \approx \lambda_{\rm ei}/v_{\rm rms}$, isto é:

$$t_{\rm eq} = 2\pi \left(\frac{3}{2}\right)^{3/2} \frac{\varepsilon_0^2 (kT)^{3/2} m_e^{1/2}}{n_e Z^2 e^4 \ln\Lambda} \approx 60\times 10^3 (kT_{\rm keV})^{3/2} \frac{n_e}{10^{-3}{\rm cm}^{-3}}\ {\rm anos}\,. \tag{257}$$

onde $v_{\rm rms} = \sqrt{(3/2)kT/m_e}$ é a velocidade típica dos elétrons.

Assim, o tempo necessário para o gás atingir o equilíbrio é muito menor do que a escala de tempo dinâmico em aglomerados, da ordem de alguns bilhões de anos. Logo, é seguro assumir que o plasma intra-aglomerado esteja em equilíbrio na ausência de eventos dinâmicos maiores como, por exemplo, colisões de aglomerados.

Se o gás intra-aglomerado estiver em equilíbrio hidrostático a equação de Euler deve ser obedecida:

$$\frac{1}{\rho}\nabla P = -\nabla\Phi\,. \tag{258}$$

Note que o lado esquerdo da expressão acima depende **apenas** do gás e o lado direito de toda a matéria no aglomerado. A massa total não é dada pela integral da densidade do gás e dizemos que o gás *traça* o potencial. A hipótese de equilíbrio e a equação de Euler foram utilizadas pela primeira vez por Lea (1975). Considerando um sistema de simetria esférica vem:

$$\frac{1}{\rho(r)}\frac{{\rm d}P(r)}{{\rm d}r} = -\frac{{\rm d}\Phi(r)}{{\rm d}r}\,. \tag{259}$$

Como em um aglomerado o gás é extremamente quente e rarefeito, podemos utilizar a aproximação de um gás ideal, $PV = NkT$. Além da pressão de origem térmica, é possível que haja outros fenômenos que contribuem como uma forma de pressão, por exemplo, a presença de campo magnética em grande escala, turbulência do gás, raios cósmicos se propagando no meio intra-aglomerado.

Utilizando $\rho = \mu m_{\rm H} n$, onde μ é o peso molecular médio [$\mu \approx 0{,}6$ para um gás primordial totalmente ionizado – não confunda com μ_e, que aparece na Eq. (231)] e $n \equiv N/V$, obtemos:

$$\frac{1}{\rho}\left[\frac{k}{\mu m_{\rm H}}\frac{{\rm d}(\rho T)}{{\rm d}r} + \frac{{\rm d}P_{\rm nt}}{{\rm d}r}\right] = -\frac{{\rm d}\Phi(r)}{{\rm d}r}\,, \tag{260}$$

onde $P_{\rm nt}$ é a pressão de origem não térmica.

Para um sistema esférico a derivada radial do potencial é:

$$\frac{{\rm d}\Phi}{{\rm d}r} = -F(r) = \frac{G\,M(r)}{r^2}\,. \tag{261}$$

Portanto, obtemos finalmente:

$$\frac{k}{\mu\, m_{\rm H}}\frac{{\rm d}(\rho\, T)}{{\rm d}r} + \frac{{\rm d}P_{\rm nt}}{{\rm d}r} = -\rho\frac{G\,M(r)}{r^2} \quad \Rightarrow M(r) = -\frac{kT}{G\,\mu\, m_{\rm H}}\, r\left(\frac{{\rm d}\ln\rho}{{\rm d}\ln r} + \frac{{\rm d}\ln T}{{\rm d}\ln r} + \frac{P_{\rm nt}}{P_{\rm t}}\frac{{\rm d}\ln P_{\rm nt}}{{\rm d}\ln r}\right), \tag{262}$$

onde $P_{\rm t}$ é a pressão de origem térmica e escrevemos a derivada logarítmica de uma função $y(x)$ como ${\rm d}\ln y/{\rm d}\ln x \equiv (x/y)({\rm d}y/{\rm d}x)$. Como o termo da pressão não-térmica é muito mal conhecido, é muito comum considerarmos simplesmente $P_{\rm nt} \approx 0$ ou ${\rm d}P_{\rm nt}/{\rm d}r \approx 0$. Neste caso, a Eq. (262) se simplifica e encontramos a expressão mais usual:

$$M(r) = -\frac{kT}{G\,\mu\, m_{\rm H}}\, r\left(\frac{{\rm d}\ln\rho}{{\rm d}\ln r} + \frac{{\rm d}\ln T}{{\rm d}\ln r}\right), \tag{263}$$

Podemos obter assim o perfil radial de massa total (massa dinâmica) do aglomerado a partir da observação da densidade e temperatura do gás intra-aglomerado. Supondo que as hipóteses feitas na dedução da Eq. (263) são corretas, a maior incerteza está na determinação do perfil radial de temperatura. A figura 142 mostra como o perfil de temperatura tem um espalhamento forte, mesmo se há um comportamento grosseiramente semelhante para os aglomerados.

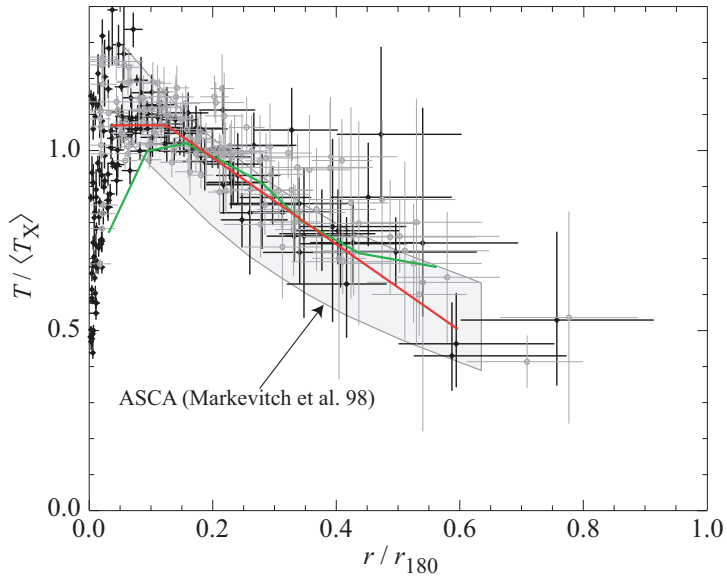


Figura 142: Perfil de temperatura de aglomerados. Os eixos estão escalonados, em unidades de r_{180} (aproximadamente o raio do virial, veja Sec. 8.2) e pela temperatura média (excluindo a região do *cool-core*, Sec. 5.9). Figura baseada em Vikhlinin et al. (2005) (pontos pretos, *Chandra*) e Pratt et al. (2007) (pontos cinzas, XMM).

5.8.6 Lentes gravitacionais

A massa total (gás + galáxias + matéria escura) de aglomerados, pelo menos na região central, pode ser estimada através de *lentes gravitacionais*. Este método não depende do estado dinâmico do aglomerado, porém é sensível a toda a massa na linha de visada. Para uma revisão completa veja, por exemplo, Fort & Mellier (1994); Narayan & Bartelmann (1996); Kneib & Natarajan (2011); Dodelson (2017).

A ideia de que um corpo maciço poderia alterar a trajetória da luz já aparece nos trabalhos de Newton. von Soldner (1804) calcula pela primeira vez, usando a Mecânica Newtoniana, o desvio de um raio de luz de uma estrela devido à passagem rasante ao disco solar (Fig. 143). Em 1911, Einstein aborda a questão

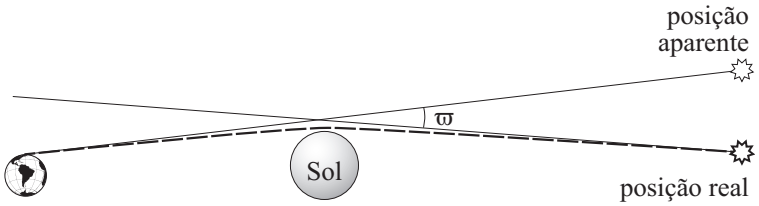


Figura 143: Desvio gravitacional da trajetória de um raio luminoso que passa próximo do Sol. O ângulo de desvio, ϖ calculado de forma newtoniana, neste caso rasante, é de $\varpi = 2GM_\odot/(c^2 R_\odot) = 0{,}876''$; o cálculo relativístico resulta em um valor (correto) que é o dobro deste, $\varpi = 1{,}752''$. A linha tracejada espessa representa a trajetória (geodésica) da luz.

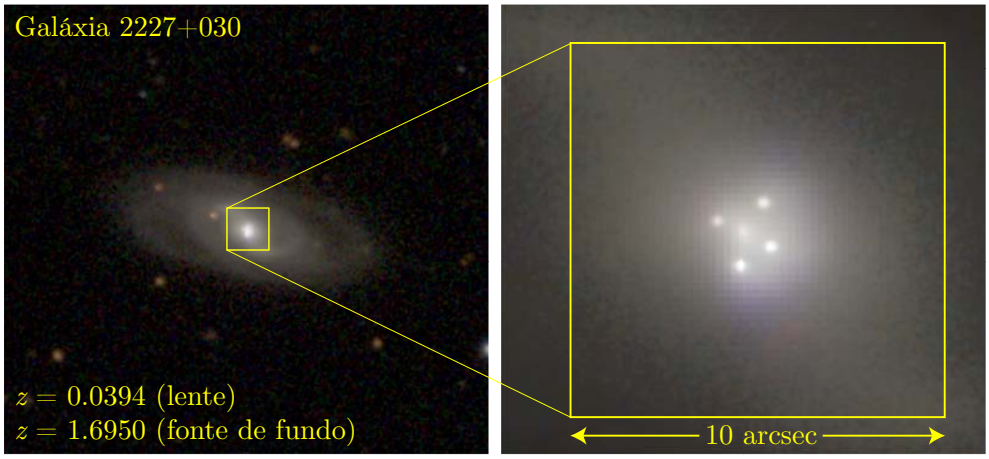


Figura 144: Imagem da galáxia espiral 2227+030 (Huchra et al., 1985), uma lente gravitacional que produz 4 imagens de um QSO distante. Esquerda: imagem usando dados públicos do SDSS mostrando a galáxia. Direita: imagem do HST mostrando a "Cruz de Einstein" formada pelas 4 imagens de um mesmo QSO.

da influência do campo gravitacional na trajetória de propagação da luz, alguns anos antes de publicar a teoria da Relatividade Geral.

Justamente, somente com a Teoria da Relatividade Geral é que podemos prever corretamente a alteração da trajetória da radiação eletromagnética (ou do fóton se preferir) na presença de um corpo maciço (de Sitter, 1916). Desvios gravitacionais da posição aparente de estrelas devido à massa do Sol foram medidos pela primeira vez durante o eclipse total de Maio de 1919,[32] observado em Sobral, no Ceará (Dyson et al., 1920) – a teoria da gravitação de Einstein prevê que a imagem de uma estrela próxima do disco solar está a $1''{,}8$ de sua posição verdadeira. É interessante notar que o desvio gravitacional calculado de forma newtoniana é metade do valor correto.

Chwolson (1924) sugere o fenômeno de imagens múltiplas (*fiktiven Doppelsternes* – "estrelas duplas falsas") devido ao efeito de desvio gravitacional da luz de uma estrela atrás de outra na linha de visada. Einstein (1936) discute o efeito de lentes gravitacionais produzidos pelo alinhamento de estrelas e prevê a ocorrência de imagens múltiplas e dos chamados anéis de Einstein (discutido mais adiante). Zwicky (1937) sugere que galáxias podem agir como lentes gravitacionais e que este fenômeno deveria ser mais facilmente observável do que o efeito de lente gravitacional produzido por duas estrelas alinhadas na linha de visada.

Contudo, a primeira evidência observacional de lentes gravitacionais extragalácticas só foi obtida por Walsh et al. em 1979, com a descoberta de imagens múltiplas de QSOs. Em 1985, Huchra et al. (1985) descobrem uma lente gravitacional com 4 imagens múltiplas, a chamada "Cruz de Einstein", Fig. 144.

As primeiras observações de *arcos gravitacionais*, produzidos pela região central de aglomerados de galáxias, foram feitas por Soucail et al. (1987) para o aglomerado Abell 370 e Lynds & Petrosian (1986, 1989) para Cl2244. Hewitt et al. (1988) detecta pela primeira vez um anel de Einstein, observado em rádio na fonte MG1131+0456.

A geometria do desvio gravitacional da luz é descrita na figura 145. Supondo que os ângulos são todos

[32] A primeira tentativa de se observar o efeito de desvio gravitacional da luz durante um eclipse total do Sol foi feito na cidade de Cristina, próxima de São Lourenço, em Minas Gerais, durante o eclipse de outubro/1912 pela equipe de Charles Dillon Perrine.

pequenos (na prática são ângulos menores que 1°), temos as seguintes relações geométricas:

$$\theta D_{\rm OS} = \beta D_{\rm OS} + \Delta\hat{\theta} D_{\rm LS} \quad \Rightarrow \quad (\theta - \beta) D_{\rm OS} = \Delta\hat{\theta} D_{\rm LS}\,,$$

e

$$(\theta - \beta) D_{\rm OS} = \Delta\theta D_{\rm OS} = \Delta\hat{\theta} D_{\rm LS}\,.$$

(É comum encontrarmos a notação $\varpi \equiv \Delta\hat{\theta}$ na literatura). Portanto, a posição relativa entre a fonte e a imagem é dada pela *equação de lentes* (p. ex., Refsdal, 1964; Fort & Mellier, 1994):

$$\beta = \theta - \Delta\theta(\theta) \quad \text{e} \quad \Delta\theta(\theta) = \frac{D_{\rm LS}}{D_{\rm OS}} \Delta\hat{\theta}(\theta) \quad \Rightarrow \quad \beta = \theta - \Delta\hat{\theta} \frac{D_{\rm LS}}{D_{\rm OS}}\,. \tag{264}$$

Note que as distâncias $D_{\rm OS}$ (observador-fonte), $D_{\rm OL}$ (observador-lente) e $D_{\rm LS}$ (lente-fonte) são definidas pelos ângulos, portanto são "distância de diâmetro angular" no sentido cosmológico (veja seção 2.7.4). Além disto, em um universo em expansão, $D_{\rm OL} + D_{\rm LS} \neq D_{\rm OS}$. Note que em um Universo plano (em expansão ou não), as distâncias comóveis se somam como esperado, $D_{\rm OL comov.} + D_{\rm LS comov.} = D_{\rm OS comov.}$

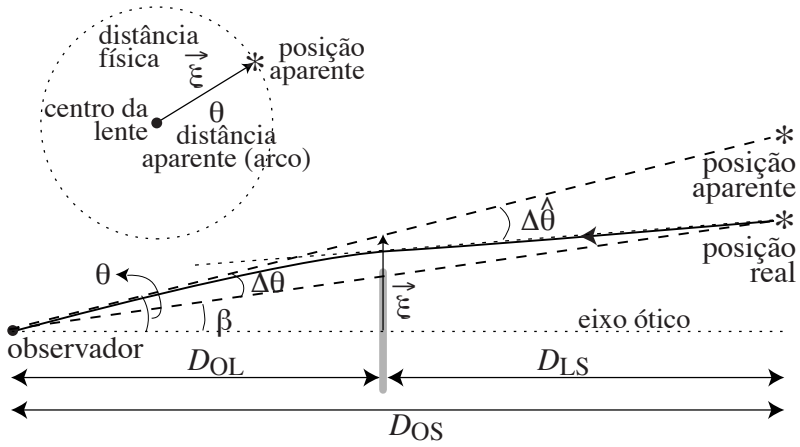


Figura 145: Desvio gravitacional da luz devido a presença de um corpo maciço (lente). O astro é observado em uma posição aparente θ, distante $\Delta\theta$ da posição verdadeira (β). A distância ξ medida no plano da lente entre o eixo ótico e a trajetória não perturbada do raio de luz é o parâmetro de impacto. As distâncias são de diâmetro angular, cf. Sec. 2.7.4.

Na equação de lentes, estamos fazendo a aproximação de lentes finas, i.e., campos gravitacionais com dimensão muito menor que $D_{\rm OS}$ (o raio de Abell é muito menor que $D_{\rm OL}$ ou $D_{\rm LS}$), e pequenos desvios $\Delta\hat{\theta} \ll 1$, i.e., campos gravitacionais fracos ($|\Phi|/c^2 \ll 1$)[33]. Em geral, lentes gravitacionais não têm um foco bem definido, ou seja, apresentam aberração. Porém, esta aberração não será cromática pois a geometria da lente não depende do comprimento de onda.

Na aproximação de campos fracos da relatividade geral, o espaço-tempo perturbado pela presença de um corpo massivo é dada pela métrica de Schwarzschild (Mo, van den Bosch & White, 2010, p.ex.,), assumindo simetria esférica:

$$\mathrm{d}s^2 = \left(1 + \frac{2\Phi}{c^2}\right) c^2\,\mathrm{d}t^2 - \left(1 - \frac{2\Phi}{c^2}\right) a^2\,\mathrm{d}x^2\,. \tag{265}$$

Se a massa tende a zero ou o raio tende a infinito, então $\Phi \to 0$ e a métrica de Schwarzschild tende à métrica de um espaço-tempo plano, $\mathrm{d}s^2 = c^2\,\mathrm{d}t^2 - a^2\,\mathrm{d}x^2$.

A geodésica nula, que corresponde à trajetória seguida pela radiação eletromagnética, é $\mathrm{d}s^2 = 0$. A distância percorrida por um fóton pode ser escrita como $\ell = ax$, assim temos:

$$\left(1 + \frac{2\Phi}{c^2}\right) c^2\,\mathrm{d}t^2 = \left(1 - \frac{2\Phi}{c^2}\right) \mathrm{d}\ell^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}\ell}{\mathrm{d}t} = c \left[\frac{\left(1 + \frac{2\Phi}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{2\Phi}{c^2}\right)}\right]^{1/2}\,.$$

Como estamos assumindo que o potencial é fraco, podemos usar uma expansão de Taylor:

$$\left[\frac{\left(1 + \frac{2\Phi}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{2\Phi}{c^2}\right)}\right]^{1/2} \simeq 1 + \frac{2\Phi}{c^2} + \frac{2\Phi^2}{c^4} + \frac{4\Phi^3}{c^6} + \ldots\,.$$

[33] Tomando $M(R_{\rm Abell}) \approx 10^{15} M_\odot$, temos para aglomerados ricos, $|\Phi|/c^2 \approx 3 \times 10^{-5} h$.

Tomando apenas o termo linear, obtemos:

$$c' \simeq c\left(1+\frac{2\Phi}{c^2}\right). \tag{266}$$

Na equação acima, c' é a velocidade efetiva da radiação eletromagnética que passa por uma perturbação Φ. Também podemos definir um índice de refração efetivo devido ao potencial Φ:

$$n \equiv \frac{c}{c'} = 1/\left(1+\frac{2\Phi}{c^2}\right) \simeq 1-\frac{2\Phi}{c^2}. \tag{267}$$

Como $\Phi<0$, então $n>1$. Este índice de refração efetivo é responsável pela mudança na trajetória da luz pelo potencial Φ.

Nesta aproximação, podemos também definir o *ângulo de desvio reduzido*, $\Delta\theta \equiv \Delta\hat{\theta}(D_{\rm LS}/D_{\rm OS})$ (Fig. 145). Este ângulo de desvio reduzido está relacionado com o índice de refração efetivo, e portanto, o potencial da lente através da expressão:

$$\Delta\hat{\theta} = -\int \nabla_\perp n\,{\rm d}z = \frac{2}{c^2}\int \nabla_\perp \Phi(\xi,z)\,{\rm d}z = \frac{1}{c^2}\nabla_\perp \Psi(\xi), \tag{268}$$

lembrando que Φ é o potencial gravitacional em 3 dimensões e introduzimos Ψ, o potencial projetado, solução da equação de Poisson em 2 dimensões, $\nabla^2\Psi = 8\pi G\Sigma_{\rm lente}$, sendo $\Sigma_{\rm lente}$ a densidade projetada da lente. Note que o gradiente é calculado na direção perpendicular à linha de visada. Para uma lente pontual, o potencial em coordenadas cilíndricas é $\Phi = -G\,M/\sqrt{\xi^2+z^2}$ e o ângulo reduzido de desvio será:

$$\Delta\hat{\theta} = \frac{4G\,M}{c^2\xi} = 2\frac{R_s}{\xi} \quad \text{e} \quad \Delta\theta = \frac{2R_s}{\theta}\frac{D_{\rm LS}}{D_{\rm OL}D_{\rm OS}}, \tag{269}$$

onde $R_s \equiv 2G\,M/c^2$ é o raio de Schwartzschild.

Se, ao invés de uma fonte pontual, tivermos uma distribuição plana e homogênea de matéria de densidade superficial Σ, teremos:

$$\Delta\theta = \frac{4G\,M(\xi)}{c^2\xi}\frac{D_{\rm LS}}{D_{\rm OS}} = \frac{4\pi G\Sigma}{c^2}\frac{D_{\rm OL}D_{\rm LS}}{D_{\rm OS}}\theta, \tag{270}$$

lembrando que $M(\xi) = \pi\xi^2\Sigma$ e, para pequenos ângulos, $\xi = D_{\rm OL}\theta$. Isto nos permite definir uma densidade superficial crítica,

$$\Sigma_{\rm crit} \equiv \frac{c^2}{4\pi G}\frac{D_{\rm OS}}{D_{\rm OL}D_{\rm LS}} \approx 0{,}347\left(\frac{D}{1{\rm Gpc}}\right)^{-1}{\rm g\ cm^{-2}} = 1{,}66\times10^3\left(\frac{D}{1{\rm Gpc}}\right)^{-1}M_\odot\ {\rm pc^{-2}}, \tag{271}$$

onde $D \equiv D_{\rm OL}D_{\rm LS}/D_{\rm OS}$. Se $\Sigma = \Sigma_{\rm crit}$, então $\Delta\theta = \theta$ e, portanto, $\beta = 0$ para qualquer θ. Esta lente focaliza a imagem perfeitamente em um ponto bem determinado. Em geral isto não ocorre e a lente provoca aberrações na imagem[34].

Em geral, só temos imagens múltiplas se a densidade superficial da lente for superior a $\Sigma_{\rm crit}$. Esta é a condição para o fenômeno de *lentes fortes*. Como a densidade crítica diminui com a distância, $\Sigma_{\rm crit} \propto D^{-1}$, é mais fácil observarmos imagens múltiplas de lentes (e fontes) mais distantes. Os efeitos de lentes fortes também são mais intensos quando menor for $\Sigma_{\rm crit}$, isto é, quando a lente está aproximadamente a meio caminho entre a fonte e o observador. Por exemplo, um aglomerado que tenha $\mathcal{M}(r<100\,{\rm kpc}) = 10^{14}M_\odot$ só produzira imagens múltiplas se sua distância for superior a $\sim 500\,{\rm Mpc}$ ($z \gtrsim 0{,}14$, para $h=0{,}7$ ΛCDM).

Tomando a equação das lentes, e supondo uma distribuição arbitrária de massa com simetria circular e com centro no eixo ótico (i.e., $\beta=0$) podemos definir um ângulo θ_E da seguinte forma:

$$\theta_E^2 \equiv \frac{4G\,\mathcal{M}(\theta_E)}{c^2}\frac{D_{\rm LS}}{D_{\rm OL}D_{\rm OS}} = 2R_s\frac{D_{\rm LS}}{D_{\rm OL}D_{\rm OS}}, \tag{272}$$

onde $\mathcal{M}(\theta_E)$ é a massa projetada no interior de θ_E. Pela simetria do problema, a imagem formada será um anel de raio θ_E, conhecido como *anel de Einstein*. Note que a densidade superficial média no interior do anel de Einstein é igual a $\Sigma_{\rm crit}$. Dependendo da posição relativa do observador, lente e fonte, assim como da massa da lente, temos diversos valores para o raio angular do anel de Einstein, como ilustrado na Fig. 146.

Alguns valores aproximados de interesse são:

[34] Lentes gravitacionais não produzem aberrações cromáticas, pois a deflexão da luz por um corpo maciço é independente do comprimento de onda.

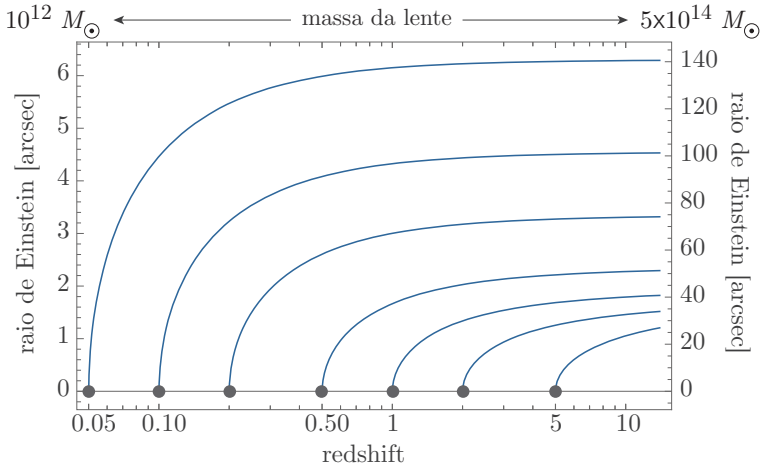


Figura 146: Raio de Einstein em função do *redshift* da fonte e da lente, para dois valores de massa da lente, ordenada à esquerda, típico de uma galáxia L_* e, à direita, típico de um aglomerado de galáxias. O *redshift* da lente é dado pela posição de cada círculo cinza e a curvas contínuas relacionam o *redshift* da fonte e o raio do anel de Einstein.

- para uma estrela a 1 kpc com massa solar e fonte no centro galáctico ou mais distante ($D_{\rm LS} \approx D_{\rm OS}$), $\theta_E \approx 2{,}8\sqrt{M/M_\odot}$ mas (milissegundo de arco);
- para uma galáxia de $10^{12} M_\odot$ a $z = 0{,}5$ ($1{,}8 h_{70}^{-1}$ Gpc), $\theta_E \approx 2{,}1\sqrt{M/10^{12} M_\odot}$ arcsec;
- para um aglomerado de $10^{14} M_\odot$ a $z = 0{,}3$ fonte a $z = 1$, $\theta_E \approx 30$ arcsec;

A figura 147 mostra três exemplos de observações de anéis de Einstein produzidos por galáxias massivas. É interessante notar que em imagens feitas na Terra com *seeing*[35] igual ou superior a $\sim 1''$ é muito difícil a detecção de anéis de Einstein produzidos por objetos de $\sim 10^{12} M_\odot$.

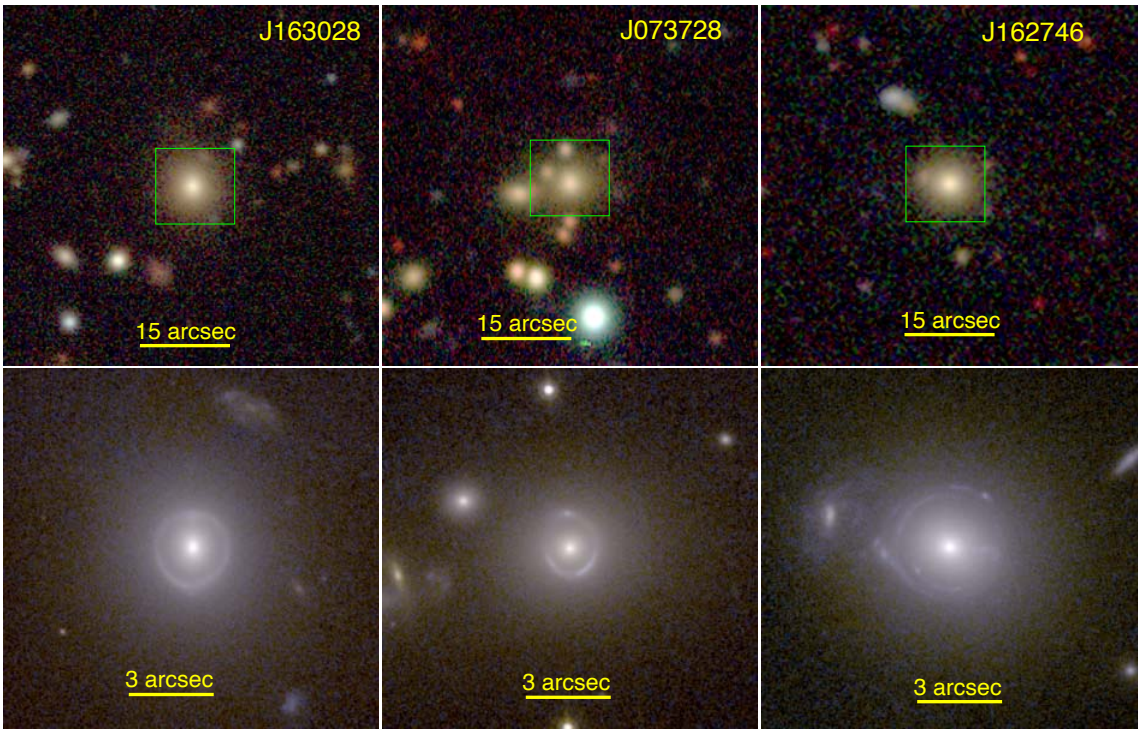


Figura 147: Exemplos de observações do anel de Einstein produzido por galáxias. Acima: imagens feitas da Terra por telescópios de 4m de diâmetro (Kitt Peak e Blanco). Os quadrados verdes equivalem à área dos painéis inferiores. Abaixo: As mesmas galáxias observadas pelo Telescópio Espacial Hubble. Imagens obtidas do DESI Legacy Survey e HST Legacy Archive.

[35] Efeito da turbulência atmosférica que faz com que fontes pontuais (como estrelas) sejam observadas como uma mancha extensa, limitando a resolução espacial.

Invertendo a Eq. (272) e supondo $D_{\rm LS} \sim D_{\rm OS} \gg D_{\rm OL}$ (esta situação é adequada para aglomerados próximos), podemos estimar a massa da lente, no interior do raio de Einstein, como:

$$\mathcal{M}(<\theta_E) = 1{,}2\times 10^{12}\,\frac{D_{\rm OL}}{100\,{\rm Mpc}}\left(\frac{\theta_E}{10''}\right)^2 M_\odot\,. \tag{273}$$

Voltando à equação da lente [Eq. (264)], para uma fonte pontual temos:

$$\beta = \theta - \frac{\theta_E^2}{\theta} \quad\Rightarrow\quad \theta = \frac{1}{2}\left(\beta \pm \sqrt{\beta^2+4\theta_E^2}\right)\,, \tag{274}$$

ou seja, uma fonte terá duas imagens opostas, uma além e outra aquém do raio de Einstein (lembrando que β é o ângulo entre a fonte e o centro da lente), Fig. 148.

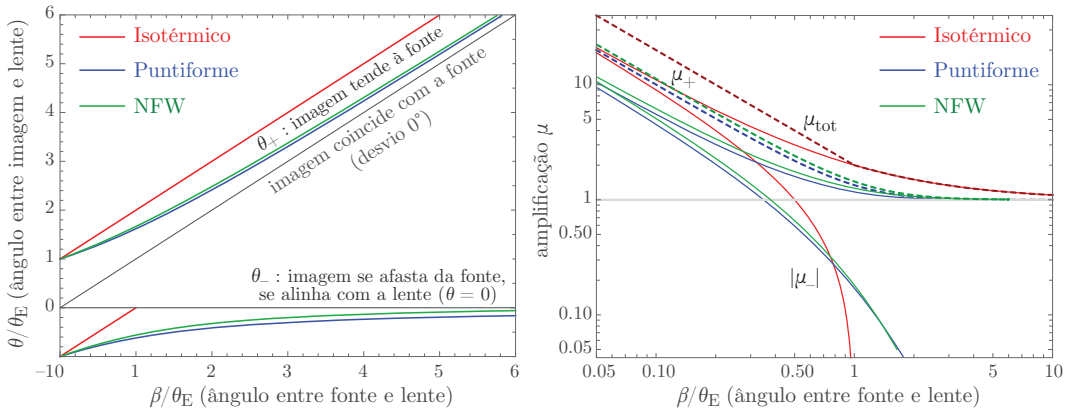


Figura 148: Esquerda: Posição das imagens criadas por uma lente gravitacional (pontual, isotérmica singular e NFW), θ_+ e $|\theta_-|$. Direita: amplificação do brilho para as imagens produzidas por uma lente gravitacional. A ampliação total está representada por linhas tracejadas para cada modelo de lente.

Uma propriedade fundamental de lentes gravitacionais é a invariância do brilho superficial. Como o tamanho aparente da fonte (isto é, o tamanho da imagem) é alterado, o fluxo observado se altera e a imagem pode ser mais brilhante que a fonte. O aumento do fluxo é dado pela razão área da imagem/área da fonte. Esta propriedade é consequência do *Teorema de Liouville*[36] aplicado para um fluxo de fótons.

O Teorema de Liouville diz que a densidade no espaço de fase de um fluxo de fótons se conserva. Esta densidade, $n_{\rm fase}$ é:

$$n_{\rm fase} = \frac{N}{V_q V_p}\,,$$

onde N é o número de fótons e V_q e V_p são os volumes no espaço de configuração (o "espaço normal") e espaço de momento (quantidade de movimento). Considerando um fluxo de fótons se propagando na direção do observador durante um intervalo δt e passando por uma área A, que corresponde a um ângulo sólido Ω, temos os volumes:

$$V_q = c\delta t \times A\,;\quad V_p = p^2\,\delta p\,\delta\Omega \quad\Rightarrow\quad n_{\rm fase} = \frac{N}{c\,p^2\delta p\,A\delta t\,\delta\Omega}\,.$$

onde p é a quantidade de movimento dos fótons, $p = h\nu/c$. A variação de p é $\delta p = h\delta\nu/c$. Logo,

$$n_{\rm fase} = \frac{Nc^2}{h^3\nu^2\,A\delta t\,\delta\nu\,\delta\Omega}\,.$$

Por outro lado, o brilho superficial de uma fonte de fótons (no caso por unidade de frequência) é:

$$I_\nu = \frac{Nh\nu}{A\delta t\,\delta\nu\,\delta\Omega} \quad\Rightarrow\quad n_{\rm fase} = \frac{c^2}{h^4}\frac{I_\nu}{\nu^3}\underbrace{= \text{constante}}_{\text{Liouville}}\,.$$

[36] O Teorema de Liouville diz que a densidade no espaço de fase de um sistema que obedece às equações de Hamilton se conserva. Em outras palavras, no espaço de fase, a densidade é um fluido incompressível.

Como no fenômeno de lentes gravitacionais não há mudança de frequência, ν é constante, então o brilho superficial I_ν deve se conservar também e o fluxo de uma fonte pode aumentar.

Por esta razão, aglomerados de galáxias podem servir como **telescópios gravitacionais**, ampliando o brilho de galáxias de fundo distantes. O aumento de brilho pode ser de ~ 1 a 3 magnitudes, tipicamente (isto é, um aumento de ~ 2 a ~ 20 vezes em fluxo).

Para lente com simetria circular o fator de aumento do brilho (fluxo), μ, é dado por:

$$\mu = \frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}\Omega_0} = \frac{\theta}{\beta}\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}\beta}\,, \tag{275}$$

onde $\mathrm{d}\Omega$ e $\mathrm{d}\Omega_0$ correspondem às áreas (ângulo sólido) da fonte observada com e sem efeito de lentes gravitacionais, respectivamente. Para uma fonte pontual, o aumento de brilho é dado por:

$$\mu = \left[1 - \left(\frac{\theta_E}{\theta}\right)^4\right]^{-1} = \frac{u^2+2}{2u\sqrt{u^2+4}} \pm \frac{1}{2}\;;\; u \equiv \frac{\beta}{\theta_E}\,, \tag{276}$$

onde as duas soluções correspondem às duas imagens dadas pela Eq. (274) [veja também a Fig. 148]. Para a imagem que se forma no interior do anel de Einstein, $\mu < 0$. O aumento total do fluxo será dado pela soma dos aumentos (em modulo) de todas as imagens (neste caso apenas duas):

$$\mu_{\rm tot} = \frac{u^2+2}{u\sqrt{u^2+4}}\,. \tag{277}$$

Se o observador, lente e fonte não estiverem alinhados (o que é o caso normalmente), podemos distinguir três regimes distintos, lentes fortes, lentes fracas ("*arclets*") e cisalhamento (*shear*), como mostra a figura 149.

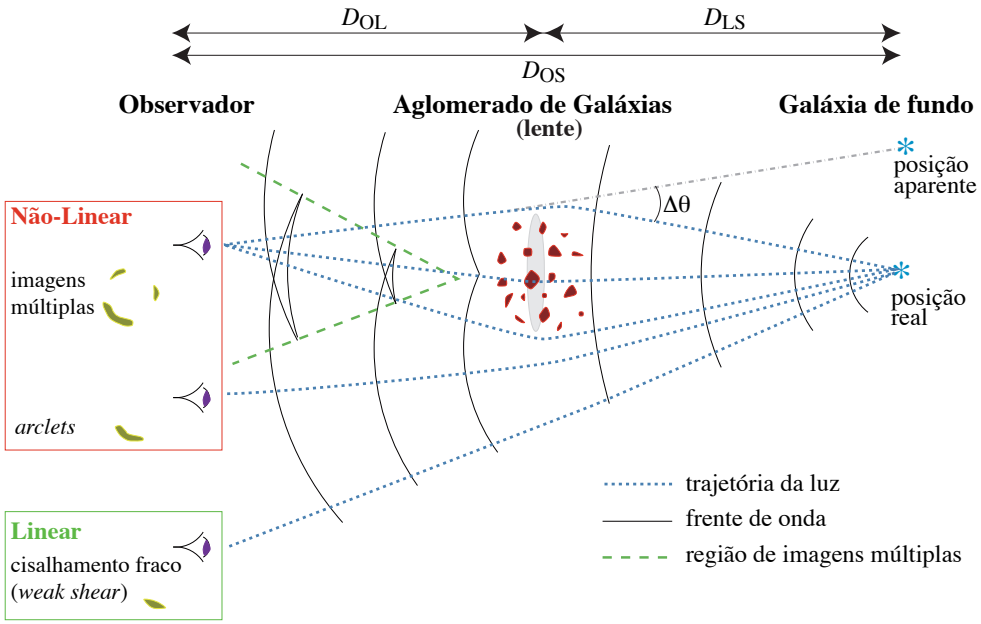


Figura 149: Diagrama mostrando a geometria de lentes gravitacionais produzidas por um aglomerado de galáxias. As distâncias aqui são angulares (cf. seção 2.7.4). No caso de lentes fortes, observamos imagens múltiplas devido a diferentes frentes de onda que chegam ao observador. Os maiores arcos gravitacionais formados estarão aproximadamente em θ_E e a densidade superficial da lente é maior que $\Sigma_{\rm crit}$. Figura tirada de Kneib & Ellis (1996).

Quando tratamos o caso em que galáxias ou aglomerados são as lentes gravitacionais, em geral não há simetria esférica – quando muito podemos modelar a lente como uma elipse, o que complica consideravelmente o problema. A figura 150 mostra o caso em que a lente tem mais de uma concentração de massa.

Um dos mais belos exemplos de lentes gravitacionais pode ser visto no aglomerado Abell 2218 (veja Fig. 151), observado com o HST pela primeira vez por Kneib et al. (1996).

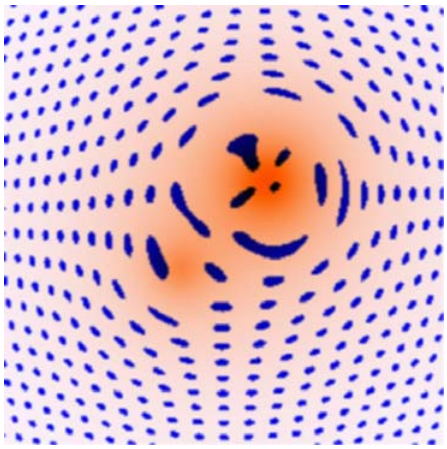


Figura 150: Simulação de um aglomerado com duas concentrações de massa (em tons de vermelho/laranja) e um fundo de pequenas galáxias esféricas azuis. Dentro do raio do anel de Einstein, os arcos são radiais. O maior aumento ocorre no anel de Einstein, onde as imagens se tornam grandes arcos. Além do anel de Einstein, há um cisalhamento (*shear*) sistemático. Figura tirada da página de E. Wright.

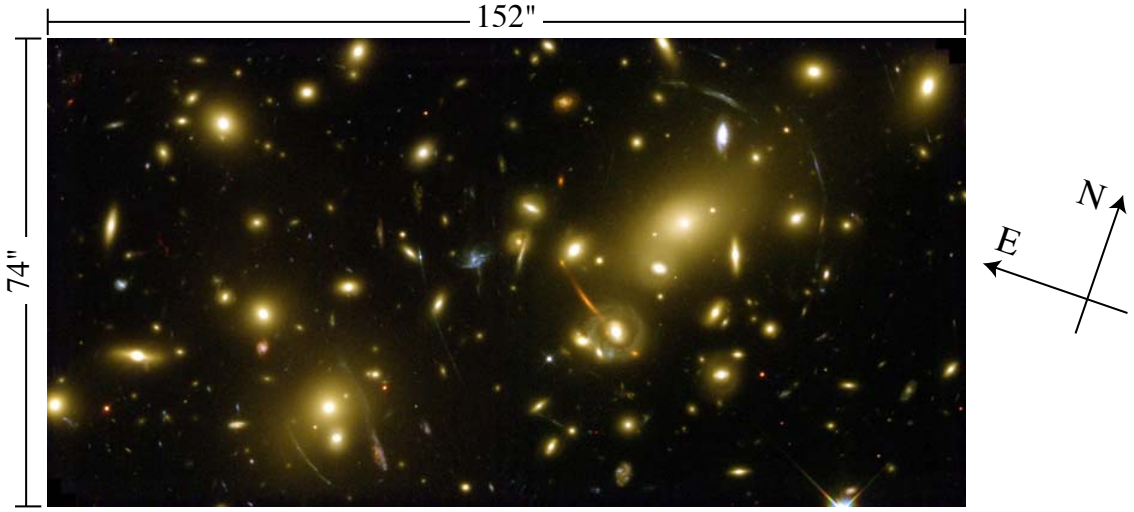


Figura 151: Abell 2218 ($z = 0{,}1756$, $1'' = 3h_{70}^{-1}\mathrm{kpc}$) observado pela WFPC2 do telescópio *Hubble* em janeiro/2000. Figura tirada do site do HST.

Para determinarmos a massa de um aglomerado de galáxias utilizando imagens produzidas pelo efeito de lentes gravitacionais (arcos gravitacionais fortes e fracos), devemos ajustar um modelo de massa (ou potencial) projetado (como da Fig. 150) e tentar reproduzir as imagens do(s) objeto(s) de fundo que sofrem o efeito da lente (ilustrado na Fig. 151). Este processa gera um mapa de massa (projetada) da lente gravitacional. A figura 152 mostra um exemplo, onde comparamos a imagem óptica e em raios-X (que traça o gás difuso do meio intra-aglomerado) e a massa reconstruída pelo efeito de lente gravitacional.

Alguns resultados analíticos podem ser obtidos supondo que a densidade da lente seja descrita por uma **esfera isotérmica singular** (SIS, *Singular Isothermal Sphere*; veja também Sec 3.5):

$$\rho(r) = \frac{\sigma_z^2}{2\pi\, G}\frac{1}{r^2}\,, \tag{278}$$

onde σ_z é a dispersão de velocidades unidimensional (por exemplo, ao longo da linha de visada). Este modelo descreve bem a região externa de galáxias espirais, onde a curva de rotação é plana ($v_{\rm circ} = \sqrt{2}\sigma_z =$ constante na esfera isotérmica), mas é discutível se podemos modelar as regiões internas de galáxias ou aglomerados com este modelo. A densidade projetada da esfera isotérmica é:

$$\Sigma(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(r)\,\mathrm{d}z = \frac{\sigma_z^2}{2\,G}\frac{1}{\xi}\,, \tag{279}$$

portanto o ângulo de desvio gravitacional reduzido é:

$$\Delta\hat{\theta} = 4\pi\frac{\sigma_z^2}{c^2} \approx 1\farcs4 \left(\frac{\sigma_z}{220\,\mathrm{km\ s^{-1}}}\right)^2 \approx 28\farcs8 \left(\frac{\sigma_z}{1000\,\mathrm{km\ s^{-1}}}\right)^2\,, \tag{280}$$

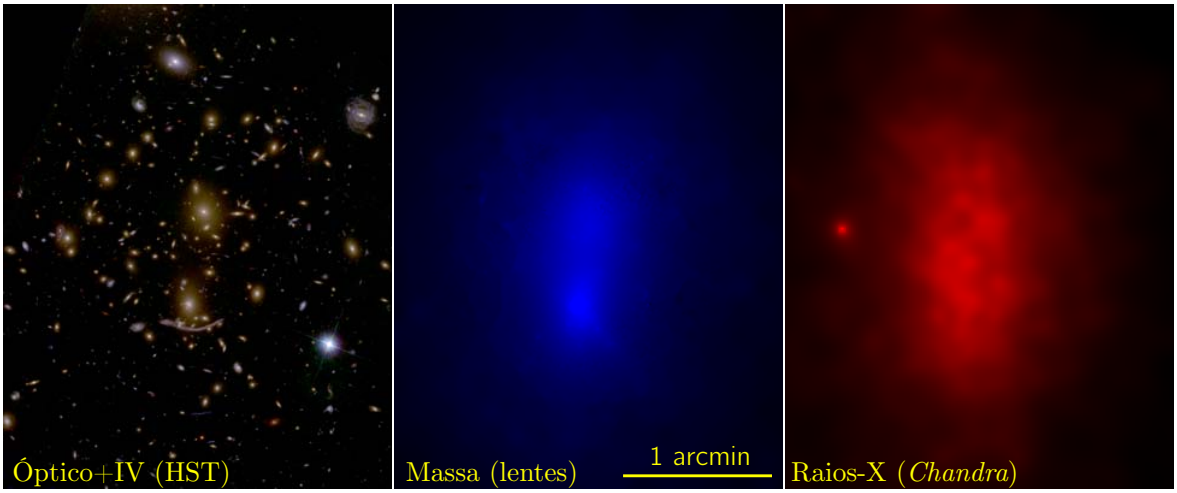


Figura 152: Esquerda: Imagem no óptico/infravermelho de Abell 370 obtida pelo HST. Centro: distribuição de massa obtida pelo modelamento de lentes gravitacionais [imagem produzida por Victoria Strait e Maruša Bradač (*Frontier Fields lensing map-making team*)]. Direita: imagem em raios-X na banda 0.5–7.0 keV (produzida com dados do *Chandra*) mostra a distribuição do gás difuso intra-aglomerado.

independente do parâmetro de impacto ξ (ou ângulo θ). O raio do anel de Einstein é:

$$\theta_E = 4\pi\frac{\sigma_z^2}{c^2}\frac{D_{\rm LS}}{D_{\rm OS}} = \Delta\hat{\theta}\frac{D_{\rm LS}}{D_{\rm OS}} = \Delta\theta \quad \Rightarrow \quad \theta_E \approx 28\farcs8\left(\frac{\sigma_z}{1000\,{\rm km\ s^{-1}}}\right)^2\frac{D_{\rm LS}}{D_{\rm OS}}\,. \tag{281}$$

Logo, $\theta = \beta \pm \theta_E$ se $\beta < \theta_E$ (há duas soluções). Se $\beta > \theta_E$ haverá apenas uma imagem, $\theta = \beta + \theta_E$.

A amplificação da luminosidade das imagens para a esfera isotérmica é:

$$\mu = 1 \pm \frac{\theta_E}{\beta}\,. \tag{282}$$

Com os arcos gravitacionais (**efeito de lentes fortes**) medimos a massa na região central ($r \lesssim 30''$) de aglomerados. Com os "*arclets*" e cisalhamento (**efeito de lentes fracas**) podemos medir a massa em raios maiores.

Quando observamos suficientemente longe do centro de um aglomerado de galáxias, o efeito é o de lentes fracas, que pode ser modelado como uma deformação simples das imagens das galáxias de fundo. Uma galáxia intrinsecamente esférica será observada com uma imagem elíptica (veja a Fig. 150). A deformação da imagem é descrita pela *Matriz de amplificação* ou sua inversa:

$$\mathcal{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 1-\kappa-\gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1-\kappa+\gamma_1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1-\kappa & 0 \\ 0 & 1-\kappa \end{pmatrix}}_{\text{ampliação}} + \underbrace{\begin{pmatrix} -\gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & +\gamma_1 \end{pmatrix}}_{\text{cisalhamento}}\,, \tag{283}$$

onde κ é a *convergência* e $\vec{\gamma} \equiv (\gamma_1, \gamma_2)$ é o vetor cisalhamento (*shear*). A matriz $\mathcal{A}$ está relacionada ao laplaciano (em 2 dimensões) do potencial gravitacional:

$$\mathcal{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 1-\partial^2\Psi/\partial x^2 & -\partial^2\Psi/\partial x\partial y \\ -\partial^2\Psi/\partial x\partial y & 1-\partial^2\Psi/\partial y^2 \end{pmatrix}\,. \tag{284}$$

A convergência pode ser escrita em termos do potencial gravitacional ou da densidade superficial da lente:

$$\kappa = \frac{1}{2}\nabla_\perp^2\Psi = \frac{\Sigma}{\Sigma_{\rm crit}}\,, \tag{285}$$

onde $\Sigma_{\rm crit}$ é dado pela Eq. (271). Diagonalizando a matriz $\mathcal{A}^{-1}$ temos:

$$\mathcal{A}^{-1} = (1-\kappa)\left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \frac{\gamma}{1-\kappa}\begin{pmatrix} \cos 2\phi & \operatorname{sen} 2\phi \\ \operatorname{sen} 2\phi & -\cos 2\phi \end{pmatrix}\right]\,; \quad \gamma \equiv \sqrt{\gamma_1^2+\gamma_2^2}. \tag{286}$$

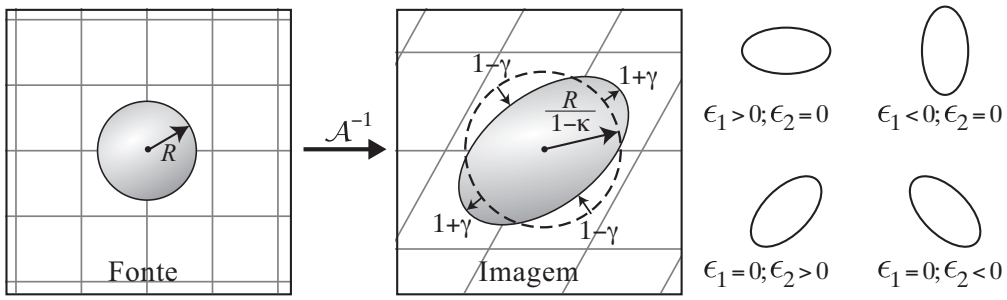


Figura 153: Efeito de lente gravitacional fraca: uma fonte esférica (esquerda) de raio R tem sua imagem deformada (centro), tornando-se uma elipse. O círculo tracejado representa o efeito de convergência. Direita: Representação gráfica da elipticidade complexa, ϵ_i. Figura baseada em Kneib & Natarajan (2011).

O termo $1-\kappa$ produz uma deformação isotrópica (amplia a imagem se $0<\kappa<1$), enquanto o termo γ produz uma deformação anisotrópica (o cisalhamento ou *shear*), veja Fig. 153.

Podemos definir as linhas críticas e cáusticas de lentes gravitacionais. No plano da fonte, temos as linhas cáusticas que estão relacionadas à multiplicidade das imagens observadas (Fig. 154). No plano da lente, isto corresponde às linhas críticas, onde a magnificação da imagem tende a infinito (na prática isto não acontece, pois as fontes não são exatamente puntiformes e as lentes não têm simetria perfeita). Para uma lente esfericamente simétrica, o anel de Einstein é uma linha crítica. Em uma lente com simetria elíptica, as linhas críticas são também aproximadamente elípticas, mas neste caso, ao invés do anel de Einstein teremos imagens múltiplas. As posições das linhas críticas dependem da forma do potencial gravitacional da lente.

Neste contexto de *lentes fracas*, costuma-se definir a *elipticidade complexa* de uma imagem como:

$$\epsilon = \frac{a-b}{a+b}\, e^{2i\phi} \;\; ; \;\; r \equiv \frac{b}{a}\,, \tag{287}$$

onde a e b são os semi-eixos maior e menor da imagem, e ϕ é o ângulo de posição de a. No regime de lentes fracas temos a relação:

$$\langle \epsilon \rangle = \left\langle \frac{\gamma}{1-\kappa} \right\rangle . \tag{288}$$

No regime de lentes fracas, $\gamma \ll 1$ e $\kappa \ll 1$. A partir de medidas da elipticidade média das galáxias de fundo, pode-se construir um campo de cisalhamento $\vec{\gamma}$ e, a partir daí, obtemos a distribuição de massa da lente, isto é, do aglomerado (Kaiser & Squires, 1993).

As galáxias de fundo, cerca de 50–100/arcmin^2 em $m_B \sim 25$–27, têm orientações arbitrárias, mas suas imagens serão distorcidas de modo coerente pela lente gravitacional – veja Figs. 150 e 155 –, onde se vê que a forma das galáxias de fundo se torna elíptica com o semi-eixo menor apontando para o centro da lente.

5.8.7 Comparação entre os indicadores de massa de aglomerados

A Fig. 156 ilustra um exemplo onde os três métodos de determinação de massa são aplicados em um aglomerado aparentemente relaxado.

As estimativas de massa concordam dentro de um intervalo de um fator menor do que 2. Esta discrepância pode ser atribuída tanto a erros sistemáticos (vieses) de medida como a hipóteses falsas (p. ex., equilíbrio, outras concentrações de massa na linha de visada, não esfericidade.)

5.9 Cooling-flow/cool-core

O gás intra-aglomerado perde energia por diversos mecanismos, mas principalmente pela radiação bremsstrahlung se a temperatura do gás for $kT \gtrsim 1$ keV. Assim,

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \int \varepsilon_{\mathrm{brems}}\, \mathrm{d}E \approx 2{,}4\times 10^{-27} n_e^2 T^{1/2}\ \mathrm{erg\ s^{-1}cm^{-3}}\,, \tag{289}$$

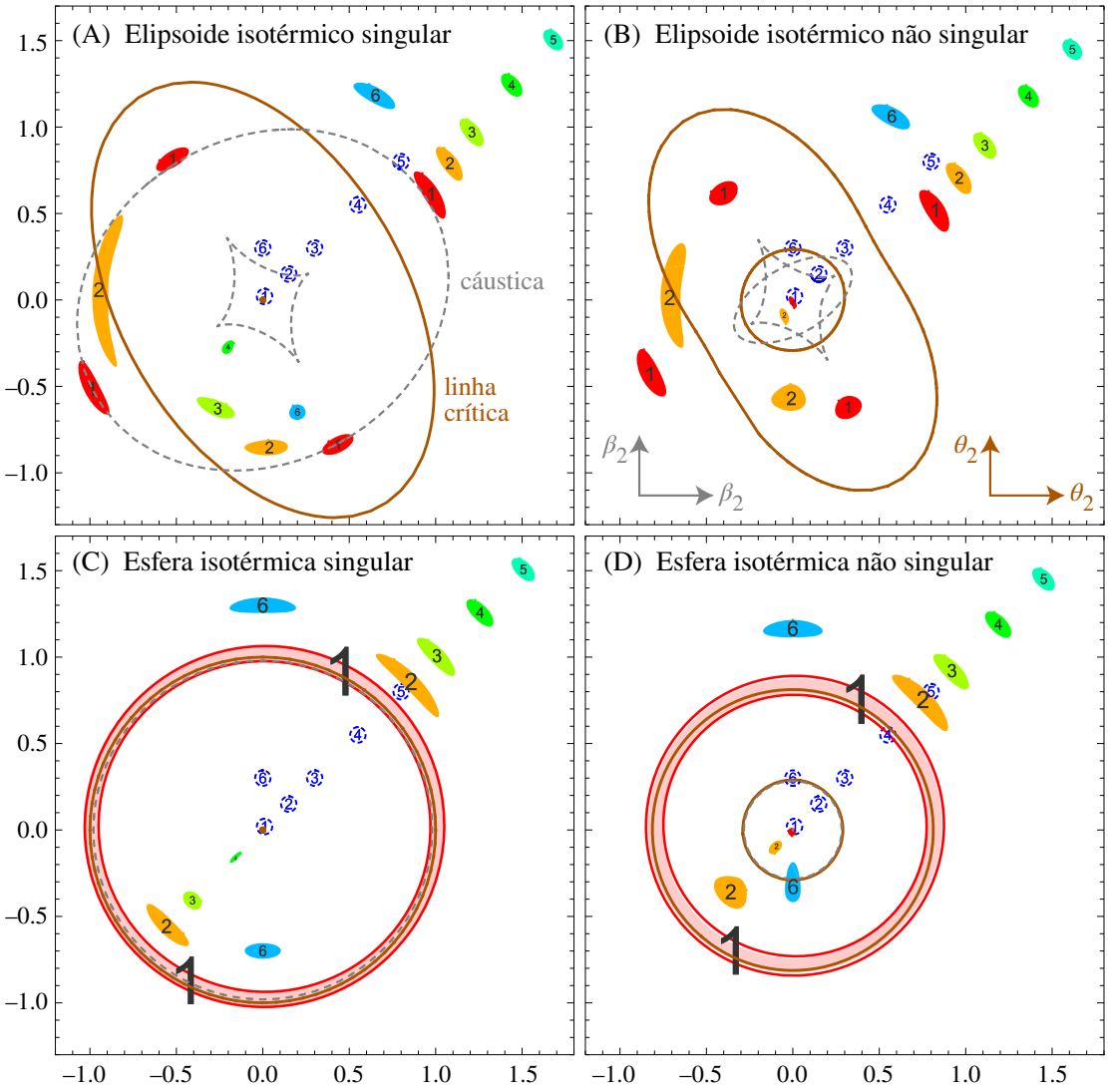


Figura 154: Configuração de linhas críticas (linhas contínuas marrons, elípticas ou circulares) e cáusticas (tracejadas cinzas, elípticas, circulares ou "pontudas") para quatro tipos de lentes gravitacionais. Os círculos azuis tracejados com números representam a fonte. As imagens são as linhas coloridas com os respectivos números. O tamanho dos dígitos representa a intensidade relativa das imagens. No caso de lentes esféricas, temos o anel de Einstein. A lente está na origem e a escala está em segundos de arco para uma lente galáctica. As coordenadas no plano da fonte são β_1 e β_2, no plano da lente são θ_1 e θ_2. Imagens e linhas críticas calculada com o programa `lensmodel` (Keeton, 2011).

onde $\mathrm{d}E/\,\mathrm{d}t$ é a luminosidade L_X por unidade de volume (T é dado em Kelvin e n_e em cm^{-3}). O tempo de resfriamento, $t_{\rm cf}$ pode ser estimado como[37]:

$$t_{\rm cf} \approx \frac{E}{\mathrm{d}E/\,\mathrm{d}t}\,,$$

onde $E = (3/2)n\,kT$ (gás ideal). Portanto:

$$t_{\rm cf} \approx 2{,}73\times10^{10}\frac{T_8^{1/2}}{n_3}\ \text{anos, ou}\ \ t_{\rm cf} \approx 9{,}31\times10^{9}\frac{(kT_{\rm keV})^{1/2}}{n_3}\ \text{anos,} \qquad (290)$$

onde $T_8 \equiv T/(10^8 K)$, $kT_{\rm keV}$ é a temperatura em keV e $n_3 \equiv n/(10^{-3}\mathrm{cm}^{-3})$.

[37] Alguns autores definem o tempo de resfriamento como a entalpia do gás, $H = E + PV = (5/2)n\,kT$, dividida pela taxa de resfriamento (p.ex Peterson & Fabian, 2006). A entalpia é $(5/2)nkT$ logo, com esta definição o tempo de resfriamento seria $5/3 \sim 1{,}67$ maior que a escala de tempo definida aqui.

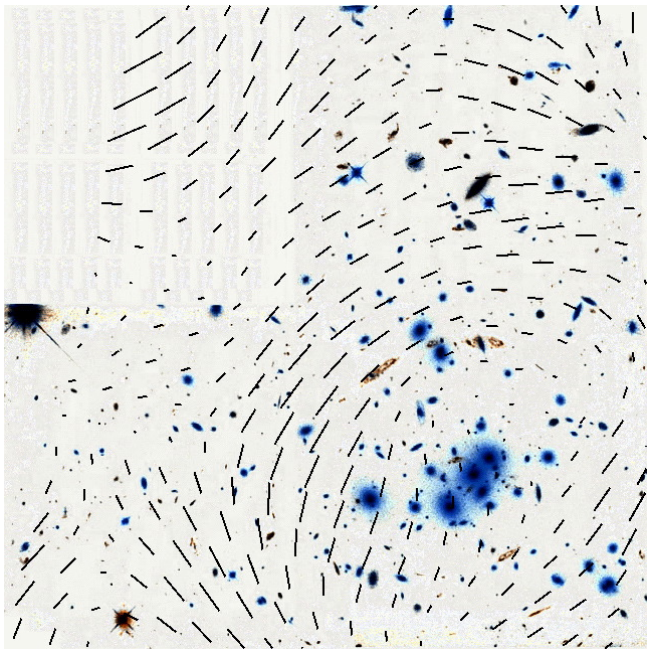


Figura 155: Campo de cisalhamento superposto na imagem do HST do aglomerado Cl0024. Cada traço representa a elipticidade e orientação médias das galáxias de fundo na região próxima ao traço. Figura tirada de Narayan & Bartelmann (1996).

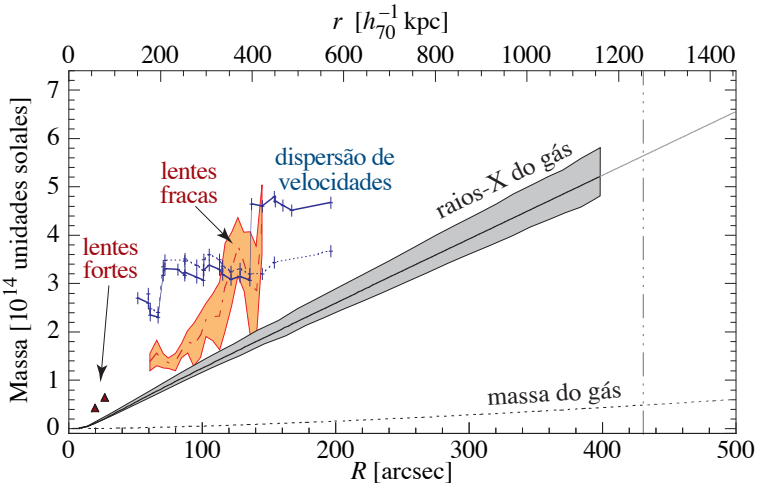


Figura 156: Perfis de massa para o aglomerado Abell 586 estimados por diversas técnicas. A reta vertical indica o raio do virial (definido na Sec 8.2). As estimativas concordam com uma diferença inferior a um fator 2. Figura baseada em Cypriano (2005).

Nas regiões mais centrais de aglomerados, $t_{\rm cf}$ pode ser menor que a idade do aglomerado ($\sim H_0^{-1}$) e o gás tem tempo de esfriar significativamente. Podemos definir um *raio de resfriamento* (*cooling radius*) da seguinte forma:

$$t_{\rm cf}(r_{\rm cf}) = H_0^{-1}\,,$$

isto é, $r_{\rm cf}$ é o raio onde o tempo de resfriamento é igual à H_0^{-1}. Usando a Eq. (290), vemos que o resfriamento do gás intra-aglomerado é significativo se $n_e \gtrsim 0.002 h_{70}\sqrt{T_8}$ cm^{-3} ou $n_e \gtrsim 6{,}6\times10^{-3} h_{70}\sqrt{T_{\rm keV}}$ cm^{-3}.

Voigt & Fabian (2004) calcularam o tempo de resfriamento em função do raio para um conjunto de aglomerados observados pelo satélite *Chandra* (Fig. 157). Podemos constatar que para este conjunto de aglomerados o raio de resfriamento é da ordem de 200 kpc.

Nesta região, a pressão se torna menor do que na região onde o gás ainda permanece quente e deve ocorrer um fluxo de matéria em direção ao centro do poço de potencial. Este é o chamado "*cooling-flow*" (fluxo de resfriamento; Fabian veja 1994, para uma revisão). Este cenário foi proposto inicialmente por Cowie & Binney (1977) e Fabian & Nulsen (1977).

A primeira evidência observacional que se teve deste fenômeno de resfriamento central não foi devido à determinação do perfil de temperatura $T(r)$ (pois isto só foi possível com detectores de alta resolução espacial e espectral), mas sim devido à detecção de um excesso de luminosidade em raios-X observado na região central de aglomerados. Este excesso (veja Fig. 158) é medido em relação a um perfil de luminosidade projetada do tipo modelo-β:

$$\Sigma_X(R) = \Sigma_{X,0}\,\left(1+(R/r_c)^2\right)^{-3\beta+1/2}\,, \qquad (291)$$

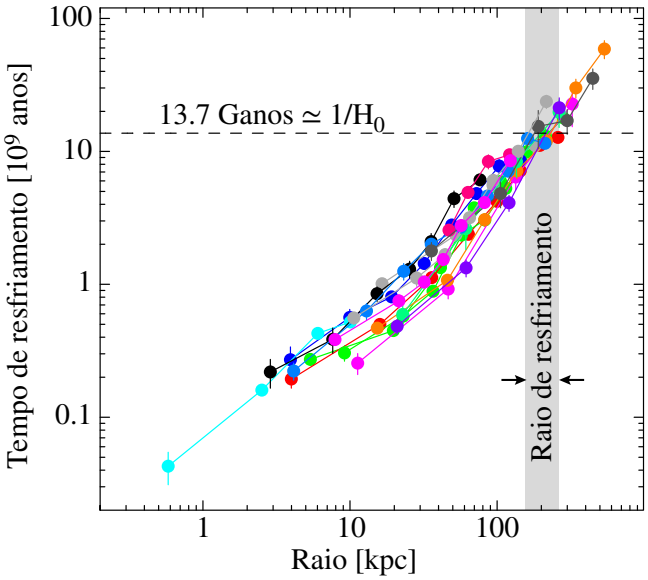


Figura 157: Tempo de resfriamento do gás em função do raio para um conjunto de aglomerados de galáxias (cada cor corresponde a um aglomerado diferente). A linha tracejada horizontal corresponde ao limite onde o resfriamento se torna significativo (idade menor que H_0^{-1}). A intersecção com os perfis de tempo de resfriamento define o raio de resfriamento. Figura adaptada de Voigt & Fabian (2004).

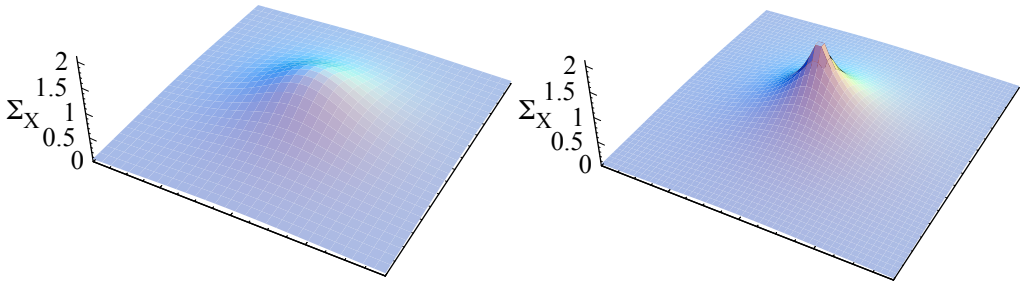


Figura 158: Mapa de emissão em raios-X 3D comparando de um aglomerado sem "*cool-core*" (esquerda) com um aglomerado com "*cool-core*" (direita). A primeira evidência observacional é o excesso de emissão central em comparação com o modelo β, Eq. (291).

onde $\Sigma_{X,0}$ é o brilho superficial central e r_c é o chamado raio de core (ou caroço). Se o perfil de temperatura é isotérmico, este perfil de luminosidade corresponde à densidade:

$$n(r) = n_0 \left(1 + (r/r_c)^2\right)^{-3\beta/2} , \tag{292}$$

onde n_0 é a densidade numérica central (em três dimensões) de íons.

O depósito de massa na região central pode ser estimado pela razão entre a massa do gás na região central ($\sim 10^{12} M_\odot$) e o tempo de resfriamento:

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{M}}{\mathrm{d}t} \approx \frac{\mathcal{M}(r_{\rm cf})}{t_{\rm cf}} \approx \frac{10^{12} M_\odot}{t_{\rm cf}} \approx 60 \left(\frac{T_8^{1/2}}{n_3}\right)^{-1} M_\odot/\text{ano, ou } 530 \left(\frac{[kT_{\rm keV}]^{1/2}}{n_3}\right)^{-1} M_\odot/\text{ano}\,.$$

Por outro lado, o cenário de *cooling-flow* com grandes quantidades de depósito de massa tem alguns problemas: (I) o depósito de massa implicaria uma alta taxa de formação estelar e/ou acúmulo de gás molecular frio na periferia e no interior da galáxia central; (II) observações de alta resolução espectral não exibem as linhas de emissão com energia $\leq 1\,$keV do gás "frio" previstas neste cenário. Observações espectroscópicas de alta resolução com o satélite XMM-*Newton* do centro de aglomerados com pico de brilho em raios-X mostraram esta falta de linhas de emissão (Peterson et al., 2001, 2003, veja também a Fig. 159).

A não observação de gás com temperatura $kT \lesssim 1\,$keV em grande quantidade implica na existência de algum mecanismo que aqueça o gás na região central, por exemplo, pela energia liberada por um núcleo ativo (AGN) e/ou supernovas (em geral as galáxias cD apresentam atividade nuclear) ou pela condução de calor das regiões externas do aglomerado.

Assim, observamos aglomerados com uma região mais fria no centro, o chamado "*cool-core*" ("caroço

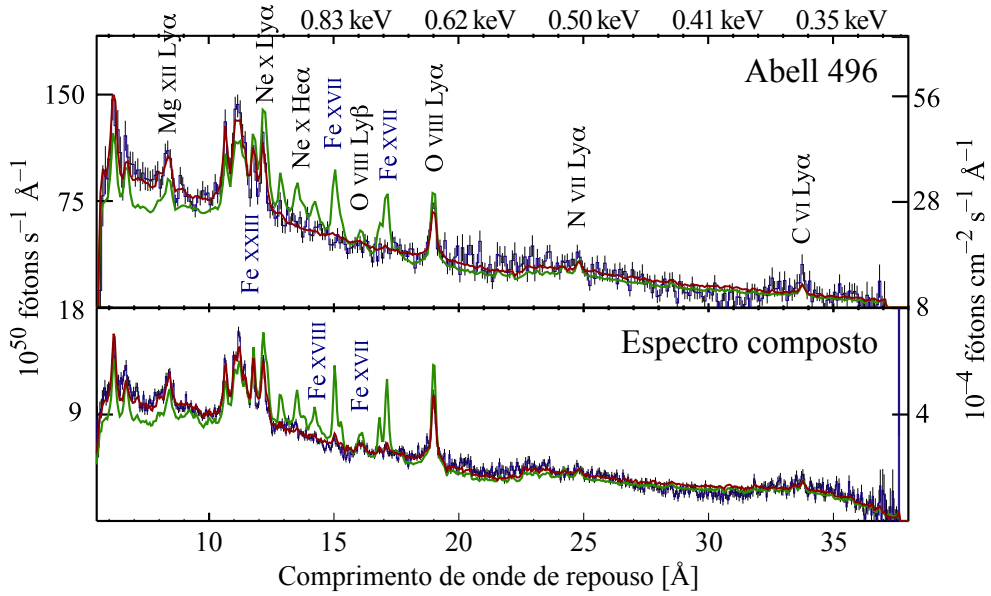


Figura 159: Espectro de alta resolução do detector RGS do XMM-*Newton* comparado ao espectro previsto pelo cenário clássico de "*cooling-flow*" (linha verde). A linha vermelha representa um modelo empírico onde o gás não é tão frio ($kT \gtrsim 1\,\mathrm{keV}$). O painel de cima mostra a observação de um aglomerado e o painel de baixo a composição de várias observações. Figura baseada em Peterson et al. (2003).

frio"), mas sem evidência de um fluxo de resfriamento elevado. O termo *cool-core* foi cunhado por Molendi & Pizzolato (2001).

Um aspecto importante dos aglomerados "cool-core" é o fato da temperatura central ser $\sim 1/3$ da temperatura de equilíbrio (ou temperatura do virial, por sua vez aproximadamente igual à temperatura média medida em raios-X). Esta observação revela um possível mecanismo de *feedback*, que regula a temperatura central. O candidato mais "popular" para controlar o *feedback* são as AGN.

O valor típico de depósito de massa devido ao resfriamento é da ordem de $\sim 10 M_\odot/\mathrm{ano}$. A velocidade com que o gás flui em direção ao centro pode ser estimada utilizando:

$$\dot{\mathcal{M}} = \frac{\rho\,\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = 4\pi\rho v_r r^2 \quad \Rightarrow \quad v_r \approx 0{,}5 \left(\frac{\dot{\mathcal{M}}}{M_\odot/\mathrm{ano}}\right)\left(\frac{10^{-3}\mathrm{cm}^{-3}}{n}\right)\left(\frac{100\ \mathrm{kpc}}{r_\mathrm{c}}\right)^2 \mathrm{km\ s^{-1}}\,, \tag{293}$$

uma velocidade significativamente sub-sônica, cerca de 100 vezes menor que a velocidade do som, veja Eq. (222).

O cenário clássico de *cooling-flow* subsônico (Fabian & Nulsen, 1977; Cowie & Binney, 1977) é obtido a partir das equações de hidrodinâmica, supondo que o gradiente de pressão seja quase nulo na região de resfriamento. Assumindo simetria esférica, a equação de conservação de energia se escreve:

$$\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\rho v\left\{\frac{v^2}{2}+\frac{5}{2}\frac{P}{\rho}+\Phi\right\}\right]\right) = -\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}V} \quad \underset{v \ll v_\mathrm{som}}{\Longrightarrow} \quad \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\rho v\left\{\frac{5}{2}\frac{P}{\rho}+\Phi\right\}\right]\right) = -\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}V}\,, \tag{294}$$

onde $\mathrm{d}L/\,\mathrm{d}V$ é a luminosidade por unidade de volume. A equação de conservação de massa nos dá:

$$\dot{\mathcal{M}} = -4\pi r^2 \rho v\,; \quad \text{e como } \; v \ll v_\mathrm{som} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \dot{\mathcal{M}}}{\partial r} = 0\,. \tag{295}$$

Assim, substituindo a equação acima na Eq. (294) temos:

$$\frac{1}{4\pi}\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial}{\partial r}\left[\dot{\mathcal{M}}\left\{\frac{5}{2}\frac{P}{\rho}+\Phi\right\}\right]\right) = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}V} \quad \text{ou ainda} \quad \frac{\dot{\mathcal{M}}}{4\pi r^2}\left(\frac{\partial H}{\partial r}\right) = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}V}\,, \tag{296}$$

onde H é a entalpia específica (por unidade de massa) do gás. Usando a equação de estado $P = \rho kT/\mu m_\mathrm{p}$ para eliminar a pressão P, obtemos:

$$\frac{\dot{\mathcal{M}}}{4\pi r^2}\left(\frac{5}{2}\frac{k}{\mu m_\mathrm{p}}\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right) = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}V}\,. \tag{297}$$

Como a velocidade do fluido é pequena, podemos usar a equação de equilíbrio, Eq. (259), hidrostático para eliminar o potencial gravitacional Φ, o que resulta em:

$$\frac{\dot{\mathcal{M}}}{4\pi r^2}\left(\frac{5}{2}\frac{k}{\mu m_\mathrm{p}}\frac{\partial T}{\partial r}-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r}\right)=\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}V}\,. \tag{298}$$

Mas como o processo é aproximadamente isobárico (pressão constante) então:

$$\mathrm{d}L=\frac{5}{2}\frac{\dot{\mathcal{M}}}{\mu m_\mathrm{p}}k\;\mathrm{d}T\,, \tag{299}$$

onde usamos $\mathrm{d}V=4\pi r^2\,\mathrm{d}r$.

A expressão acima é utilizada na prática para relacionar o excesso de luminosidade central devido ao fluxo de resfriamento: quando há acréscimo de gás no centro a emissão em raios-X aumenta significativamente devido à dependência com n^2. Na literatura encontramos muito a seguinte aproximação da expressão acima para se estimar a taxa de acréscimo:

$$\dot{\mathcal{M}}\approx\frac{2}{5}\frac{\mu m_\mathrm{p}L_X}{kT}\,, \tag{300}$$

onde L_X é a luminosidade dentro do raio de resfriamento e kT é a "temperatura" média do aglomerado. Esta estimativa, baseada no cenário clássico de *cooling-flow*, superestima a taxa de depósito de massa no centro pois não é levado em conta os mecanismos que aquecem o gás e inibem (pelo menos parcialmente) o fluxo de resfriamento.

5.10 Fração de bárions em aglomerados e a densidade do Universo

A massa de gás difuso em um aglomerado de galáxias rico é cerca de 15% da massa total. Contudo, a proporção entre bárions "quentes" (o gás intra-aglomerado) e bárions "frios" (nas estrelas e no gás do meio interestelar de galáxias) dependem da massa total da estrutura. A Fig. 160 mostra esta variação.

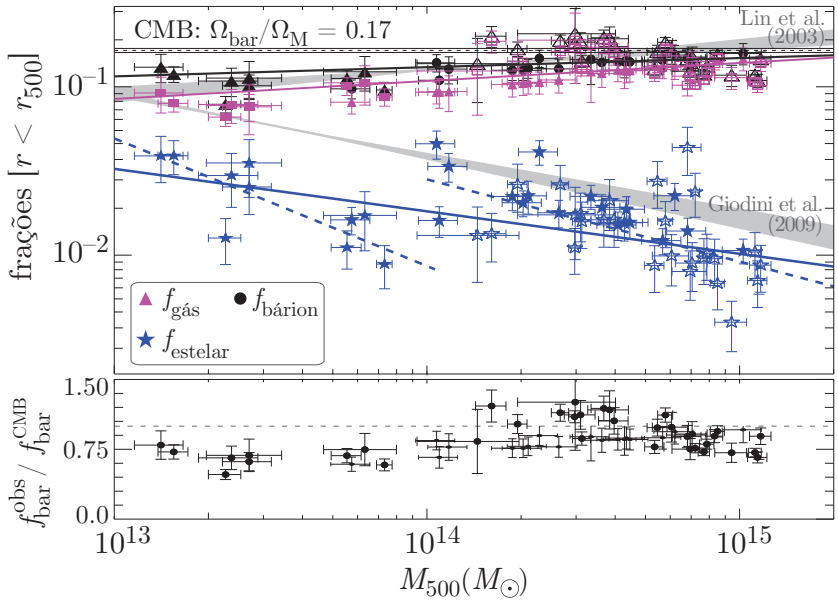


Figura 160: Fração de bárions (em preto), discriminando estrelas (símbolos azuis) e o gás intra-aglomerado (em magenta) em aglomerados e grupos de galáxias. As linhas contínuas representam os ajustes de (Laganá et al., 2013), as linhas azuis tracejadas correspondes a ajustes apenas com grupos ou aglomerados, e as áreas cinzas ajustes de outros autores. A massa estelar é determinada usando dados do SDSS, a massa do gás é obtida por observações do XMM-*Newton* e a massa total é estimada supondo equilíbrio hidrostático. Figura adaptada de Laganá et al. (2011, 2013)

Usando o valor $f_\mathrm{B}=0{,}15$ e tomando o valor previsto pela nucleossíntese primordial e medidas de abundância de elementos leves, $\Omega_B h^2=0{,}02$, podemos deduzir o parâmetro de densidade Ω_M do Universo.

Supondo que a massa das galáxias seja muito menor que a massa do gás difuso, a fração de bárions em um aglomerado rico é:

$$\frac{M_B}{M_\mathrm{total}}=0{,}15\,. \tag{301}$$

Dividindo o numerador e denominador pelo volume do aglomerado temos:

$$\frac{M_B/V}{M_\mathrm{total}/V}=\frac{\rho_B}{\rho_\mathrm{total}}\,. \tag{302}$$

Por outro lado, temos a razão:

$$\frac{\Omega_B}{\Omega_M} = \frac{\rho_B/\rho_c}{\rho_M/\rho_c} = \frac{\rho_B}{\rho_M}\,. \tag{303}$$

Mas ρ_M nada mais é que a densidade de toda a matéria (escura e bariônica), i.e., $\rho_M = \rho_{\rm total}$. Assim,

$$\frac{M_B}{M_{\rm total}} = \frac{\Omega_B}{\Omega_M}\,. \tag{304}$$

Aqui supomos que um aglomerado rico seja uma amostra representativa do Universo no que se refere à sua composição. Medidas feitas pelo satélite WMAP da radiação cósmica de fundo indicam um valor de $\Omega_B/\Omega_M = 0{,}176^{+0{,}008}_{-0{,}013}$ (Spergel et al., 2006).

Tomando os valores típicos de aglomerados ricos,

$$\frac{\Omega_B}{\Omega_M} = 0{,}15 \qquad \Rightarrow \qquad \Omega_M = \frac{0{,}02h^{-2}}{0{,}15}\,. \tag{305}$$

Notemos que, para $\Omega_M = 1$, temos:

$$h = \sqrt{\frac{0{,}02}{0{,}15}} \quad \text{ou seja} \quad H_0 \approx 37\,\mathrm{km\ s^{-1}Mpc^{-1}}\,,$$

em desacordo com medidas recentes da constante de Hubble. Este "problema" notado por Briel, Henry & Böhringer (1992) e apontado por White et al. (1993) como uma dificuldade importante para o cenário onde a matéria é dominada pela CDM.

5.11 Efeitos do Aglomerado nas galáxias e vice-versa

Podemos resumir os efeitos do meio ambiente nas galáxias e vice-versa da seguinte forma:

Efeitos do aglomerado nas galáxias	Efeitos das galáxias no aglomerado
Segregação morfológica	Enriquecimento do ICM em metais
Galáxia Gigante (cD)	Aquecimento do ICM
Perda de gás das espirais	Injeção de partículas relativísticas
Efeito Butcher-Oemler	Luz difusa intra-aglomerado
Efeito de maré	

Além destes efeitos, também podemos considerar o fato das galáxias estarem mais próximas uma das outras, ou seja, colisões e passagens próximas de galáxias são mais frequentes. A sucessão de encontros próximos é chamada na literatura de "assédio" (*harassment*, veja Sec. 5.11.6).

Em relação à perda de gás, é feita uma distinção entre dois fenômenos: pressão de arraste (*ram-pressure*, veja Sec. 5.11.5 mais abaixo) e estrangulação (*strangulation/starvation*).

5.11.1 Galáxias cD

As cD são as maiores galáxias conhecidas, com uma magnitude da ordem de $M_V \approx -24$. O estudo de galáxias cD começou com o trabalho de W.W. Morgan nos anos 60 (Morgan & Lesh, 1965)[38]. Matthews, Morgan & Schmidt (1964) notaram a existência, em alguns aglomerados de galáxias, de elípticas brilhantes envoltas em um envelope estelar extenso. O envelope estelar é o único critério próprio para a classificação de galáxias cD. Este envelope pode chegar até $\sim 1\,$Mpc, Fig. 161.

As galáxias de tipo cD têm outras características que não são nem suficientes nem necessárias para efeito de classificação.

- Muitas delas possuem núcleos múltiplos (25–50%);
- Residem no centro de aglomerados ricos (não há cD quando $\rho \lesssim 1\,$galáxia Mpc^{-3});

[38] No sistema de classificação de Morgan (sistema de Yerkes), baseado na forma, as galáxias de tipo D são as que possuem simetria por rotação mas não são classificadas como espirais ou elípticas. Uma subclasse é o tipo cD, que corresponde às galáxias D superluminosas. Ao contrário do que pode parecer, cD **não** significa "*central dominant*", cf. pag. 264 para mais detalhes.

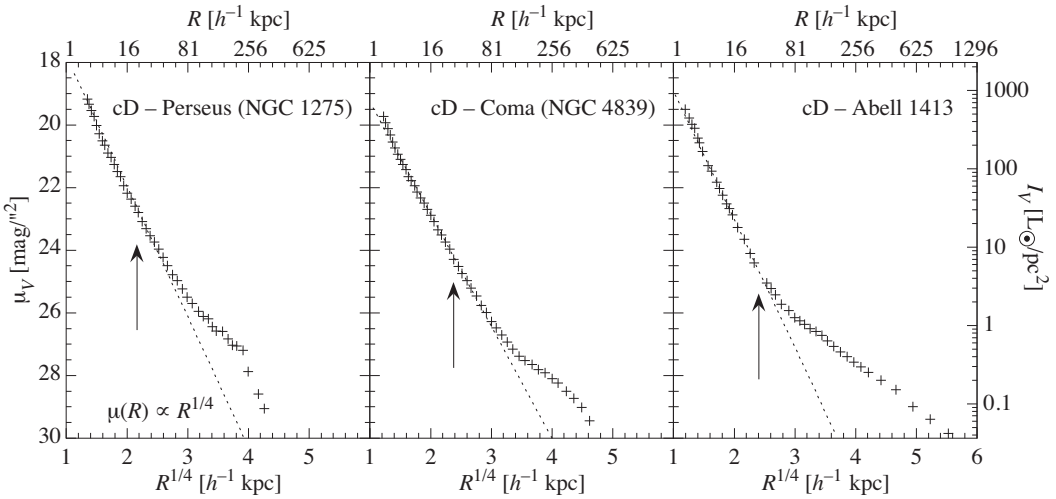


Figura 161: Perfil de brilho superficial da galáxia cD de Abell 1413, do aglomerado de Perseu e de Coma. A reta pontilhada corresponde ao perfil de de Vaucouleurs, $\mu(R) \propto R^{1/4}$, típico de elípticas. A flecha vertical indica o raio efetivo. Perfis tirados de Schombert (1986)

- Em geral, são achatadas e estão alinhadas como a distribuição de galáxias no aglomerado (ou mesmo alinhadas em relação a aglomerados próximos). Da mesma forma que as elípticas gigantes, o achatamento das cD não é devido à rotação.

- As cDs têm geralmente velocidade peculiar baixa comparada com a dispersão de velocidade das galáxias do aglomerado. Para um subconjunto de aglomerados de Abell, a dispersão das velocidades peculiares das cDs é $\sigma = 164^{+41}_{-34}$ km s^{-1} (Oegerle & Hill, 2001).

As cD são particularmente interessantes para o estudo do efeito de um aglomerado nas galáxias. Vários cenários foram propostos para explicar a existência destas galáxias:

- Fusões entre as galáxias mais brilhantes e/ou acréscimo de galáxias menores que caem no centro do aglomerado por efeito de fricção dinâmica, o chamado "*canibalismo galáctico*" (Ostrike & Tremaine, 1975).

- Galáxias elípticas podem perder as estrelas menos ligadas gravitacionalmente devido ao efeito de maré do poço de potencial do aglomerado. Estas estrelas se acumulariam no centro, formando um envelope extenso (Merritt, 1984).

- Acúmulo de gás devido ao *cooling-flow*. Algumas estimativas sugerem taxas de depósito de matéria de até 100 $M_\odot$ano^{-1} (Mushotzky et al., 1981).

É provável que todos os mecanismos acima tenham um papel importante na formação das cD. Contudo, a análise de galáxias mais brilhantes de aglomerados (BCG, *brightest cluster galaxy*) em $0{,}4 < z < 0{,}8$ mostra que o aumento de massa das cDs deve ser, no máximo, de um fator 2 (Nelson et al., 2002). Isto significa que as galáxias cDs devem se formar relativamente cedo, junto com o próprio aglomerado.

As BCGs (em geral cDs) têm uma distribuição de luminosidade relativamente estreita, com uma dispersão de 0,30–0,35 V mag e não seguem a função de luminosidade das galáxias "normais" (as BCGs são mais brilhantes do que se esperaria pela extrapolação da função de luminosidade). A dispersão de velocidades central é de 300–400 km s^{-1}.

5.11.2 Luminosidade difusa intra-aglomerado

Zwicky (1951) propôs a existência de uma componente difusa óptica (luz visível) intra-aglomerado. A existência desta componente foi motivo de debate durante várias décadas até o advento dos detectores CCDs. A partir dos anos 1990, a luminosidade intra-aglomerado (ICL, *intracluster light*) pôde ser medida corretamente. A dificuldade está no baixo brilho superficial desta componente, menos de 1% do brilho do céu (i.e., maior que $\sim 26R$ mag arcsec^{-2}), e grande área (necessitando grandes CCDs ou mosaicos). Em

aglomerados mais próximos, como Virgo e Fornax, nebulosas planetárias e gigantes vermelhas já foram detectadas individualmente.

A ICL é formada por estrelas arrancadas das galáxias por força de maré. O mecanismo exato é complexo pois depende da interação entre as galáxias no aglomerado e entre as galáxias e o potencial total, dominado pela matéria escura. Esta componente difusa não está ligada às galáxias, mas sim ao potencial do aglomerado.

Observacionalmente, é difícil distinguir a ICL do envelope de uma cD (o envelope, por definição, deveria estar ligado à galáxia cD). Na verdade, esta distinção talvez não deva existir – o envelope pode não estar ligado às cDs.

É difícil estimar a quantidade de massa nas estrelas responsáveis pela luz difusa intra-aglomerado. Calcula-se que a luminosidade total da ICL seja cerca de 10% da luminosidade total (incluindo as galáxias) na região central de aglomerados (Zibetti et al., 2005). Tomando um valor típico de $\mu_{\rm ICL} \sim 28\,{\rm mag}_B\ {\rm arcsec}^{-2}$, isto corresponde a $\sim 4 \times 10^{11} L_\odot\ {\rm Mpc}^{-2}$ (o que corresponde à luminosidade de uma galáxia brilhante).

5.11.3 Segregação morfológica

A distribuição de tipos morfológicos em aglomerados de galáxias é diferente da distribuição observada no campo (isto já é conhecido desde Hubble & Humason, 1931).

A população de galáxias depende tanto da estrutura como da posição no aglomerado. Aglomerados ricos e regulares tem uma fração de elípticas e lenticulares elevada e apresentam um forte gradiente radial desta fração (a fração de Es e S0s aumenta em direção ao centro). Já os aglomerados pobres e/ou irregulares apresentam uma fração elevada de espirais e tem pouco ou nenhum gradiente de população (Oemler, 1974, e Fig. 162).

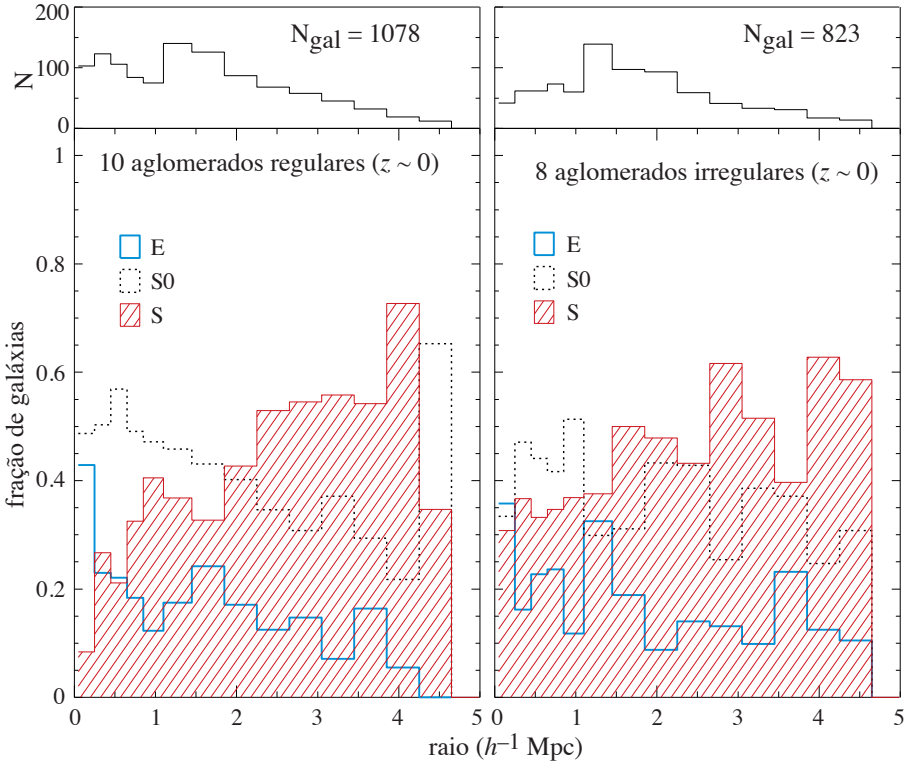


Figura 162: Relação entre o tipo morfológico e a distância ao centro do aglomerado (T–R). O histograma no alto de cada painel mostra o número de galáxias para cada intervalo de raio (dados de Dressler 1980, cf. Dressler et al., 1997).

Estudando 55 aglomerados próximos, Dressler (1980) mostrou que a fração de galáxias de um dado tipo morfológico está fortemente correlacionada com a densidade superficial local em que as galáxias se encontram (a chamada relação T–Σ). O painel esquerdo da figura 163 ilustra este resultado.

A relação T–Σ implica que o efeito do meio na morfologia das galáxias é um efeito local. Por outro lado, a relação T–R implica em um efeito global (a galáxias deve "conhecer" sua distância ao centro do aglomerado). Alguns autores (Whitmore & Gilmore, 1991; Whitmore et al., 1993), argumentam que a relação fundamental é T–R, outros (Dressler e colaboradores) defendem que a relação fundamental é T–Σ. O fato desta última ser observada em aglomerados pobres, enquanto não se observa a relação T–R, favorece a hipótese da dependência do tipo morfológico com as propriedades locais.

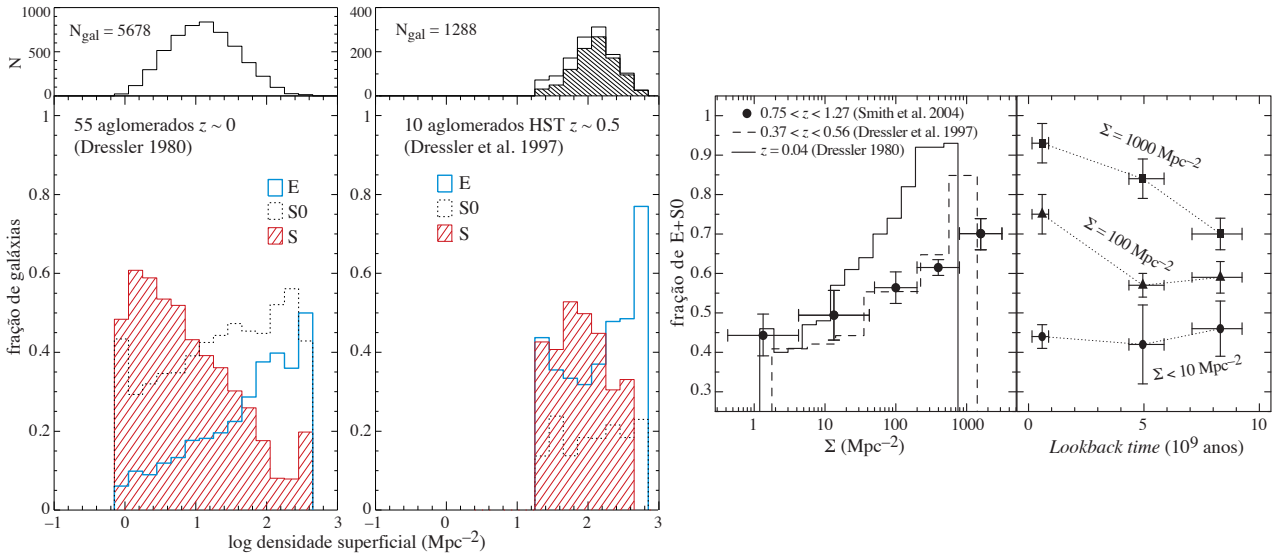


Figura 163: Relação entre o tipo morfológico e a densidade local para galáxias em aglomerados. O histograma no alto de cada painel mostra o número de galáxias para cada intervalo de densidade superficial. Para os aglomerados do HST ($0.36 < z < 0.57$), o histograma hachurado do alto dá a distribuição de galáxias após correção da contaminação de galáxias na linha de visada. Os dois gráficos à direita são de Smith et al. (2005) com dados adicionais até $z \approx 1$.

A relação T–Σ é interpretada como um efeito do meio (quantificada pela densidade) sobre a evolução morfológica das galáxias, sendo que este efeito pode vir mesmo da época de formação destas.

Dressler et al. (1997) estudaram 10 aglomerados a *redshifts* intermediários, $z \sim 0{,}5$, e encontraram diferenças significativas em relação a aglomerados próximos. A fração de lenticulares é muito menor em redshift intermediário e as espirais não apresentam o mesmo gradiente acentuado, observado em $z \sim 0$.

A segregação morfológica é detectada até $z \approx 1$ (Smith et al., 2005), mas é menos intensa que no Universo local ($z \approx 0$). A semelhança entre a segregação morfológica em $z \approx 1$ e $z \approx 0{,}5$ sugere que a evolução morfológica se dê principalmente após $z \approx 0{,}5$, isto é, nos últimos $5\times10^9 h_{70}^{-1}$ de anos. Em ambientes pouco densos, a fração de galáxias precoces (*early-type*, E+S0) é quase constante, $f_{\rm E+S0} = 0{,}4 \pm 0.1$ desde $z \approx 1$ até hoje.

A origem da segregação morfológica pode estar ligada ao chamado efeito Butcher–Oemler.

5.11.4 Sequência vermelha e efeito Butcher–Oemler

Uma característica importante das galáxias elípticas é a existência de uma **relação cor–magnitude**, a "**sequência vermelha das elípticas**": as galáxias mais brilhantes são também as mais avermelhadas. A relação entre cor e luminosidade aparece no trabalho de Baum (1959) e foi efetivamente descoberta por Faber (1973); Visvanathan & Sandage (1977). A figura 164 mostra este efeito para três aglomerados.

Esta "sequência vermelha" é bem determinada sendo utilizada para se identificar aglomerados em *redshifts* mais elevados (Gladders & Yee, 2000). Para isto, observa-se a cor de um conjunto de galáxias em uma dada região, se aparece a sequência vermelha no diagrama cor–magnitude então, provavelmente, há um aglomerado nesta região (lembrando que a maioria das galáxias em um aglomerado são elípticas).

Esta relação cor–magnitude pode ser explicada de duas maneiras: como um efeito de idade, implicando que as galáxias mais antigas (mais vermelhas) seriam mais luminosas, ou como um efeito de metalicidade, as galáxias mais brilhantes seriam mais ricas em metais.

Vários trabalhos sugerem que a segunda hipótese é mais provável, isto é, exista uma relação luminosidade–metalicidade (Ellis et al., 1997; Ferreras, Charlot & Silk, 1999; Terlevich et al., 1999, veja também a Fig. 280). Basicamente, galáxias mais maciças são capazes de reter de maneira mais eficaz os metais produzidos e ejetados por estrelas maciças: os ventos galácticos produzidos por supernovas não são fortes o suficiente para ejetar os metais das galáxias mais massivas.

Contudo, alguns modelos semi-analíticos de formação e evolução apontam para uma explicação mista, a relação cor–magnitude seria devida a um efeito de idade e metalicidade: as galáxias mais maciças seriam mais antigas e mais ricas em metais.

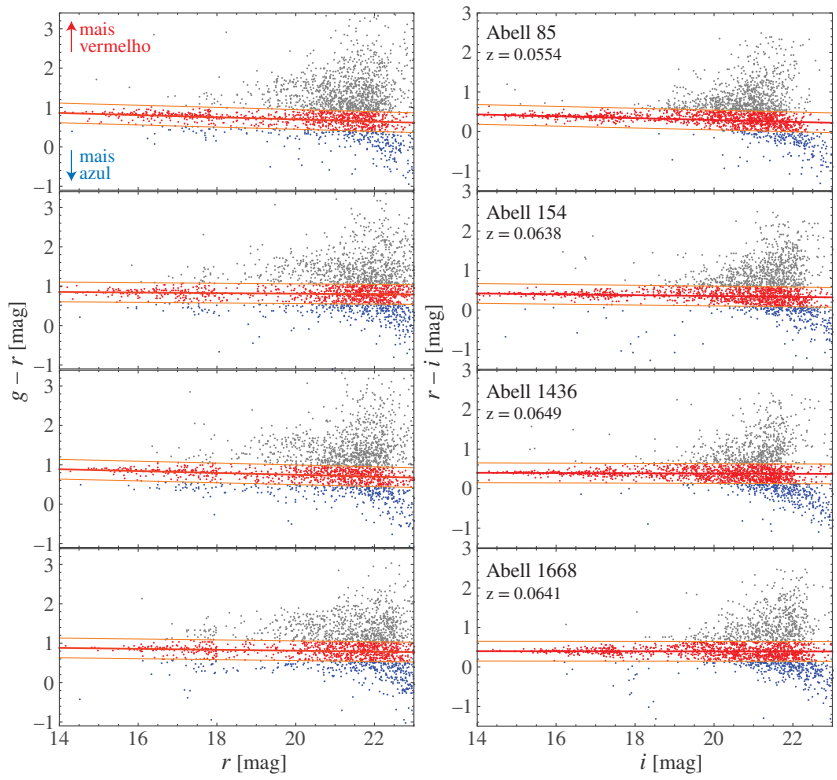


Figura 164: Relação cor–magnitude em quatro aglomerados de Abell. Os filtros g, r e i do SDSS estão centrados em 5118 Å, 6798 Å e 8100 Å, respectivamente. As retas representam ajustes que correspondem à posição das galáxias elípticas (a chamada **sequência vermelha** das elípticas). A largura da sequência vermelha nestas figuras tem 0,5 mag (linhas laranjas). Acima da sequência vermelha (pontos cinzas) são na maioria galáxia de fundo. Feito com dados do SDSS.

O efeito mais visível é uma translação da Seq. Vermelha quando vamos de alto redshift para $z = 0$, que corresponde ao envelhecimento passivo das estrelas (Fig. 165).

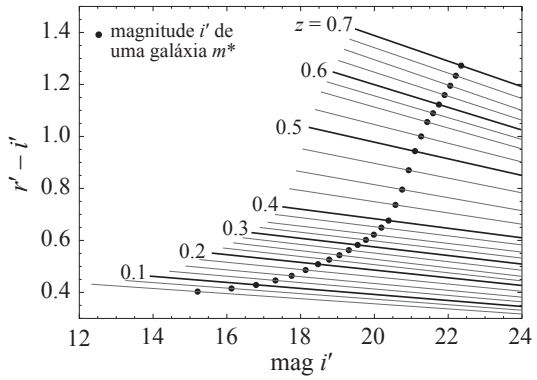


Figura 165: Evolução passiva da Sequência Vermelha, entre *redshift* $z = 0{,}33$ até 0,7, segundo o modelo de Kodama & Arimoto (1997). O ponto (•) em cada linha corresponde à magnitude da banda i' de uma galáxia de magnitude absoluta $M^*_{i'} = -21{,}52 + 5 \log h_{70}$. Figura tirada de Barkhouse et al. (2006).

Observações de aglomerados em alto *redshift* mostram que a inclinação da Sequência Vermelha se altera muito pouco com o tempo desde $z \sim 1$ (*lookback time* $\sim$ 7,5 bilhões de anos) – em $z \approx 0{,}5$ a inclinação da Sequência Vermelha é essencialmente a mesma que a inclinação em $z = 0$. A variação da inclinação pode dar vínculo à época de formação das galáxias elípticas (vermelhas), com uma pequena dependência do modelo cosmológico adotado (veja Fig. 166).

Em 1978, Butcher & Oemler observaram dois aglomerados distantes (3C 295 a $z = 0.46$ e 0024+1654 a $z = 0{,}39$) e encontraram um excesso de galáxias azuis em relação à população típica de aglomerados próximos. Em 1984, estes mesmos autores estudam mais 33 aglomerados entre $0{,}003 < z < 0{,}54$ e confirmam o excesso de galáxias azuis (este excesso é medido em relação à sequência vermelha das elípticas) Este efeito ficou conhecido como *efeito Butcher–Oemler*.

A figura 167 ilustra o efeito Butcher–Oemler assim como um trabalho mais recente de Margoniner & de Carvalho (2000) com uma nova determinação deste efeito, baseado em fotometria CCD de 44 aglomerados do catálogo de Abell.

É importante levarmos em conta onde no aglomerado a fração de galáxias azuis é medida. A figura 168 mostra esta dependência para 5 aglomerados. Notamos que a fração de galáxias azuis aumenta com a distância ao centro do aglomerado.

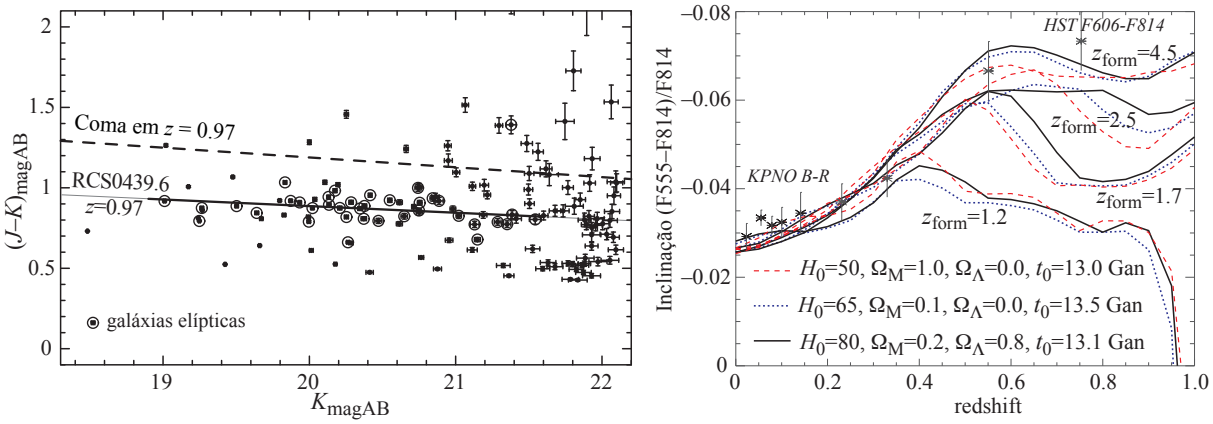


Figura 166: **Esquerda**: Sequência Vermelha para um aglomerado distante em $z \approx 1$ comparada à Sequência Vermelha do aglomerado de Coma, se este estivesse em $z \approx 1$, mas ignorando a evolução passiva da Pop. estelar. Note o deslocamento para o azul em $z = 1$ e a pequena mudança da inclinação. Figura tirada de Barrientos et al. (2004). **Direita**: Comparação da evolução da inclinação da Sequência Vermelha com o *redshift* para diversos modelos cosmológicos e diferentes épocas de formação das galáxias elípticas. Figura tirada de Gladders et al. (1998).

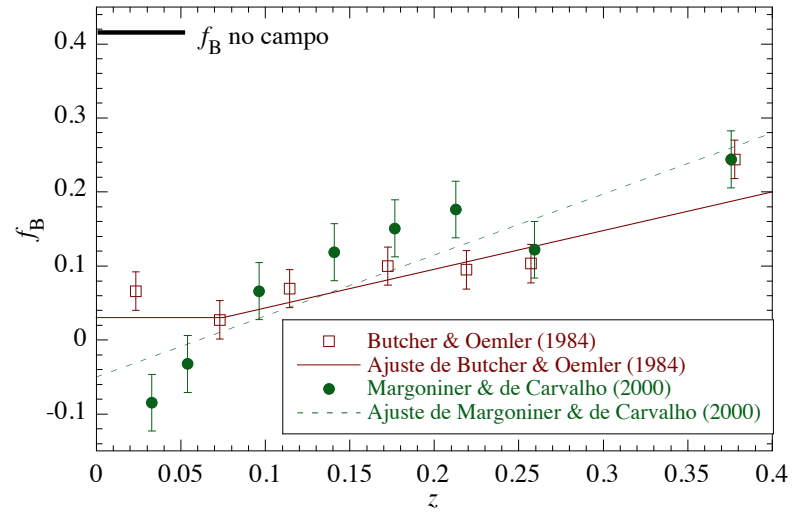


Figura 167: Fração de galáxias azuis em função do *redshift*. O traço contínuo se refere ao trabalho original de Butcher & Oemler (1984), a linha tracejada é um trabalho mais recente de Margoniner & de Carvalho (2000). O traço espesso no alto à esquerda dá a fração de galáxias azuis no campo.

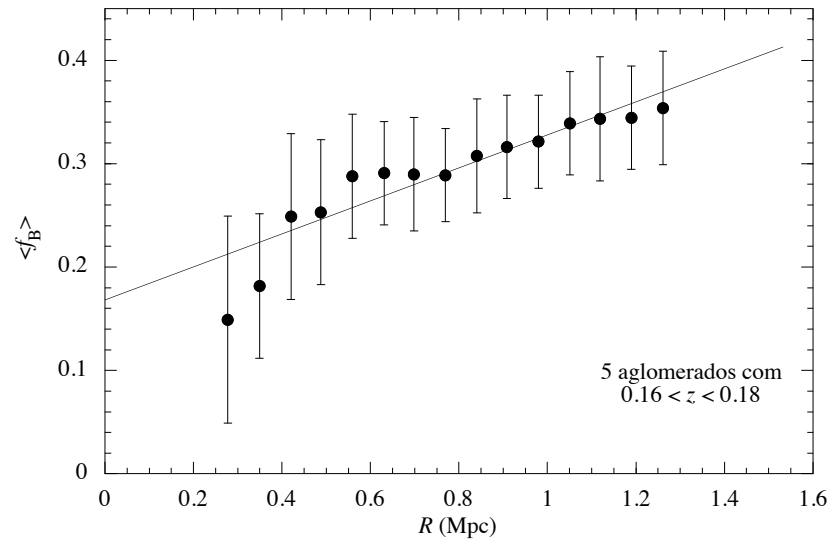


Figura 168: Dependência da fração de galáxias azuis com a distância ao centro do aglomerado (Margoniner & de Carvalho, 2000)

O efeito B-O mostra que há uma evolução das galáxias em aglomerados em um passado relativamente próximo, ao contrário do que se constata dos próprios aglomerados, que apresentam pouca evolução em

suas propriedades (por exemplo, temperatura e metalicidade do gás intra-aglomerado).

5.11.5 Perda de gás por pressão de arraste

A pressão do gás intra-aglomerado é geralmente maior que a pressão do gás neutro (HI) nas galáxias espirais. A queda destas, com velocidades que podem ser supersônicas, pode provocar a perda do meio interestelar (essencialmente HI) pelo efeito de pressão de arraste (*ram-pressure*). A figura 169 ilustra este efeito no aglomerado de Coma.

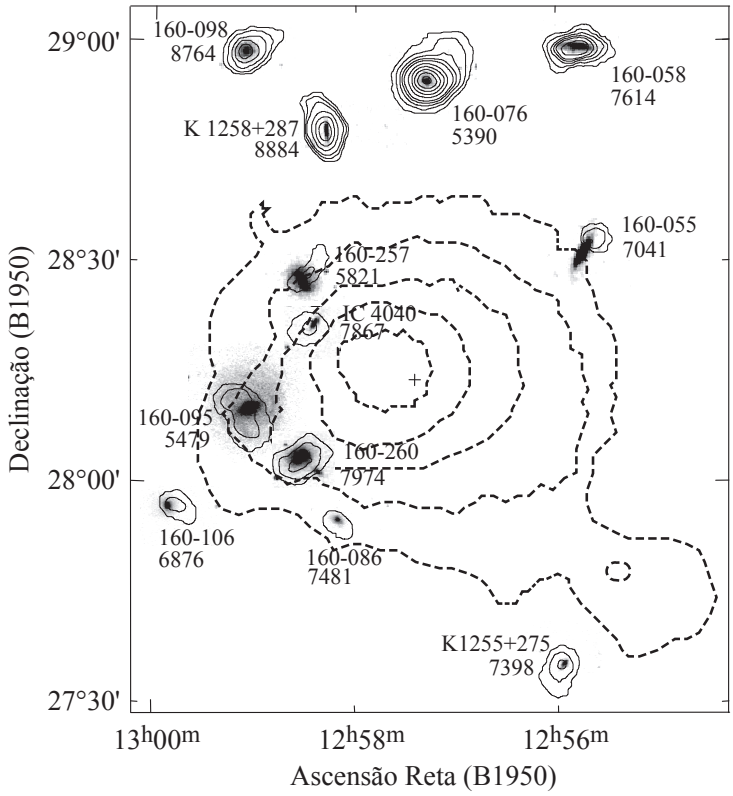


Figura 169: Efeito da pressão de arraste em Coma. Os contornos espessos tracejados representam a emissão em raios-X, os contornos finos representam a emissão do HI, superpostas às imagens ópticas (níveis de cinza) das galáxias (ampliadas por um fator 7). Cada objeto tem sua identificação e velocidade de recessão (em km/s). A cruz central corresponde à elíptica gigante NGC 4874. Figura tirada de Bravo-Alfaro et al. (2000).

Nesta figura, notamos as deformações da emissão do HI (observado em rádio) em relação às galáxias, indicando assim o efeito da pressão de arraste. Este efeito também pode ser observado em emissões rádio com morfologia *head-tail* em galáxias ativas em aglomerados (veja Fig. 131).

A pressão de arraste pode ser um mecanismo importante para o enriquecimento em metais do meio intra-aglomerado, como foi discutido inicialmente por Gunn & Gott (1972): o gás enriquecido nos discos é varrido pela pressão de arraste.

Larson et al. (1980) também invocam a pressão de arraste como o mecanismo responsável pela perda do gás no halo de galáxias que caem em aglomerados, *estrangulando* assim a formação estelar (a formação estelar ainda ocorre com o gás frio que sobra no disco). Este mecanismo foi sugerido para explicar a possível transformação morfológica de galáxias espirais em lenticulares nos aglomerados.

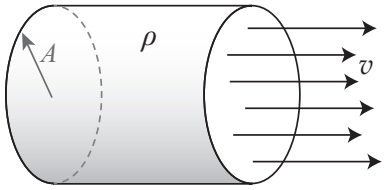


Figura 170: O gás intra-aglomerado passando por uma seção circular de raio A produz uma pressão equivalente à pressão sentida por uma galáxia que se move pelo meio intra-aglomerado.

A pressão de arraste pode ser obtida através da taxa de massa que passa por um cilindro Fig. 170. Em um intervalo de tempo δt teremos um fluxo de gás $M = \rho A v \delta t$. Este fluxo de matéria produz uma variação da quantidade de movimento:

$$\delta p = Mv = \rho A v^2 \delta t \, .$$

Por outro lado, a variação $\delta p/\delta t$ é a força devido à pressão do gás. Logo, a pressão P pode ser estimada por:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{\delta p}{\delta t}\frac{1}{A} = \frac{\rho A v^2 \delta t}{\delta t A} \quad \Rightarrow \quad P_{\rm ram} = \rho v^2 \,. \tag{306}$$

Um objeto que se desloca pelo gás intra-aglomerado sente uma pressão de arraste dada por:

$$P_{\rm ram} = \rho_{\rm ICM}\, v^2_{\rm galáxia} \approx 1{,}67 \times 10^{-17} \left(\frac{n}{10^{-3}{\rm cm}^{-3}}\right)\left(\frac{v}{10^3 {\rm km\ s}^{-1}}\right)^2 {\rm Bar}\,, \tag{307}$$

(1 Bar $= 10^6\,{\rm dina\ cm}^{-2} \simeq 0{,}987$ atmosfera $= 6.24 \times 10^{14}\,{\rm keV\ cm}^{-3}$) onde $\rho_{\rm ICM}$ é a densidade do meio intra-aglomerado e v a velocidade relativa da galáxia no ICM. Tipicamente, próximo da região central de um aglomerado rico, $P_{\rm ram} \sim 0.001$–$0.01\,{\rm keV\ cm}^{-3}$.

Esta pressão de arraste deve ser comparada à força por unidade de área que mantém o gás interestelar confinado na galáxia. Para uma galáxia espiral temos:

$$P_{\rm ISM} = 2\pi G\, \Sigma_{\rm tot}\Sigma_{\rm gás} \approx 1{,}8 \times 10^{-20} f\, \Sigma^2_{\rm gás}\,{\rm Bar}\,; \quad [\Sigma_{\rm gás}] = M_\odot\ {\rm pc}^{-2}\,, \tag{308}$$

onde $\Sigma_{\rm tot}$ é a densidade superficial de toda a matéria, $\Sigma_{\rm gás}$ é a densidade superficial do gás (do disco galáctico) e $f = \Sigma_{\rm tot}/\Sigma_{\rm gás}$. Para uma densidade de coluna $N_{\rm H} = 10^{20}\,{\rm cm}^{-2}$, $\Sigma_{\rm gás} \simeq 0{,}80 M_\odot\ {\rm pc}^{-2}$.

Uma outra aproximação que podemos utilizar, é estimar a condição para pressão de arraste provocar a perda de gás em uma galáxia esférica. Neste caso, a força da $P_{\rm ram}$ deve ser superior à força gravitacional:

$$P_{\rm ram} > \frac{|U|}{V}\,,$$

onde U é a energia potencial gravitacional e V o volume da galáxia. Supondo uma galáxia representada por uma esfera homogênea temos:

$$|U| = 4\pi G \int_0^R \rho_{\rm ISM} M_{\rm gal}(r) r\, {\rm d}r = \frac{3}{5}\frac{G M_{\rm ISM} M_{\rm gal}}{R}\,.$$

Portanto, temos a condição para haver perda de gás:

$$\rho_{\rm ICM} v^2_{\rm gal} > \frac{9}{5}\frac{G M_{\rm ISM} M_{\rm gal}}{4\pi R^4}\,. \tag{309}$$

Comparando a pressão de arraste e a pressão interna, concluímos que o mecanismo de perda de gás pela *ram-pressure* deve ser muito eficiente, em particular no centro de aglomerados massivos ($r \lesssim 1$ Mpc) onde a pressão do ICM é maior.

Estrangulação (*strangulation/starvation*) A estrangulação é um processo em que o gás no halo de uma galáxia é arrancado por efeito de pressão de arraste. O gás presente no halo, se não for perturbado, eventualmente esfria e se precipita em direção à região central da galáxia (ou em direção ao disco estelar, se houver um). Este gás do halo serve de material para formação de novas estrelas. Se este reservatório circumgaláctico é tirado da galáxia, a formação estelar só terá disponível o gás que já está frio no disco, e irá cessar em uma escala de tempo relativamente curta (Peng et al., 2015). Tanto o processo de remoção do gás frio por *ram-pressure*, como a estrangulação, contribuem para a supressão de formação estelar (chamado na literatura de *quenching star formation*).

5.11.6 Assédio (*Harassment*) galáctico

Proposto por Moore et al. (1996), o assédio galáctico é um processo que envolve um grande número de encontros rápidos entre galáxias em um aglomerado. Cada encontro produz uma pequena perturbação na estrutura das galáxias, mas uma série destes encontros pode levar a mudanças morfológicas significativas. O encontro rápido entre duas galáxias transfere parte da energia cinética orbital para o movimento das estrelas e matéria escura nas galáxias, produzindo um fenômeno de aquecimento por efeito de maré [*tidal heating*, cf. Farouki & Shapiro (1981)].

Este processo pode ser importante para transformar pequenas galáxias disco (espirais) em anãs esferoidais ou anãs elípticas. Este processo não é eficiente com galáxias gigantes (luminosas como a Via Láctea, por exemplo).

5.11.7 Decréscimo da taxa de formação estelar

A taxa de formação estelar (SFR, *star formation rate*), estimada a partir de indicadores como a intensidade da linha Hα, [OII] ou [OIII] (seção 10.2.4), depende fortemente da densidade local do meio (Hashimoto et al., 1998). Esta densidade pode ser dada em galáxias por Mpc^2; neste caso para densidade projetada superior a ~ 1 galáxia/Mpc^2 a taxa de formação estelar decresce rapidamente se tornando praticamente nula para $\Sigma \sim 50$ galáxias/Mpc^2. Este decréscimo corresponde a uma distância da ordem do raio do virial de aglomerados ricos (veja Fig. 171).

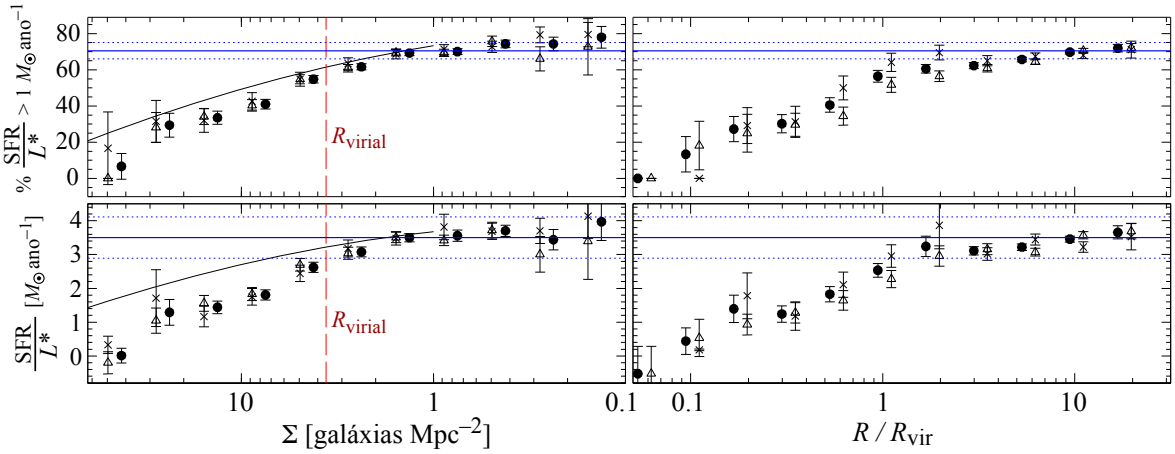


Figura 171: Acima: fração de galáxias com taxa de formação estelar (SFR) normalizada por unidade de L^* ($L_* \approx 10^{10} L_\odot$, seção 9.2.2) acima de $1 M_\odot$/ano. Abaixo: SFR mediana (normalizada por L^*). A esquerda, grandezas em função da densidade local de galáxias; a direita em função do raio do virial (veja seção 8.2). Nos painéis da esquerda, a curva representa o decréscimo da SFR esperado baseando-se na segregação morfológica. Figura adaptada de Lewis et al. (2002).

Poderíamos pensar que a diminuição da taxa de formação estelar seja um reflexo da relação densidade–morfologia (seção 5.11.3), uma vez que galáxias elípticas e lenticulares mais abundantes no centro de aglomerados ricos (logo, regiões de alta densidade) não formam estrelas. Contudo, a segregação morfológica não é suficiente para dar conta do decréscimo da SFR. Isto ocorre porque mesmo algumas espirais no centro de aglomerados não produzem mais estrelas: são as chamadas galáxias "*espirais passivas*". Estas espirais passivas podem ser um estágio de transição entre as galáxias azuis (logo, formando estrelas) em *redshift* intermediário ($z \sim 0{,}5$; efeito Butcher–Oemler) e as galáxias de tipo *early* observadas nos aglomerados em grande quantidade em $z = 0$.

Galáxias espirais poderiam ser confundidas com galáxias passivas se houvesse muita poeira obscurecendo a formação estelar. Este não é o caso, pois observações no infravermelho confirmam a falta de formação estelar (Yamauchi & Goto, 2004).

A diminuição da taxa de formação estelar se torna importante a partir do raio do virial (algo em torno de 2 Mpc para aglomerados ricos), enquanto a segregação morfológica é notável em escalas menores (a partir de $\sim 0{,}5$ Mpc). Isto sugere mecanismos diferentes para estes fenômenos: a segregação morfológica ocorre já na formação (colapso) do aglomerado e a diminuição da SFR ocorre ao longo da evolução, com o acréscimo de matéria (queda de galáxias) nos aglomerados.

5.11.8 Curva de rotação de espirais em aglomerados

As galáxias espirais que passam próximas do centro do aglomerado (isto é, têm órbitas radiais) podem perder parte da massa nas regiões mais externas devido a efeitos de maré. Esta perda de massa resultaria em uma modificação da curva de rotação (Fig. 172).

Este efeito, contudo, não é detectado (ou apenas marginalmente detectado) em uma grande mostra de galáxias: isto implica que a distribuição de massa das espirais (que não perdem sua identidade, se transformando em lenticular, por exemplo) não muda significativamente ao passar pelo centro do aglomerado. Note também que a eventual alteração da curva de rotação não está relacionada à perda de gás por pressão de arraste – a massa do gás não chega a $\sim 10\%$ da massa total de uma galáxia espiral típica.

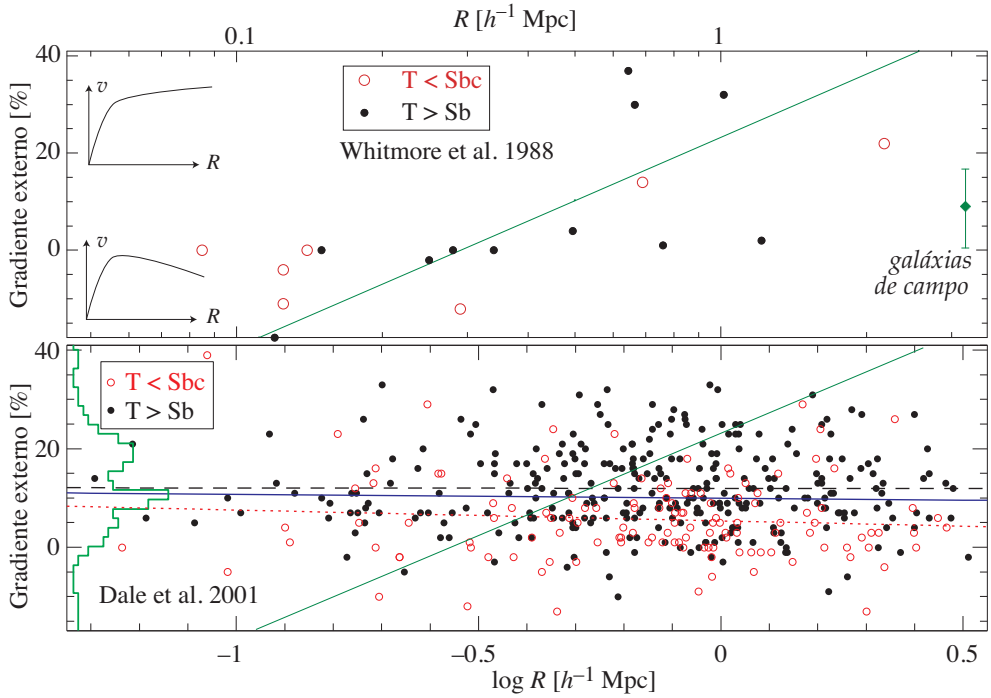


Figura 172: Gradiente externo da curva de rotação de espirais em função da distância ao centro do aglomerado. Acima: amostra de Whitmore et al. (1988) com 19 galáxias em 5 aglomerados. A reta diagonal indica a correlação encontrada por estes autores e o ponto mais a direita dá o valor para galáxias de campo. Abaixo: amostra de Dale et al. (2001) com 438 galáxias em 53 aglomerados de Abell. Os traços pontilhados, tracejados e contínuo são as correlações para espirais de tipo precoce, tipo tardio e todas as galáxias, respectivamente (o traço diagonal é a correlação de Whitmore et al.).

5.11.9 Metalicidade do gás intra-aglomerado

O gás intra-aglomerado tem cerca de um terço da metalicidade solar, indicando que este gás foi enriquecido por metais sintetizados em estrelas maciças e ejetado ou arrancado das galáxias do aglomerado (p.ex., Mushotzky et al., 1978; Edge & Stewart, 1991; De Grandi et al., 2004). A abundância de metais apresenta um gradiente radial como mostra a Fig. 173.

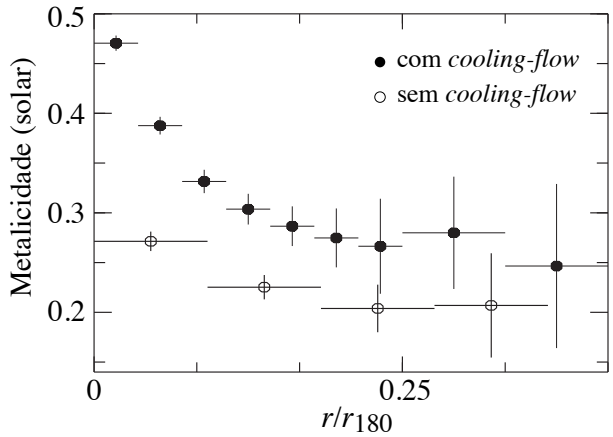


Figura 173: Gradiente de metalicidade em aglomerados ricos com e sem *cooling-flow* obtidos com satélite BeppoSAX. A distância radial é dada em termos de $r_{180} \approx R_{\rm virial}$ (cf. seção 8.2). Figura tirada de De Grandi & Molendi (2001)

Na região central, a metalicidade do gás é significativamente superior às regiões externas, sobretudo nos aglomerados que apresentam um excesso de luminosidade X central (com *cool-core*).

Os metais mais facilmente detectáveis no gás intra-aglomerado são o ferro e o silício. Na figura 174 é mostrado a abundância destes metais em função da temperatura do aglomerado. A abundância de Fe não depende da temperatura (pelo menos para $kT \gtrsim 2\,$keV), sugerindo que o gás intra-aglomerado é enriquecido devido à ejeção de metais pelo vento produzido por supernovas de tipo Ia (ou AGNs), e não pela pressão de arraste – a pressão de arraste é mais eficiente quando maior for a temperatura do ICM.

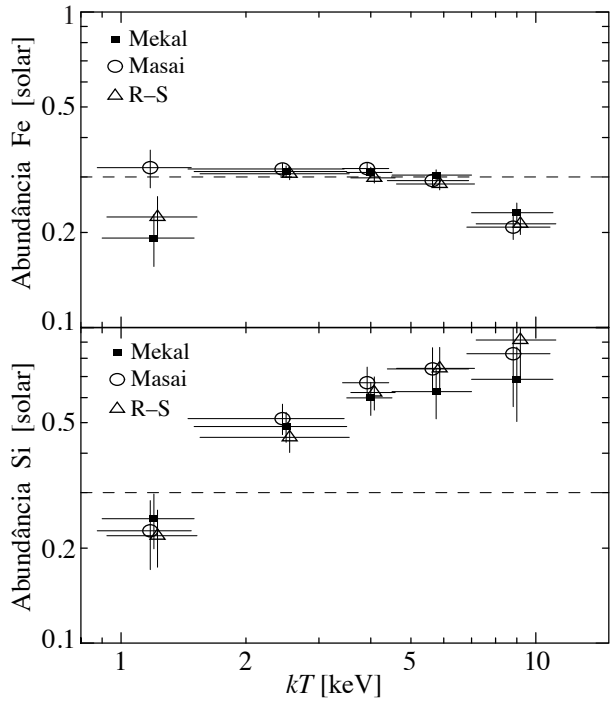


Figura 174: Abundância de ferro e silício em função da temperatura do aglomerado (excluindo a região central) obtidas com satélite ASCA. Enquanto a abundância de Fe é praticamente independente da temperatura, o Si apresenta uma forte correlação, sendo mais abundante em aglomerados mais quentes (logo, mais maciços). Cada símbolo representa um modelo de plasma diferente. Figura adaptada de Fukazawa et al. (1998).

A diferença das abundâncias de Fe e Si, assim como de outros metais, (Ne, Mg, S) são importantes para determinarmos o modo de enriquecimento do gás intra-aglomerado. A figura 175 compara a abundância do Ne e S com o ferro.

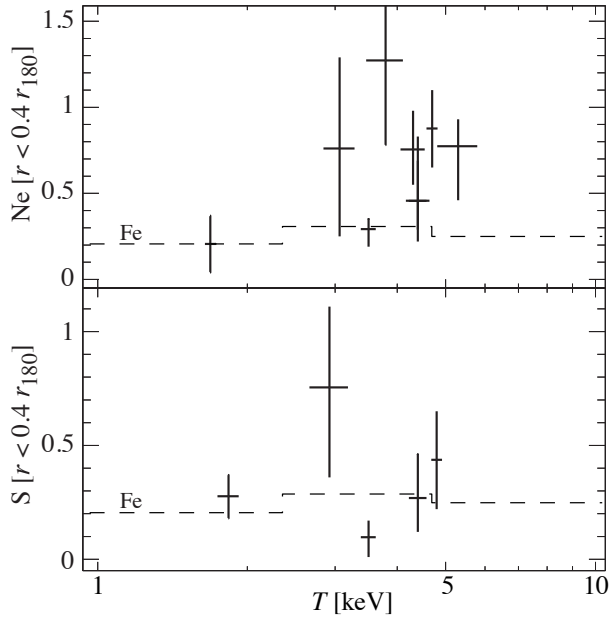


Figura 175: Abundância de neônio e enxofre em função da temperatura do aglomerado obtidas com satélite ASCA. Apesar das barras de erro, estes elementos são significativamente mais abundantes que o Fe (linha tracejada). Figura adaptada de Finoguenov et al. (2001).

As observações indicam que a abundância de metais-α (elementos múltiplos de uma partícula alfa como, p. ex., O, S, Si) é superior à abundância de Fe ou Ni, indicando que o enriquecimento deve se dar pelo gás ejetado nas explosões de supernovas tipo II (i.e., de estrelas maciças). Como a principal população de galáxias em aglomerados é de elípticas, que hoje não apresentam supernovas de tipo II, foi sugerido que o enriquecimento do gás intra-aglomerado se deu durante, ou logo após, o surto de formação estelar inicial nas elípticas (ou suas predecessoras). O gás rico em elementos alfa é arrancado das galáxias (provavelmente espirais caindo no aglomerado) por efeito de pressão de arraste, o que é sugerido pela dependência da abundância destes elementos com a temperatura do gás do aglomerado.

O gás das galáxias também pode terminar no gás intra-aglomerado devido ao *tidal-stripping* (perda de matéria por efeito de maré). Neste caso, além do gás, as estrelas das galáxias também são arrancadas. Isto

pode originar a componente de luz difusa observada em alguns aglomerados (veja Sec. 5.11.2).

5.12 Emissão rádio extensa e campo magnético

Mills (1060) e van den Bergh (1961) estabeleceram uma forte correlação entre aglomerados de galáxias e fontes de emissão rádio. Esta correlação é notável lembrando que apenas $\sim 7\%$ das galáxias estão em aglomerados ricos.

É comum observarmos em aglomerados de galáxias uma emissão rádio extensa, que pode atingir centenas de kpc. A origem desta emissão pode ser elétrons relativísticos emitidos por um núcleo galáctico ativo, muitas vezes (mas nem sempre) associado à galáxia central. Os elétrons relativísticos interagem com o campo magnético do aglomerado e emitem fótons pelo processo síncrotron (sec. 11.5).

Em alguns casos (Abell 85, por exemplo) é observado uma emissão síncrotron extensa sem que haja uma galáxia de núcleo ativa próxima. Os elétrons relativísticos, neste caso, podem ter sido acelerados devido ao choque de uma sub-estrutura no aglomerado. Este tipo de emissão é chamada de "relíquia" (*radio relic*).

De qualquer forma, a observação de fontes rádio extensas em aglomerados indica a presença de um campo magnético. Estes mesmos elétrons relativísticos que emitem a radiação síncrotron também interagem com a radiação cósmica de fundo através do efeito Compton inverso (seção 5.7.1). Se pudermos medir o fluxo emitido pela radiação síncrotron e pelo efeito Compton inverso da mesma população de elétrons relativísticos, é possível determinar a magnitude do campo magnético do aglomerado (ou pelo menos da região onde estes fluxos são observados).

Outro modo de se estimar a intensidade do campo magnético é pela observação da polarização da emissão rádio, que é afetada pelo mio intra-aglomerado devido à *rotação de Faraday*. Este fenômeno ocorre quando a radiação eletromagnética atravessa um plasma que possui um campo magnético (Fig. 176), fazendo com que a direção de polarização mude a medida que a radiação se propaga pelo meio (Rybicki & Lightman, 1985).

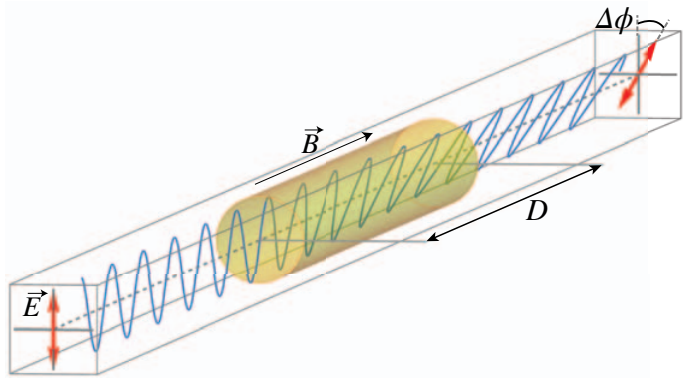


Figura 176: Rotação de Faraday. O ângulo de polarização da radiação eletromagnética (aqui representada apenas pela componente elétrica) varia quando esta atravessa um plasma (o cilindro amarelo) com campo $\vec{B}$ e dimensão d.

Para uma fonte que emite radiação linearmente polarizada com um ângulo ϕ_0 – p.ex., a radiação síncrotron é linearmente polarizada – a radiação detectada terá uma ângulo de polarização medido (Spitzer, 1978):

$$\phi = \phi_0 + \frac{c}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^3}{2\pi m_e^2 c^4}\lambda^2_{\rm metros}\int_0^D n_e\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0{,}8119\,\lambda^2_{\rm metros}\int_0^D n_e B_{\|}\,\mathrm{d}l \equiv \phi_0 + \lambda^2_{\rm metros}\times RM\,, \quad (310)$$

onde a densidade eletrônica, n_e tem unidade de cm^{-3}, a intensidade do campo magnético paralelo à linha de visada está em μG e o comprimento da trajetória do fóton, D, está em parsec. RM é chamada de "medida de rotação" (*rotation measure*). O campo magnético pode ser determinado medindo-se a RM de fontes na linha de visada do plasma em duas (ou mais) frequências diferentes, pois a Rotação de Faraday depende da frequência da radiação.

Todas estas medidas indicam que os aglomerados de galáxia possuem um campo magnético de cerca de 1μG.

5.13 Relações de escala (L_X, T_X, σ, Y_X)

Relações de escala entre diversas propriedades de aglomerados, L_X, T_X, σ (dispersão de velocidades das galáxias) e massa (do gás ou total), podem ser deduzidas de modo simples a partir de conceitos básicos,

assumindo uma hipótese de *auto-similaridade*, isto é, as propriedades físicas dos aglomerados podem ser escalonadas por uma simples lei de potência (Kaiser, 1986).

Tomando a emissividade bremsstrahlung (que é uma aproximação razoável para a função de resfriamento de um plasma com $T \gtrsim 10^7$ K e baixa metalicidade) temos $\varepsilon \propto n^2 T^{-1/2} \exp[-E/(kT)] g(E,T)$, portanto;

$$L_X \propto \int \varepsilon \, \mathrm{d}E \, \mathrm{d}V \Rightarrow L_X \propto \rho_0^2 R_c^3 T^{1/2} \,, \tag{311}$$

onde ρ_0 e R_c são uma densidade e um raio característicos.

A massa do gás é:

$$M_g \propto \int \rho \, \mathrm{d}V \Rightarrow M_g \propto \rho_0 R_c^3 \,. \tag{312}$$

A massa total do aglomerado é:

$$M_d = \frac{kT}{G\,\mu\, m_p}\, r \left(-\frac{\mathrm{d}\log\rho}{\mathrm{d}\log r} - \frac{\mathrm{d}\log T}{\mathrm{d}\log r} \right) \Rightarrow M_d \propto R_c T \,. \tag{313}$$

Finalmente, a fração de bárions, f, no aglomerado pode ser dada aproximadamente pela razão da massa do gás e massa total (isto é, consideramos que a massa do gás é muito maior que a massa das galáxias). Isto significa:

$$f = \frac{M_g}{M_d} \Rightarrow f \propto \rho_0 R_c^2 T^{-1} \,, \tag{314}$$

onde assumimos que os raios característicos da distribuição do gás e da matéria escura (essencialmente toda a matéria) são iguais.

Fazemos agora a hipótese de que os aglomerados têm a mesma fração de bárions. Em outras palavras, dizemos que a fração de bárions nos aglomerados é representativa (a mesma) do Universo (aglomerados são um "*fair sample*" do Universo). Assim, $f =$ constante e, portanto, utilizando a equação precedente,

$$\rho_0 \propto R_c^{-2} T \,. \tag{315}$$

Como será discutido mais adiante (seção 8.2), a densidade média de um aglomerado pode ser escrita como $\overline{\rho} = \Delta \rho_c(z)$, onde Δ é uma constante e $\rho_c(z)$ é a densidade crítica do Universo no *redshift* z. A densidade característica deve ser proporcional à densidade média, portanto temos:

$$\rho_0 \propto \Delta \, E^2(z) \,; \quad \text{lembrando que } \rho_c \propto H^2(z) \;\; \text{e} \;\; H(z) = H_0 E(z) \,.$$

A função $E(z)$ depende dos parâmetros cosmológicos é é dada pela Eq. (84).

Desta forma, podemos reescrever as relações de escala obtidas acima como:

$$M_d \propto M_g \propto \Delta \, E^2(z) R_c^3 \,; \quad L_X \propto \Delta^2 E^4(z) R_c^3 T^{1/2} \,. \tag{316}$$

Como assumimos que a fração de bários é constante, então

$$R_c \propto \Delta^{-1/2} E^{-1}(z)\, T^{1/2} \,.$$

Portanto, usando a Eq. (316), obtemos:

$$M_d \propto M_g \propto \Delta^{-1/2} E^{-1}(z)\, T^{3/2} \,; \quad L_X \propto \Delta^{1/2} E(z)\, T^2 \,; \quad L_X \propto \Delta^{7/6} E^{7/3}(z)\, M_d^{4/3} \,. \tag{317}$$

Além disto, para um sistema onde galáxias e o plasma estão em equilíbrio no poço de potencial gravitacional, devemos ter $\sigma^2 \propto T$. Portanto, ainda temos a relação:

$$M_d \propto \Delta^{-1/2} E^{-1}(z)\, \sigma^3 \,.$$

Em artigos até início dos anos 2000, era comum encontrar o uso da aproximação $E(z) \approx (1+z)^{3/2}$, o que é correto apenas para o universo EdS (SCDM).

Ao invés da hipótese acima, podemos supor que o gás intra-aglomerado tem sempre a mesma entropia específica, $s \equiv S/M$. Isto significa que há um pré-aquecimento do gás (por supernovas, por exemplo) e não há mais aquecimento significativo após a virialização.

Supondo um gás ideal monoatômico passando por um processo adiabático nós temos:

$$PV^\gamma = \text{cte} \qquad \Rightarrow \qquad P = K \rho_0^\gamma \,,$$

onde $\gamma = 5/3$ é o índice adiabático e $\rho_0 = m/V$ (m é a massa média das partículas do gás). A constante K está relacionada com a "entropia", S, também constante, do gás. Assim, fazendo como Ponman et al. (2003) e usando a equação de gás ideal:

$$nkT = Kn^{\gamma} \qquad \Rightarrow \qquad S = T/n^{\gamma-1} = T/n^{2/3}\,,$$

onde as constantes são absorvidas na variável S que, por convenção, chamamos de "entropia". Como T geralmente é dado em unidades de keV (isto é, nos referimos a kT de fato) e n é dado em unidades de cm^{-3}, então esta "entropia" tem unidades de [keV cm^2]. A entropia termodinâmica propriamente dita, s, está relacionada à "S" como $s = [3k/(2\mu m_{\rm H})]\ln S + S_0$ onde S_0 é uma constante, μ o peso molecular médio e k a constante de Boltzmann.

Esta nova hipótese exprime uma relação de escala que pode ser escrita como:

$$S \propto T\rho^{-2/3} = \text{constante}\,. \tag{318}$$

Utilizando as equações (311), (315) e (318), lembrando que "S" é constante, obtemos novas relações de escala:

$$L_X \propto T^{11/4} \qquad \text{e} \qquad M_g \propto T^{3/2}\,. \tag{319}$$

Podemos ainda encontrar uma relação entre a dispersão de velocidade das galáxias e a temperatura do gás. Ambos devem refletir a profundidade do poço do potencial gravitacional, portanto, a energia cinética do "gás" de galáxias deve ser proporcional ao gás intra-aglomerado. Neste caso, devemos ter:

$$T_X \propto \sigma^2 \quad \text{e} \quad L_X \propto \sigma^4\,. \tag{320}$$

Estas relações devem ser comparadas com as observações. A figura 177 mostra o resultado de Xue & Wu (2000) baseado em 66 grupos e 274 aglomerados (não utilizados simultaneamente).

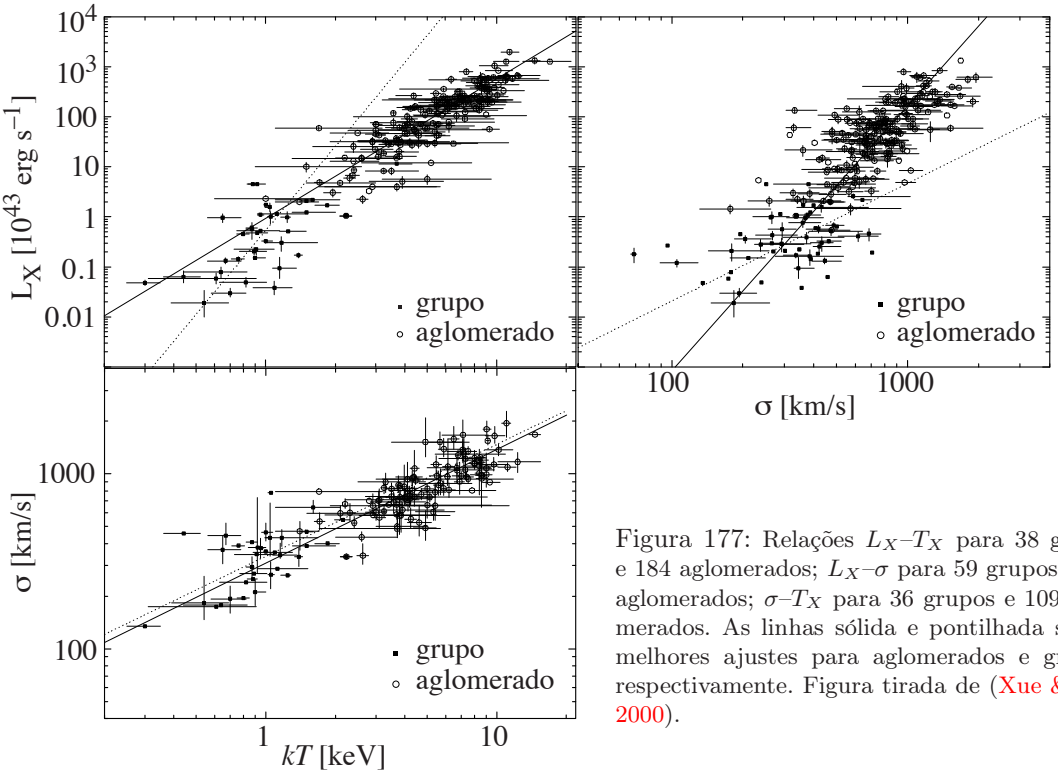


Figura 177: Relações L_X–T_X para 38 grupos e 184 aglomerados; L_X–σ para 59 grupos e 197 aglomerados; σ–T_X para 36 grupos e 109 aglomerados. As linhas sólida e pontilhada são os melhores ajustes para aglomerados e grupos, respectivamente. Figura tirada de (Xue & Wu, 2000).

Tabela 10: Relações de escala observadas em grupos e aglomerados de galáxias (Xue & Wu, 2000).

Aglomerados	$L_X \propto T^{2,79}$	$L_X \propto \sigma^{5,30}$	$\sigma \propto T^{0,65}$
Grupos	$L_X \propto T^{5,57}$	$L_X \propto \sigma^{2,35}$	$\sigma \propto T^{0,64}$

As correlações ilustradas na figura 177 estão resumidas na tabela 10. Claramente existe um desacordo entre as relações previstas e observadas. Além disto parece haver uma variação dos coeficientes das relações que depende da massa (isto é, passando de grupo para aglomerado).

O fato das relações observadas serem diferentes para aglomerados ricos e grupos sugere que efeitos não gravitacionais atuam no ICM. A auto-similaridade não é observada no conjunto de objetos de $\sim 10^{13}$ a $\sim 10^{15} M_\odot$. A variação da inclinação da relação T_X–L_X, por exemplo, pode ser compreendida supondo que o aquecimento do ICM é em parte devido a, p.ex., supernovas, AGNs e/ou choques. Para grupos, onde a temperatura do virial é menor, este efeito é mais importante e o gás será consideravelmente mais quente que o previsto pela relação do virial.

A relação entre a temperatura do gás intra-aglomerado e a massa total é relativamente bem definida. Ela pode ser obtida através de simulações hidrodinâmicas e obtemos um resultado empírico (White et al., 1993):

$$\mathcal{M}_{\rm tot} = 0{,}54 \left(\frac{kT}{1+z}\right)^{3/2} h^{-1}\, 10^{14} M_\odot\,, \tag{321}$$

onde kT é dado em keV e z é o *redshift* em que o objeto colapsa (virializa). Assim, para $z = 0$, um aglomerado com $kT = 5{,}5\,$keV deve ter uma massa total de $10^{15} M_\odot$. Uma outra relação mais próxima de grandezas observadas (com os satélites atuais, XMM-*Newton* e *Chandra*, é muito difícil observar todo um aglomerado até o raio do virial), baseada em comparação com simulações numéricas é (Evrard et al., 1996):

$$\mathcal{M}(r_{500}) = 2{,}22 h_{50}^{-1} \times 10^{15} \left(\frac{kT_X}{(1+z)\,10{\rm keV}}\right)^{3/2} M_\odot\,, \tag{322}$$

onde r_{500} é definido como $\overline{\rho(r_{500})}/\overline{\rho} = 500$, isto é, a razão entre a densidade média no interior de r_{500} e a densidade média do Universo é de 500. Para um halo com perfil de massa NFW, a relação entre r_{500} e r_{200} (ou qualquer outro raio definido pelo contraste de densidade) pode ser obtido (veja Fig. 88 na seção 3.5).

Por convenção, geralmente admitimos que o **raio do virial** é aproximadamente igual a r_{200} (veja o final da Seção 8.2). O próprio r_{500} ou raio do virial podem ser obtidos por razões de escala empíricos:

$$r_{500} = (1{,}24 \pm 0{,}09) \left(\frac{kT_X}{10{\rm keV}}\right)^{1/2} (1+z)^{-3/2} h^{-1}{\rm Mpc}\,. \tag{323}$$

Baseando-se na Eq. (190) ligada ao perfil NFW, Carlberg et al. (1997) propuseram a seguinte relação de escala para a r_{200} e a dispersão de velocidades:

$$r_{200} = \frac{\sqrt{3}}{10}\frac{\sigma}{H(z)} \quad \text{onde} \quad \sigma = \frac{\sigma_{\rm obs}}{(1+z)}\,,$$

onde z é o *redshift* do aglomerado, σ é a dispersão de velocidade na linha de visada e $\sigma_{\rm obs}$ é a dispersão observada (obtida diretamente da distribuição de *redshifts*).

Do ponto de vista observacional, é mais simples e prático associar r_{500} à luminosidade L_X. Na literatura encontramos, por exemplo, as seguintes relações de escala:

$$r_{500} = \frac{0.753 h^{-1}}{E(z)} \left[\frac{L_X}{10^{44} h^{-2}\ {\rm erg\ s^{-1}}}\right]^{0.228} {\rm Mpc}\,;\ \text{(Böehringer et al., 2007)}\,;$$

$$r_{500} = \frac{0.745 h^{-1}}{E(z)^{1.15}} \left[\frac{L_X}{10^{44} h^{-2}\ {\rm erg\ s^{-1}}}\right]^{0.207} {\rm Mpc}\,;\ \text{(Melin et al., 2011; Hinshaw et al., 2013)}\,.$$

Na relação de Böehringer et al. (2007), a massa foi estimada usando a hipótese de equilíbrio hidrostático, enquanto na relação de Melin et al. (2011), a massa foi estimada usando outra relação de escala, $\mathcal{M}_{500}$–Y_X, descrita mais abaixo.

Finalmente, Böhringer et al. (2013) propõem as seguintes relações de escala baseado em vários estudos:

$$M_{500} = 2.48 L_X^{0.62} E(z)^{-1} h_{70}^{0.242} 10^{14}\ M_\odot\,;$$

$$r_{500} = 0.957 L_X^{0.207} E(z)^{-1} h_{70}^{-0.586}\ {\rm Mpc}\,.$$

Kravtsov et al. (2006) propuseram uma relação de escala baseada na energia interna do gás intra-aglomerado e a massa total, definindo a grandeza $Y_X \equiv \mathcal{M}_{\rm gás} \times kT_X$. A motivação desta grandeza vem do

efeito S-Z (Sec. 5.7.2), assumindo que aglomerados sejam aproximadamente auto-similares, o parâmetro Y_{SZ}

$$Y_{SZ} = \frac{k\sigma_T}{m_e c^2} \int T\, n_e \, \mathrm{d}V \propto \mathcal{M}_{gás} T \,. \tag{324}$$

Y_{SZ} é diferente do parâmetro y da Eq. (235), pois é integrado dentro de um volume e não ao longo da linha de visada (isto é, Y_{SZ} é a integral de y em todo o aglomerado). Desta forma, Y_{SZ} é proporcional à energia térmica total do gás intra-aglomerado, em equilíbrio com o potencial gravitacional e relativamente insensível à efeitos não-gravitacionais.

Por outro lado, a massa total do aglomerado obedece às relações já vistas:

$$\mathcal{M}_d \propto R_c T \quad \text{e} \quad R_C \propto T^{1/2} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{M}_d \propto T^{3/2} \,.$$

Portanto, combinando com a Eq. (324) e supondo $\mathcal{M}_{\rm gás} \propto \mathcal{M}_{\rm d}$, obtemos (levando em conta a cosmologia):

$$\mathcal{M}_d \propto \Delta^{-1/5}\, E^{-2/5}(z)\, Y_{SZ}^{3/5} \,. \tag{325}$$

Na prática, Y_{SZ} é estimado usando $Y_X = \mathcal{M}_{\rm gás} \times kT$ e dado em unidades de $[M_\odot \times$ keV$]$. Exemplos de relações entre a massa e Y_X são:

$$\mathcal{M}_{500} = \frac{C \times 10^{14}}{E^{2/5}(z)} \left(\frac{Y_X[\text{keV } M_\odot]}{4 \times 10^{13}} \right)^{\alpha} h_{70}^{-1} M_\odot \qquad \begin{cases} C = 1.175\,; \ \alpha = 0.526\,; \ \text{(Nagai et al., 2007)} \\ C = 1.12 \ ; \ \alpha = 0.586\,; \ \text{(Sun et al., 2009)}\,, \end{cases} \tag{326}$$

onde $E(z) = H(z)/H_0$ é definida na Sec. 2.8. Note que os expoentes ajustados na relação acima não são exatamente iguais a 3/5 como previsto com a hipótese de auto-similaridade.

5.14 Colisão de aglomerados

Em um universo onde a matéria está principalmente na forma de matéria escura fria (CDM) as estruturas se formam hierarquicamente. Aglomerados de galáxias são as maiores estruturas formadas, isto é, estruturas que aparentam ter atingido um grau avançado de equilíbrio. Contudo, inferimos das observações que há ainda atividade dinâmica, por exemplo, galáxias que estão "caindo" no poço de potencial de aglomerados e colisões de grupos e aglomerados de galáxias.

As observações em raios-X são úteis para revelar aglomerados em interação, uma vez que a morfologia do gás intra-aglomerado é sensível tanto ao potencial gravitacional como ao choque que ocorre durante uma colisão entre aglomerados (veja a Fig. 178 para alguns exemplos).

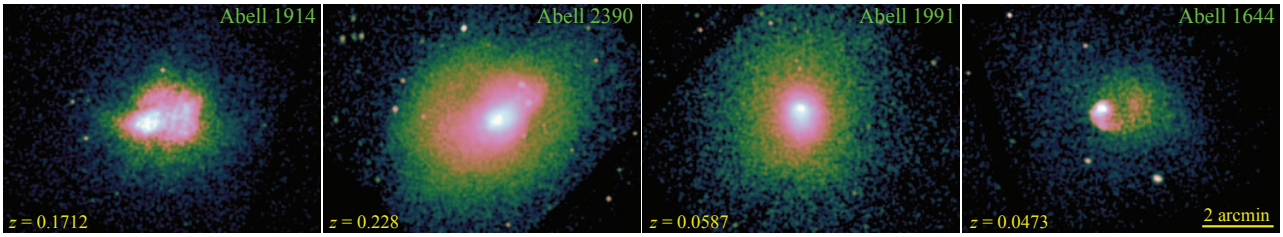


Figura 178: Imagens em raios-X (*Chandra*, [0,3–7,0 keV] as cores indicão a intensidade da emissão) de 4 aglomerados de Abell que mostram algum sinal de interação dinâmica recente.

As colisões entre aglomerados (ou aglomerados e grupos de galáxias) devem resultar em uma fusão (*merger*) em uma escala de tempo que pode variar entre $\sim 5 \times 10^8$ e $\sim 5 \times 10^9$ anos. A energia potencial gravitacional liberada em uma colisão e fusão de aglomerados pode chegar a $GM^2/R \sim Mv^2 \sim 10^{64}$ erg.

Em uma interação entre aglomerados, cada componente – matéria escura, plasma intra-aglomerado e galáxias – comporta-se de um modo diferente. Estas diferenças são ricas em informações sobre a natureza destas componentes. O plasma intra-aglomerado comporta-se como um fluido colisional, isto é, durante a colisão além de dissipar energia pode haver a formação de uma onda de choque. As galáxias se comportam como um fluido não-colisional, enquanto a matéria escura pode ou não ter alguma dissipação; ainda não sabemos ao certo qual é a natureza da matéria escura e se ela tem ou não algum tipo de auto-interação (além, é claro, da gravitação).

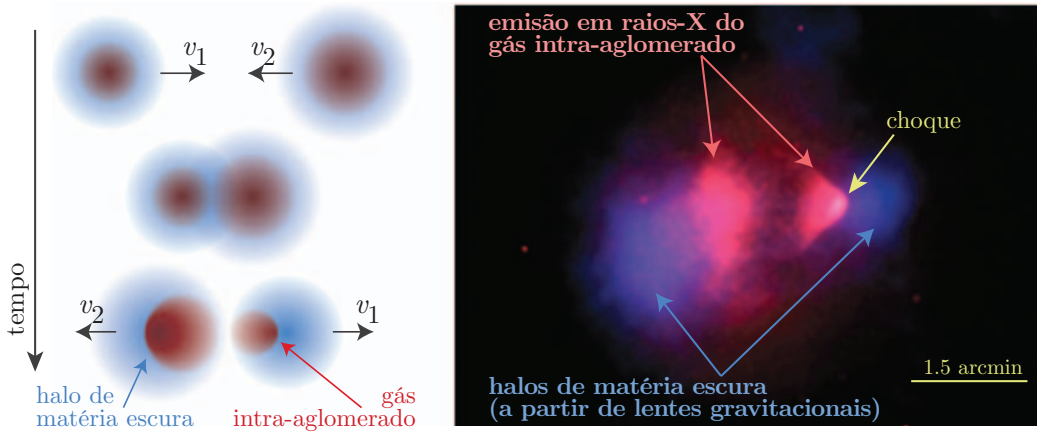


Figura 179: Esquerda: Ilustração da separação do gás e da matéria escura que pode ocorrer durante uma colisão de 2 aglomerados de galáxias. Direita: Colisão observada no aglomerado 1E 0657-56, conhecido como *Bullet Cluster*. A imagem do aglomerado bala foi produzida por Markevitch e Clowe, NASA/Chandra/STSci, Magellan/U. Arizona, ESO WFI (veja em chandra.harvard.edu).

Durante uma colisão com pequeno parâmetro de impacto, o gás intra-aglomerado pode perder mais energia cinética do que as componentes não-colisionais, ficando para trás em relação às galáxias e à matéria escura logo após a colisão (veja Fig. 179 para uma ilustração deste fenômeno).

Um caso famoso onde ocorre esta dissociação entre o plasma e as componentes não-colisionais ocorre no chamado *Bullet Cluster* (veja o painel a direita da Fig. 179 e Markevitch et al., 2002; Clowe et al., 2006). Neste caso, onde a colisão se dá praticamente no plano do céu, observa-se o gás intra-aglomerado deslocado em relação às galáxias e à distribuição de matéria (dominada pela CDM).

Também observamos no caso do *Bullet cluster* a frente da onda de choque no gás (o *bow-shock*) devido à colisão ser supersônica. Nesta configuração, é possível usar as condições de Rankine–Hugoniot (também chamadas de *jump conditions*) para determinar a velocidade relativa do gás na frente de onda de choque (veja, p. ex., Mo, van den Bosch & White, 2010, Sec. 8.3).

Markevitch et al. (2004) propôs um método relativamente simples para estimar um limite superior da seção de choque por unidade de massa para a auto-interação (colisões) de partículas de matéria escura. Caso a seção de choque seja elevada, as colisões entre partículas de matéria escura teriam um efeito semelhante ao que ocorre com o gás, efetivamente transferindo energia cinética do movimento do halo de matéria escura para energia interna, isto é, "aquecendo" as partículas de matéria escura.

Este é feito é descrito pela profundidade de espalhamento (*scattering depth*), τ_s (conceitualmente, semelhante à profundidade óptica usada em processos radiativos). A quantidade τ_s pode ser estimada da seguinte forma:

$$\tau_s = \sigma \frac{N}{A} = \frac{\sigma}{m} \Sigma_s \,, \tag{327}$$

onde σ é seção de choque, N o número de partículas, A é base do cilindro (veja a Fig. 180). A densidade superficial de matéria escura é $\Sigma_s = N \times m/A$, onde m é a massa da partícula de matéria escura.

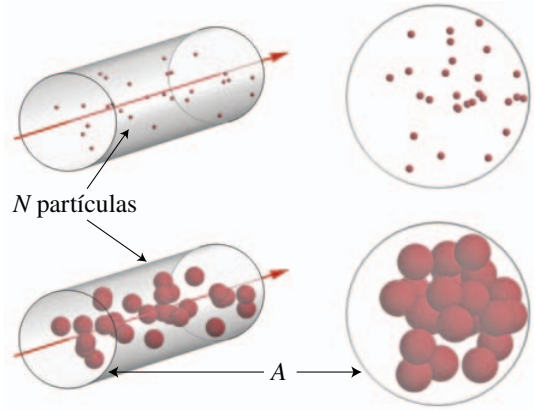


Figura 180: Representação da seção de choque de partículas de matéria escura (pelo tamanho das esferas vermelhas) e como isto afeta a profundidade de espalhamento, τ_s. A é a área do cilindro que contém N partículas. Os quadros onde vemos os cilindros pela base representam a integração de uma trajetória ao longo do cilindro.

Se $\tau_s \gtrsim 1$, a matéria escura se comporta como um gás colisional (como o plasma intra-aglomerado); se $\tau_s \lesssim 1$ então se comporta como um gás não-colisional (como as galáxias). Já Σ_s pode ser estimado a partir do efeito de lente gravitacional, assumindo que a massa seja dominada pela matéria escura.

Quando observamos a colisão de aglomerados onde há dissociação entre o centroide de massa e o centroide da emissão em raios-X (devido ao plasma), Markevitch et al. (2004) argumentam que $\tau_s < 1$. Assim, obtemos um limite superior da seção de choque por unidade de massa medindo a densidade superficial de matéria escura: $\sigma/m < \Sigma_s^{-1}$. No caso do *Bullet cluster*, $\Sigma_s \approx 0{,}2\,\mathrm{g\ cm^{-2}}$, ou seja, $\sigma/m < 5\,\mathrm{cm^2\ g^{-1}}$. Note que $1\,\mathrm{cm^2\ g^{-1}} \simeq 1{,}78 \times 10^{-24}\,\mathrm{cm^2\ GeV^{-1}}$.

6 Aglomerados pobres e grupos de galáxias

Muitas das galáxias do Universo próximo se encontram em aglomerados e grupos pobres (Eke et al., 2005), inclusive a Via Láctea no Grupo Local (capítulo. 7).

Enquanto os aglomerados pobres ($50 \lesssim N \lesssim 100$) obedecem às mesmas propriedades observadas em aglomerados ricos (é claro, levando-se em conta a diferença em massa), os grupos pobres ($20 \lesssim N \lesssim 50$) foram menos estudados até o presente. Geralmente, estruturas colapsadas com massa $12{,}5 \lesssim \log \mathcal{M} \lesssim 14$ são consideradas grupos.

Um aspecto importante que diferencia grupos de aglomerados ricos de galáxias é a dispersão de velocidades: em grupos, a velocidade típica das galáxias é comparável com a dispersão de velocidade das estrelas no interior das galáxias; nos aglomerados ricos, a dispersão de velocidade das galáxias é muito superior à velocidade típica no interior das galáxias. A consequência disto é que fusões (*mergers*) de galáxias são mais prováveis e frequentes em grupos do que em aglomerados (veja Sec. 10.1.5).

Grupos pobres podem ser separados em classes segundo sua emissão em raios-X ou pelas propriedades da galáxia central dominante:

- Grupos com emissão difusa em X. Em geral, a galáxia dominante é uma elíptica gigante;
- Sem emissão difusa, mas com uma elíptica gigante central.
- Sem emissão difusa em X. São semelhantes ao Grupo Local, com poucas galáxias brilhantes, muitas vezes espirais.

Em geral, grupos ricos em elípticas apresentam um meio difuso com emissão em raios-X; em grupos ricos em espirais não se detecta (ou se detecta muito pouco) um meio difuso emissor em raios-X.

Ramella et al. (1989) determinaram que $\sim 30\%$ dos grupos de 3 ou 4 galáxias identificados no catálogo do CfA são provavelmente projeções fortuitas, isto é, não estão ligados gravitacionalmente. A questão que se coloca é quantos dos grupos pobres são realmente sistemas ligados.

Recentemente, Zabludoff (1999) analisou 12 grupos pobres próximos e concluiu que 9 dos grupos que apresentam emissão X são ligados gravitacionalmente. Ela sugere que as galáxias não se fundiram porque a maior parte da massa não está nas galáxias, mas sim no halo de matéria escura comum.

Comparando a história de formação estelar e a fração de galáxias de tipo tardio, pode ser concluído que os efeitos devido às propriedades específicas do ambiente de aglomerados talvez não tenha um papel dominante na evolução de aglomerados ricos (e pobres). O fator mais importante para a evolução de grupos e aglomerados talvez seja as interações entre as galáxias.

Grupos de galáxias, especialmente os que não são observados em raios-X, podem ter um meio difuso, muito rarefeito e relativamente frio ($kT < 0{,}5$ keV) podem ser os maiores reservatórios de bárions no universo local. A observação deste meio só é possível indiretamente, pela absorção da radiação de galáxias e AGNs de fundo.

Grupos de galáxias são laboratórios para o estudo da evolução de galáxias. Nestas estruturas, a velocidade típica das galáxias é comparável à velocidade das estrelas no interior das próprias galáxias; isto propicia condições ideais para interações fortes entre as galáxias, colisões e fusões (veja mais detalhes na Sec. 10.1.5).

Um exemplo de interação em grupos pode ser visto na Fig. 181, onde vemos o grupo dominado pela galáxia espiral M 81. Nesta figura podemos ver a distribuição de hidrogênio neutro (esquerda) muito mais extensa do que a distribuição de estrelas (direita). O hidrogênio neutro aparece ligando as principais galáxias do grupo, sugerindo interação entre elas.

6.1 Grupos compactos de galáxias

Grupos compactos são sistemas com $3 < N \lesssim 10$ galáxias formando uma configuração compacta no céu. A separação média das galáxias de um grupo compacto pode ser inferior à $10h^{-1}$kpc. Um *review* sobre grupos compactos foi publicado por Hickson (1997), de onde é baseado o que segue.

O primeiro exemplo deste tipo de objeto foi descoberto por Édouard Stephan (1877), conhecido como Quinteto de Stephan. O segundo desta classe foi descoberto por Carl Seyfert (1948), o Sexteto de Seyfert.

Os grupos compactos não são necessariamente uma classe nova de objetos, mas talvez exemplos extremos de aglomerados (pobres) de galáxias.

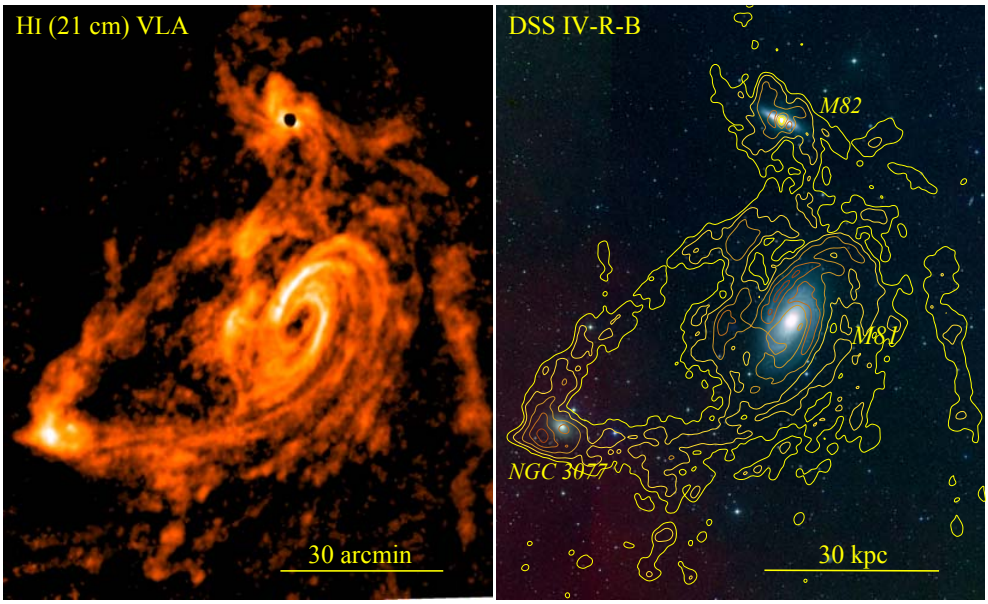


Figura 181: Esquerda: Imagem em rádio (21 cm) do grupo de M 81 (imagem produzida por Yun et al., 1994). Direita: Imagem óptica feita a partir do DSS. Os contornos correspondem à imagem rádio.

6.1.1 Catálogos

Os primeiros catálogos onde grupos de galáxias aparecem de forma sistemática foram, na realidade, catálogos de galáxias peculiares. Estas galáxias peculiares foram selecionadas visualmente nas placas do *Palomar Observatory Sky Survey* (POSS). Podemos destacar dois catálogos, o *Atlas of Interacting Galaxies* (Vorontsov-Velyaminov, 1959, 1977) e o *Atlas of Peculiar Galaxies* (Arp, 1966). Ambos os catálogos contêm o Quinteto de Stephan e o Sexteto de Seyfert, além de vários outros grupos compactos.

Huchra & Geller (1982) apresentam técnicas objetivas para determinação de sobredensidade, útil quando o *redshift* das galáxias é conhecido. Em uma procura em todo o céu, com 1312 galáxias mais brilhantes que $m_B = 13{,}2$, eles variam os critérios de contraste procurando obter um método mais robusto, e identificam cerca de 90 grupos (com mais de 2 galáxias).

O primeiro catálogo específico de grupos compactos foi o de Shakhbazian (1973), também feito através de inspeção visual às placas do POSS. Nos quinze anos após a publicação do primeiro catálogo, Shakhbazian e colaboradores identificaram 376 grupos compactos.

O primeiro catálogo produzido com critérios de seleção objetivos e quantitativos foi o de Rose (1977). Os grupos deveriam ter pelo menos 3 galáxias mais brilhantes que magnitude 17,5 e ter um contraste de densidade pelo menos 100 vezes maior que a densidade do fundo próximo ao grupo. A área de procura foi relativamente pequena, 7,5% do céu e foi encontrado cerca de 200 grupos. Este catálogo sofre de um forte *bias* em relação à distância dos grupos, uma vez que um dos critérios de seleção é um corte em magnitude.

Alguns anos depois, Hickson (1982) publica seu catálogo com 100 grupos. Este é de longe o catálogo mais estudado até hoje e fazemos referência aos grupos deste catálogo como HCG (*Hickson Compact Group*). Hickson adotou os seguintes critérios (veja três exemplos na figura 182):

- pelo menos 4 galáxias cuja diferença em magnitude R fosse inferior a 3 (critério de riqueza);
- o brilho superficial médio, $\overline{\mu_G}$, deveria ser inferior a $26\mathrm{mag}_R/\mathrm{arcsec}^2$ (critério de concentração);
- não pode haver uma galáxia com magnitude inferior a $m_1 + 3$ dentro de 3 vezes o raio do grupo (critério de isolamento).

Analisando o SDSS (6ª edição, DR6, cobrindo 23% da esfera celeste), McConnachie et al. (2009) compilaram um catálogo com 2297 grupos compactos, seguindo os critérios de Hickson, até magnitude $r = 18$, e 74791 grupos indo até magnitude $r = 21$. Isto corresponde a cerca de 6,7 grupos por grau^2, contendo aproximadamente 0,9% de todas as galáxias do SDSS DR6, mostrando a raridade destes objetos.

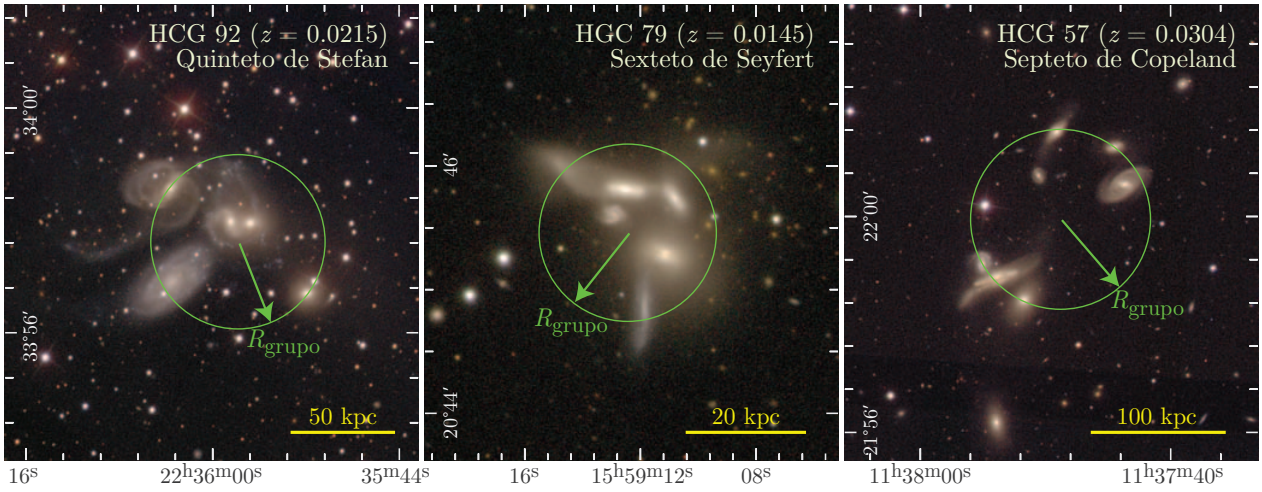


Figura 182: Três grupos do catálogo de Hickson. $R_{\rm grupo}$ satisfaz o critério de seleção e define o raio do grupo. As imagens produzidas com dados do SDSS (filtros g, r e i). O Quinteto de Stephan tem, na verdade, 4 galáxias; uma delas (abaixo à esquerda) está muito mais próxima, na frente do grupo. O Sexteto de Seyfert também tem 4 galáxias formando o grupo; uma é uma galáxia de fundo (a espiral vista de frente quase no centro) e outra "galáxia" é, na realidade, material arrancado por efeito de maré (à esquerda da imagem).

6.1.2 Objetos reais ou efeitos de projeção?

Quando os primeiros *redshifts* foram medidos em grupos compactos (Burbridge & Burbridge, 1959), descobriu-se que ambos o Quinteto de Stephan e o Sexteto de Seyfert continham uma galáxia com *redshift* discordante. Dada a pequena superfície angular destes grupos, parecia improvável que uma galáxia de fundo (ou frente) estivesse na linha de visada destes grupos. Com a descoberta de outros grupos com galáxias de *redshift* discordante, a sugestão de Arp (veja seção 11.7) de que o *redshift* não é de origem cosmológica ganhou certa força. O painel superior da figura 183 dá a distribuição de velocidade nos grupos de Hickson.

A dispersão típica nos HCGs é bem inferior a de aglomerados e implicam em uma escala de tempo dinâmico $t_{\rm din} = R/\sigma \sim 0{,}02 H_0^{-1}$ (eliminando as galáxias suspeitas de não estarem ligadas aos grupos).

Se ignorarmos as galáxias com *redshift* discordante, a massa destes grupos é ainda superior à soma das massas individuais das galáxias. Isto pode significar três coisas:

- Os grupos compactos estão colapsando ou há um acréscimo (ou "acreção") constante de galáxias;
- Estes objetos não são ligados gravitacionalmente;
- Existe uma grande quantidade de matéria invisível entre as galáxias, estimada em $\sim 75\%$ da massa total.

Se por um lado o estudo sistemático das velocidades dos grupos compactos mostram que eles podem ser realmente objetos ligados, existe um número elevado de galáxias com *redshifts* discordantes.

A partir de uma distribuição aleatória pode-se mostrar que seria praticamente impossível compilar um catálogo como o de Hickson se os grupos fossem apenas flutuações estatísticas. Também, a fração de espirais nos grupos compactos ($f_{\rm esp.} \approx 0{,}49$) é significativamente menor do que no campo ($f_{\rm esp.} \approx 0{,}82$). É interessante notar que, dado um grupo do catálogo de Hickson, este tende a ter galáxias do mesmo tipo morfológico.

Além disto, existe uma relação entre o tipo morfológico predominante nos grupos compactos e a dispersão de velocidades (painel inferior da Figura 183): grupos pobres em espirais têm maior dispersão de velocidade, além de serem em geral mais compactos.

Contudo, os grupos poderiam ser projeções fortuitas de aglomerados ou grupos pobres ou de filamentos alinhados com a linha de visada (Mamon, 1992). Graças à gravitação estas projeções tenderiam a conter muitas binárias e, portanto, grupos compactos de 4 objetos poderiam ser a projeção de 2 pares de galáxias, separados ao longo da linha de visada.

McConnachie et al. (2009) estimam em $\sim 71\%$ a fração de grupos compactos com pelo menos uma galáxia intrusa na linha de visada (isto é, com redshift discordante), baseado no catálogo gerado a partir do SDSS DR6 até $r = 18$.

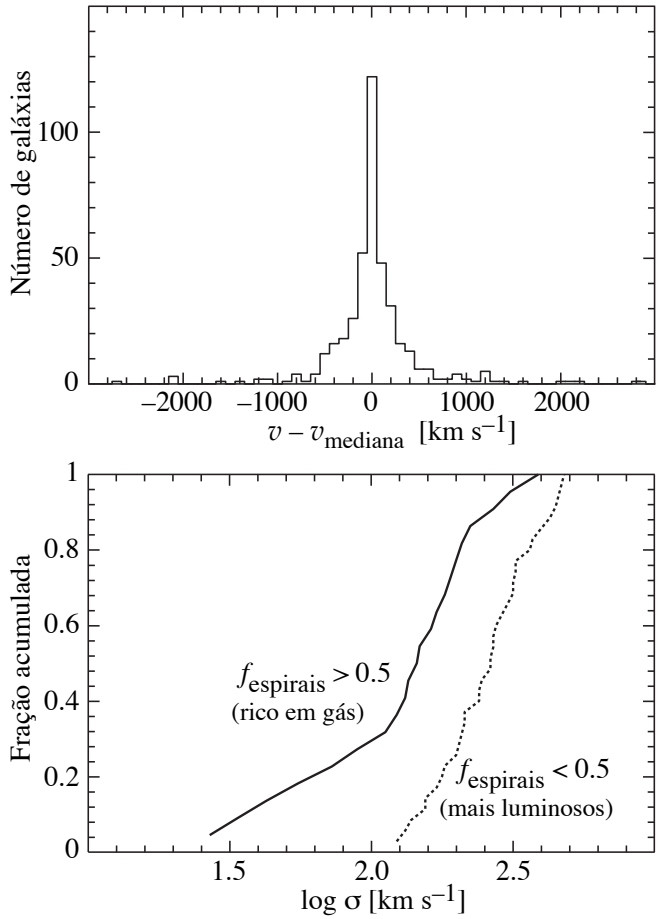


Figura 183: Acima: distribuição de velocidades de 410 galáxias do catálogo de Hickson em relação à mediana dos respectivos grupos. A distribuição pode ser aproximada por uma gaussiana com $\sigma \approx 250\,\text{km s}^{-1}$ (77% das galáxias têm uma diferença de velocidade inferior a 500 km s^{-1}). Abaixo: Relação entre a morfologia e a dispersão de velocidades. A dispersão em grupos pobres em espirais é tipicamente o dobro da dispersão em grupos com $f_{\text{espirais}} > 0{,}5$. Figuras tiradas de Hickson (1997)

6.1.3 Emissão em raios-X

A emissão de raios-X difusa em grupos compactos poderia ser uma indicação de que estes sistemas estão próximos do equilíbrio de virial.

Contudo, Mulchaey et al. (1996) estima que apenas 40% dos HCG apresentem uma emissão difusa em X, enquanto Ponman et al. (1996) estima este valor em 75% (levando em conta efeitos de seleção devido à distância).

O fato de não ser observada uma emissão difusa em X não significa necessariamente que o grupo não esteja virializado: o gás intra-grupo pode ter sofrido um choque ou ter sido aquecido por supernovas o que impediria o seu colapso no grupo.

Existe também uma controvérsia sobre a relação T_X–L_X em grupos compactos. Mulchaey & Zabludoff (1998) obtêm uma relação que é uma continuidade da relação observada em aglomerados ricos enquanto Ponman et al. (1996) encontram uma relação com uma inclinação muito mais elevada.

6.1.4 Interação entre galáxias

Um ambiente denso como o dos grupos compactos deve agir de alguma forma nas galáxias. De fato, pelo menos 30% (provavelmente mais) de galáxias nos grupos compactos mostram sinais claros de interação. Em alguns grupos é clara a presença de braços/caudas provocadas por efeito de maré.

Além disto, as galáxias em grupos compactos são, em média, mais luminosas no infravermelho. Contudo, Shimada et al. (2000) estudando 31 HCG, mostram que, se levarmos em conta o **bias** estatístico de seleção (os HCG têm mais elípticas que o campo), não há evidência estatística de que ocorram mais galáxias ativas nos HCG que no campo. Em outras palavras, o ambiente mais denso dos grupos compactos não afetariam a atividade nuclear ou *star-bursts*.

Um outro aspecto observado nos HCG é uma forte correlação entre a dispersão de velocidades e o tipo morfológico: grupos com maior dispersão de velocidades contêm galáxias pobres em gás (elípticas) e são mais luminosos. Já a correlação morfologia–densidade local não é observada em grupos compactos (ao contrário dos aglomerados ricos).

6.1.5 Instabilidade em relação à fusão

A escala de tempo de relaxação de dois corpos depende do número de objetos no sistema. No caso de grupos com cerca de 10 galáxias, o tempo de relaxação de dois corpos é comparável ao tempo dinâmico do sistema.

A escala de tempo dinâmico (∼ tempo de cruzamento) de um grupo compacto é da ordem de aproximadamente $100\,\mathrm{kpc}/300\,\mathrm{km\ s^{-1}} \sim 3\times10^8$ anos, muito menor que a idade do Universo. Isto significa que o processo de relaxação de dois corpos e da fricção dinâmica (cf. seção 10.1.3) podem agir no grupo (Peebles, 1993).

Este resultado foi confirmado pelas simulações numéricas de Carnevali et al. (1981) que mostram que grupos compactos deveriam se fusionar em um intervalo de tempo muito menor que H_0^{-1}, da ordem de $\sim 10^8$ anos. Estes resultados de simulações foram rediscutidos posteriormente e verificou-se que dependiam da razão entre a massa contida nas galáxias e a massa no halo difuso comum. Gomez-Flechoso & Domingues-Terreiro (1997) mostraram que, em certas condições, grupos compactos poderiam sobreviver durante H_0^{-1}. Basicamente, aumentando a proporção de massa no halo, a dispersão de velocidades aumenta dificultando as fusões.

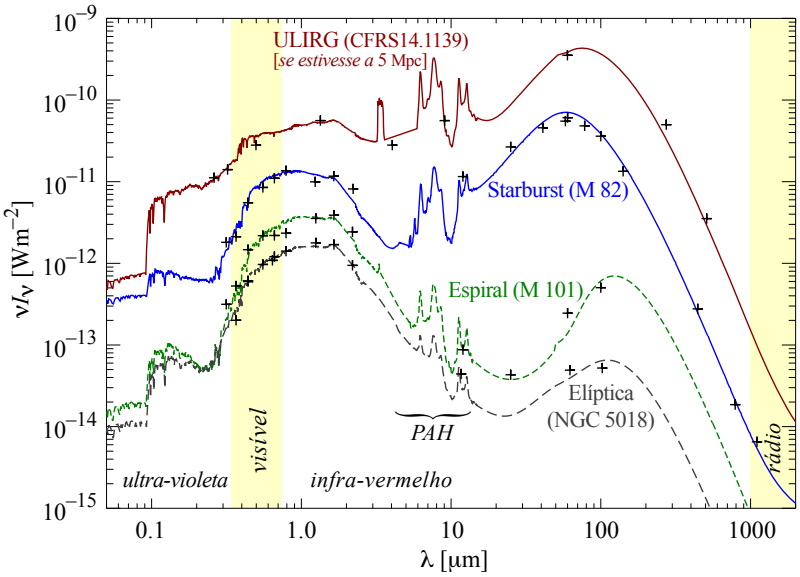


Figura 184: Distribuição espectral de energia de uma ULIRG comparada com galáxias normais e uma *starburst* próximas da Via Láctea. A SED da ULIRG foi normalizada, colocando-a a 5 Mpc de distância (CFRS14.1139 tem $z = 0{,}66$). Note a semelhança das SEDs, no infravermelho, entre a ULIRG e a starburst, M82. Figura adaptada de Galliano (2004).

Se, contudo, os grupos compactos são realmente instáveis, onde estariam os restos de fusão? Borne et al. (2000) sugerem que durante o processo de fusão dos grupos compactos, o objeto resultante passaria por uma fase de alta emissão no infravermelho, devido à absorção pela poeira da radiação proveniente de um *starburst* "formação estelar explosiva" e do núcleo ativo (veja também seção 10.4). Estes objetos seriam as conhecidas ULIRGs (*Ultra Luminous Infra Red Galaxy*, cf. seção 13), descobertas pela intensa emissão no infravermelho médio e distante pelo satélite IRAS na década de 1980. A Fig. 184 ilustra a diferença da distribuição espectral de energia (SED) entre ULIRGs e galáxias normais.

6.2 Grupos Fósseis

Também já foi sugerido que o produto final de um grupo compacto seriam elípticas com características de cD (com envelope extenso), isoladas. De fato, existem grupos não compactos, aparentemente relaxados, dominados por uma galáxia muito brilhante em relação às outras do sistema ($\Delta m_{12} \geq 2$ onde Δm_{12} é a diferença de magnitude entre a 1ª e 2ª galáxia mais brilhante na banda R), com luminosidade em raios-X $L_X \geq 10^{42} h_{50}^{-2} \mathrm{erg\ s^{-1}}$ (Jones et al., 2003). O critério da luminosidade em raios-X serve para garantir que a massa total seja de um grupo ou aglomerado, e não uma galáxia isolada. Um critério alternativo foi proposto do Dariush et al. (2010), usando a diferença de magnitude entre a 1ª e a 4ª galáxia do grupo/aglomerado, $\Delta m14 = 2.5$ na banda r dentro de metade do raio do virial.

Estes grupos são chamados "fósseis" por Ponman et al. (1994); Jones et al. (2003), talvez a etapa posterior de uma ULIRG que originou da fusão das galáxias brilhantes ($L > L^*$; $L^* \sim 10^{10} L_\odot$, veja Sec. 9.2.2) de um grupo (compacto ou não). Estes fósseis, no passado, podem ser o lugar de formação das

elípticas gigantes que hoje se encontram no centro de aglomerados (alguns grupos fósseis acabam caindo em aglomerados maiores).

São conhecidos apenas cerca de uma centena de grupos fósseis (Aguerri & Zarattini, 2021), mas estima-se que haja uma grande quantidade destes objetos no Universo, com densidade $n \sim 1\text{–}5 \times 10^{-6} h_{70}^3\,\mathrm{Mpc}^{-3}$ (La Barbera et al., 2009). Grupos fósseis são, aparentemente, formados antes dos grupos não-fósseis de mesma luminosidade. Isto é concluído pelo fato de que grupos fósseis são geralmente mais luminosos em raios-X e o gás difuso é mais quente do que o observado em grupos não fósseis de mesma luminosidade no óptico. Um exemplo de grupo fóssil é NGC 1132, uma elíptica com envelope estelar, emissão em raios-X extensa, cercada apenas por galáxias anãs.

Contudo, grupos fósseis não são necessariamente "velhos e relaxados". Algumas galáxias centrais de grupos fósseis são elípticas com evidência de atividade dinâmica recente. Por exemplo, NGC 1132 e NGC 4104 apresentam "cascas estelares" (*shells*) no envelope estelar que indicam uma fusão relativamente recente com uma galáxia menor.

7 Grupo Local

A nossa galáxia faz parte de um grupo não-compacto de galáxias, o chamado **Grupo Local**. Hubble (1936) descreve o Grupo Local como um pequeno grupo isolado de "nebulosas". O Grupo Local é um "laboratório" importante no estudo de diversos fenômenos: formação de galáxias (anãs e espirais); evolução química e história de formação estelar; efeitos dinâmicos como fricção dinâmica e forças de maré. Para *reviews* recentes veja Grebel (2000); van den Bergh (2000).

A figura 185 mostra uma representação em três dimensões do Grupo Local.

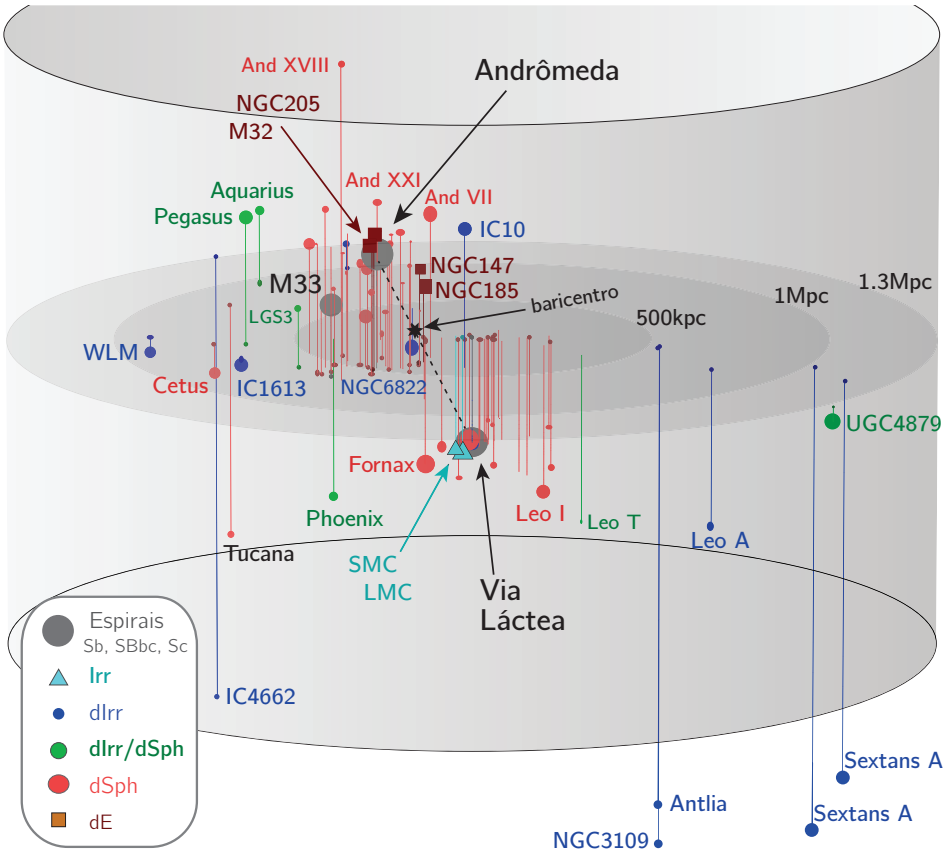


Figura 185: Representação esquemática do Grupo Local (galáxias fora de escala) ilustrando os diferentes tipos morfológicos. O tamanho dos símbolos é grosseiramente proporcional à magnitude absoluta das galáxias. Note as concentrações em torno de Andrômeda (M31) e da Via Láctea.

7.1 Massa e raio do Grupo Local

A fronteira de um tal grupo é necessariamente mal definida, mas adotando um potencial esférico centrado no baricentro do Grupo Local, podemos estimar o raio da *superfície de velocidade zero* (um corpo em repouso a esta distância levaria um tempo igual à idade do grupo para atingir o centro – também conhecido como raio de "*turn-around*"). O tempo de queda livre é dado por (Lynden-Bell, 1981; Binney & Tremaine, 1987, veja também a seção 8):

$$t_{\rm col} = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{3\pi}{2G\rho}}\,, \tag{328}$$

onde a densidade pode ser estimada por $\rho \approx \mathcal{M}/(4\pi r_0^3/3)$ e r_0 é o raio do sistema. Isto significa que o raio da superfície de velocidade zero pode ser estimado como:

$$r_0^3 = \frac{8}{\pi^2} G\,\mathcal{M}\,t_{\rm col}^2 \quad \Rightarrow \quad r_0 = 714\left[\left(\frac{\mathcal{M}}{10^{12}M_\odot}\right)\left(\frac{t_{\rm col}}{10^{10}{\rm ano}}\right)^2\right]^{1/3} \ {\rm kpc}\,. \tag{329}$$

Para o Grupo Local, tomando $t_{\rm col} \approx 14\times10^9$anos (isto é $t_{\rm col} = H_0^{-1}$, com $h = 0{,}7$), a superfície de velocidade zero tem um raio de $\simeq (1{,}2\pm0{,}1)$ Mpc (Courteau & van den Bergh, 1999), adotando uma massa total de $(2{,}3\pm0{,}6)\times10^{12}M_\odot$.

A primeira determinação realista da massa do Grupo Local foi feita por Kahn & Woltjer (1959), que considerou o movimento da Via Láctea e M31 em uma órbita radial, como se fossem massas puntiformes.

Inicialmente as duas galáxias estariam juntas e se separariam seguindo a expansão do universo até uma posição de separação máxima. Daí, começariam a cair uma sobre a outra e, hoje, estaríamos nesta trajetória de aproximação. Este movimento pode ser descrito como um problema de órbitas keplerianas:

$$\begin{cases} r_* = a(1-\cos\eta)\,; \\ t_* = \sqrt{\frac{a^3}{G\,\mathcal{M}}}(\eta - \operatorname{sen}\eta)\,; \\ v_* = (\,\mathrm{d}r/\,\mathrm{d}t)|_{t_*} = (\,\mathrm{d}r/\,\mathrm{d}\eta)/(\,\mathrm{d}t/\,\mathrm{d}\eta)\,|_{t_*}\,, \end{cases} \tag{330}$$

onde r_* e v_* são a separação e a velocidade relativa entre a Via Láctea e M31 hoje. t_* é o intervalo de tempo decorrido após o início da trajetória destas galáxias, isto é, o tempo passado após o Big Bang. $\mathcal{M}$ é a massa do Grupo Local e a é o semi-eixo maior da órbita.

Note que a grandeza vt/r é adimensional e só depende de η:

$$\frac{v_* t_*}{r_*} = \frac{(\eta - \operatorname{sen}\eta)\operatorname{sen}\eta}{(1-\cos\eta)^2}\,.$$

Adotando $r_* = 770$ kpc, $v_* = -120$ km/s e $t_* = 14\times10^9$ anos podemos resolver as três equações acima e obter a massa do Grupo Local, $\mathcal{M} \approx 4{,}6\times10^{12}$. Se tivéssemos utilizado este valor na Eq. (329) acima, obteríamos um raio de $\sim 1{,}1$ Mpc para o Grupo Local.

7.2 Membros e vizinhos do Grupo Local

No interior do raio de velocidade-zero existem mais de 60 galáxias conhecidas atualmente, das quais todas podem ser membros do Grupo Local. A tabela 11 lista as galáxias conhecidas e prováveis membros do Grupo Local dentro de 1,2 Mpc.

O inventário do Grupo Local certamente ainda está incompleto. Shapley (1938) descobre as galáxias anãs esferoidais (dSph, discutidas mais abaixo na seção 7.4) de Fornax e Sculptor, e as galáxias NGC147 e NGC185 só foram "incluídas" no Grupo Local em 1944 por W. Baade, somando assim um total de 13 galáxias[39]. Em 1968, S. van den Bergh lista 17 galáxias enquanto em 1984, O.-G. Richter lista 30 galáxias no Grupo Local. Os membros mais "recentes" do Grupo Local são as galáxias de Cetus, Cma dw, And VII, e And IX (cf. Tabela 11).

O Grupo Local é uma das condensações que fazem parte de uma estrutura filamentar (um elipsoide triaxial) (Tully & Fisher, 1987), o "**super-aglomerado local**", com dimensão aproximada de $10\times15\times20$ Mpc, cujo centro é o aglomerado de Virgo.

Para estudos ligados ao grupo local, definiu-se o sistema de coordenadas supergaláctico por de Vaucouleurs (1953), que reconheceu a existência do chamado Plano Super-Galáctico (SGP, figura 186). O SGP é o plano de referência deste sistema, onde a densidade de galáxias no super-aglomerado local é mais elevado. A origem corresponde às coordenadas galácticas $l = 137\overset{\circ}{,}37$ e $b = 0°$.

O Grupo Local não está isolado e, provavelmente, interage e tenha trocado membros com os grupos mais próximos:

- Grupo de IC 342/Maffei. Grupo dominado por uma galáxia elíptica (a própria Maffei 1), associada a IC 342 (Sa) e Maffei 2 (SBa). Este grupo com cerca de 15 galáxias conhecidas, está próximo do plano galáctico e, portanto, é obscurecido pela poeira da Via Láctea. Este está a cerca de 2–4 Mpc e é provavelmente o grupo mais próximo do Grupo Local.

- Grupo de Sculptor (ou Grupo do polo sul galáctico). Dominado por uma espiral de tipo tardio, NGC 253 (as principais galáxias também são espirais, p.ex., NGC 055, 247, 300). Este grupo está a cerca de 2,0–3,5 Mpc e está se afastando do Grupo Local com uma velocidade de ~ 250 km/s.

- Grupo de M 81. Este grupo está a cerca de 4 Mpc e se afastando com ~ 170 km/s. Este grupo é semelhante ao Grupo Local, com duas concentrações (em torno de M 81 e NGC 2403) separadas por ~ 900 kpc (veja na Fig. 181 a concentração em torno de M 81).

- Grupo de Centaurus A (NGC 5128). Está a cerca de $3{,}8\pm0{,}1$ Mpc e tem um raio de meia massa de 640 kpc e um raio de velocidade zero de 2,3 Mpc. Com uma dispersão de velocidades de 114 ± 21 km/s, sua massa estimada é de 7 vezes a do Grupo Local (i.e., $1.6\times10^{13}M_\odot$).

[39] Os membros confirmados do Grupo Local conhecidos antes da descoberta de Shapley em 1938 eram: a Via Láctea, as 2 Nuvens de Magalhães, M31 e seus satélites M32 e NGC205, M33, IC1613 e NGC6822. F. Zwicky já incluía em 1942 as galáxias WLM e Sextans, mas estas 2 galáxias não foram listadas por Baade. A galáxia IC10 já descoberta há tempos, só foi reconhecida como membro do Grupo Local mais tarde.

Tabela 11: Principais galáxias do Grupo Local. Esta lista varia segundo o autor, dependendo do critério utilizado para inclusão de galáxias. Fonte: Zaritsky (1994); McConnachie (2012)

Nome		Tipo	ℓ [°]	b [°]	$D_\odot$ [kpc]	$D_{\rm M31}$ [Mpc]	$D_{\rm LG}$ [Mpc]	M_V [mag]	μ_V $\left[\frac{\rm mag}{\rm asec^2}\right]$	$\langle$[Fe/H]$\rangle$ [dex]
V. Láctea	Galáxia	S(B)bcI-II	0.00	0.00	8 ± 0.5	0.77	0.47	−20.9	—	—
Cma dw		dIrr	240.00	−8.00	8 ± 1	0.78	0.47	—	—	—
Sgr dSph		dSph,N?	5.60	−14.20	24 ± 2	0.78	0.47	−13.8	25.4 ± 0.2	-1.0 ± 0.3
Coma dw		dSph	241.9	83.6	44 ± 4	—	—	−3.7	~ 29.0	—
LMC		IrIII-IV	280.46	−32.89	50 ± 5	0.80	0.49	−18.5	20.7 ± 0.1	-0.7 ± 0.4
SMC		IrIV/IV-V	302.80	−44.30	63 ± 10	0.80	0.49	−17.1	22.1 ± 0.1	-1.0 ± 0.4
U Minor	DDO 199	dSph	104.95	44.80	66 ± 3	0.75	0.44	−8.9	25.5 ± 0.5	-2.2 ± 0.2
Draco	DDO 208	dSph	86.37	34.72	82 ± 6	0.74	0.44	−8.6	25.3 ± 0.5	-2.1 ± 0.4
Sextans		dSph	243.50	42.27	86 ± 4	0.83	0.52	−9.5	26.2 ± 0.5	-1.7 ± 0.2
Sculptor		dSph	287.54	−83.16	79 ± 4	0.75	0.45	−9.8	23.7 ± 0.4	-1.8 ± 0.2
Carina		dSph	260.11	−22.22	101 ± 5	0.82	0.52	−9.4	25.5 ± 0.4	-2.0 ± 0.2
Fornax		dSph	237.29	−65.65	138 ± 8	0.76	0.46	−13.1	23.4 ± 0.3	-1.3 ± 0.4
Hercules		dSph	28.7	36.9	140 ± 13	—	—	−6.0	~ 30.0	—
CVn II		dSph	241.9	82.7	150 ± 15	—	—	−4.8	~ 29.5	—
Leo IV		dSph	265.4	56.5	160 ± 15	—	—	−5.1	~ 29.5	—
Leo II	DDO 93	dSph	220.17	67.23	205 ± 12	0.87	0.57	−10.1	24.0 ± 0.3	-1.9 ± 0.2
Leo I	Regulus	dSph	225.98	49.11	250 ± 30	0.92	0.63	−11.9	22.4 ± 0.3	-1.5 ± 0.3
Phoenix		dIrr/dSph	272.49	−68.82	445 ± 30	0.85	0.60	−9.8	—	-1.8 ± 0.4
NGC 6822		IrIV-V	25.34	−18.39	500 ± 20	0.91	0.68	−16.0	21.4 ± 0.2	-1.2 ± 0.4
M31	NGC224	SbI-II	121.18	−21.57	785 ± 25	0.00	0.31	−21.2	10.8 ± 0.4	—
M32	NGC221	dE2,N	121.15	−21.98	785 ± 25	0.00	0.31	−16.5	11.5 ± 0.5	-1.1 ± 0.6
NGC 205	M110	dE5p,N	120.72	−21.14	824 ± 27	0.06	0.37	−16.4	20.4 ± 0.4	-0.5 ± 0.5
And I	A0043+37	dSph	121.69	−24.85	745 ± 24	0.05	0.33	−11.8	24.9 ± 0.1	-1.5 ± 0.2
And III	A0032+36	dSph	119.31	−26.25	749 ± 24	0.07	0.30	−10.2	25.3 ± 0.1	-1.5 ± 0.2
NGC 147	UGC326	dE5	119.82	−14.25	675 ± 27	0.10	0.30	−15.1	21.6 ± 0.2	-1.1 ± 0.4
And V		dSph	126.20	−15.10	774 ± 28	0.12	0.36	−9.1	24.8 ± 0.2	-1.9 ± 0.1
And XX		dSph	112.9	−26.9	800 ± 98	0.13		−6.3	26.2 ± 0.8	-1.5 ± 0.1
And II		dSph	128.87	−29.17	652 ± 18	0.16	0.24	−11.8	24.8 ± 0.1	-1.5 ± 0.3
NGC185	UGC 396	dE3p	120.79	−14.48	616 ± 26	0.17	0.17	−15.6	20.1 ± 0.4	-0.8 ± 0.4
And XIX		dSph	115.6	−27.4	933 ± 61	0.19		−9.3	29.3 ± 0.7	-1.9 ± 0.1
M33	NGC 598	ScII-III	133.61	−31.33	850 ± 40	0.22	0.42	−18.9	10.7 ± 0.4	—
And VII	Cas	dSph	109.46	−9.94	763 ± 35	0.22	0.34	−12.0	23.5 ± 0.1	-1.6 ± 0.2
IC 10	UGC192	IrIV:	118.97	−3.34	825 ± 50	0.25	0.26	−16.3	22.1 ± 0.4	−1.3:
And VI	Peg II	dSph	106.01	−36.30	783 ± 25	0.27	0.38	−11.3	24.3 ± 0.1	-1.9 ± 0.2
LGS 3	Pisces	dIrr/dSph	126.75	−40.90	769 ± 23	0.28	0.41	−10.5	24.7 ± 0.2	-2.2 ± 0.3
Pegasus	DDO 216	IrV	94.77	−43.55	919 ± 30	0.41	0.44	−12.3	—	-1.3 ± 0.3
IC 1613		IrV	129.82	−60.54	700 ± 35	0.50	0.47	−15.3	22.8 ± 0.3	-1.4 ± 0.3
And IX		dSph			765 ± 24			−8.3	~ 26.8	
And X		dSph	125.8	−18.0	700 ± 40			−8.1		
And XVIII		dSph	113.9	−16.9	1255 ± 88	0.59		˘9.7	~ 25.6	-1.8 ± 0.1
Cetus		dSph	101.50	−72.90	775 ± 50	0.68	0.62	−10.1	25.1 ± 0.1	-1.9 ± 0.2
Leo A	DDO 69	IrV	196.90	52.40	690 ± 60	1.11	0.88	−11.5	—	-1.7 ± 0.3
WLM	DDO 221	IrIV-V	75.85	−73.63	932 ± 33	0.84	0.80	−14.4	20.4 ± 0.1	-1.4 ± 0.4
Tucana		dSph	322.91	−47.37	870 ± 60	1.33	1.11	−9.6	25.1 ± 0.1	-1.7 ± 0.2
Aquarius	DDO 210	IrV	34.05	−31.35	1071 ± 39	1.08	0.96	−10.9	23.0 ± 0.3	-1.9 ± 0.3
SagDIG	UKS1927-177	IrV	21.06	−16.29	1180 ± 100	—	1.29	−12.0	—	—
DDO 155			310.7	77.0	1200 ± 100	—	—	−10.2	—	—
Antlia dw	PGC29194	dE3	263.1	22.3	1235 ± 100	—	—	—	—	—
UGC4879	VV124	dIrr/dSph	164.7	42.9	1280 ± 130	—	—	−12.5	21.2 ± 0.2	-1.50 ± 0.2
NGC3109	DDO 236	SBm	262.1	23.1	1300 ± 200	—	—	—	—	—
UKS2323-326			11.9	−70.9	1300 ± 100	—	—	—	—	—
Sextans A		dIrr	246.2	39.9	1300 ± 100	—	—	—	—	—
Sextans B		dIrr	233.2	43.8	1340 ± 100	—	—	—	—	—
EGB0427+63	UGCA 92	dIr?	144.7	−10.5	1300 ± 700	—	—	—	—	—

Nota: WLM significa "Wolf-Lundmark-Melotte". And IV é provavelmente uma galáxia de fundo. Cetus foi descoberta em 06/1999; Cma dw em 2003; And VIII, descoberta em 2003, revelou ser parte de M31 e não um satélite; And IX em 04/2004; And X em 2006; And XI, XII e XIII foram descobertas em 2006, mas seus dados são muito incertos e não foram incluídas na tabela; And XVIII, XIX e XX foram descobertas em 2008. Coma dw, Canes Venatici II (CVn II), Hercules e Leo IV são de 2007 (ano de publicação da descoberta).

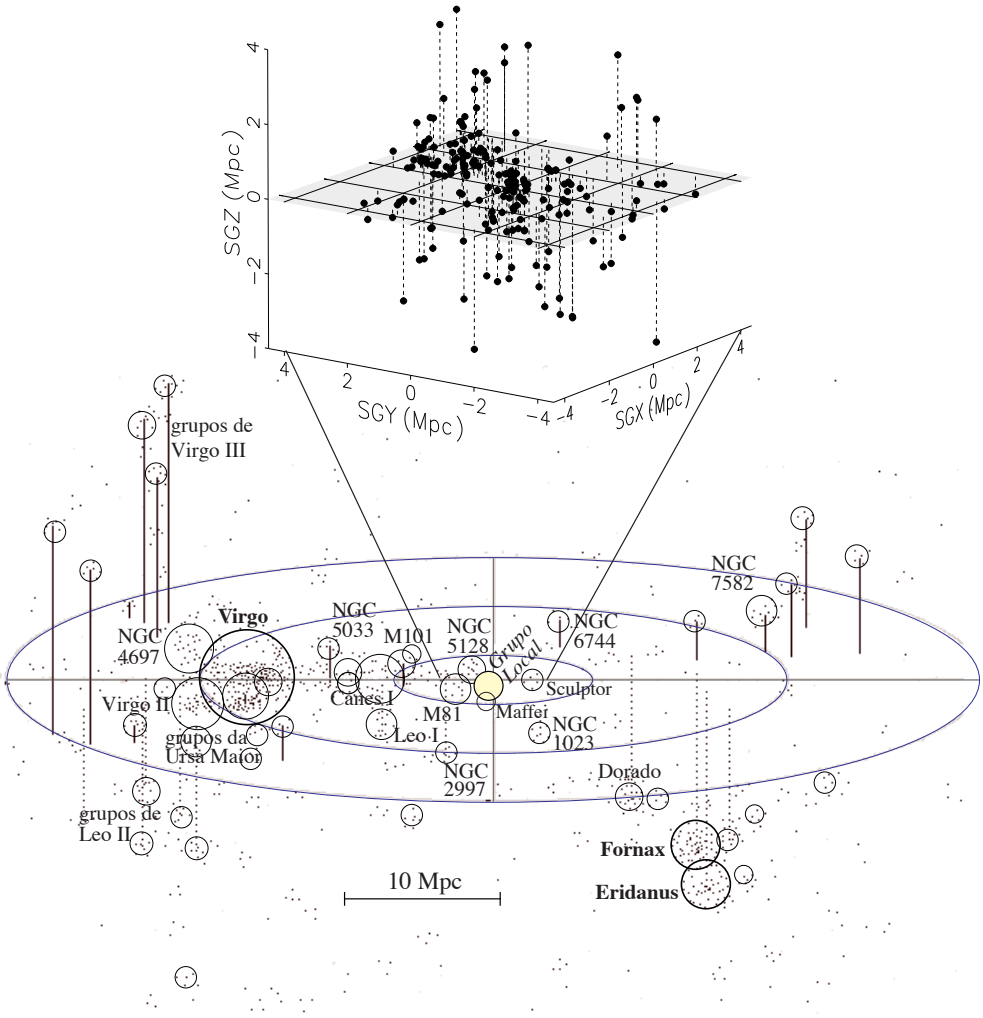


Figura 186: Acima: Plano Super-Galáctico com as galáxias mais próximas da Via Láctea. Figura tirada de (Carroll & Ostie, 1996, cap. 25). Abaixo: Super-aglomerado local clássico (super-aglomerado de Virgo).

- Grupo de Canes I. Está a cerca de 4 Mpc, aproximadamente da mesma direção do aglomerado de Virgo, o que torna sua identificação difícil. Dominado por galáxias espirais (M94, Sab; NGC424, Scd; NGC4395, Sd Seyfert I) e rico em irregulares.

7.3 Galáxias dominantes

As principais galáxias do Grupo Local são, por ordem de massa, a Galáxia de Andrômeda (M31, NGC 224), a Via Láctea (ou simplesmente Galáxia), e a galáxia da constelação do Triângulo ("Catavento", M33, NGC 598). Estas três galáxias são espirais. Dinamicamente, o Grupo Local é dominado por M31 e pela Galáxia.

A galáxia de Andrômeda está no limite da visibilidade humana e foi documentada pela primeira vez pelo astrônomo Persa Abd al-Rahman (conhecido como al-Sufi) em 964, descrita como uma "pequena nuvem".

A massa da Via Láctea no interior de $\sim 30\,\mathrm{kpc}$ é relativamente bem determinada pela curva de rotação (óptica e rádio); para raios maiores a incerteza aumenta muito pois diminuem o número de traçadores do potencial gravitacional, não conhecemos precisamente a distribuição de velocidades (isotrópica, radial ou tangencial?) e precisamos assumir um perfil radial de densidade (NFW, isotérmico? – veja Sec. 3.5).

Estimativas recentes dão uma massa $\mathcal{M}(R < 50\,\mathrm{kpc}) = 5{,}4\text{–}5{,}5 \times 10^{11} M_\odot$ e $\mathcal{M}_{\mathrm{tot}} \approx 1{,}0\text{–}2{,}4 \times 10^{12} M_\odot$, onde a massa total é calculada dentro do raio do virial, $r_{\mathrm{vir}} \sim 260\text{–}290\,\mathrm{kpc}$ (Sakamoto et al., 2003; Battaglia et al., 2005; Xue et al., 2008). A massa unicamente do disco da Galáxia (até $\sim 15\,\mathrm{kpc}$) é cerca de $2 \times 10^{11} M_\odot$.

A Via Láctea é, aparentemente, uma galáxia espiral típica, de tipo morfológico SBbc ou SBc (espiral barrada Binney & Tremaine, 1987), com uma taxa de formação estelar média de $1{,}65 \pm 0{,}20 M_\odot$/ano (Licquia & Newman, 2015).

A massa total de M31 também é motivo de debate na literatura; estimativas recentes variam de 0,8–2,5 $\times 10^{12} M_\odot$ (Côté et al., 2000; Klypin et al., 2002; Seigar et al., 2008). Assim, a galáxia de Andrômeda parece ser mais luminosa do que a Via Láctea, mas ambas têm praticamente a mesma massa (possivelmente a Via Láctea tem massa um pouco superior a M31).

A massa de M33 é de $\approx 5 \times 10^{10} M_\odot$ (Corbelli & Salucci, 2000) e a soma da massa de todos os outros membros do Grupo Local é estimada em $\sim 5 \times 10^{10} M_\odot$.

Tanto M31 como a Via Láctea são centros de sub-condensações dentro do grupo local (M33 faz parte do sub-grupo ligado à M31). A Fig. 187 mostra a distribuição das galáxias satélites de Andrômeda.

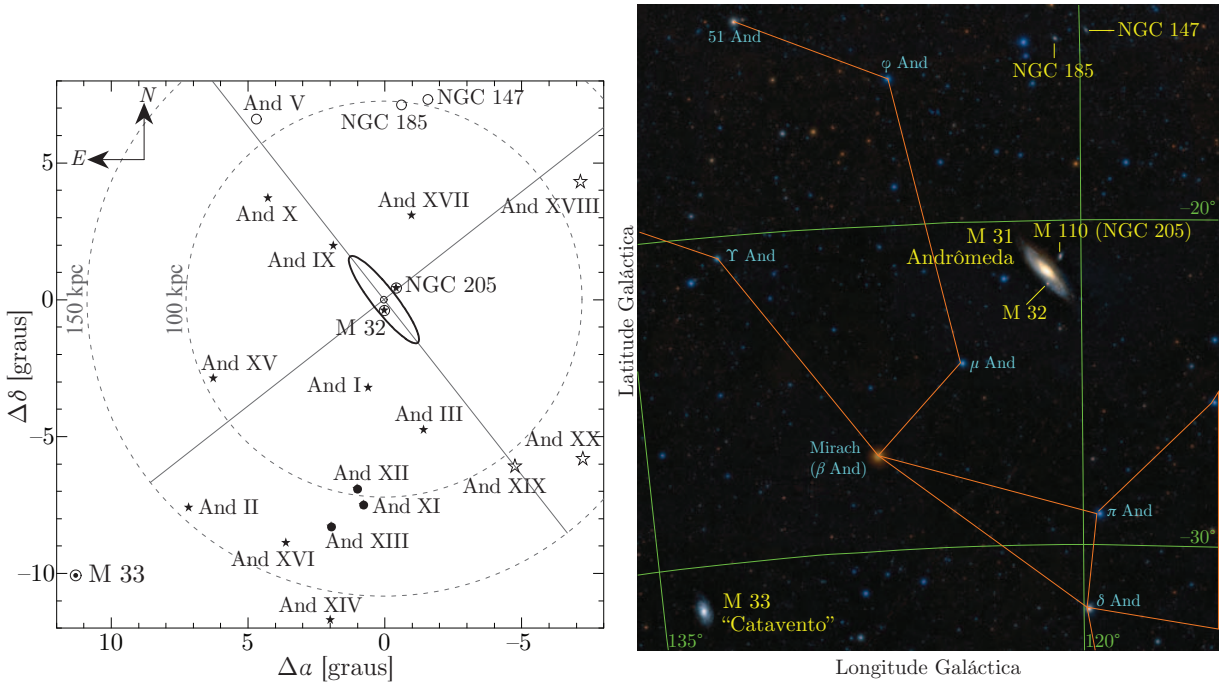


Figura 187: Esquerda: Distribuição das galáxias do sub-grupo de M31. A elipse central representa o disco de M31, inclinado na linha de visada de 77° e com raio de 2° (27 kpc). Figura adaptada de McConnachie et al. (2008). Direita: imagem do DSS no óptico na direção de Andrômeda (em coordenadas Galácticas).

7.4 Galáxias anãs

Excluindo as 3 galáxias espirais, todo o restante dos membros do Grupo Local são galáxias anãs, que são classificadas em três categorias:

- *Anãs irregulares* (**dIrr**). Galáxias ricas em gás, com $M_{\rm tot} \lesssim 10^{10} M_\odot$ e $\mu_V \lesssim 23\,{\rm mag\ arcsec^{-2}}$, mostram formação estelar recente e têm morfologia irregular. Algumas dIrr contêm aglomerados abertos e globulares.

- *Elípticas anãs* (**dE**). Galáxias com aparência de um aglomerado globular, com $M_{\rm tot} \lesssim 10^9 M_\odot$ e $\mu_V \lesssim 21\,{\rm mag\ arcsec^{-2}}$. Algumas dEs contêm um "*cusp*" central de luminosidade (às vezes são chamadas de *elípticas anãs compactas*, cE). Todas as dEs estão no sub-grupo de M31. Existem evidências de que M32 tenha um buraco negro central. Todas as dEs (exceto M32) possuem aglomerados globulares. Estas galáxias têm população estelar antiga ou intermediária.

- *Anãs esferoidais* (**dSph**). Estas galáxias têm baixo brilho superficial, $\mu_V \gtrsim 22\,{\rm mag\ arcsec^{-2}}$, e baixa massa total, $M_{\rm tot} \sim 10^7 M_\odot$. São galáxias pobres em gás, com população estelar antiga e, dinamicamente, são dominadas por matéria escura. Apenas 3 (Sgr, Fornax, And I) possuem aglomerados globulares. Duas dSphs estão isoladas (Tuc, Cet) e o restante são vizinhos próximos de M31 e da Via Láctea.

Apesar das diferenças de populações dominantes, foi detectada população estelar antiga ($> 10 \times 10^9$anos, ramos das sub-gigantes, ramos horizontais, RR Lyrae em aglomerados globulares, etc...) em todas as galáxias estudadas com detalhe suficiente.

Duas galáxias pelo menos (Phoenix e LGS 3) são classificadas como tipo em transição, possivelmente evoluindo de dIrr de baixa massa em dSph.

Algumas das galáxias anãs podem ser o resultado de interações ou *mergers* que ocorreram no passado; estas galáxias seriam então *anãs de maré* ("*tidal dwarf*"), pedaços da galáxia progenitora arrancados por força de maré. Ao contrário dos outros tipos de anãs, estas possuem alta fração de bárions (pouca matéria escura) e alta metalicidade em relação a sua luminosidade (a metalicidade é herdada da galáxia progenitora).

A galáxia anã esferoidal Sagitário, descoberta em 1993, é a mais próxima da Via Láctea e há fortes evidências de estar sendo destruída pela força de maré da Galáxia.

As Nuvens de Magalhães[40], são classificadas como *galáxias irregulares* (**Irr**). A Grande e a Pequena Nuvem têm massa aproximada de $2 \times 10^{10}\,M_\odot$ e $2{,}5 \times 10^{9}\,M_\odot$, respectivamente.

O Grupo Local é um laboratório importante para o estudo de galáxias anãs. Praticamente tudo que conhecemos de galáxias menos luminosas que $M_V \sim -10{,}0$ vem do estudo dos objetos do Grupo Local.

7.5 Galáxias ausentes

No Grupo Local não existem elípticas gigantes (relativamente comum em grupos e abundantes em aglomerados).

Também não existem no Grupo Local galáxias anãs compactas azuis (BCDG, *Blue Compact Dwarf Galaxy*, ou galáxias HII, galáxias com alta taxa de formação estelar) nem espirais anãs. A BCDG mais próxima, NGC 1569, está a 2,2 Mpc de distância.

Simulações numéricas de formação de estruturas nos cenários cosmológicos "canônicos" (isto é, ΛCDM), predizem 10 vezes mais halos de matéria escura do que o número de membros do Grupo Local conhecidos (Fig. 188 e Klypin et al., 1999).

Esta discrepância pode apontar para um problema no cenário cosmológico padrão: a matéria escura poderia ser colisional ou "morna" e/ou o espectro inicial de flutuações iniciais não teria o perfil de Harrison–Zel'dovich (Sec. 3.4).



Figura 188: Sub-região de uma simulação cosmológica representando um grupo similar ao Grupo Local em $z = 0$. Os halos de matéria escura dominantes estão separados por 1 Mpc e se aproximando um em direção ao outro a 100 km/s. Cada uma das estruturas principais tem mais de 1000 halos satélites. Os níveis de cinza representam a densidade de matéria escura (e não bariônica). Figura tirada de Moore (2001).

Por outro lado, foi sugerido (Braun & Burton, 1999) que nuvens compactas de alta velocidade (*Compact High-Velocity Clouds*) poderiam ser dominadas dinamicamente por matéria escura (isto é, estariam envoltas em um halo) e, portanto, seriam bons candidatos aos halos previstos e não observados. Estes objetos seriam

[40] A Nuvens de Magalhães são umas das 4 galáxias observadas a olho nu (além de M31 e da própria Via Láctea). Devido à suas declinações negativas, só eram observadas em latitudes inferiores a $\sim 20°$ N. De acordo com Afonso (2006), os Guaranis chamavam a Grande Nuvem de Magalhães de *Bebedouro da Anta* (Tapi'i Huguá) e a Pequena Nuvem de Magalhães de *Bebedouro do Porco-do-Mato* (Coxi Huguá).

"galáxias" onde a formação estelar foi suprimida, talvez devido ao reaquecimento do meio inter-galáctico durante a reionização do Universo (Sec. 12), pela primeira geração de QSOs ou estrelas de população III (Moore, 2001).

Em todo caso, precisamos levar em conta que não conhecemos todos os membros do Grupo Local devido a limitações observacionais. As galáxias anãs descobertas após o *survey* SDSS são pouco luminosas e de baixo brilho superficial, além do que não detectamos galáxias satélites no plano da Via Láctea (na "*avoidance zone*").

7.6 Distribuição e dinâmica

A figura 189 mostra a distribuição de distâncias dos membros do Grupo Local em relação às galáxias dominantes e ao baricentro do grupo.

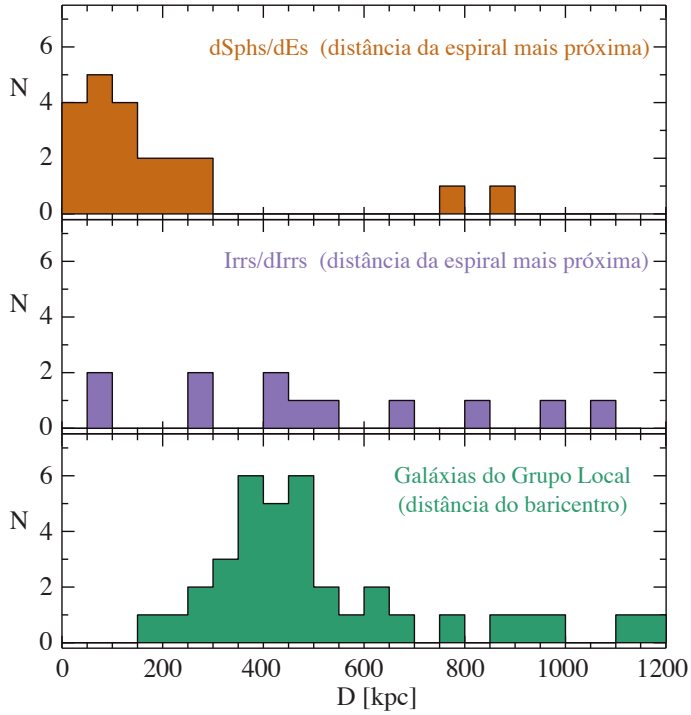


Figura 189: Distribuição das distâncias no Grupo Local (baseado em Grebel, 2000). As galáxias se agrupam em torno das galáxias dominantes e não em torno do baricentro.

Esta figura mostra que há uma segregação morfológica no Grupo Local: as dSphs e dEs se encontram próximas das galáxias dominantes enquanto as Irrs e dIrrs se distribuem uniformemente pelo grupo.

Estudo da história da taxa formação estelar (SFR, *Star Formation Rate*) mostra que a fração de populações de idade intermediária tende a aumentar com a distância das galáxias dominantes e com a massa das anãs. Em contrapartida, a dSph Tucana, distante e isolada, tem população predominantemente antiga.

O aspecto atual do Grupo Local, com duas galáxias dominantes e anãs formando sub-grupos, é efêmero. A Via Láctea e M31 estão em vias de fusionarem (isto é, daqui a alguns bilhões de anos) e poderão dar origem a uma elíptica gigante; M31 é uma das poucas galáxias com "*blueshift*" (desvio espectral para o azul), aproximando-se da Via Láctea a $\approx 120\,\mathrm{km\ s^{-1}}$ (a velocidade heliocêntrica é de $-300\,\mathrm{km\ s^{-1}}$).

Provavelmente, o Grupo Local é gravitacionalmente ligado, o que implica em uma velocidade transversal de M31 relativamente pequena ($\lesssim 60$ km/s) em relação à Via Láctea (estimado por van der Marel R.P. & Guhathakurta, 2008, usando as velocidades radiais das galáxias anãs do grupo de M31.). Isto por sua vez significa que estas galáxias estão em rota de colisão, iniciando a fusão em cerca de 4×10^9 anos e relaxando, tornando-se uma elíptica gigante, em cerca de 7×10^9 anos.

O estudo da evolução dinâmica do Grupo Local esbarra em várias dificuldades, a maior delas é o fato de não ser possível (ainda) determinarmos o movimento tangencial das galáxias com precisão. A figura 190 mostra um possível modelo de evolução. A importância da Galáxia e de M31 pode ser vista nas órbitas pouco perturbadas, elipses em torno do baricentro do Grupo Local.

A hipótese de que o Grupo Local *sempre* foi dominado por M31 e pela Via Láctea talvez não seja correto. As galáxias Maffei 1 (galáxia elíptica) e IC 342, cada uma com massa que corresponde a $\sim 20\%$ de

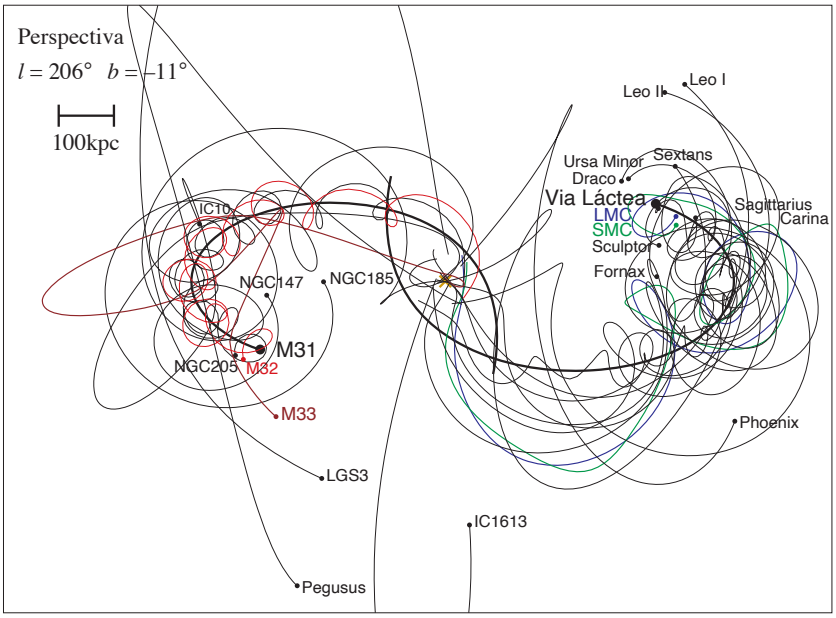


Figura 190: Uma das inúmeras possibilidades de trajetórias das galáxias do Grupo Local. As órbitas da Via Láctea e M31 são praticamente elipses com o baricentro do Grupo Local em um dos focos. Cada uma destas galáxias é seguida por seu cortejo de galáxias anãs. Figura tirada de Sawa & Fugimoto (2005).

M31, possivelmente estavam dentro do raio de superfície zero do Grupo Local há 4 bilhões de anos atrás (Valtonen et al., 1993). A figura 191 ilustra esta situação.

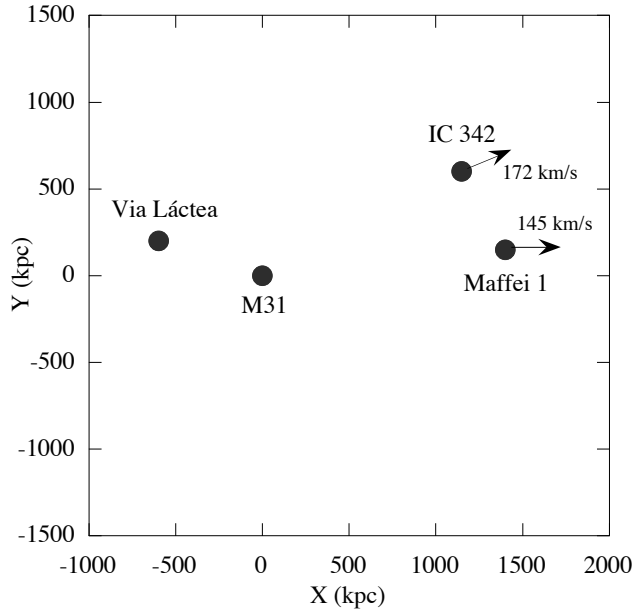


Figura 191: Posições da Via Láctea, M31, Maffei 1 e IC 342 em coordenadas supergalácticas. Como Maffei 1 e IC 342 estão praticamente no plano supergaláctico, a representação bidimensional é uma boa aproximação da situação em 3 dimensões. (Figura tirada de Valtonen et al., 1993)

Já as Nuvens de Magalhães estão caindo na Via Láctea por efeito de fricção dinâmica (cf. seção 10.1.3). As duas nuvens são ligadas gravitacionalmente e estão em uma órbita coletiva (semelhante à Terra e a Lua em torno do Sol). A escala de tempo da queda das Nuvens será calculada mais a frente, Eq. (427).

A figura 192 dá a velocidade heliocêntrica radial das galáxias do Grupo Local em função da direção em relação à Galáxia tomando como referência a direção do apex solar[41]. Utilizando a solução correspondente à velocidade do Sol em relação ao baricentro do Grupo Local, obtém-se a dispersão de velocidades do Grupo de $61 \pm 8\,\mathrm{km/s}$ (supondo isotropia da distribuição de velocidades). Dinamicamente, o Grupo Local é "frio".

Fazendo a soma vetorial do movimento do Sol em relação ao Grupo Local e do Sol em relação à radiação cósmica de fundo (medida pela observação do dipolo, cf. seção 2.5), concluímos que o Grupo Local tem um movimento próprio em relação à CMB de $627 \pm 27\,\mathrm{km/s}$ na direção $(l, b) = (276° \pm 3°, 30° \pm 3°)$.

[41] Apex solar é a direção em que o Sol se move, devido à sua velocidade peculiar. No caso presente, o apex é em relação ao Grupo Local (logo, levando em conta a sua translação e o incerto movimento peculiar da Galáxia) e sua direção é $l = 99° \pm 5$, $b = -4° \pm 4$, com velocidade $V = 306 \pm 18\,\mathrm{km\ s^{-1}}$.

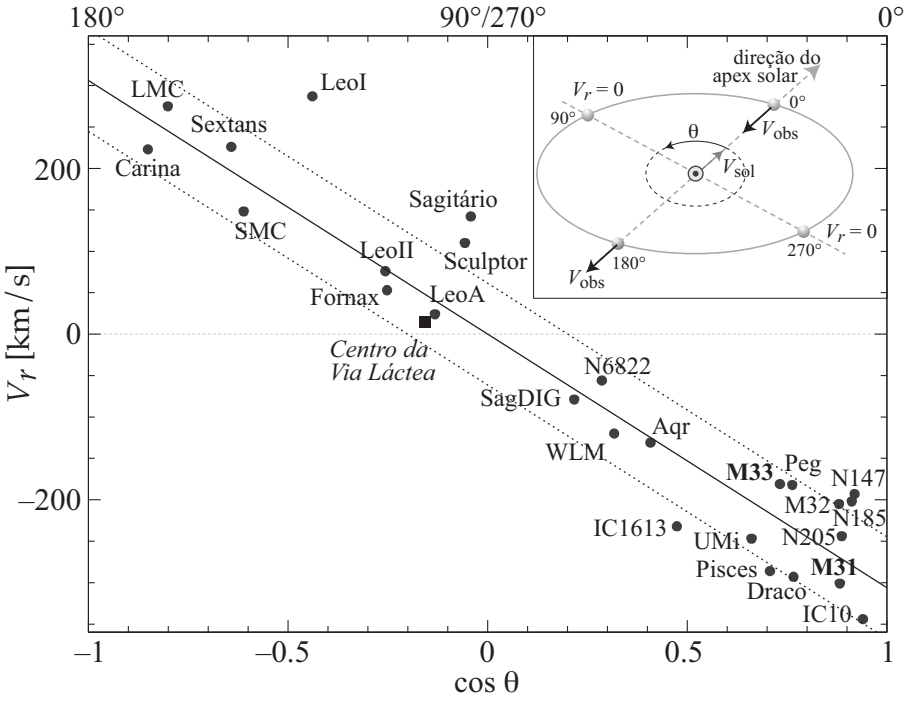


Figura 192: Velocidades heliocêntricas, V_r dos membros do Grupo Local em função de $\cos\theta$, onde θ é a distância angular do apex solar (direção do movimento do Sol no Grupo Local Courteau & van den Bergh, 1999). Nesta figura, o movimento do Sol é de $306 \pm 18\,\mathrm{km\ s^{-1}}$ na direção de $\ell = 99° \pm 5°$ e $b = -3° \pm 4°$ (linha sólida). As linhas pontilhadas correspondem a uma dispersão radial de $\pm 61\,\mathrm{km\ s^{-1}}$

.

7.7 Magellanic Stream (Corrente de Magalhães)

A "Corrente das Nuvens de Magalhães" (*Magellanic Stream*) é um arco de matéria (sobretudo $\sim 2 \times 10^8 M_\odot$ de gás neutro) que se estende por cerca de 100° na direção oposta ao movimento próprio da Grande Nuvem de Magalhães (ou LMC, *Large Magellanic Cloud*). A *Magellanic Stream* é contínua (apesar de alguns nós terem sido identificados Mathewson & Ford, 1984) e tem uma espessura média de 10°, cf. Fig. 193. A Corrente de Magalhães foi descoberta durante um *survey* de HI, quando foi detectada nuvens de alta velocidade, entre -400 km/s e -60 km/s (Wannier & Wrixon, 1972).

O modelo "clássico" para a formação da *Magellanic Stream* é de matéria arrancada das nuvens de Magalhães por efeito de maré do halo da Via Láctea. A distribuição geométrica atual está esquematizada na Fig. 193. Este cenário, contudo, apresenta alguns problemas:

- A *Magellanic Stream* está apenas de um lado das nuvens; pelo efeito de maré, deveria haver uma corrente de matéria de dois lados simetricamente opostos das nuvens.

- Não é observado estrelas na *Magellanic Stream*; as forças de maré deveriam arrancar tanto o gás como as estrelas das nuvens.

Um cenário proposto para resolver este problema (Moore & Davis, 1994) sugere que o gás foi arrancado das nuvens por efeito de pressão de arraste (*ram-pressure*). A *ram-pressure* teria ocorrido na última passagem próxima das nuvens, a cerca de 5×10^8 anos, devido a um disco espesso de gás ionizado da Via Láctea.

Se a *Magellanic Stream* está imersa em um meio difuso e ainda é observada (isto é, sobrevive após 500 milhões de anos) pode-se estimar um limite superior para a densidade no halo de $\sim 10^{-5}\mathrm{cm}^{-3}$, bem abaixo da densidade central em aglomerados de galáxias ricos.

O modelo de *ram-pressure*, contudo, não explica de forma satisfatória o *leading-arm* ("braço da frente") da Corrente de Magalhães. Esta característica é melhor explicada pelo cenário de efeito de maré sobre as Nuvens de Magalhães.

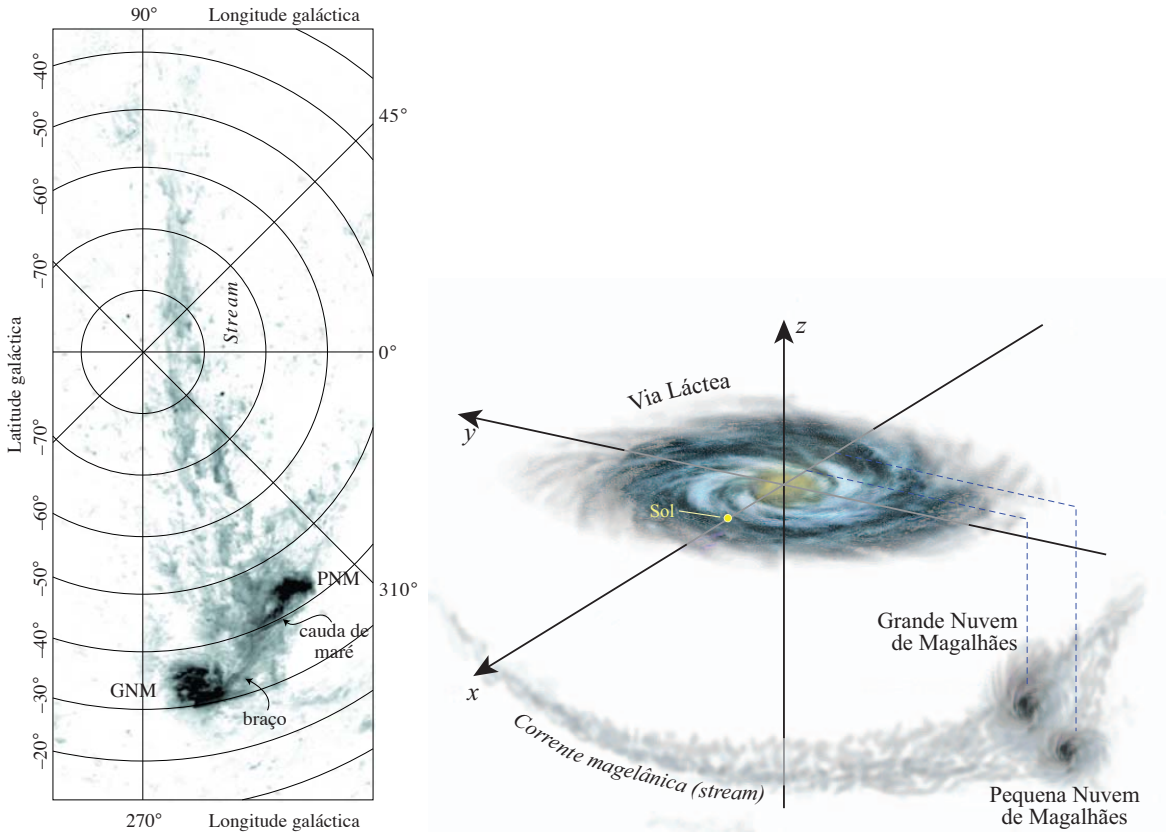


Figura 193: Esquerda: Mapa mostrando as Nuvens de Magalhães (LMC e SMC, grande e pequena, respectivamente), e a *Magellanic Stream*. Os níveis de cinza correspondem à densidade de coluna do hidrogênio neutro, variando logaritmicamente de 2×10^{18} a $6 \times 10^{20} \mathrm{cm}^{-2}$ (Putman, 1999). Na figura também estão indicados o braço '*leading*' da LMC e a cauda de maré da SMC. Note a ausência de uma contrapartida da *Magellanic Stream* na direção oposta. Direita: Ilustração tri-dimensional das posições das Nuvens de Magalhães, Via Láctea e da *Magellanic Stream* (D. Parr, CSIRO *media release* 98/194).

7.8 Distribuição planar das galáxias satélites

As galáxias satélites da Via Láctea se distribuem aproximadamente ao longo de um grande círculo na esfera celeste, que corresponde a um plano que contém as Nuvens de Magalhães e o "*Magellanic Stream*" (veja Kunkel & Demers, 1977; Lynden-Bell, 1976), e mais recentemente (Pawlowski et al., 2012, que chama esta estrutura VPOS, *Vast Polar Structure*).

As galáxias satélites da galáxia de Andrômeda também apresentam esta mesma tendência de se concentrarem em um plano relativamente fino (Conn et al., 2013). Mais surpreendente ainda, ambos os sistemas, de M31 e da Galáxia, aparentam apresentar uma rotação; não apenas no espaço, mas também no espaço de fase, os sistemas de galáxias satélites do Grupo Local apresentam uma estrutura coerente (Ibata et al., 2013; Pawlowski et al., 2015).

Esta distribuição planar, de preferencia ao longo dos polos – isto é, ao longo do eixo menor – já havia sido notada em outras galáxias espirais e é chamado **efeito Holmberg** (veja a Fig. 194): as galáxias satélites de uma espiral vista de perfil tendem a "evitar" o plano galáctico (Holmberg, 1969). A significância deste efeito é, contudo, relativamente baixa e disputada na literatura.

7.9 Movimento em direção a Virgo

O Grupo Local tem um movimento próprio devido, em primeiro lugar, à presença do aglomerado de Virgo. A velocidade de recessão do Grupo Local em relação a Virgo é menor do que o esperado se estivéssemos simplesmente seguindo fluxo de Hubble (a velocidade média de Virgo é 1200 km/s, $z = 0{,}004$). Esta diferença é chamada de "queda" na direção de Virgo.

Utilizando uma aproximação linear pode-se mostrar (capítulo 6.1 Combes et al., 2006, e Eq. (162)) que

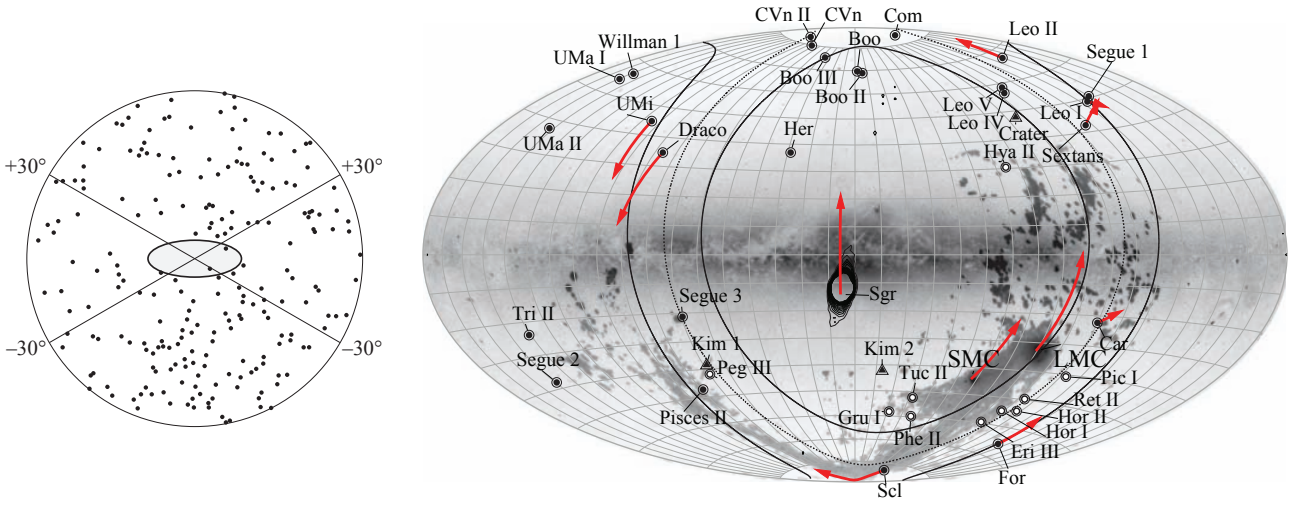


Figura 194: Esquerda: Distribuição de 218 galáxias vizinhas de espirais gigantes vistas de perfil segundo Holmberg (1969). As galáxias satélites tendem a se concentrarem ao longo do eixo menor. Direita: Distribuição das galáxias satélites da Via Láctea na esfera celeste em coordenadas galácticas. As curvas espessas indicam o grande círculo onde as galáxias satélites se concentram. Os vetores (em vermelho) indicam o movimento projetado no plano do céu de algumas galáxias. Figura tirada de Pawlowski et al. (2015).

a velocidade própria é dada por:

$$v_{\rm prop} = \frac{\delta}{3} D_{\rm virgo} H_0 \Omega_M^{0,6} \,. \tag{331}$$

O contraste de densidade pode ser estimado como $\delta \approx \delta N/N$, o contraste de contagem de galáxias. No interior da distância de Virgo, $\delta N/N \approx 1$. A relação acima pode, a princípio, nos dar uma estimativa de Ω_M se conhecermos $v_{\rm prop}$ (e a constante de Hubble). Este método foi proposto e usado por Davis et al. (1980) para estimar Ω_M (assumindo $\Omega_\Lambda = 0$), obtendo uma densidade média do Universo de $\Omega_M \sim 0{,}4 \pm 0{,}1$. Tomando valores medidos mais recentemente, $D_{\rm virgo} = 17$ Mpc e $v_{\rm prop} \sim 140$ km s^{-1} (Tonry et al., 2000), temos $\Omega_M \approx 0{,}2$.

Note que, apesar do nome "queda em direção a Virgo", em um universo ΛCDM (modelo cosmológico padrão), eventualmente o Grupo Local se afastará do aglomerado de Virgo (veja a Sec. 4.2).

8 Formação de galáxias no modelo hierárquico

8.1 Modelo *Top-Hat*

Na seção 3 consideramos a formação de estruturas na aproximação linear. Vejamos agora o que ocorre na fase não linear.

Vamos considerar o caso mais simples de uma região esférica de contraste de densidade uniforme, $\overline{\delta}$ e raio não-comóvel r em um Universo homogêneo (modelo "*Top-Hat*", ou cartola). Segundo o *Teorema de Birkhoff*, a matéria no exterior da esfera não age sobre esta. A evolução desta esfera é dada pela equação de conservação de energia:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\right)^2 - \frac{G\mathcal{M}}{r} = E\,, \tag{332}$$

onde $\mathcal{M}$ e a massa da esfera no interior do raio r e E é a energia total. Se $E<0$, a esfera deve eventualmente colapsar. A solução da equação acima é dada parametricamente (veja Hunter, 1962) como:

$$\frac{r}{r_m} = \frac{1}{2}(1-\cos\eta)\,; \quad \frac{t}{t_m} = \frac{1}{\pi}(\eta - \operatorname{sen}\eta)\,; \quad 0\le\eta\le 2\pi\,, \tag{333}$$

onde r_m é o raio máximo que a esfera atinge no momento t_m. A figura 195 ilustra a evolução no tempo do modelo *Top-Hat*.

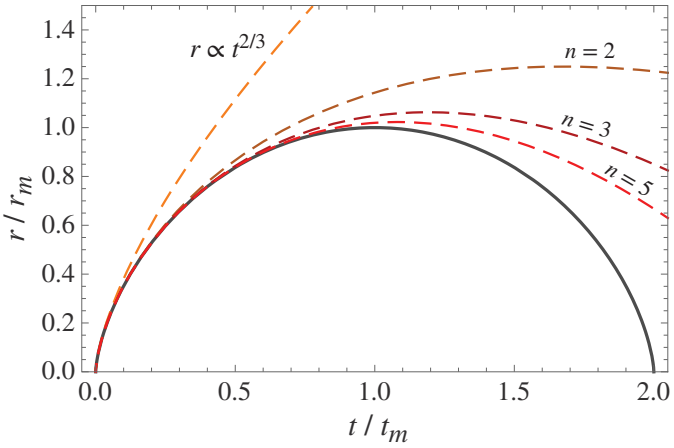


Figura 195: Evolução do modelo *Top-Hat* (linha contínua). Em tracejdo, aproximações linear e de ordem superior. A aproximação linear só é válida para $t \ll t_m$ [Eq. (334)]

Expandindo em série de Taylor a solução (333) para η pequeno, a seguinte série:

$$\frac{r}{r_m} = \left(\frac{3\pi}{4}\frac{t}{t_m}\right)^{2/3}\left(1 - \frac{1}{5}\left(\frac{3\pi}{4}\frac{t}{t_m}\right)^{2/3} - \frac{3}{175}\left(\frac{3\pi}{4}\frac{t}{t_m}\right)^{4/3} - \frac{23}{7875}\left(\frac{3\pi}{4}\frac{t}{t_m}\right)^{2} - \cdots\right) \tag{334}$$

Em primeira ordem, temos

$$\frac{r}{r_m} \simeq \frac{1}{4}\left(\frac{6\pi t}{t_m}\right)^{2/3}$$

Integrando a Eq. (332) podemos determinar o tempo de colapso, $t_{\rm col} \equiv t(r_m) - t(r=0)$:

$$\int_{r_m}^{0} \frac{\mathrm{d}r}{\sqrt{2(E + G\mathcal{M}/r)}} = \int_{t_m}^{t_{r=0}} \mathrm{d}t = t_{\rm col}\,. \tag{335}$$

Em t_m a energia total é igual à energia potencial (no instante em que a esfera atinge a expansão máxima, ela está em repouso), isto é, $E = -GM/r_m$. Utilizando esta igualdade, resulta:

$$t_{\rm col} = \frac{\sqrt{2}\pi}{4}\sqrt{\frac{r_m^3}{G\mathcal{M}}} = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{3\pi}{2\,G\,\rho_m}} \approx \frac{0{,}5427}{\sqrt{G\,\rho_m}}\,, \tag{336}$$

onde utilizamos $\mathcal{M} = 4\pi r_m^3\rho_m/3$. Notemos que o tempo de colapso é o intervalo entre a expansão máxima (*turn-around*) e o colapso,[42] logo $t_{\rm col} = t_m$; a expansão é simétrica ao colapso em relação ao momento de

[42] Uma outra forma de definir tempo de colapso é a partir de $t=0$, isto é, do início da expansão. Neste caso, $t_{\rm col} = 2\,t_m$. Desde que sendo consistente com uma ou outra convenção, não faz diferença qual utilizar.

expansão máxima. Com esta relação, também podemos dizer que a evolução da densidade média da esfera varia como $\overline{\rho} = 3\mathcal{M}/(4\pi r^3)$.

Por outro lado, a densidade média do Universo (supondo por simplicidade um modelo de Einstein–de Sitter, adequado para $z_{\rm eq} > z \gg 1$) é dada por $\rho_{\rm EdS} = (6\pi G\, t^2)^{-1}$. Podemos estimar, na fase linear, como varia o contraste de densidade,

$$\delta = \frac{\rho_{\rm TH}}{\rho_{\rm EdS}} - 1\,, \tag{337}$$

substituindo as expressões para as densidades e utilizando as Eq. (334) e (336). Isto resulta em:

$$\delta = \left(1 - \frac{1}{20}\left[\frac{6\pi t}{t_m}\right]^{2/3}\right)^{-3} - 1\,, \tag{338}$$

ou, expandindo o binômio e guardando apenas o primeiro termo, resulta em:

$$\delta = \frac{3}{20}\left(\frac{6\pi\, t}{t_m}\right)^{2/3} \propto a_{\rm EdS}\,, \tag{339}$$

ou seja, o contraste de densidade é proporcional ao fator de escala durante a fase linear (resultado que já havíamos visto na Seção 3.1.2 e Tabela 5).

Se extrapolarmos a evolução linear de δ até $t = 2t_m$, isto é, até o colapso da esfera ($r = 0$) obtemos:

$$\delta_{\rm colapso\ linear} = \frac{3}{20}\,(12\pi)^{2/3} \approx 1{,}686\,, \tag{340}$$

valor que é utilizado na figura 93, pag. 98.

Utilizando as equações paramétricas, (333), podemos obter a expressão exata da evolução do contraste de densidade do modelo *Top-Hat*:

$$1 + \delta_{\rm Top-Hat} = \frac{\rho_{\rm TH}}{\rho_{\rm EdS}} = \frac{9}{2}\frac{(\eta - \operatorname{sen}\eta)^2}{(1-\cos\eta)^3}\,; \quad 0 \le \eta \le 2\pi\,, \tag{341}$$

cf. (Peebles, 1993; Combes et al., 2006, etc...). A figura 196 mostra a evolução do contraste de densidade do modelo *Top-Hat* comparado à aproximação linear.

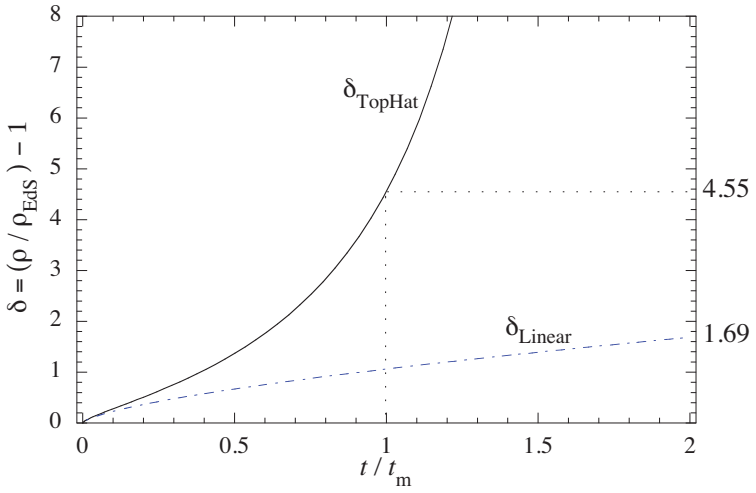


Figura 196: Evolução do contraste de densidade do modelo *Top-Hat* (linha contínua) comparado com a aproximação linear (ponto-traço). O valor do contraste de densidade no momento do *turn-around* e da extrapolação linear no momento do colapso são mostrados à direita. $\rho_{\rm EdS}$ é a densidade média do Universo (aproximação de Einstein–de Sitter).

Quando a esfera atinge sua expansão máxima (raio de *turn-around*) o contraste de densidade vale $\delta_{\rm turn-around} = (3\pi/4)^2 - 1 \approx 4{,}552$.

8.2 Virialização

Após o colapso, a esfera (ou qualquer sistema) expande novamente e tende rapidamente ao equilíbrio. O modelo descrito acima não pode descrever a evolução da esfera além do tempo de colapso, para isto é

necessário simulações numéricas. Podemos, contudo, estimar o raio final no modelo *Top-Hat* utilizando o teorema do virial. Para isto consideramos o balanço energético da esfera no momento de expansão máxima:

$$\begin{aligned} T_m &= 0\,; \quad \text{(não há movimento no máximo)} \\ U_m &= -\gamma \frac{G\,\mathcal{M}^2}{r_m}\,; \\ \Rightarrow E &= U_m = \text{constante}\,, \end{aligned} \tag{342}$$

onde o fator γ é igual a 3/5 para uma esfera homogênea e depende do perfil de densidade; por exemplo, para o perfil de Hernquist,[43] $\gamma = 1/6$, e para a esfera de Plummer (veja Sec. 3.5), $\gamma = 3\pi/32$.

O teorema do virial diz que, para um sistema em equilíbrio, $2T_v + U_v = 0$. A energia total, E, é constante, portanto:

$$E = T_v + U_v = U_m \quad \Rightarrow \quad U_v = 2U_m\,, \tag{343}$$

onde eliminamos a energia cinética utilizando o teorema do virial. Disto podemos definir o *raio do virial*, r_v, o raio da esfera em equilíbrio:

$$\gamma \frac{G\,\mathcal{M}}{r_v} = 2\,\gamma \frac{G\,\mathcal{M}}{r_m} \quad \Rightarrow r_v = \frac{r_m}{2}\,, \tag{344}$$

onde assumimos que o perfil de densidade não se altera (o que não é rigorosamente correto). Para sistemas auto-gravitacionais realistas, $0{,}2 \lesssim \gamma \lesssim 0{,}5$ (uma esfera homogênea, com $\gamma = 0{,}6$, é um caso extremo). A Fig 197 ilustra a evolução do modelo *Top-Hat*, além do colapso.

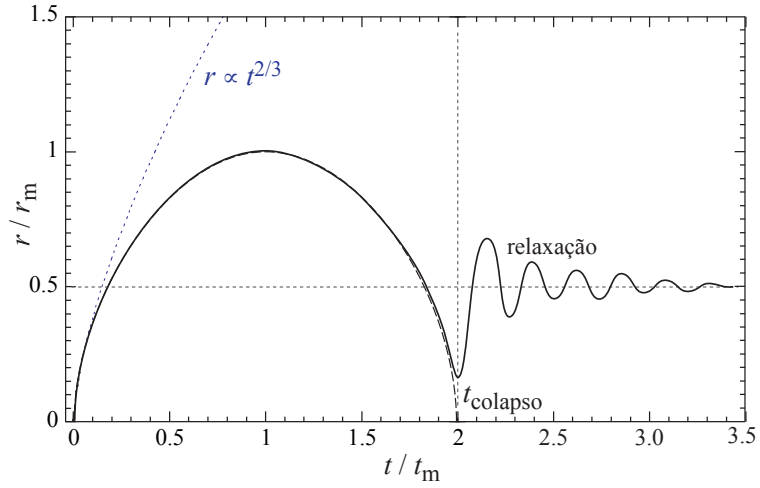


Figura 197: Evolução do raio de uma esfera no modelo "*Top-Hat*". A linha tracejada é o modelo como escrito na seção anterior (Fig 196), a linha pontilhada é a aproximação linear e o traço contínuo representa a evolução, baseado em simulações numéricas. Após o colapso, a esfera relaxa (virializa) rapidamente.

Como a densidade de um corpo de massa $\mathcal{M}$ varia como $\rho \propto r^{-3}$ vem:

$$\rho_{\rm TH}(t_v) = \left(\frac{r_m}{r_v}\right)^3 \rho_{\rm TH}(t_m) = 8\,\rho_{\rm TH}(t_m)\,. \tag{345}$$

Utilizando o valor de $\delta_{\rm turn-around}$ que encontramos e lembrando que $\rho_{\rm TH} = (1+\delta)\rho_{\rm EdS}$, podemos escrever:

$$\rho_{\rm TH}(t_v) = 8 \times (3\pi/4)^2 \rho_{\rm EdS}(t_m) \simeq 44{,}413 \rho_{\rm EdS}(t_m)\,. \tag{346}$$

Como já vimos, a densidade média do Universo (dominado pela matéria na aproximação de Einstein–de Sitter) varia como $\rho \propto a^{-3}$ e $a \propto t^{2/3}$. Vamos também supor que a virialização se dê rapidamente (o que é confirmado por simulações numéricas, cf. Fig 197). Assim, faremos a aproximação de que em t_c (momento do colapso do modelo *Top-Hat*) o sistema entre em equilíbrio instantaneamente. Temos, portanto:

$$\rho_{\rm EdS}(t_m) = \left(\frac{t_c}{t_m}\right)^2 \rho_{\rm EdS}(t_c)\,. \tag{347}$$

[43] O perfil de Hernquist corresponde ao par densidade–potencial: $\rho(r) = \mathcal{M}_{\rm tot} r_c^2/(2\pi r[r+r_c]^3), \phi(r) = -G\mathcal{M}_{\rm tot} r_c/(r+r_c)$.

Mas, como vimos, $t_c/t_m = 2$, portanto substituindo este resultado na Eq. (346) obtemos:

$$\rho_{\rm TH}(t_v) = \frac{9\pi^2}{2} \times 4\rho_{\rm EdS}(t_c) = 177{,}65\,\rho_{\rm EdS}(t_c)\,, \tag{348}$$

ou, levando em conta a evolução da densidade média do Universo,

$$\rho_{\rm TH}(t_v) = 18\pi^2\,\rho_0(1+z)^3 \approx 177{,}7\rho_0(1+z)^3 = 177{,}7\rho_c\Omega_M(1+z)^3\,, \tag{349}$$

onde a densidade crítica é $\rho_c \equiv 3H_0^2/(8\pi\,G)$ (rigorosamente, $\Omega_M = 1$ no Universo de Einstein–de Sitter) e z corresponde ao *redshift* de colapso do objeto, ou seja, com a hipótese de relaxação instantânea, isto é, o *redshift* de formação. Em geral, este resultado é expresso em termos do contraste de densidade:

$$\delta_v \equiv \frac{\rho_{\rm TH} - \rho_{\rm EdS}}{\rho_{\rm EdS}} = 176{,}7\,, \tag{350}$$

que é constante (não depende de z) no modelo Einstein–de Sitter. Para modelos que não sejam EdS (com ou sem Ω_Λ ou quintessência), δ_v é uma função do *redshift*; para modelos "realistas", quando $z \gg 1$, δ_v converge para o modelo EdS, isto é, quando o cenário cosmológico passa por uma fase em que é dominado pela matéria e $\Omega_M \to 1$ $\delta_v \to 176{,}7$.

Com a expressão 349 podemos também obter o **raio do virial** (não-comóvel) em função da massa total:

$$\begin{aligned} r_v &= \left(\frac{2GM}{177{,}7}\right)^{1/3} H_0^{-2/3}\Omega_M^{-1/3}(1+z)^{-1} \\ &= 169{,}4\left(\frac{M}{10^{12}M_\odot}\right)^{1/3} h^{-2/3}\Omega_M^{-1/3}(1+z)^{-1}\,{\rm kpc}\,. \end{aligned} \tag{351}$$

Para um aglomerado de galáxias de $10^{15}M_\odot$ que colapsa em $z \sim 0$, o raio do virial é $\sim 1{,}7\,h^{-2/3}\,$Mpc.

O *redshift* nas expressões acima representa o momento em que o objeto colapsa (e virializa). Em outras palavras, podemos associar este *redshift* ao momento de formação do objeto. Com o teorema do virial, podemos escrever:

$$\overline{v^2} = \gamma\frac{G\,\mathcal{M}}{r_v}\,, \tag{352}$$

onde $\overline{v^2}$ é a velocidade média quadrática do objeto (igual à dispersão de velocidades se não houver '*streaming-motion*'). A densidade média do objeto é dada por $\rho_v = 3\,\mathcal{M}/(4\pi r_v^3)$ e , com esta relação podemos eliminar r_v na Eq. (352) e, substituindo-a na Eq. (349) obtemos:

$$\begin{aligned} z_v + 1 &\approx 0{,}224\frac{1}{\gamma}\frac{\overline{v^2}}{(G\,\mathcal{M}\,H_0)^{2/3}\Omega^{1/3}} \\ &\approx \overline{v^2}_{100}\,\mathcal{M}_{12}^{-2/3}\,(\Omega_M h^2)^{-1/3}\,; \quad (\gamma = 0{,}4)\,, \end{aligned} \tag{353}$$

onde $\overline{v^2}_{100} = \overline{v^2}/(100\,{\rm km/s})$ e $\mathcal{M}_{12} = \mathcal{M}/(10^{12}M_\odot)$. A tabela 12 nos dá alguns redshifts típicos de formação de estruturas.

Tabela 12: Redshift aproximado de formação de estruturas no modelo hierárquico.

$1+z$	$\mathcal{M}[M_\odot]$	r_v [kpc]	$\sqrt{\overline{v^2}}$ [km/s]	
~ 20	10^{10}	70	70	(galáxias)
16	10^{11}	150	130	
8	10^{12}	300	200	
4	10^{13}	700	300	(grupos/ aglomerados)
3	10^{14}	1500	600	
2	10^{15}	3000	1000	

Os resultados acima supõem um universo sem energia escura OCDM (*open* CDM, $\Omega_M = 0{,}3$, $\Omega_\Lambda = 0$). Como a formação de estruturas se dá em $z > 1$, o efeito da energia escura não é tão importante e os valores da tabela acima são uma aproximação razoável para o modelo ΛCDM padrão. O raio do virial foi multiplicado por $(1+z)$ para obtermos o valor comóvel, i.e., o raio que medimos hoje. Para modelos cosmológicos diferentes, os valores dos contrastes de densidade no "*turn-around*" e na virialização são outros. Mais importante ainda, estes valores dependem do redshift de colapso. A figura 198 mostra os valores obtidos para alguns cenários cosmológicos diferentes.

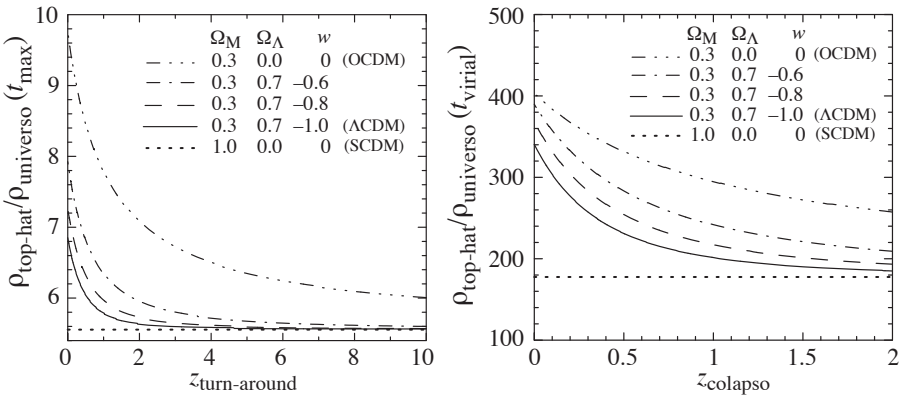


Figura 198: Esquerda: Contraste de densidade no momento de máxima expansão do *Top-Hat* (isto é, momento do *turn-around*). Compare com a Fig. 196 e $\delta_{\rm turn-around} = (3\pi/4)^2 - 1 \approx 4{,}552$. Direita: Contraste de densidade do *Top-Hat* virializado; para o modelo SCDM, $\rho_{\rm TH} = 177{,}7\rho_{\rm EdS}$. Modelos com $-1 < w < -1/3$ são de quintessência. Figura tirada de Horellou & Berge (2005).

8.3 Resfriamento do gás

Até o momento tratamos de sistemas não dissipativos, como halos de matéria escura. As galáxias, contudo, são observadas através de seus bárions e, portanto, precisamos considerar como a matéria bariônica se acumula no fundo do poço do potencial gravitacional dos halos escuros. O estudo da importância do resfriamento do gás para a formação de galáxias teve a contribuição fundamental de Silk (1977), Rees & Ostriker (1977) e Binney (1977).

Após o colapso do halo maciço, a fração de bárions que pode esfriar suficientemente e se acumular no centro é determinado pelo balanço entre as escalas de tempo dinâmica e de resfriamento. Se a escala de tempo de resfriamento for menor que a escala de tempo de colapso (esfera em queda-livre), i.e., $\tau_{\rm resf} < \tau_{\rm col}$, os bárions vão se acumular no centro do halo de matéria escura e, eventualmente formas estrelas. Caso contrário, o gás permanecerá difuso com a temperatura necessária para manter equilíbrio hidrostático no poço de potencial.

Para que o gás (bárions) esteja em equilíbrio no poço de potencial do halo devemos satisfazer o teorema do virial e a dispersão de velocidade do gás deve ser a mesma da matéria escura do halo:

$$\overline{v^2}_{\rm halo} = \overline{v^2}_{\rm bárion} = \overline{v^2} = \frac{3\,kT}{2\mu\,m_{\rm H}}\,, \tag{354}$$

onde μ é a peso molecular médio e T é a temperatura do gás. A dispersão de velocidade da matéria escura é obtida pelo teorema do virial [veja Eq. (344)], portanto:

$$\frac{3\,kT}{2\mu\,m_{\rm H}} = \gamma\frac{G\,\mathcal{M}_{\rm bárion}}{f\,R}\,,\ \text{onde}\ \mathcal{M}_{\rm bárion} \equiv f\,\mathcal{M}_{\rm halo} \tag{355}$$

assumindo que $\mathcal{M}_{\rm halo} \gg \mathcal{M}_{\rm bárion}$ – rigorosamente, deveríamos ter $\mathcal{M}_{\rm total} = \mathcal{M}_{\rm halo} + \mathcal{M}_{\rm bárion}$ na definição de f, a *fração de bárions*. Utilizando $\rho = n\,\mu\,m_{\rm H} = 3\mathcal{M}_{\rm bárion}/(4\pi R^3)$ e $\gamma = 0{,}4$ obtemos:

$$\mathcal{M}_{\rm bárion} \approx 1{,}90\times10^{11} f^{3/2}\mu^2 \left(\frac{T}{10^6{\rm K}}\right)^{3/2}\left(\frac{n}{10^{-3}{\rm cm}^{-3}}\right)^{-1/2} M_\odot\,. \tag{356}$$

Tomando valores típicos de uma galáxia como a Via Láctea (mas podemos usar a expressão abaixo para aglomerados de galáxias) e $\mu = 0.6$ (gás primordial totalmente ionizado) temos:

$$\left.\begin{array}{c} f \sim 0{,}10 \\ n \sim 10^{-3}{\rm cm}^{-3} \end{array}\right\} \Rightarrow\ T \sim 0{,}71\left(\frac{\mathcal{M}_{\rm bárion}}{10^{11}M_\odot}\right)^{2/3} 10^6{\rm K}\,. \tag{357}$$

Outra relação de escala utilizada normalmente é entre a temperatura e a velocidade circular de uma partícula teste no potencial gravitacional. Associamos a energia térmica uma velocidade circular, $V_{\rm circ}$ da seguinte forma:

$$\frac{2kT}{\mu m_H} = V_{\rm circ}^2 \quad\Rightarrow\quad V_{\rm circ} = 0{,}167T^{1/2}\ {\rm km\ s}^{-1} \quad\text{ou}\quad T = 36\,V_{\rm circ}^2\ {\rm K}\,. \tag{358}$$

O gás perde energia por radiação. Acima de $T \sim 10^4$ K, esta perda de energia por emissão de fótons é essencialmente devido a interações de 2-corpos. Interações com mais corpos podem ser ignoradas devido à baixa densidade do gás. Como o gás é opticamente fino, a radiação escapa facilmente. Para $T > 10^6$ K, o gás primordial (H e He) está completamente ionizado. Para $T > 10^7$ K, o gás enriquecido está completamente ionizado. Para estas temperaturas, o resfriamento se dá principalmente pela emissão Bremsstrahlung (ou free-free, espalhamento de elétrons por íons, Sec. 5.7.1).

Para temperaturas abaixo de 10^7 K, os seguintes mecanismos se tornam importantes onde e^- é um elétron, X^+ é um íon, X um átomo neutro e X um átomo é um átomo em um estado excitado:

- Recombinação (*free–bound*): $e^- + X^+ \Rightarrow X + \gamma$. Este mecanismo produz um contínuo.
- Ionização colisional (*bound–free*): $e^- + X \Rightarrow X^+ + 2e^-$. O resfriamento se dá pela diminuição da energia cinética do e^- livre inicial.
- Excitação colisional (*bound–bound*): $e^- + X \Rightarrow e^- + X' \Rightarrow e^- + X + \gamma$. Este mecanismo produz linhas de emissão.

Todos estes processos acima dependem fortemente da temperatura e do produto. A figura 199 mostra os principais mecanismos de perda de energia por radiação dando a *função de resfriamento*, $\Lambda(T)$, para um plasma primordial.

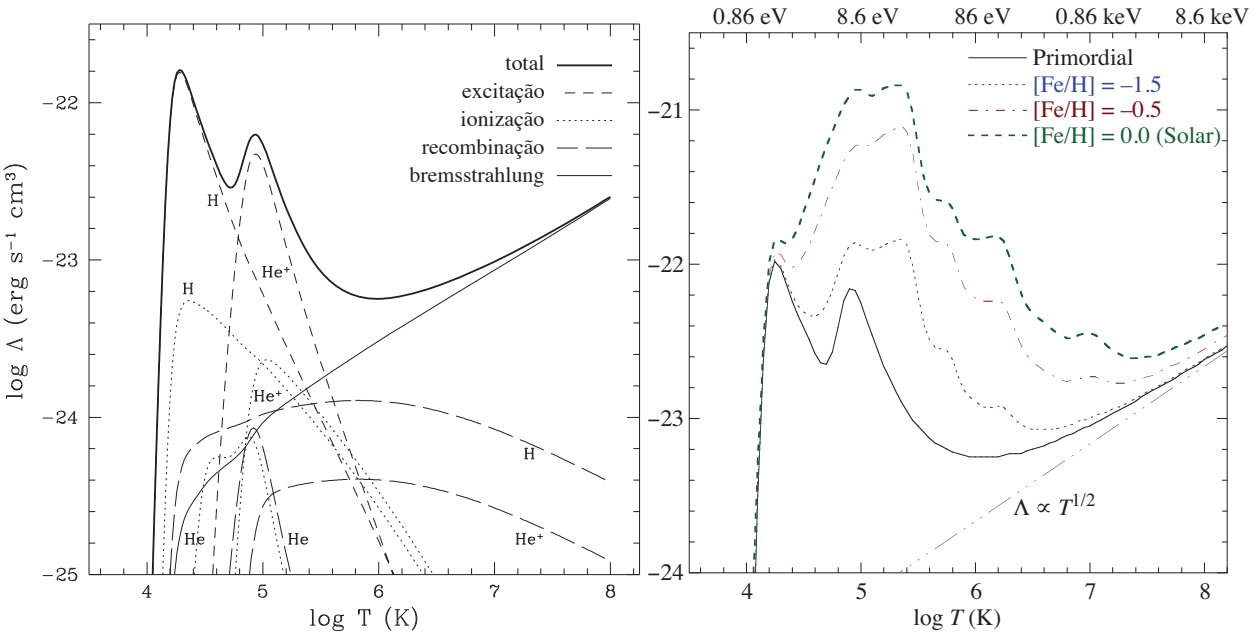


Figura 199: Esquerda: Função de resfriamento de um gás primordial ($X = 0.76$); Direita: com diferentes metalicidades. A taxa total é dada pela linha mais espessa. Para baixa temperatura, o resfriamento é dominado por excitação colisional; para temperatura alta, pela emissão bremsstrahlung. Figura da esquerda tirada de Weinberg, Hernquist & Katz (1997); a direita de Sutherland & Dopita (1993).

A função de resfriamento está relacionada com a emissividade do plasma, $\Lambda(T) = \varepsilon(T)/n_{\rm H}^2$. Por exemplo, com o processo bremsstrahlung, a emissividade é dada pela Eq. (225), logo:

$$\Lambda_{\rm breems} \approx 1{,}5 \times 10^{-27} Z^2 T^{1/2} \ \text{erg s}^{-1}\,\text{cm}^3\,.$$

O *tempo de resfriamento*, $\tau_{\rm resf}$, é dado por:

$$\tau_{\rm resf} = \frac{E}{|\,{\rm d}E/\,{\rm d}t|} = \frac{3n\,kT/2}{n^2\Lambda(T)}\,, \tag{359}$$

onde E é a energia por unidade de volume. No caso da emissão bremsstrahlung, o tempo de resfriamento é:

$$\tau_{\rm resf} = 6{,}6 \times 10^9 \frac{T}{10^6{\rm K}} \left(\frac{n}{10^{-3}{\rm cm}^{-3}}\right)^{-1} \left(\frac{\Lambda(T)}{10^{-24}{\rm erg\ s}^{-1}{\rm cm}^3}\right)^{-1} \text{anos}\,, \tag{360}$$

(veja também a seção 5.9 sobre *cooling-flow* para mais detalhes).

Por outro lado, a escala de tempo dinâmica do halo é dada pelo tempo de colapso,

$$\tau_{\rm col} = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{3\pi}{2G\rho}}\,, \tag{361}$$

utilizando a aproximação de uma esfera homogênea, cf. Eq. (336). Tomando $\rho_{\rm bárion} = f \times \rho$, vem:

$$\tau_{\rm col} \approx 2{,}3 \times 10^9 \sqrt{f\,\left(\frac{n}{10^{-3}{\rm cm}^{-3}}\right)^{-1}}\ {\rm anos}\,. \tag{362}$$

Concluímos que, no colapso do halo, o gás deve ser aquecido à *temperatura do virial* (de equilíbrio), provavelmente a partir de choques e então resfria em uma escala de tempo próxima à do tempo de colapso. O diagrama densidade–temperatura (Fig. 200) ilustra as diferentes regiões onde uma nuvem de gás é ou não estável.

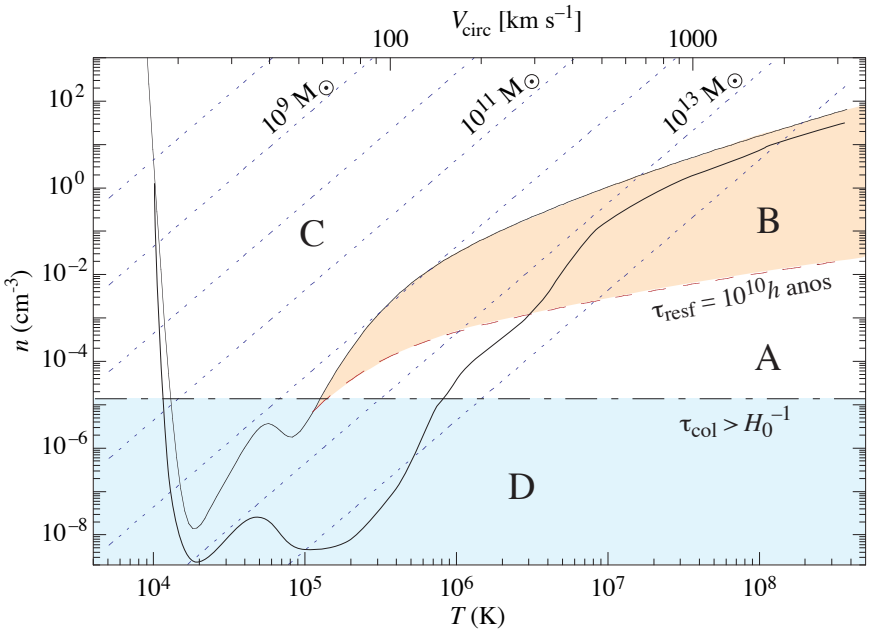


Figura 200: Diagrama densidade–temperatura do resfriamento do gás em um halo de matéria escura. O traço contínuo espesso representa os pontos onde $\tau_{\rm resf} = \tau_{\rm col}$ de um gás primordial ($Y = 0{,}24$); o traço fino, um gás com metalicidade solar. Nas regiões A e B, $\tau_{\rm resf} > \tau_{\rm col}$, na região C, $\tau_{\rm resf} < \tau_{\rm col}$. Na região B, $\tau_{\rm resf} < 10^{10}h$ anos. As linhas tracejadas diagonais correspondem à massa (total) de Jeans constante, de 10^6 a $10^{12}M_\odot$. Halos de massa $\mathcal{M}$ e densidade n devem se encontrar próximos às linhas de $M_{\rm Jeans}$ constante para estarem em equilíbrio hidrodinâmico. A linha horizontal (traço-ponto) representa 5,5 vezes a densidade crítica: nuvens abaixo desta linha (região D) não têm densidade suficientemente alta para ter colapsado até hoje. O eixo superior é a velocidade circular ($V_{\rm circ} = 0{,}167\sqrt{T}\,{\rm km\ s}^{-1}$) do halo. Baseado em Rees & Ostriker (1977); Sutherland & Dopita (1993).

Na região B da figura 200, uma nuvem está em quase-equilíbrio, mas perde energia por radiação e se contrai, seguindo a trajetória $\mathcal{M}_{\rm Jeans}$ = constante até atingir a curva onde $\tau_{\rm resf} = \tau_{\rm col}$. A partir daí, a nuvem colapsa, pois resfria-se rapidamente até $\sim 10^4$K (i.e., a pressão diminui abruptamente).

Outras questões envolvem o resfriamento do gás (Tegmark et al., 1997):

- Formação de moléculas de H_2; isto daria mais um mecanismo eficiente de resfriamento do gás, principalmente em densidades elevadas ($n \gtrsim 10^3{\rm cm}^{-3}$).
- Reionização a $z \gtrsim 15$ devido a formação das primeiras 'estrelas'. Isto pode impedir o colapso de pequenas estruturas, $\mathcal{M} \lesssim 10\,M_\odot$, se a temperatura do meio intergaláctico chegar a 10^5 K.

Para objetos de $\mathcal{M}_{\rm Jeans} \lesssim 10^7 M_\odot$, a temperatura de virial será inferior a 10^4 K e o principal responsável pelo resfriamento é a molécula de H_2. Esta molécula pode se formar por vários processos (Glover, 2005):

- $H + H \to H_2 + \gamma$, (muito improvável);
- $3\ H \to H_2 + H\,, \qquad H + H + H_2 \to H_2 + H_2\,,$ (apenas em alta densidade, $n > 10^8{\rm cm}^{-3}$);

- $\mathrm{H} + \mathrm{e}^- \rightarrow \mathrm{H}^- + \gamma\,, \quad \mathrm{H} + \mathrm{H}^- \rightarrow \mathrm{H}_2 + \mathrm{e}^-;$
- $\mathrm{H} + \mathrm{H}^+ \rightarrow \mathrm{H}_2^+ + \gamma\,, \quad \mathrm{H} + \mathrm{H}_2^+ \rightarrow \mathrm{H}_2 + \mathrm{H}^+;$

onde os dois últimos são os mais relevantes para a formação de estrelas nas primeiras galáxias. A taxa de resfriamento é calculada levando-se em conta a produção (e destruição) do H_2, sua temperatura e densidade. A figura 201 mostra o resultado deste cálculo.

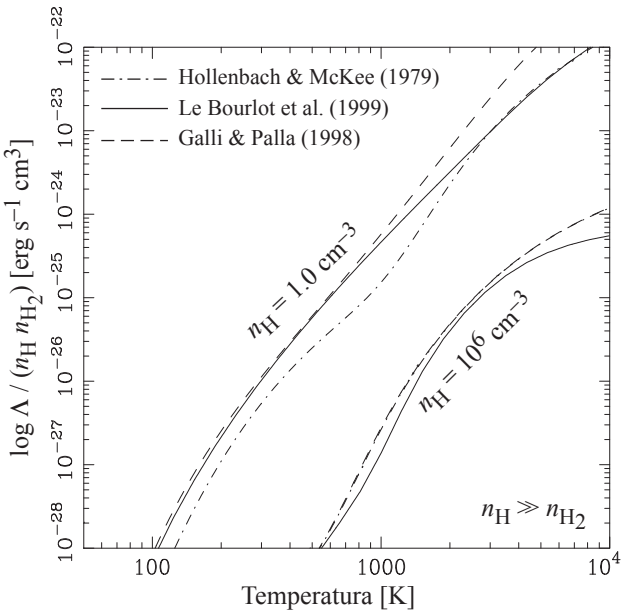


Figura 201: Função de resfriamento para o hidrogênio molecular, calculado para duas densidades médias diferentes, representando o regime de alta e baixa densidade do meio. Figura tirada de Glover (2005).

8.4 Função de Press-Schechter – função de massa

Nós queremos calcular quantos objetos virializados se formam em uma dada época. Para isto, devemos procurar a fração de matéria que se encontra em um objeto virializado de massa $\mathcal{M}$.

Supondo que as flutuações de densidade são um processo gaussiano podemos escrever:

$$f(\mathcal{M}) = \int_{\delta_c}^{\infty} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\sigma_M^2(z)}\right) \frac{\mathrm{d}\delta}{\sqrt{2\pi}\sigma_M(z)} = \frac{1}{2}\left(1 - \mathrm{erf}\left[\frac{\delta_c}{\sqrt{2}\sigma_M(z)}\right]\right)\,. \tag{363}$$

Press & Schechter (1974) sugeriram que esta expressão, $f(\mathcal{M})$, é a fração de matéria em um volume de raio r cuja contraste de densidade excede δ_c. A variância da flutuação de densidade é:

$$\sigma_M^2 \equiv \left\langle \left(\frac{\delta\mathcal{M}}{\mathcal{M}}\right)^2 \right\rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^{\infty} |\delta_k|^2 W^2(k\,r)\,\mathrm{d}^3k\,. \tag{364}$$

A evolução cosmológica está "embutida" na variância da flutuação de densidade, $\sigma_M(z)$. Este termo pode ser escrito da seguinte forma:

$$\sigma_M(z) = \sigma_M \times \frac{\delta_+(z)}{\delta_+(0)}\,. \quad \text{Se } z \gg 0 \;\Rightarrow\; \sigma_M(z) \approx \frac{\sigma_M}{1+z}\,, \tag{365}$$

onde $\delta_+(z)$ é o fator de crescimento de perturbações no regime linear dado pela Eq. (154). No universo Einstein–de Sitter o resultado acima é sempre válido, pois $\delta_+(z) \propto (1+z)^{-1}$.

A função janela, $W(x)$, é a transformada de Fourier do filtro espacial utilizado para alisar ('*smooth*') o campo de flutuações e calcular a variância, isto é, fazemos uma convolução entre um filtro espacial e o espectro de potência.

Diferenciando a Eq. (363) em relação à massa e multiplicado por $\overline{\rho}/\mathcal{M}$ e lembrando que $\overline{\rho} = \Omega_M \rho_c$, obtemos:

$$n(\mathcal{M})\,\mathrm{d}\mathcal{M} = -2\frac{\overline{\rho}}{\mathcal{M}}\frac{\partial f}{\partial \sigma_M}\frac{\partial \sigma_M}{\partial \mathcal{M}}\,\mathrm{d}\mathcal{M} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\overline{\rho}}{\mathcal{M}}\frac{\delta_c}{\sigma_M}\exp\left(-\frac{\delta_c^2}{2\sigma_M^2}\right)\left|\frac{\partial \ln \sigma_M}{\partial \mathcal{M}}\right|\,\mathrm{d}\mathcal{M}\,, \tag{366}$$

o que nos dá a distribuição de massa nos objetos (halos) virializados. Nesta expressão, Press & Schechter (1974) incluíram um fator 2, pois tomando o limite $\sigma_M \to 0$ na Eq. (363) obtemos $f(M) = 1/2$, ou seja, apenas metade da matéria no Universo estaria em estruturas virializadas. Uma dedução mais rigorosa da conjectura de Press & Schechter introduz o fator 2 naturalmente (Bond et al., 1991).

Para utilizarmos a Eq. (366) devemos definir algumas grandezas. Em primeiro lugar, queremos que os picos de densidade colapsem, portanto, o contraste de densidade δ_c deve ser da ordem de um. Em regra geral (Narayan & White, 1988, e todos os trabalhos posteriores), tomamos $\delta_c = 1{,}686$, o contraste de densidade no momento do colapso obtido pela extrapolação da teoria linear [veja a Eq. (340)].

Os filtros mais "populares" utilizados no cálculo de σ_M são o gaussiano e o *top-hat* (ou função *Heaviside*), Fig. 202. Para este último, a transformada de Fourier é dada por:

$$W(x) = 3(\operatorname{sen} x - x\cos x)/x^3\,, \tag{367}$$

(a transformada de Fourier do filtro gaussiano é ... uma gaussiana).

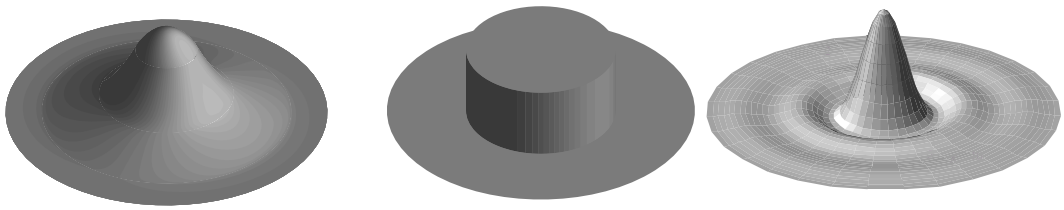


Figura 202: Exemplo de filtros em 2 dimensões. **Esquerda**: gaussiano; **Meio**: 'top-hat' (cartola); **Direita**: transformada de Fourier do filtro top-hat.

Por último, definimos o espectro de potência como $P(k) = |\delta_k|^2 = A\,k^n$, cf. Eq. (175), isto é, usando uma aproximação em lei de potência, válida em um pequeno intervalo de número de onda, k.

Com isto, temos todos os ingredientes para calcular σ_M pela Eq. (364), exceto a normalização, A. Como vimos na seção 3.4, normalizamos σ_M da seguinte forma:

$$\sigma_M(r = 8h^{-1}\mathrm{Mpc}) \equiv \sigma_8 = \frac{\sigma_{\text{galáxias}}(8h^{-1}\mathrm{Mpc})}{b} = \frac{1}{b}\,, \tag{368}$$

onde b é o parâmetro de *bias*. Quando $b = 1$, dizemos que não há *bias*, a matéria e a 'luz' (melhor dizendo a matéria bariônica na forma de estrelas em galáxias) se aglomeram de forma semelhante; se $b > 1$ então a 'luz' se aglomera mais do que os halos de matéria escura (cf. fim da seção 3.4). Utilizando esta normalização, obtemos:

$$\sigma_M^2(r) = \frac{1}{b^2}\left(\frac{r}{8h^{-1}}\right)^{-(3+n)}\,. \tag{369}$$

Para calcularmos a variância em função da massa contida em r, utilizamos simplesmente $\mathcal{M} = (4\pi r^3/3)\overline{\rho}$. Para simplificar a notação, também podemos definir $\sigma_M(\mathcal{M}_*) = \delta_c(1+z)$, observando a escala característica da gaussiana na Eq. (363). Isto resulta em:

$$\begin{aligned} \sigma_M &= \delta_c(1+z)\left(\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{M}_*}\right)^{-(3+n)/6}\,; \\ \mathcal{M}_* &= \frac{4\pi}{3}\Omega_M\rho_c\left(8h^{-1}\right)^3\left[b\,\delta_c(1+z)\right]^{-6/(3+n)}\,. \end{aligned} \tag{370}$$

Se tivéssemos utilizado um filtro gaussiano, o fator '$4\pi/3$' na expressão acima deveria ser trocado por '$(2\pi)^{3/2}$'. Note que este é o mesmo resultado que já vimos na Eq. (177). O valor de $\mathcal{M}_*$ pode ser expresso como:

$$\mathcal{M}_* \approx 2{,}6\times 10^{14}(1+z)^{-3/2}h^{-1}\Omega_M\,M_\odot\,, \tag{371}$$

para $b = 1$ e $n = 1$.

Podemos calcular agora a distribuição de massas dos objetos colapsados, Eq. (366):

$$n(\mathcal{M})\,\mathrm{d}\mathcal{M} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{3+n}{3}\rho_c\,\Omega_M\left(\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{M}_*}\right)^{(3+n)/6}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{M}_*}\right)^{(3+n)/3}\right]\frac{\mathrm{d}\mathcal{M}}{\mathcal{M}^2}\,. \tag{372}$$

Note que a dependência temporal desta expressão está unicamente em $\mathcal{M}_*$. Integrando a distribuição diferencial acima, obtemos o número de objetos colapsados (e virializados) com massa maior que $\mathcal{M}$ e em função do *redshift*.

Tomando um espectro de potência mais realista, por exemplo de CDM dado pela aproximação de (veja Eq. (180) e Bardeen et al., 1986):

$$P(k) = |\delta_k|^2 = |\delta_k|_i^2\, T^2(k) \propto k^n \left[\frac{\ln(1+2{,}34q)}{2{,}34q\,(1+3{,}89q+(16{,}1q)^2+(5{,}46q)^3+(6{,}71q)^4)^{1/4}}\right]^2 , \qquad (373)$$

onde $q \equiv k/(\Omega_M h^2)$, podemos calcular numericamente a variância σ_M e a distribuição integrada de massas dos halos colapsados:

$$N(>\mathcal{M}) = \int_{\mathcal{M}}^{\infty} n(\mathcal{M})\,\mathrm{d}\mathcal{M}\,. \qquad (374)$$

A Fig. 203 mostra a variância, σ_M em função da massa e do raio para o caso ΛCDM baseado em um ajuste aproximado do espectro de potência apresentado na Fig. 84. A função de massa de Press-Schechter, para os casos CDM *standard* ($\Omega_M = 1$, $\sigma_8 = 1$, $n = 1$) e ΛCDM são mostrados nas figuras 204 e 205.

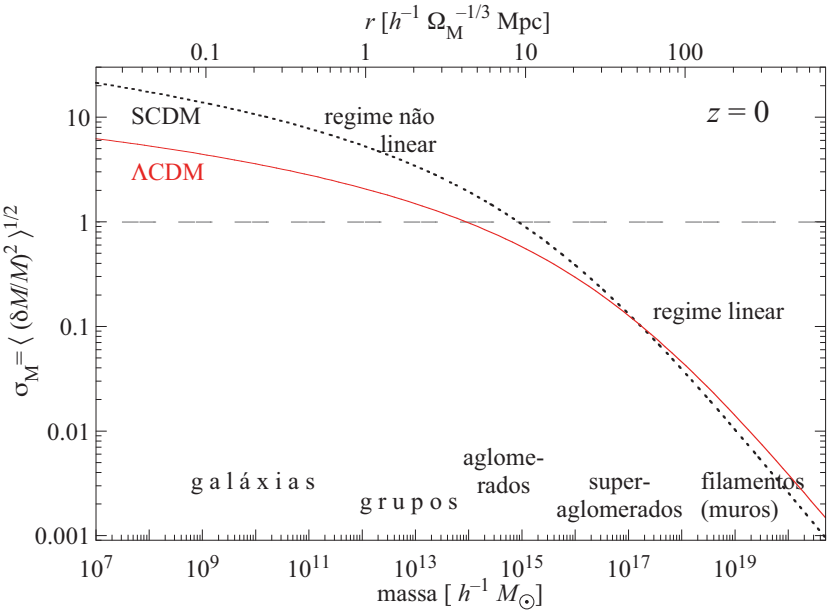


Figura 203: Variância da flutuação de massa, σ_M para os cenários ΛCDM (com $n = 0{,}96$ e $\sigma_8 = 0{,}8$) e SCDM ($n = 1$ e $\sigma_8 = 1$) em $z = 0$. A linha horizontal tracejada é a fronteira entre o regime linear e não linear das flutuações de densidade.

Conhecendo a razão $\mathcal{M}/L$ para os objetos colapsados, os resultados acima podem ser comparados com a função de luminosidade observada de galáxias ou aglomerados de galáxias (seção 9.3).

A função de Press-Schechter compara-se muito bem com a função de massa obtida em simulações cosmológicas (p.ex., Jenkins et al., 2001), mas não perfeitamente: A função de P–S tende a superestimar a abundância de halos de baixa massa e subestimar a abundância no caso de halos maciços.

Assim, outras funções foram propostas, em geral calibradas pela função de massa obtida em grandes simulações numéricas de formação de estrutura. Sheth & Tormen (1999) propuseram um modelo que se ajusta melhor à função de massa medida em simulações numéricas:

$$n(\mathcal{M})\,\mathrm{d}\mathcal{M} = A\sqrt{\frac{2a}{\pi}}\,\frac{\overline{\rho}}{\mathcal{M}}\,\frac{\delta_c}{\sigma_M}\left[1+\left(\frac{\sigma_M^2}{a\delta_c^2}\right)^p\right]\exp\left(-\frac{a\delta_c^2}{2\sigma_M^2}\right)\left|\frac{\partial \ln \sigma_M}{\partial \mathcal{M}}\right|\mathrm{d}\mathcal{M}\,, \qquad (375)$$

onde $A = 0{,}322$, $p = 0{,}3$ e $a = 0{,}707$. Mais recentemente, Tinker et al. (2008) propuseram várias funções de massa adequadas a diferentes cenários cosmológicos e para *redshift* $z < 2$.

8.5 Momento angular de galáxias

Os halos de matéria escura não são exatamente esféricos (talvez sejam completamente irregulares!), assim como a distribuição dos bárions no seu interior. No cenário hierárquico, pequenos halos – proto-galáxias – que colapsam primeiro fusionam-se entre si para formarem as galáxias que observamos; nestas interações,

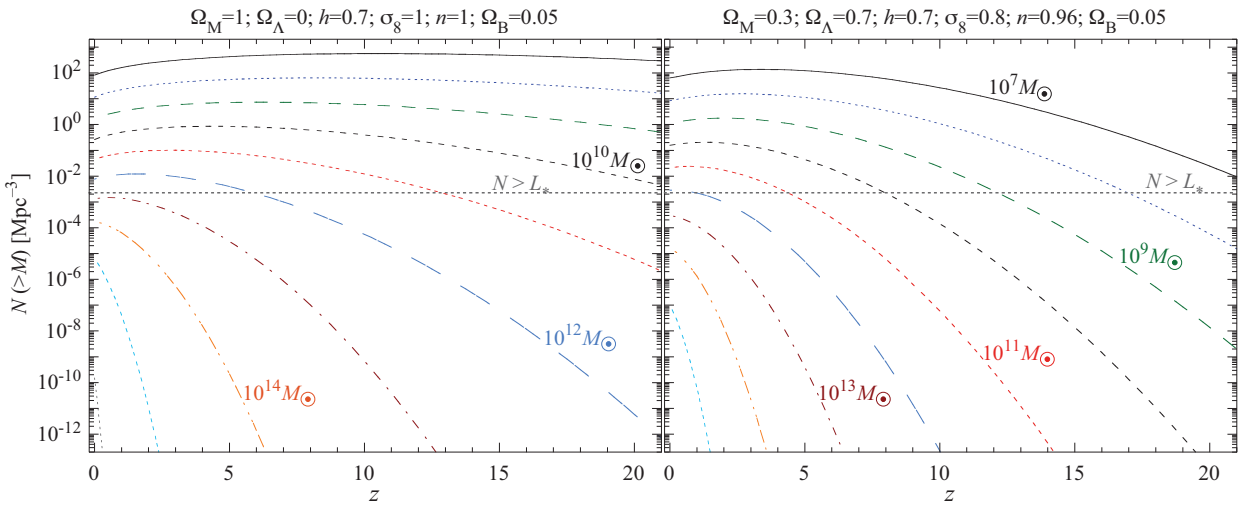


Figura 204: Distribuição de massas em função do *redshift* de halos colapsados (de 10^7 a $10^{16} M_\odot$). O traço horizontal indica o densidade numérica de galáxias com $L > L_*$ na banda V no Universo próximo. Esquerda: SCDM. Direita: ΛCDM.

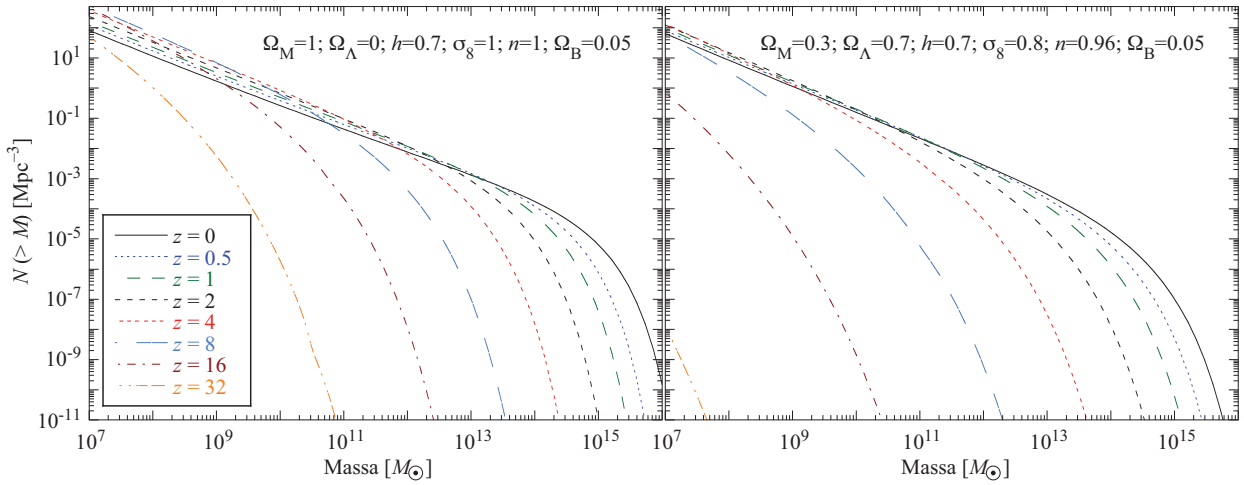


Figura 205: Distribuição integrada de massas de halos colapsados para diferentes *redshifts*. Esquerda: SCDM. Direita: ΛCDM.

como os objetos não são esféricos, há torques por efeito de maré (cf. seção 10.1.4) e as (proto-) galáxias adquirem momento angular.

Uma variante desta hipótese para origem do momento angular em galáxias é proposta por Vitvitska et al. (2002), que sugerem que o principal mecanismo é via acréscimo de galáxias anãs (i.e., canibalismo galáctico) em halos maciços.

A questão da origem do momento angular em galáxias teve início com Hoyle (1949); Peebles (1969) retoma o problema e introduz o parâmetro adimensional de rotação ("*spin parameter*"):

$$\lambda \equiv \frac{L|E|^{1/2}}{G\,\mathcal{M}^{5/2}}\,, \tag{376}$$

onde L, E e $\mathcal{M}$ são o momento angular total, energia e massa do halo. Podemos interpretar este parâmetro da seguinte forma: um objeto em equilíbrio suportado pela rotação tem:

$$E_{\rm cinética} \approx \frac{1}{2}\mathcal{M}v_c^2\,, \quad |E|_{\rm potencial} \approx 0{,}4\frac{G\mathcal{M}^2}{r} \quad \text{e} \quad L_{\rm max} \approx \mathcal{M}rv_c\,, \tag{377}$$

onde o fator "0,4" é uma boa aproximação para sistemas auto-gravitacionais extragalácticos (veja seção 8.2). Usamos também o teorema do virial, $2E_{\rm cinética} + E_{\rm potencial} = 0$ e conservação de energia, $E = E_{\rm cinética} +$

$E_{\rm potencial}$. A grandeza $L_{\rm max}$ é o maior momento angular que um sistema de massa $\mathcal{M}$ e energia E pode ter; manipulando as equações acima obtemos:

$$L_{\rm max} \approx 0{,}4 \frac{G\mathcal{M}^{5/2}}{\sqrt{|E|}} \,. \tag{378}$$

Isto implica que:

$$\lambda \approx 0{,}4 L/L_{\rm max} \approx \begin{cases} 0\,; & \text{sistemas suportados pela dispersão de velocidade;} \\ 0{,}4\,; & \text{sistemas suportados por rotação.} \end{cases} \tag{379}$$

Uma forma aproximadamente equivalente de se definir o parâmetro de rotação é:

$$\lambda = \frac{L/\mathcal{M}}{\sqrt{2} r_{\rm vir} v_{\rm circ}} \,, \tag{380}$$

em termos do momento angular específico, $L/\mathcal{M}$ e das grandezas definidas na seção 8.2, raio do virial e velocidade circular, cf. Eq. (352).

Simulações numéricas mostram que a distribuição de λ (a probabilidade de se obter um dado valor) em um Universo dominado por matéria escura fria segue uma lei "lognormal" (Fig. 206):

$$P(\lambda) = \frac{1}{\sigma_\lambda \sqrt{2\pi}} \frac{1}{\lambda} \exp\left[-\frac{\ln^2(\lambda/\langle\lambda\rangle)}{2\sigma_\lambda^2} \right] \,. \tag{381}$$

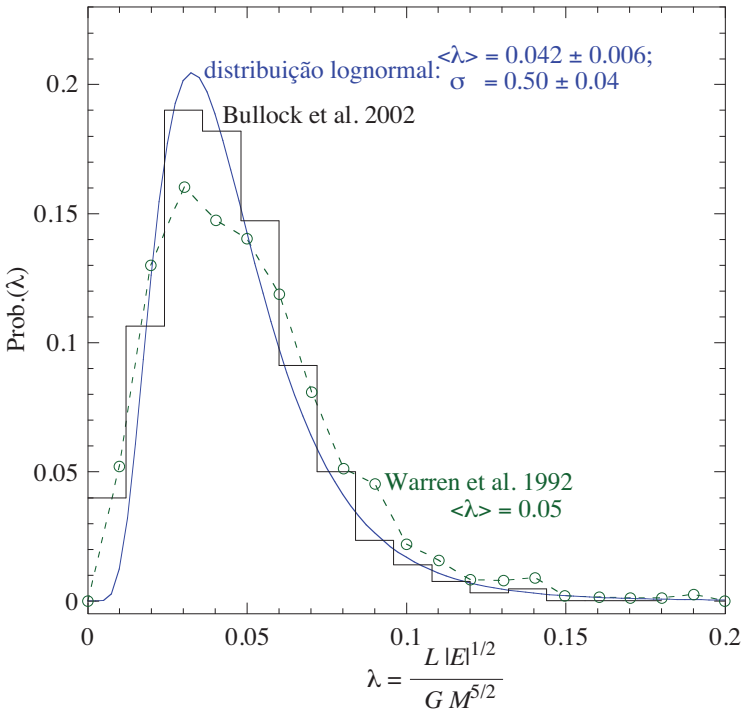


Figura 206: Distribuição do parâmetro de rotação de halos formados em simulações de Universos dominado por CDM (cenário hierárquico). A linha contínua representa a distribuição lognormal, Eq. (381).

A distribuição do parâmetro de rotação é caracterizada por $\langle\lambda\rangle = 0{,}042 \pm 0{,}006$ e $\sigma_\lambda = 0{,}50 \pm 0.04$ (Warren et al., 1992; Bullock et al., 2001). Este resultado é relativamente independente do espectro de potência inicial das perturbações primordiais e dos parâmetros cosmológicos Ω_M e Ω_Λ.

Contudo, as galáxias espirais são suportadas por rotação, ou seja, $L \sim L_{\rm max}$ o que implica (e é observado) $\lambda_{\rm espirais} \sim 0{,}4$–$0{,}5$.

A questão é, de onde vem tanta rotação? A origem está no colapso, onde há conservação de massa e momento angular, e dissipação de energia (resfriamento dos bárions). Como $|E| \propto r$ e $\lambda \propto \sqrt{|E|}$, temos $\lambda \propto 1/\sqrt{r}$.

Mas se quisermos que λ passe de $\sim 0{,}05$ a $\sim 0{,}5$ o raio do sistema colapsado deve ser 100 vezes menor que o raio inicial. Para galáxias como M31 ou a Via Láctea isto significa um proto-disco com $r \approx 1{,}5\,$Mpc

de raio. Outra dificuldade é a escala de tempo de colapso, para esta razão entre raio inicial e final, da ordem ou maior que H_0^{-1}.

Estas dificuldades desaparecem se o proto-disco estiver imerso em um halo de matéria escura (Fall & Esftathiou, 1980). Neste caso, o parâmetro de rotação inicial do proto-disco é o mesmo do halo de matéria escura (que tem massa muito maior que o proto-disco). Além disto, o momento angular específico é o mesmo para o disco e halo (pois o material do proto-disco e halo sofrem o mesmo torque externo de outras galáxias), e deve ser conservado. Assim, a razão entre os parâmetros de rotação inicial (ie., do halo) e final do disco é:

$$\frac{\lambda_h}{\lambda_d} = \frac{L_d}{L_h}\left(\frac{|E_d|}{|E_h|}\right)^{1/2}\left(\frac{\mathcal{M}_d}{\mathcal{M}_h}\right)^{-5/2} = \left(\frac{|E_d|}{|E_h|}\right)^{1/2}\left(\frac{\mathcal{M}_d}{\mathcal{M}_h}\right)^{-3/2} . \tag{382}$$

A razão entre a energia inicial (essencialmente do halo) e final (do disco) é:

$$\frac{|E_d|}{|E_h|} \approx \left(\frac{\mathcal{M}_d}{\mathcal{M}_h}\right)^{2}\left(\frac{r_d}{r_h}\right)^{-1} . \tag{383}$$

Desta forma, podemos deduzir qual é o fator de colapso necessário para que o disco adquira rotação suficiente para se sustentar (isto é, atingir $\lambda \approx 0{,}5$):

$$\frac{\lambda_h}{\lambda_d} \approx \left(\frac{r_d}{r_h}\right)^{1/2}\left(\frac{\mathcal{M}_d}{\mathcal{M}_h}\right)^{-1/2} . \tag{384}$$

Para que λ aumente de um fator ~ 10, o colapso do material do disco dever ser de apenas um fator ~ 10 (e não 100 como no caso do disco sem halo), já que $\mathcal{M}_h/\mathcal{M}_d \sim 10$.

Se não houver transferência de momento angular do disco, $L_\mathrm{d}/\mathcal{M}_\mathrm{d} = L_\mathrm{h}/\mathcal{M}_\mathrm{h} = 2v_c r_d$, para o halo. Usando o teorema do virial e a definição de λ pode-se mostrar que:

$$r_d \approx \frac{G\mathcal{M}_d}{v_c^2}\,\lambda\,. \tag{385}$$

Tomando valores típicos, $\mathcal{M} = 10^{11} M_\odot$, $v_c = 200\,\mathrm{km\ s^{-1}}$ e $\lambda = 0{,}5$, obtemos $r_d \approx 3{,}5\,\mathrm{kpc}$, que está de acordo com as observações.

Modelos mais sofisticados podem também prever o raio (na verdade o fator de escala) do disco em função do *redshift*. Globalmente este cenário, valor de λ e r_d, é confirmado pelas observações. Contudo, simulações cosmológicas de N-corpos têm dificuldade em reproduzir, em detalhes, a rotação e escala de discos, i.e., a relação de Tully-Fisher, quando não levam em conta a hidrodinâmica do gás e os processos de *feedback*.

8.6 Colapso monolítico X modelo hierárquico

O principal mecanismo que rege a formação de estruturas, de estrelas até aglomerados de galáxias, é a instabilidade gravitacional. No caso de galáxias, pequenas flutuações de densidade que ocorrem no universo primordial, crescem até chegar um ponto em que colapsam (caem em queda livre) e formam uma estrutura ligada gravitacionalmente em equilíbrio.

Eggen, Lynden-Bell & Sandage (1962) propuseram o chamado cenário de colapso monolítico para a formação da Via Láctea. Eles notaram que as estrelas pobres em metais têm órbitas mais radiais e um movimento na direção perpendicular ao plano galáctico importante, diferente das estrelas como o Sol que são ricas em metais e giram no plano da Via Láctea. Baseado nisto, sugeriram que a Galáxia se formou do colapso rápido ($\tau \sim 10^8$ anos) de uma nuvem pobre em metais, aproximadamente esférica, que tinha uma certa quantidade de momento angular (rotação). Tomando a massa de cerca de $5{,}5 \times 10^{11}\,M_\odot$ em um raio de 50 kpc hoje (apropriada para Via Láctea), o tempo de colapso é $\sim 2 \times 10^8$ anos [usando a fórmula (336) e lembrando que o raio de *turn-around* é $2\times$ o raio final]. As estrelas que povoam o halo teriam se formado deste gás durante o colapso. O restante do gás termina formando um disco em rotação (devido a conservação do momento angular e dissipação de energia pelo gás), as próximas gerações de estrelas são formadas nos braços espirais que se desenvolvem. As estrelas formadas posteriormente são feitas de gás já enriquecido em metais pelas supernovas.

O modelo de colapso monolítico pode ser estendido às outras galáxias. No caso das elípticas (Larson, 1974), a maior parte do gás é consumido (i.e., transformado em estrelas) antes ou durante o colapso. Assim, a maior parte das estrelas são formadas juntas no início e não sobra gás para formar um disco como nas

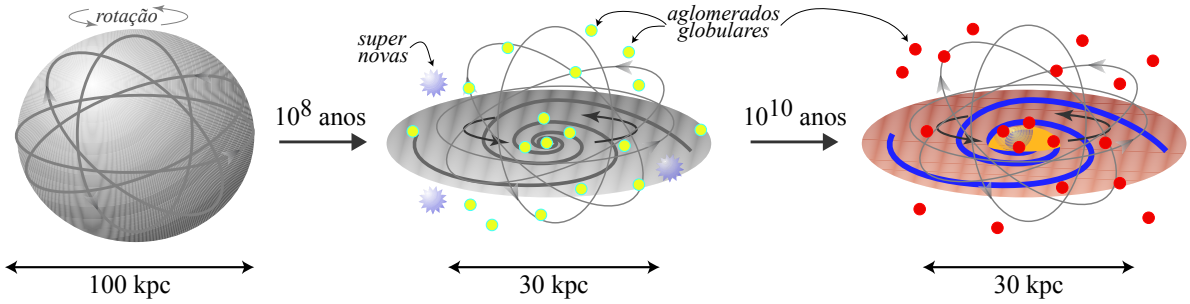


Figura 207: Cenário monolítico para formação de galáxias. Uma nuvem de gás (e matéria escura) em rotação colapsa em queda livre. Durante a queda, há fragmentação e formação de aglomerados globulares e algumas estrelas. O meio é pouco enriquecido devido à rápida escala de tempo de colapso. O gás que não forma estrelas dissipa energia ao colapsar e se assenta em um disco em rotação; neste disco há formação gradual de estrelas, mantendo a cor "azulada" e enriquecendo o meio.

espirais. Neste cenário, as propriedades das galáxias são definidas durante o nascimento. O que definiria se uma galáxia se torna elíptica ou espiral é o momento angular e a amplitude da perturbação $\delta\rho/\rho$ primordial. Quanto maior o momento angular específico (por unidade de massa) e menor a amplitude da flutuação de densidade primordial, maior é a probabilidade da galáxia se tornar uma espiral.

O modelo do colapso monolítico tem suas limitações, não explica naturalmente, por exemplo, a distribuição de metalicidade dos aglomerados globulares (nem todos são pobres em metais, portanto alguns aglomerados globulares devem se formar mais tarde) e não explica por que o halo da Galáxia não possui rotação significativa (porque só a componente bariônica do disco possui momento angular específico elevado?).

Um cenário alternativo foi proposto Searle & Zinn (1978), e desenvolvido por White & Rees (1978); Peebles (1982); Blumenthal et al. (1984); White & Frenk (1991), entre outros, onde o halo estelar da nossa galáxia é formado gradualmente pela fusão de unidades menores (proto-galáxias). Este cenário virou um sucesso quando foi reconhecido que a maior parte da matéria do universo é "exótica", conhecida como matéria escura. Nos modelos cosmológicos dominados por matéria escura fria (CDM)[44]os primeiros objetos a se formarem têm massa comparável aos aglomerados globulares, sendo que quanto maior a massa mais tarde o objeto se forma. Naturalmente, galáxias de massa superior a $\sim 10^{10} M_\odot$ se formariam da fusão de unidades menores. Este processo ficou conhecido como *cenário hierárquico* (veja também Sec. 3.4.4). Neste caso, as propriedades das galáxias dependem essencialmente de como estes objetos evoluem (ver mais abaixo uma descrição dos processos evolutivos).

Nos primeiros halos de baixa massa que se formam, a formação estelar tem início mais cedo e, ingenuamente podemos pensar, sugerem que galáxias de menor massa tenham população mais antiga. Por outro lado, observações (Drory et al., 2005) mostram a existência de galáxias de alta massa, com populações estelares evoluídas e enriquecidas com metais em $z \gtrsim 3$, correspondendo a época em que o universo tinha apenas cerca de 2 bilhões de anos. *Aparentemente*, estas elípticas podem ter se formado por um colapso monolítico.

Contudo, halos de menor massa se formam mais cedo em regiões onde a densidade média da região é superior à densidade média do Universo (por exemplo, na região que se tornará um aglomerado de galáxias em $z \sim 0$). Estes halos menores se fundem e podem formar as galáxias de maior massa que terão herdado uma população estelar já velha. Assim, o cenário hierárquico prevê uma relação galáxia de alta massa $\leftrightarrow$ população estelar antiga, galáxia de baixa massa $\leftrightarrow$ formação estelar ainda em andamento (os halos de baixa massa que não se fundiram devem estar em regiões de menor densidade). Este fenômeno é chamado *downsizing* (Cowie et al., 1996). Qualitativamente isto concorda com as observações, mas quantitativamente é necessário evocar uma taxa de formação estelar mais intensa no passado, em $z \gtrsim 3$, que não é exatamente o que se observa (veja p.ex., Fig. 236).

Finalmente, um aspecto fundamental a ser levado em conta é a **evolução secular** das galáxias. Por evolução secular entendemos o conjunto de processos que operam na galáxia já formada, em uma escala de tempo maior que o tempo dinâmico do objeto: evolução da população estelar, transferência de matéria (p.ex., do disco para o bojo através de barras, queda de gás frio do halo), fusões e canibalismo galáctico,

[44]Nos modelos dominados por matéria escura quente, as primeiras estruturas que colapsam tem massa superior aos aglomerados de galáxias, e estruturas menores se formam por fragmentação (veja Sec. 3.4.3).

interação com o meio ambiente (p.ex, em aglomerados de galáxias), etc... Estes processos alteram as galáxias, tanto morfologicamente como fotometricamente e espectroscopicamente.

9 Função de luminosidade

9.1 Definição da Função de Luminosidade

A *função de luminosidade* nos dá a densidade numérica de galáxias em função da magnitude, podendo ser (I) na forma diferencial, número de galáxias por unidade de magnitude (ou luminosidade), ou (II) na forma integrada, número de galáxias com magnitude superior a uma magnitude dada (ou luminosidade menor que uma luminosidade dada).

Com a função de luminosidade podemos estimar, em princípio, a luminosidade total no Universo contida nas galáxias, estimar a função de correlação em 3 dimensões a partir de observações (feitas em 2 dimensões, projetadas no plano do céu), utilizar na correção de vieses e efeitos de seleção, etc. . . [veja a revisão de Binggeli et al. (1988)].

A função de luminosidade é uma função de distribuição de luminosidades de objetos de uma dada amostra (galáxias de campo, aglomerado, grupos, ou elípticas, espirais, etc. . .). Na prática, é utilizada luminosidades em uma banda e não luminosidades bolométricas. Se $\nu(r,M)$ é a densidade numérica de galáxias com magnitudes entre M e $M + \mathrm{d}M$, podemos definir a função de luminosidade, $\phi(M)$ como:

$$\nu(r,M)\,\mathrm{d}M\,\mathrm{d}r = \phi(M)\,n(r)\;\mathrm{d}M\,\mathrm{d}r\,, \tag{386}$$

onde $n(r)$ é a densidade numérica de galáxias (de todas as magnitudes). Apesar da definição (386) ser rigorosa – desde que a magnitude e a posição das galáxias não sejam correlacionadas – a função de luminosidade é em geral dada por unidade de volume (normalmente, Mpc^{-3}). A função de luminosidade também pode ser dada em função da luminosidade, $\phi(L)$.

Como ϕ é uma função de distribuição, ela deve (ou deveria) ser normalizada da seguinte forma:

$$\int_0^\infty \phi(L')\,\mathrm{d}L' = 1 \quad \text{ou} \quad \int_{-\infty}^\infty \phi(M')\,\mathrm{d}M' = 1\,. \tag{387}$$

Com esta normalização a luminosidade total por unidade de volume de todas as galáxias de uma dada amostragem (em uma banda espectral) é:

$$\frac{L_{\rm tot}}{\rm volume} = \int_0^\infty L'\,\phi(L')\,\mathrm{d}L'\,. \tag{388}$$

A função de luminosidade integrada, $\Phi(L)$, é dada por:

$$\Phi(L) = \int_L^\infty \phi(L')\,\mathrm{d}L' \quad \text{ou} \quad \Phi(M) = \int_{-\infty}^M \phi(M')\,\mathrm{d}M'\,. \tag{389}$$

As definições acima têm várias dificuldades. As amostragens de galáxias só são completas até uma certa magnitude limite, o que torna impraticável a extrapolação para $L \to 0$. Isto implica que a utilização da fórmula (388) para determinar a luminosidade total não pode ser aplicada diretamente.

9.2 Determinação da FL

Estimar a função de luminosidade a partir de um catálogo de galáxias não é trivial devido ao *bias* introduzido pela truncatura da amostragem (limitado pelo fluxo ou *redshift*). A determinação da função de luminosidade (integral ou diferencial) pode ser feita de forma paramétrica ou não paramétrica, esta última baseada em uma função analítica cujos parâmetros são ajustados aos dados observacionais. Uma discussão crítica dos métodos utilizados na determinação da função de luminosidade pode ser encontrada em Takeuchi et al. (2000).

9.2.1 Métodos não paramétricos

O primeiro método aplicado na determinação da função de luminosidade, o chamado "método clássico", consistia simplesmente em estimar $\Phi(M) = N/V$, onde N é o número de objetos com magnitude absoluta menor que M e V é o volume da amostra.

Schmidt (1968) propôs o método conhecido como $1/V_{\rm max}$ para amostras limitadas em magnitude (ou luminosidade). Este método, proposto originalmente no estudo de QSOs e aperfeiçoado por Felten (1976) e Eales (1993), estima a função de luminosidade diferencial da seguinte forma:

$$\phi(M)\Delta M = \sum_{i=1}^{N_{\rm obs}} \frac{1}{V_{\rm max}}\,, \tag{390}$$

onde $V_{\rm max}$ é o volume máximo em que um objeto de magnitude M (ou fluxo f_i a distância r_i) pode ser detectada,

$$V_{\rm max} \equiv \Omega_{\rm amostra} \frac{r_{\rm max}^3}{3} \; ; \; r_{\rm max} = r_i \left(\frac{f_i}{f_{\rm min}} \right)^{1/2} , \tag{391}$$

onde $\Omega_{\rm amostra}$ e $f_{\rm min}$ são o ângulo sólido e o menor fluxo coberto pela amostra; $N_{\rm obs}$ é o número de galáxias da amostra entre M e $M + \Delta M$.

O método $1/V_{\rm max}$ tem a limitação de supor que a densidade numérica de objetos é constante. Isto pode ser aplicado em primeira aproximação, por exemplo, para galáxias de campo, mas não para aglomerados e grupos.

Um método que é independente da densidade, proposto por Turner (1979); Kirshner, Oemler & Schechter (1979) e aperfeiçoado por Yahil et al. (1991), tem por base a razão entre o número de galáxias com magnitude absoluta entre M e $M + {\rm d}M$ e o número total de galáxias com magnitude superior a M por unidade de volume. Este método pode ser formulado como um problema de máxima verossimilhança: dada uma galáxia i a distância r_i, qual é a probabilidade que ela esteja no intervalo $M > M_i > M + {\rm d}M$? Esta probabilidade é simplesmente $\Phi(M_i)$, normalizada pela integral de $\Phi(M)$ para $M < M_{\max(r_i)}$. Podemos escrever:

$$\frac{n(\text{entre } M \text{ e } M + {\rm d}M)}{n(< M)} \equiv \frac{\phi(M) n(r) \, {\rm d}M}{\int_{-\infty}^{M} \phi(M') n(r) \, {\rm d}M'} = \frac{\phi(M) \, {\rm d}M}{\Phi(M)} . \tag{392}$$

Neste caso, a densidade $n(r)$ se cancela se ϕ e n são independentes um do outro.

9.2.2 Descrições paramétricas da função de luminosidade

Uma vez determinada de forma não paramétrica, costuma-se ajustar este resultado a uma expressão analítica simples.

A primeira determinação data de 1936, quando Hubble utilizando o método clássico, afirmou que a função de luminosidade seria gaussiana, com uma dispersão $\sigma = 0{,}84$ mag. Ele baseou-se na dispersão observada da relação velocidade–magnitude mas ignorou os efeitos de seleção. A medida que observações de galáxias mais fracas foram se acumulando, verificou-se que a função de luminosidade era, na realidade, assimétrica.

Zwicky (1957) propôs uma função de luminosidade monotônica, $\phi(M) \propto 10^{0{,}2\,M}$ (ou $\phi(L) \propto L^{-0.5}$), utilizando galáxias de campo.

Kiang (1961) estudando galáxias de campo, mas também de aglomerados, sugere a seguinte função de luminosidade:

$$\phi(M) = \left\{ \begin{array}{ll} x^3 \, ; & 0 < x < 3 \\ 10^{0{,}2x} \, ; & 2{,}5 < x < 8 \end{array} \right. \; ; \; x \equiv M - M_0 \, ; \; M_0 = -22{,}0 - 5 \log h \, . \tag{393}$$

Abell (1965), baseado no estudo de aglomerados de galáxias, propõe uma função de luminosidade integrada da seguinte forma:

$$\log \Phi(< m) = \left\{ \begin{array}{ll} k_1 + s_1 m \, ; & m < m^* \\ k_2 + s_2 m \, ; & m > m^* \end{array} \right. \; ; \quad \text{p/ Coma: } m^* = 14{,}7 \, , \left\{ \begin{array}{l} k_1 = -9{,}2 \, ; \; s_1 = 0{,}78 \, ; \\ k_2 = 1{,}4 \, ; \; s_2 = 0{,}25 \, . \end{array} \right. \tag{394}$$

Como Abell lida com aglomerados e, neste caso, podemos considerar as galáxias à mesma distância, a utilização de m ou M é indiferente (a menos de uma constante).

Todas estas formas analíticas apresentadas acima caíram em desuso após a introdução da chamada função de Schechter (1976):

$$\begin{aligned} \phi(L) \, {\rm d}L &= \phi^* \left(\frac{L}{L^*} \right)^{\alpha} e^{-L/L^*} \frac{{\rm d}L}{L^*} \quad \text{ou, em magnitude,} \\ \phi(M) \, {\rm d}M &= (0{,}4 \ln 10) \, \phi^* \, 10^{-0{,}4(\alpha+1)(M-M^*)} \exp \left[-10^{-0{,}4(M-M^*)} \right] {\rm d}M \, . \end{aligned} \tag{395}$$

Praticamente todo estudo de função de luminosidade faz referência aos parâmetros livres da Eq. (395).

Uma das motivações para a utilização da função de Schechter é sua forma ser equivalente à função de Press & Schechter que descreve a distribuição de matéria (halos de matéria escura, no cenário hierárquico dominado por matéria escura). Devemos lembrar, contudo, que estas duas funções não são equivalente e descrevem processos físicos bem distintos.

Outro fator que faz com que a função de Schechter seja popular é sua simplicidade analítica. Por exemplo, a densidade média de galáxias é simplesmente:

$$n = \int_{L_{\rm min}}^{\infty} \phi(L)\ {\rm d}L = \phi^* \Gamma\left(\alpha+1, \frac{L_{\rm min}}{L^*}\right)\ \frac{\text{galáxias}}{\text{volume}}\ , \tag{396}$$

e a densidade de luminosidade, j, se escreve:

$$j = \int_{L_{\rm min}}^{\infty} \phi(L)\, L\ {\rm d}L = \phi^*\, L^*\, \Gamma\left(\alpha+2, \frac{L_{\rm min}}{L^*}\right)\ \frac{\text{luminosidade}}{\text{volume}}\ , \tag{397}$$

onde $\Gamma(a,x)$ é a função gama incompleta e $\lim_{x\to 0}\Gamma(a,x) = \Gamma(a)$.

9.2.3 Estimativas da função de luminosidade

Quando medimos a função de luminosidade devemos especificar quando se trata do campo ou aglomerados ou grupos (ambientes diferentes); de galáxias de tipo *early* ou *late* ou anãs (dependência do tipo morfológico); em baixo ou alto *redshift* (efeitos evolutivos). Quando a função de luminosidade é medida para todos os tipos morfológicos sem distinção, dizemos que é a função de luminosidade universal.

A tabela 13 resume os resultados referentes à função de luminosidade no campo obtidos por diferentes "*surveys*".

Tabela 13: Comparação da função de densidade de luminosidade local de *surveys* de *redshift* (limitados por magnitude) recentes (Cross et al., 2001).

Survey	Referência	M^* $B+5\log h$	ϕ^* $h^3{\rm Mpc}^{-3}$	α	j_B $10^8 h L_\odot {\rm Mpc}^{-3}$
MilleniumGC	Driver et al. (2005)	-19,60	$1{,}77\times10^{-2}$	-1,13	1,99
2dF	Cross et al. (2001)	-19,75	$2{,}02\times10^{-2}$	-1,09	2,49
SSRS2	Marzke et al. (1998)	-19,43	$1{,}28\times10^{-2}$	-1,12	1,28
Durham/UKST	Ratcliffe et al. (1998)	-19,68	$1{,}7\times10^{-2}$	-1,04	2,02
ESP	Zucca et al. (1997)	-19,61	$2{,}0\times10^{-2}$	-1,22	2,58
LCRS †	Lin et al. (1996)	-19,19	$1{,}9\times10^{-2}$	-0,70	1,26
EEP	Efstathiou et al. (1988)	-19,68	$1{,}56\times10^{-2}$	-1,07	1,89
Stromlo/APM	Loveday et al. (1995)	-19,50	$1{,}40\times10^{-2}$	-0,97	1,35
Autofib	Ellis et al. (1996)	-19,20	$2{,}6\times10^{-2}$	-1,09	2,05
CfA ‡	Marzke et al. (1994)	-19,15	$2{,}4\times10^{-2}$	-1,00	1,71

† O LCRS usou o filtro r de Gunn. O valor de M^* foi convertido para M_B com $< b_j - R >_0 = 1{,}1$ para a banda B de Johnson (Lin et al. 1996).
‡ O CfA usou magnitudes de Zwicky. O valor de M^* foi convertido para M_B usando $\langle b_j - M_Z\rangle_0 = -0{,}35$ e ϕ^* foi reduzido de 60%.

Estes resultados são parametrizados pela função de Schechter, Eq. (395). Tomando-se o resultado médio destas medidas, obtemos um valor para a densidade média de luminosidade de $(2{,}0\pm0{,}2)\times10^8 h\, L_\odot{\rm Mpc}^{-3}$ na banda B. Combinando este resultado com a densidade média de matéria do Universo, Eq. (70), obtemos:

$$\frac{\mathcal{M}}{L_B} = \frac{\Omega_M\,\rho_c}{j_B} = (1385\pm140)\Omega_M h\,\frac{M_\odot}{L_\odot}\,. \tag{398}$$

Com os valores mais aceitos atualmente, $h = 0{,}7$ e $\Omega_M = 0{,}3$, $\mathcal{M}/L_B = (290\pm30)M_\odot/L_\odot$. A Figura 208 mostra os valores da razão massa–luminosidade obtidos para galáxias, grupos, aglomerados e superaglomerados de galáxias. Estes dados sugerem que $\mathcal{M}/L \to 200$–$300h\, M_{odot}/L_{odot}$, para dimensões maiores que $\sim 50h^{-1}$Mpc, o que implica em $\Omega_M \approx 0{,}2$–$0{,}3$ (Bahcall et al., 2000).

Outra questão relacionada com a função de luminosidade das galáxias é a estimativa da luminosidade de fundo extragaláctica (EBL, *extragalactic background light*), que é uma das componentes responsáveis pelo brilho superficial do céu. Esta componente foi mostrada na Fig. 29 da Sec. 2.6.

O brilho superficial do céu resulta de diversas componentes: brilho da atmosfera, luz zodiacal (luz solar espalhada pela poeira no plano da eclíptica), luz difusa da Galáxia (estrelas e luz espalhada pelo meio interestelar) e pela luz difusa extragaláctica (devido às galáxias). A contribuição da EBL pode ser

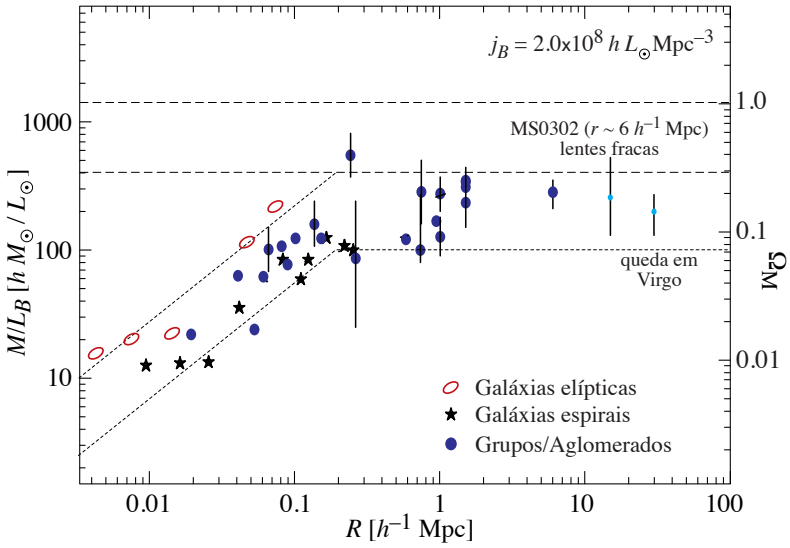


Figura 208: Razão massa–luminosidade na banda B em função da escala. O parâmetro de densidade, Ω_M é obtido supondo a densidade de luminosidade média dada no canto superior direito. As medidas de aglomerados são no interior de $1{,}5\, h^{-1}$Mpc. Figura baseada em Bahcall et al. (2000).

estimada integrando todas as fontes luminosas multiplicada pelo fluxo F de cada uma delas, em todo o volume observável do universo. Isto se escreve da seguinte forma:

$$SB_{\text{céu}} = \int_0^\infty F\, \mathrm{d}N = \int_0^\infty \int_0^\infty F\, \phi(L,z) \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right) \mathrm{d}z\ \mathrm{d}L\,, \tag{399}$$

onde o elemento de volume, $(\partial V/\partial z)$, foi obtido na Eq. (62). A evolução da função de luminosidade pode ser aproximada de forma grosseira como $\phi(L,z) = (1+z)^3\phi(L)$, onde efeitos evolutivos são desprezados (número e luminosidade de galáxias não se alteram). Usando a definição de distância de luminosidade, d_L reescrevemos a equação acima como:

$$SB_{\text{céu}} = \int_0^\infty \int_0^\infty \left(\frac{L}{4\pi d_L^2}\right) (1+z)^3 \phi(L) \frac{d_L^2}{(1+z)^5} \frac{4\pi\, c\, \mathrm{d}z}{H(z)}\, \mathrm{d}L = \int_0^\infty \phi(L) L\, \mathrm{d}L \int_0^\infty \frac{c\ \mathrm{d}z}{(1+z)^2 H(z)}\,, \tag{400}$$

onde $H(z)$ é o parâmetro de Hubble. Simplificando a expressão acima e usando o resultado dado na Eq. 397 obtemos:

$$SB_{\text{céu}} = j \frac{c}{H_0} \int_0^\infty \frac{\mathrm{d}z}{(1+z)^2 E(z)} \approx 0{,}6 \left\{ \begin{array}{lll} 2/5 & ; & \Omega_M = 1\ \ ;\Omega_\Lambda = 0\ \ ; \\ 0{,}53 & ; & \Omega_M = 0{,}3; \Omega_\Lambda = 0{,}7; \\ 1 & ; & \Omega_M = 0\ \ ;\Omega_\Lambda = 1 \end{array} \right\} L_\odot/\text{pc}^2\,. \tag{401}$$

onde $E(z) \equiv H(z)/H_0$ já foi vista na Sec. 2.8 e usamos $j = 2\times 10^8\, h\, L_\odot \text{Mpc}^{-3}$ na banda B. Transformando em magnitude por segundo de arco ao quadrado, isto corresponde a $\mu_{\text{céu}} \sim 28{,}4\,\text{mag/arcsec}^2$ na banda B. Vemos assim porque a noite é escura e o "Paradoxo de Olbers" é resolvido de forma quantitativa (veja seção 2.3.1 sobre este paradoxo).

O valor obtido acima é bem menos brilhante que o brilho superficial total observado, $\mu \approx 23{,}4\,\text{mag/arcsec}^2$ na banda B no espaço, mostrando que as contribuições mais importantes para o brilho do céu são as componentes zodiacais e Galácticas.

Os valores dados na tabela 13 acima são válidos para todas as galáxias de campo, independentemente do tipo morfológico. A figura 209 mostra graficamente a função de luminosidade para *diferentes* tipos morfológicos obtida pelo *survey* 2dF. É clara a dependência da função de luminosidade com o tipo morfológico: galáxias vermelhas são mais massivas e menos abundantes do que galáxias azuis.

A determinação da função de luminosidade para as galáxias menos luminosas é dificultada pelos '*bias*' e efeitos de seleção. A análise de amostras mais profundas (p.ex., Zucca et al., 1997) revela que a função de Schechter ajustada para galáxias mais brilhantes poderia subestimar o número de galáxias com $M_{bj} \gtrsim -15$ (ou $L \lesssim 10^8 L_\odot$). Neste caso, a função de Schechter, Eq. (395), pode ser modificada com a inclusão de um termo a mais em lei de potência:

$$\phi(L)\, \mathrm{d}L = \left[\phi_1^* \left(\frac{L}{L^*}\right)^{\alpha_1} + \phi_2^* \left(\frac{L}{L^*}\right)^{\alpha_2}\right] e^{-L/L^*} \frac{\mathrm{d}L}{L^*} \tag{402}$$

A figura 210 ilustra esta questão e pode ser comparada com o primeiro painel da Fig. 209.

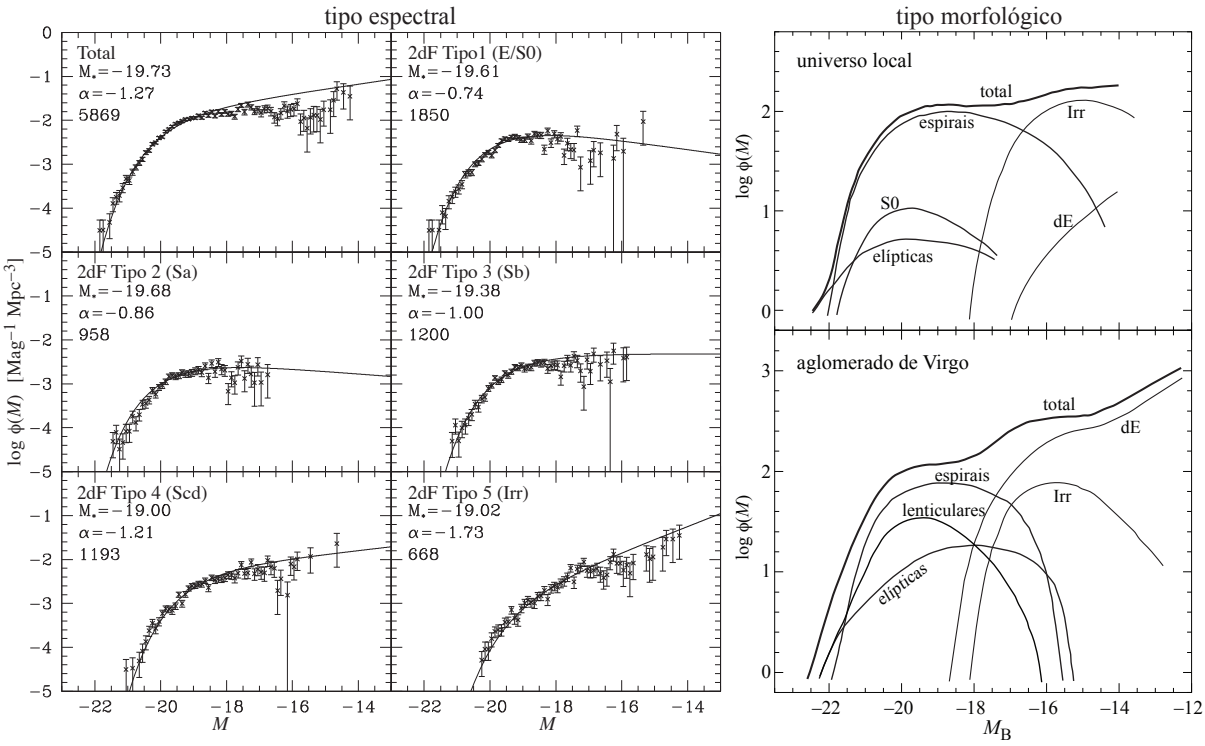


Figura 209: Esquerda: Função de luminosidade (incluindo correção K e incompleteza) segundo tipo espectroscópico. As linhas são ajustes da função de Schechter. Dados do *survey* 2dF (Folkes et al., 1999). Direita: Função de luminosidade segundo tipo morfológico para o campo (universo local) e para o aglomerado de Virgo (tirado de Binggeli et al., 1988).

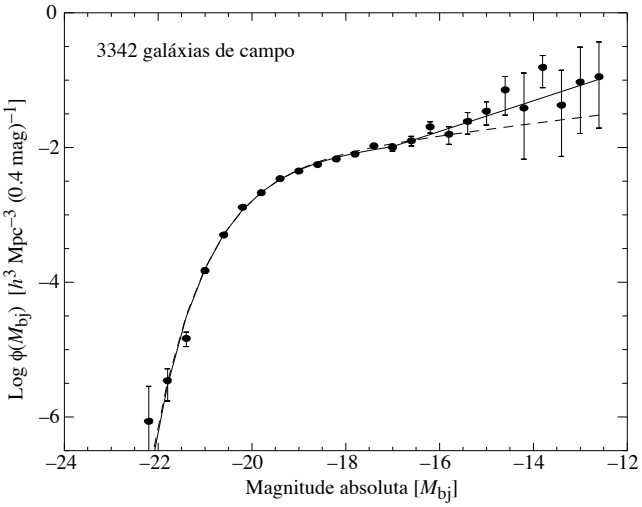


Figura 210: Função de luminosidade de galáxias de campo (em número de galáxias h^3 Mpc^{-3} em *bins* de 0,4 mag) para 3342 galáxias mais brilhantes que $Mb_J = -12{,}4 + 5\log h$. As linhas pontilhada e contínua correspondem a um ajuste de uma função de Schechter única e um ajuste de Schechter mais uma lei de potência [Eq. (402)], respectivamente (Zucca et al., 1997).

A função de luminosidade também pode depender do meio. A figura 211 mostra a diferença da função de luminosidade medida em aglomerados ricos e pobres. Nota-se que o valor de M^* é maior em aglomerados pobres e que na parte de galáxias de baixa luminosidade a função é mais plana em aglomerados ricos; em aglomerados pobres a função de luminosidade é mais íngreme (medido pelo parâmetro α da função de Schechter). Isto pode sugerir que em meios mais ricos pode haver uma supressão parcial da população de galáxias de baixa luminosidade, mas as diferenças em M^* e α são relativamente pequenas em comparação com as incertezas das medidas.

Podemos notar que, sistematicamente, a função de luminosidade para galáxias de baixa luminosidade ($M_B \gtrsim -16$) é menos inclinada que a função de massa para halos de baixa massa [$n(\mathcal{M}) \sim \mathcal{M}^{-2}$, cf. seção 8.4, Eq. (372) e Fig. 204]. Este resultado – que deve ser ainda tomado com cautela devido a eventuais *bias* dos catálogos – pode ser interpretado como uma razão $\mathcal{M}/L$ maior para galáxias anãs devido à

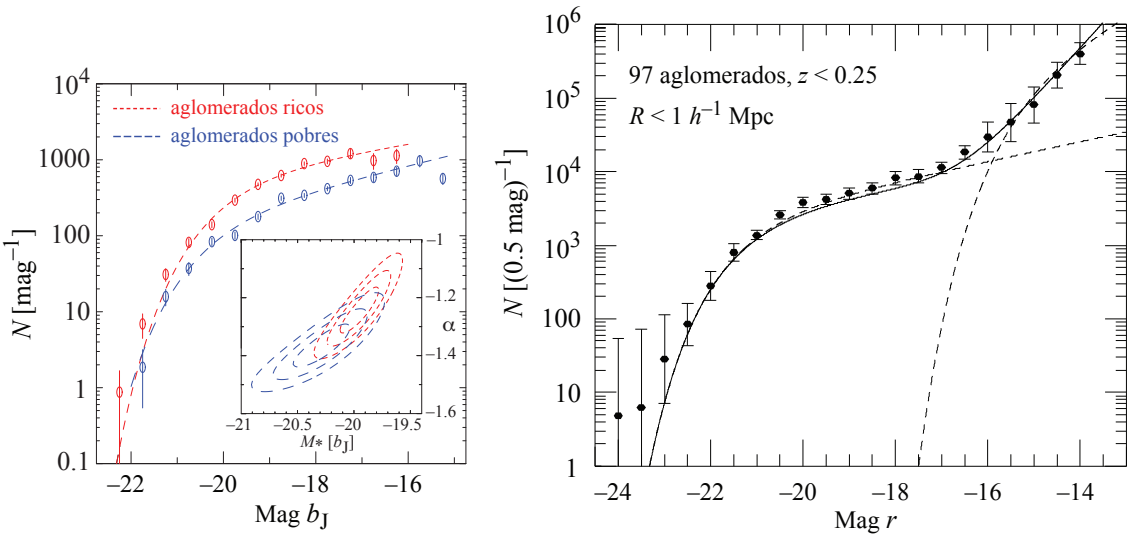


Figura 211: Esquerda: Funções de luminosidade de aglomerados de galáxias ricos e pobres.Direita: Função de luminosidade combinada de quase uma centena de aglomerados de galáxias ricos, chegando até as galáxias anãs ($Mr \sim -14$). Figura adaptada de de Propris et al. (2003) e Popesso et al. (2005).

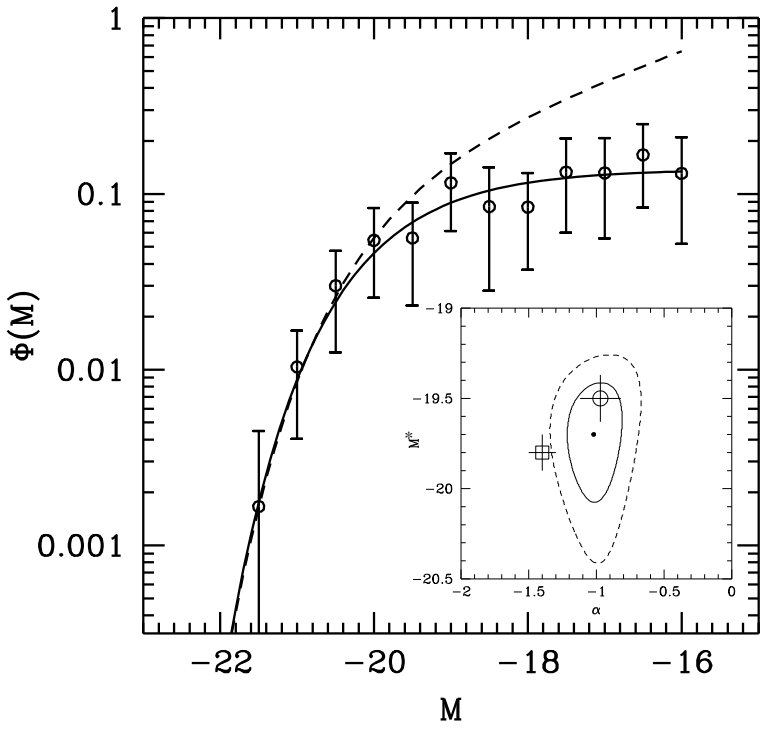


Figura 212: Função de luminosidade em grupos. A linha contínua corresponde ao ajuste da função de Schechter (Muriel, Valotto & Lambas, 1998); a linha pontilhada é a função dada por Valotto et al. (1997). No detalhe, contornos de erro 1σ e 2σ (linhas contínua e tracejada). O círculo e o quadrado correspondem aos valores para aglomerados e campo, respectivamente.

menor eficiência da formação estelar em galáxias de baixa massa. Alguns autores (Trenthan et al., 2001) sugerem casos extremos de galáxias anãs onde a formação estelar é completamente suprimida e, portanto, são completamente escuras.

A função de luminosidade também pode ser obtida para aglomerados de galáxias (Fig. 214). Para aglomerados selecionados em raios-X, a função de luminosidade também é dada pela função de Schechter, mas da seguinte forma:

$$\phi(L_X) = K\ \exp(-L_X/L_X^*)L_{44}^{-\alpha}\,; \quad L_{44} \equiv L_X/10^{44}\mathrm{erg\ s^{-1}}\,, \tag{403}$$

onde a normalização é dada pela relação $\phi^* = K(L_X^*/10^{44})^{1-\alpha}$. O resultado obtido por diversos estudos no Universo próximo ($z \lesssim 0{,}3$) é tipicamente $\phi^* \approx 10^{-7} h_{50}^3\,\mathrm{Mpc}^{-3}$, $\alpha \approx 1{,}8$ e $L_X^* \approx 4 \times 10^{44}\mathrm{erg\ s^{-1}}$ na banda [0,5–2,0 keV] (Rosati et al., 2002).

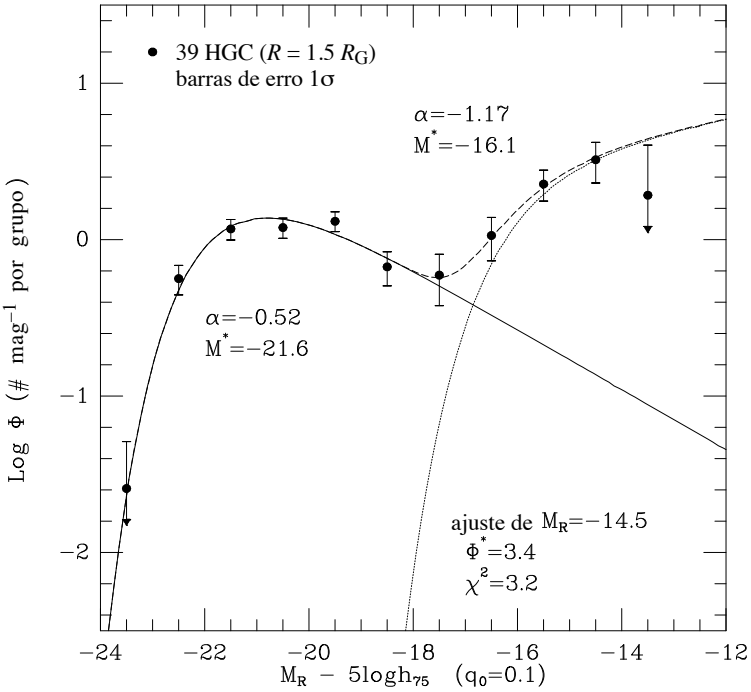


Figura 213: Função de luminosidade dos Grupos compactos de Hickson. As populações brilhantes e fracas são ajustadas separadamente com 2 funções de Schechter (uma única função não ajusta bem os dados). Linha contínua: parte brilhante; linha pontilhada: parte fraca; linha tracejada: ajuste composto. Dados obtidos na banda R (Hunsberger et al., 1998).

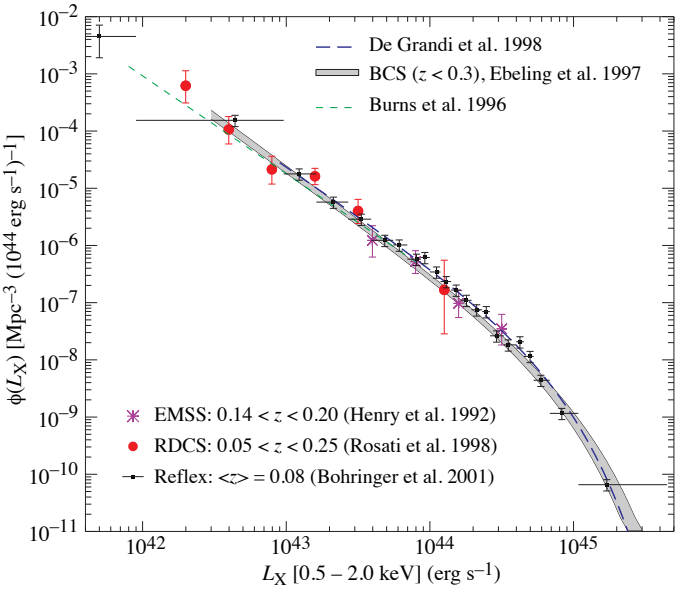


Figura 214: Função de luminosidade de aglomerados selecionados em raios-X (diversos *surveys* ROSAT e *Einstein*) no Universo próximo (supondo Einstein–de Sitter e $H_0 = 50\,\mathrm{km\ s^{-1}Mpc^1}$). Figura tirada de Rosati et al. (2002).

9.3 Origem da função de luminosidade

Tanto a função de luminosidade quanto a função de massa são matematicamente similares, com a forma $x^{-\alpha}\exp(x)$, como proposto por Schechter (1976). Contudo, seus respectivos parâmetros são diferentes o que as torna fundamentalmente diferentes, como mostra a Fig. 215.

Podemos relacionar a função de luminosidade à função de massa através da seguinte função:

$$\phi(L) = \int n(\mathcal{M})\varphi(L|\mathcal{M})\,\mathrm{d}\mathcal{M}\ ,$$

onde $n(\mathcal{M})$ é a função de massa e $\varphi(L|\mathcal{M})$ é *função de luminosidade condicional*, que descreve a distribuição de luminosidade em halos de matéria escura de massa $\mathcal{M}$.

Se supormos que a razão massa/luminosidade é constante, isto é $\varphi(L|\mathcal{M}) =$ constante, e que em cada halo de matéria escura, no cenário ΛCDM de formação hierárquica, forma-se uma galáxia, então a teoria prevê um excesso de galáxias de baixa e alta luminosidade – i.e., a função de luminosidade observada é inferior à função de massa tanto para galáxias anãs como para as gigantes.

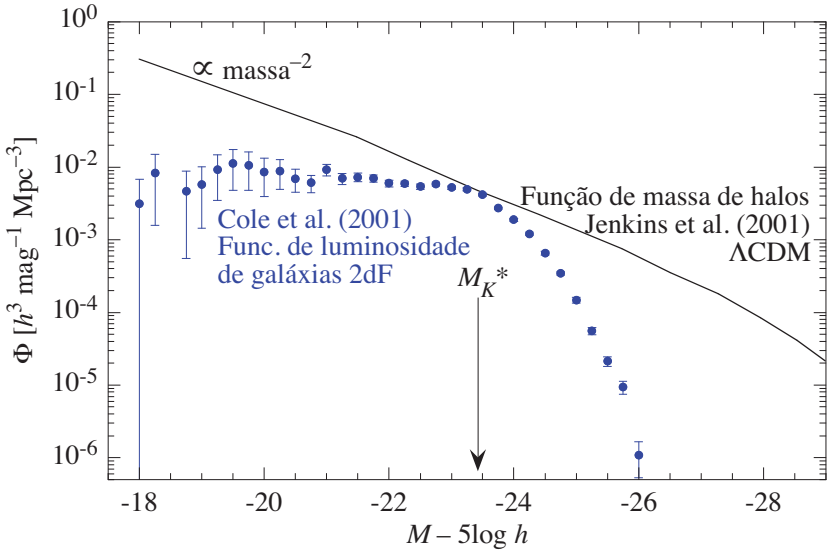


Figura 215: Comparação entre a função de luminosidade na banda K obtida pelo 2dF (Cole et al., 2001) e a função de massa de halos de simulações no cenário ΛCDM (Jenkins et al., 2001). A função de massa foi transformada em função de luminosidade utilizando uma razão massa/luminosidade constante. É notável o excesso predito de galáxias de baixa e alta luminosidade.

Portanto, a questão é o que dá a forma à função de luminosidade se o cenário de formação hierárquico dominado pela matéria e energia escuras é válido? De alguma forma deve haver supressão de formação de galáxias (ou de estrelas) em halos de baixa e alta massa, e isto deve se refletir na função $\varphi(L/\mathcal{M})$.

Em halos de pequena massa, $\mathcal{M} \lesssim 5 \times 10^{10}$, fenômenos como o vento de supernovas ou a reionização do universo (veja seção 12) podem diminuir a taxa de formação estelar ou mesmo impedi-la em halos muito pequenos.

Para halos maciços, $\mathcal{M} \gtrsim 5 \times 10^{12}$, a supressão de formação estelar pode ser dar devido ao *feedback* do buraco negro supermaciço que se forma no centro das galáxias (veja seção 11.10.2). A atividade do buraco negro central impede o resfriamento do gás no halo da galáxia, impedindo assim a formação de galáxias com $M_K \lesssim -26$.

Um outro efeito importante é a supressão de fusões (canibalismo galáctico) da galáxia central com o aumento da massa do halo. A luminosidade da galáxia central mais brilhante, (BCG, *brightest cluster galaxy*) não é proporcional à massa do total do halo, seguindo uma relação $L_{\rm BCG} \propto M_{\rm halo}^{\sim 0{,}15\text{–}0{,}3}$ (Fig. 216). Isto pode ser entendido pelo aumento da dispersão de velocidades com a massa do halo, o que dificulta as fusões entre galáxias (veja Sec. 10.1.5).

A razão massa–luminosidade, portanto, não é constante e sim função da massa do halo. Existe uma massa de halo, por volta de $10^{12} h_{70}^{-1} M_\odot$, onde a eficiência de formação estelar é maior. Neste caso, temos a menor razão M/L, como ilustrado na Fig. 216. Para halos com massa acima de $\sim 10^{12} h_{70}^{-1} M_\odot$ a fragmentação dos halos em galáxias é significativa e a luminosidade do grupo/aglomerado deixa de ser dominada por apenas um objeto. O Grupo Local é um exemplo de um halo de $\sim 5 \times 10^{12} M_\odot$ com fragmentação acentuada; a luminosidade do Grupo Local está praticamente toda em duas galáxias, cada uma com aproximadamente a mesma luminosidade da outra.

A propriedade descrita acima também é notada quando traçamos a massa total contida nas estrelas em função da massa total do halo (incluindo toda a matéria bariônica e não-bariônica), como mostra a Fig. 217. Para galáxias L_*, a fração de massa estelar é por volta de 2 a 4% da massa total.

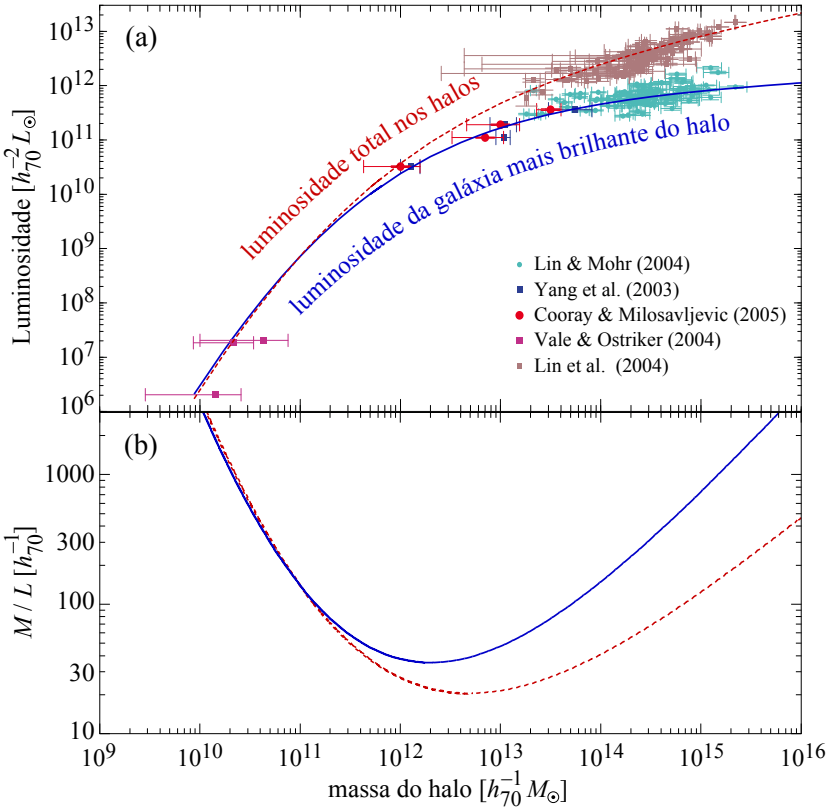


Figura 216: Acima: Luminosidade da galáxia mais brilhante (linha cheia azul) ou de todas as galáxias (linha tracejada vermelha) em função da massa total do halo que contém estes objetos. Abaixo: as razões massa–luminosidade correspondentes às funções do painel acima. As luminosidades aqui correspondem à banda no infravermelho próximo, K. Figura baseada em Cooray & Milosavijevič (2005).

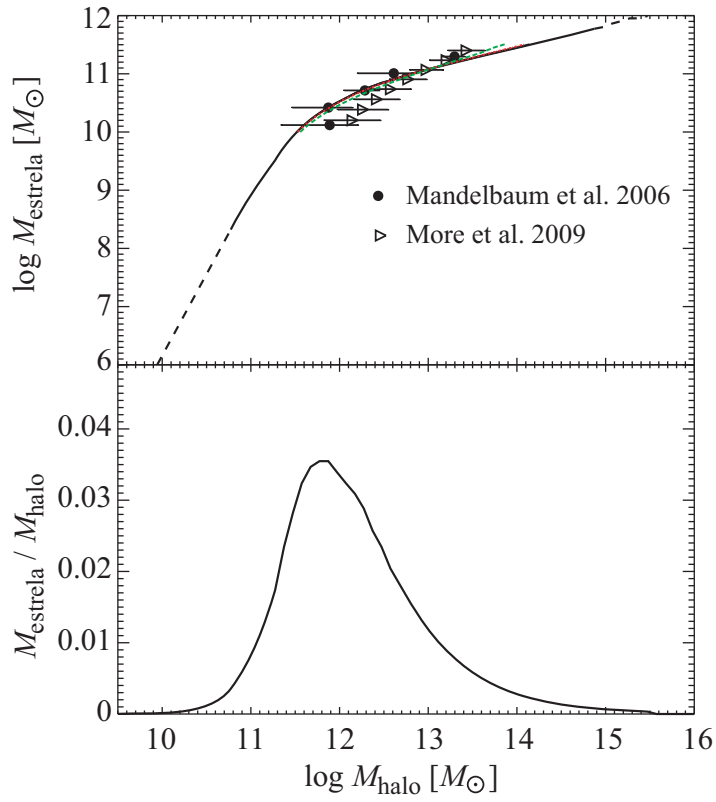


Figura 217: Acima: Relação entre a massa estelar e a massa total do halo. A linha contínua é obtida usando uma correspondência entre a função de luminosidade das galáxias do SDSS-DR7 com a função de massa das simulações do Millennium (a linha tracejada é uma extrapolação desta relação). Abaixo Razão entre massa estelar e massa total em função da massa total do halo. Figura tirada de Guo et al. (2010).

10 Evolução de galáxias

Após a formação as galáxias evoluem em diversos sentidos. Podemos distinguir arbitrariamente três tipos de evolução: (I) dinâmica, seja ela secular ou devido a interações, envolvendo alterações nas distribuições espacial e de velocidades (isto é, mistura no espaço de fase); (II) população estelar, que leva em conta a taxa de formação e a evolução estelar em função do tempo; (III) abundância química, isto é, o enriquecimento da galáxia devido à nucleossíntese estelar, ejeção e/ou queda de matéria no poço de potencial gravitacional da galáxia.

10.1 Evolução dinâmica

As galáxias evoluem dinamicamente devido a variações no potencial gravitacional global, por exemplo devido a interações, ou instabilidades, como a formação de uma barra em um disco estelar. Este tipo de evolução é relativamente rápido, isto é, ocorrem em um intervalo de tempo muito menor que a idade da galáxia.

Como sistemas auto-gravitacionais nunca atingem um equilíbrio estacionário, ocorre ainda uma evolução secular, com escala de tempo superior à idade do Universo (no caso de galáxias – em aglomerados de estrelas, esta evolução secular pode ter uma escala de tempo inferior a H_0^{-1}), por exemplo, devido ao processo de relaxação de dois corpos ou evaporação gravitacional.

Quantitativamente, dizemos que um fenômeno dinâmico é lento ou rápido comparando sua duração com a escala de *tempo de cruzamento* ou *tempo dinâmico* do objeto estudado (aglomerado estelar, galáxia, grupo de galáxias, etc...). O tempo cruzamento é $t_{\rm cr} = R/v = R/\sigma = t_{\rm d}$, onde R e v são a dimensão do sistema e a velocidade típica de uma partícula. Em geral, utilizamos $v \approx \sigma$, onde σ é a largura da distribuição de velocidades (a *dispersão de velocidades*).

Para um sistema em equilíbrio vale o teorema do virial, $2T + U = 0$, portanto:

$$\sigma^2 = \frac{G\,\mathcal{M}}{R} = \frac{R^2}{t_{\rm d}^2} \quad \Rightarrow \quad t_{\rm d} \approx \frac{R^{3/2}}{\sqrt{G\,\mathcal{M}}} \approx \frac{1}{\sqrt{G\,\rho}}\,. \tag{404}$$

onde ρ é a densidade média do sistema. Como vimos na Eq. (336), o tempo de colapso de uma esfera é $t_{\rm col} \approx (1/2)/\sqrt{G\,\rho}$, logo vemos que a escala de tempo de colapso é aproximadamente igual à escala de tempo dinâmico, $t_{\rm col} \approx t_{\rm d}$.

O conceito de *relaxação* é fundamental na evolução dinâmica de sistemas gravitacionais. Dizemos que um sistema está relaxado quando este está em equilíbrio (quase-) estacionário. O processo de relaxação (ou virialização) leva um sistema de suas condições iniciais arbitrárias a um estado final de equilíbrio.

A observação das galáxias sugere que elas estejam relaxadas (p. ex., distribuição de luz similar para o mesmo tipo morfológico, distribuição normal de velocidades, relações de escala como Tully-Fisher ou Plano Fundamental).

10.1.1 Relaxação de 2-corpos

Em 1941, Chandrasekhar propôs o mecanismo de relaxação de 2-corpos baseado no efeito cumulativo de encontros entre dois corpos do sistema. Estes encontros provocam uma "mistura" no espaço de fase e tendem a levar o sistema a um estado de equilíbrio.

Quando uma partícula teste passa próximo de um corpo do sistema de massa m, esta sente uma aceleração perpendicular à direção de movimento, $\delta a_\perp$, (veja Fig. 218):

$$\delta a_\perp = \frac{Gm}{r^2}\cos\theta = \frac{Gm\,b}{r^{3/2}} = \frac{Gmb}{(b^2 + [vt]^2)^{3/2}}\,, \tag{405}$$

onde b é o parâmetro de impacto e tomamos $t = 0$ como o momento de maior aproximação entre os corpos.

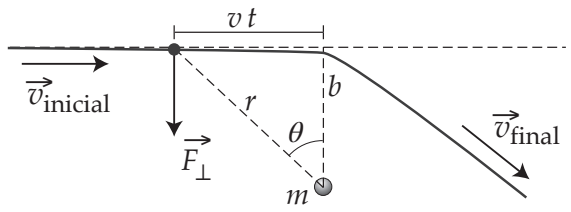


Figura 218: Geometria de um encontro (espalhamento) gravitacional de uma partícula teste com um corpo de massa m.

Vamos supor que a trajetória da partícula teste seja praticamente retilínea, isto é, a variação da velocidade é pequena, $|\delta v_\perp| \ll |v|$. Assim temos:

$$|\delta v_\perp| \approx \int_{-\infty}^{+\infty} \delta a \, \mathrm{d}t = Gm\, b \int_{-\infty}^{+\infty} (b^2 + [vt]^2)^{-3/2} \, \mathrm{d}t = \frac{Gm}{b\, v} \int_{-\infty}^{+\infty} (1+s^2)^{-3/2} \, \mathrm{d}s = \frac{2Gm}{b\, v} \,. \tag{406}$$

Cada encontro da partícula teste causa uma modificação $\delta v_\perp$ em uma direção aleatória. Devemos, portanto, estimar o número de colisões que uma partícula sofre com parâmetro de impacto entre b e $b + \mathrm{d}b$ e somar o quadrado das variações da velocidade. O número de colisões por unidade de tempo é:

$$\delta n_{\mathrm{col}} = n\, v\, 2\pi\, b\, \mathrm{d}b \,, \tag{407}$$

onde $n = N/\text{volume}$ é a densidade numérica do sistema. Logo, a variação quadrática total da velocidade será:

$$\Delta v_\perp^2 = \int_t \int_{b_{\min}}^{R} (\delta v_\perp)^2 \delta n_{\mathrm{col}} \, \mathrm{d}t \, \mathrm{d}b = \left(\frac{2Gm}{v}\right)^2 2\pi\, nvt \int_{b_{\min}}^{R} \frac{\mathrm{d}b}{b} = \frac{(Gm)^2}{v} 8\pi n\, t\, \ln\Lambda \,, \tag{408}$$

onde $\Lambda \equiv R/b_{\min}$. Quando $\Delta v_\perp^2 = v^2$, isto é, a variação da velocidade é da ordem da própria velocidade, podemos considerar o sistema relaxado; o tempo t será então o tempo de relaxação t_R. Portanto:

$$\Delta v_\perp^2 = v^2 = \frac{(Gm)^2}{v} 8\pi\, n\, t_R \ln\Lambda \quad \Rightarrow \quad t_R = \frac{v^3}{8\pi\, n (Gm)^2 \ln\Lambda} \,. \tag{409}$$

Usando o teorema do virial, temos $m \approx Rv^2/(G\,N)$, $n = N/(4\pi R^3/3)$ e $t_{\mathrm{d}} = 2R/\sqrt{v^2}$, logo,

$$t_R = \frac{N}{12 \ln\Lambda} t_{\mathrm{d}} \,. \tag{410}$$

Para estimarmos o valor de Λ, tomamos $b_{\min} = Gm/v^2$, o valor do parâmetro de impacto que causaria um espalhamento de 90°. Assim,

$$\Lambda \approx Rv^2/(Gm) \approx N \,, \text{ [utilizando o teorema do virial]} \,. \tag{411}$$

Substituindo Λ na Eq.(410) vem:

$$t_R = \frac{N}{12 \ln N} t_{\mathrm{d}} \approx 0{,}1 \frac{N}{\ln N} t_{\mathrm{d}} \,. \tag{412}$$

A tabela 14 mostra algumas escalas de tempo típica. Note que o tempo de relaxação de 2-corpos é bem menor que a idade do universo para aglomerados globulares, da ordem de H_0^{-1} para aglomerados e muito maior que a idade do Universo para galáxias.

Tabela 14: Valores típicos do tempo dinâmico e tempo de relaxação de 2-corpos para alguns objetos.

N	R (kpc)	$\sqrt{v^2}$ km s^{-1}	t_{d} anos	t_R anos	
10^6	0,01	10	10^6	10^{10}	Aglom. Globulares
10^{11}	10	250	10^8	10^{16}	Galáxias
10^3	2000	1000	5×10^9	5×10^{10}	Aglom. de Galáxias

Podemos concluir que este mecanismo de relaxação *não* pode ser o responsável pelo atual estado de equilíbrio das galáxias.

10.1.2 Relaxação violenta

Em 1967, Lynden-Bell propôs um outro processo de relaxação, baseado na variação temporal do potencial gravitacional global do sistema. Este tempo de relaxação pode ser definido por:

$$t_{\mathrm{RV}} = \left\langle \frac{\varepsilon^2}{(\,\mathrm{d}\varepsilon/\,\mathrm{d}t)^2} \right\rangle^{1/2} \,, \tag{413}$$

onde ε é a energia por unidade de massa de uma partícula do sistema (uma estrela em uma galáxia, por exemplo), $\varepsilon = v^2/2 + \varphi$.

Calculando a derivada da energia, temos:

$$\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}v^2}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \vec{v}\cdot\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial\varphi}{\partial t} + \vec{v}\cdot\nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial t}\,,$$

pois, $\mathrm{d}\vec{v}/\,\mathrm{d}t = -\nabla\varphi$. Logo, podemos escrever:

$$t_{\rm RV} \approx \left\langle \frac{\varepsilon^2}{(\partial\varphi/\partial t)^2} \right\rangle^{1/2}\,. \tag{414}$$

Por outro lado, usando a conservação de energia do sistema como um todo e o teorema do virial, temos:

$$E = T + U \quad \text{e} \quad 2T = -U\,. \text{ Além disto, também temos: } U = \frac{1}{2}\sum \varphi_i \quad \text{e} \quad T = \frac{1}{2}\sum v_i^2\,,$$

onde o fator $1/2$ de U é para não contarmos duas vezes o mesmo potencial entre as partículas i e j.

Assim, tipicamente, as partículas (estrelas) terão energia por unidade de massa:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}v^2 + \varphi = -\frac{1}{4}\varphi + \varphi = \frac{3}{4}\varphi\,,$$

e a escala de tempo de relaxação é:

$$t_{\rm RV} \approx \frac{3}{4}\left\langle \frac{\varphi^2}{(\partial\varphi/\partial t)^2} \right\rangle^{1/2}\,, \tag{415}$$

dependendo apenas da variação no tempo do potencial.

Tomando agora $\varphi \approx -G\mathcal{M}/R$ temos:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = \frac{\partial\varphi}{\partial R}\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t} \approx \frac{G\mathcal{M}}{R^2}\,v\,, \tag{416}$$

portanto,

$$\left|\frac{1}{\varphi}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right| \approx \frac{R}{G\mathcal{M}}\frac{G\mathcal{M}v}{R^2} = \frac{v}{R} \quad \Rightarrow \quad t_{\rm RV} \approx \frac{3}{4}\frac{R}{v} \approx t_{\rm d}\,. \tag{417}$$

Em um sistema gravitacional onde o potencial varia rapidamente com o tempo (p.ex., um colapso ou uma fusão de galáxias ou aglomerados), esta variação do potencial leva o sistema ao equilíbrio em uma escala de tempo comparável ao tempo dinâmico (ou tempo de colapso). Devido à sua rapidez, chamamos este processo de *relaxação violenta*.

10.1.3 Fricção dinâmica

Quando um corpo maciço de massa $\mathcal{M}$ se move em um meio composto de partículas de massa m ($\mathcal{M} \gg m$), estas partículas são espalhadas pelo corpo maciço e tendem a se acumular na direção oposta de seu movimento (Fig. 219). Este excesso de partículas "atrás" do corpo maciço exerce uma força irá desacelerá-lo; de forma equivalente, pode-se dizer que a energia cinética do corpo maciço é transferida para as partículas do meio. O corpo maciço passa então a "cair", espiralando em direção ao centro do sistema.

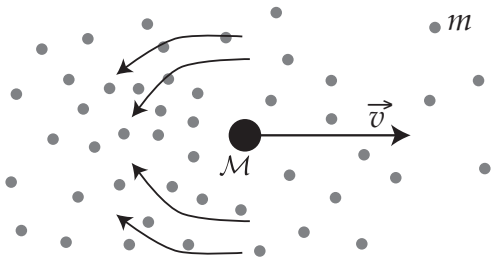


Figura 219: Ilustração do fenômeno da fricção dinâmica: um corpo de massa $\mathcal{M}$ se desloca com velocidade $\vec{v}$ em um meio de densidade local ρ, dispersão de velocidades σ, composto de partículas de massa m ($\mathcal{M} \gg m$).

Este fenômeno, conhecido como *fricção dinâmica* e descoberto por Chandrasekhar (1943), deve ocorrer em sistemas como aglomerados globulares e/ou galáxias anãs orbitando galáxias gigantes (p.ex., as Nuvens de Magalhães orbitando a Via Láctea), galáxias em aglomerados, estrelas gigantes em aglomerados globulares, etc... Desta forma, galáxias anãs e aglomerados globulares são, eventualmente, "canibalizados" pela galáxia hospedeira.

Chandrasekhar calculou a variação da quantidade de movimento de um corpo maciço devido à soma de encontro de 2-corpos com as partículas do meio (cf. Fig. 218). Lembrando que $\mathcal{M} \gg m$ a força de fricção dinâmica, $F_{\rm FD}$ vale (para mais detalhes, veja Binney & Tremaine, 1987):

$$F_{\rm FD} = \mathcal{M}\frac{{\rm d}v}{{\rm d}t} = -\frac{4\pi\, G^2 \ln\Lambda\, \mathcal{M}^2\, m}{v^2} \int_0^v f(v_m) 4\pi v_m^2\, {\rm d}v_m = -\frac{4\pi\, G^2 \ln\Lambda\, \mathcal{M}^2\, \rho(<v)}{v^2}\,, \tag{418}$$

onde $f(v_m)$ é a função de distribuição de velocidades do meio, $b_{\rm max}$ é o maior parâmetro de impacto relevante, e $\ln\Lambda$ é o logaritmo de Coulomb – veja Eqs. (408) e (411):

$$\ln\Lambda = \ln\left[\frac{v^2 b_{\rm max}}{G(\mathcal{M}+m)}\right] \approx 12{,}36 + \ln\left(\frac{b_{\rm max}}{\rm kpc}\right) + 2\ln\left(\frac{v}{\rm km/s}\right) - \ln\left(\frac{\mathcal{M}+m}{M_\odot}\right)\,. \tag{419}$$

A notação $\rho(<v)$ significa a densidade dos objetos com velocidade menor que v (apenas estas partículas contribuem para a fricção dinâmica). Além disto, a fricção dinâmica depende apenas da densidade ρ das partículas do meio, e não das massas destas partículas, no caso de $\mathcal{M} \gg m$.

A força de fricção dinâmica depende da velocidade, logo é uma força dissipativa (por isto o nome de "fricção"), a partícula perde energia durante seu movimento. Além disto, a força de fricção também provoca um torque na partícula e o seu momento angular diminui. O resultado disto é uma trajetória que leva a partícula ao centro do sistema em que orbita.

Para $v \to 0$, a Eq. (418) se simplifica:

$$\mathcal{M}\frac{{\rm d}v}{{\rm d}t} \approx -\frac{16\pi^2}{3} G^2 \ln\Lambda \mathcal{M}^2\, m\, f(0)\, v\,, \tag{420}$$

isto é, para um corpo muito lento a força de fricção dinâmica é proporcional à velocidade do corpo maciço.

Por outro lado, se a função de distribuição de velocidades do meio for uma maxwelliana,

$$f(v_m) = \frac{n_0}{(2\pi\sigma^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{v_m^2}{2\sigma^2}\right)\,, \tag{421}$$

onde σ é a dispersão de velocidades, a força de fricção dinâmica será:

$$\mathcal{M}\frac{{\rm d}v}{{\rm d}t} = -\frac{4\pi G^2 \ln\Lambda \mathcal{M}^2 \rho}{v^2}\left[{\rm erf(X)} - \frac{2{\rm X}}{\sqrt{\pi}}\exp(-{\rm X}^2)\right] \;\;;\;\; X \equiv \frac{v}{\sqrt{2}\,\sigma}\,; \tag{422}$$

onde ${\rm erf}\,(X) \equiv (2/\sqrt{\pi})\int_0^X e^{t^2}\,{\rm d}t$ é a "função erro" e ρ é a densidade média local do meio na posição do corpo maciço.

Supondo que a densidade do meio seja dada por uma esfera isotérmica, temos:

$$\rho(r) = \frac{v_c^2}{4\pi\, G\, r^2}\,, \text{ sendo } v_c = \sqrt{2}\,\sigma\,, \tag{423}$$

onde v_c é a velocidade circular [veja Eq. (196)]. Este modelo é apropriado para o halo de galáxias espirais, onde a curva de rotação é plana para grandes distâncias. Neste caso, a força $F_{\rm FD}$ será (cf. Binney & Tremaine, 1987):

$$\mathcal{M}\frac{{\rm d}v}{{\rm d}t} = -0{,}43 \ln\Lambda\, \frac{G\mathcal{M}^2}{r^2}\,. \tag{424}$$

Aqui, tomamos o corpo maciço sujeito à $F_{\rm FD}$ em órbita circular ($v = v_c$).

Podemos estimar a escala de tempo em que a fricção dinâmica atua da seguinte forma:

$$t_{\rm FD} = \left|\frac{v}{{\rm d}v/\,{\rm d}t}\right| = \frac{|v|\,\mathcal{M}}{|F_{\rm FD|}}\,. \tag{425}$$

Tomando a expressão correspondente à um halo isotérmico, para o caso de aglomerados globulares temos:

$$t_{\rm FD} \approx \frac{10^{12}}{\ln\Lambda}\left(\frac{r}{3\,{\rm kpc}}\right)^2 \left(\frac{v}{220\,{\rm km/s}}\right)\left(\frac{\mathcal{M}}{10^6 M_\odot}\right)^{-1} {\rm anos}\,. \tag{426}$$

Para aglomerados globulares em torno de galáxias como M31 ou a Via Láctea, $\ln\Lambda \sim 10$, logo $t_{\rm FD} \sim 10^{11}$anos, da ordem da idade do Universo. Em outras palavras, aglomerados globulares de $\mathcal{M} \lesssim 10^6 M_\odot$

ainda não foram afetados significativamente pela fricção dinâmica. Por outro lado, se $\mathcal{M} \gtrsim 10^7 M_\odot$, estes aglomerados mais maciços, que se encontravam próximos da galáxia, já devem ter espiralado para o centro da galáxia.

Para o caso das Nuvens de Magalhães temos:

$$t_{\rm FD} \approx \frac{3\times 10^{10}}{\ln\Lambda}\left(\frac{r}{50\,{\rm kpc}}\right)^2\left(\frac{v}{220\,{\rm km/s}}\right)\left(\frac{\mathcal{M}}{10^{10}M_\odot}\right)^{-1}{\rm anos}\,. \tag{427}$$

Nestas condições, $\ln\Lambda \sim 5$, portanto a escala de tempo da fricção dinâmica é inferior à idade do Universo. Isto implica de nos próximos (poucos) bilhões de anos, as Nuvens de Magalhães devem ser "canibalizadas" pela Via Láctea (ignorando a possível fusão entre a Via Láctea e M31).

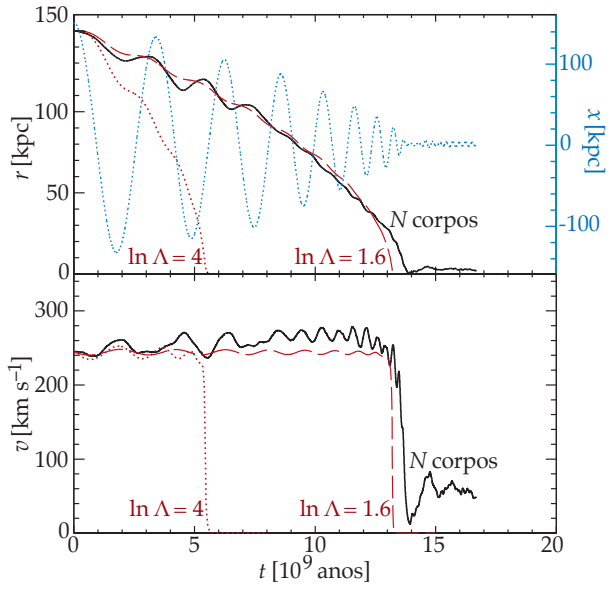


Figura 220: Fricção dinâmica agindo sobre uma galáxia satélite de $10^7 M_\odot$ orbitando um halo isotérmico; acima posição, abaixo velocidade da galáxia satélite. Comparação do efeito obtido em uma simulação de N-corpos (traço contínuo) com a aproximação de Chandrasekhar (traços pontilhados e tracejados). Figura tirada de Fellhauer et al. (2000).

Quando comparada com simulações numéricas, verifica-se que a fórmula de Chandrasekhar é muito precisa, com a condição de escolhermos o "bom" logaritmo de Coulomb. A figura 220 mostra uma comparação de uma simulação de queda de uma galáxia satélite comparada ao resultado analítico de Chandrasekhar enquanto a Fig. 221 ilustra um exemplo de uma galáxia caindo no potencial de um aglomerado rico.

O ponto mais fraco da aproximação de Chandrasekhar para a fricção dinâmica é não levar em conta a estrutura interna dos corpos, isto é, como eles se deformam devido às interações gravitacionais.

10.1.4 Efeito de maré

A força de um corpo sobre um objeto extenso não é uniforme: diferentes regiões do objeto extenso estarão sujeitas a forças de magnitude diferentes. Em um referencial inercial esta situação é ilustrada pelo painel (A) da Fig. 222: as forças F_1 e F_2 são diferentes devido à diferença de distância ao corpo de massa $\mathcal{M}$.

Para a integridade do corpo sujeito às forças do corpo perturbador, o que importa é a *força diferencial*, $F_1 - F_{\rm cm}$ e $F_2 - F_{\rm cm}$, ilustrada no painel (B) da Fig. 222, onde $F_{\rm cm}$ é a força sentida pelo centro de massa do objeto extenso.

Chamamos a força diferencial de força de maré, F_M, que vale neste caso:

$$F_{\rm M} = |F_1 - F_{\rm cm}| = \frac{G\mathcal{M}}{(r-R)^2} - \frac{G\mathcal{M}}{r^2} = \frac{G\mathcal{M}\,R}{r^3}\left(2 + \frac{3R}{r} + \frac{4R^2}{r^2} + \ldots\right) \approx \frac{2G\mathcal{M}\,R}{r^3}\,, \tag{428}$$

onde supomos $r \gg R$; o resultado seria o mesmo se calculássemos $|F_2 - F_{\rm cm}|$. Note que a força de maré varia com o inverso do cubo da distância.

Se a força de maré for igual ou superior à auto-gravidade do corpo extenso, este será destruído. Podemos definir um *raio de maré*, no interior do qual o corpo resiste à força de maré igualando a força gravitacional à $F_{\rm M}$:

$$F_{\rm M} = F_{\rm autograv} \;\Rightarrow\; \frac{2G\mathcal{M}\,R_{\rm M}}{r^3} \approx \frac{Gm}{R_{\rm M}^2} \;\Rightarrow\; R_{\rm M} \approx \left(\frac{m}{2\mathcal{M}}\right)^{1/3} r\,. \tag{429}$$

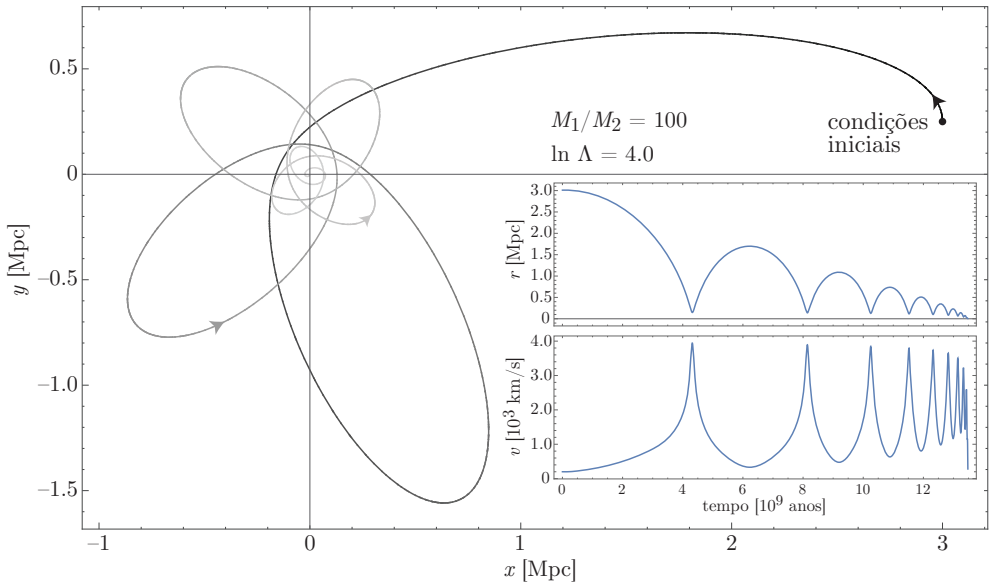


Figura 221: Exemplo de uma galáxia caindo em um aglomerado. Note que a órbita vai se tornando mais circular e a frequência vai aumentando com o tempo. Neste exemplo o potencial do aglomerado é representado por uma esfera de Hernquist (Sec. 3.5).

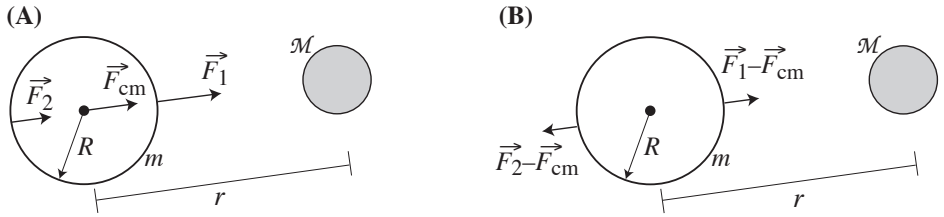


Figura 222: A força de maré, F_M ocorre em corpos extensos devido à diferença da força gravitacional entre os pontos próximos e distantes do corpo perturbador de massa $\mathcal{M}$ a distância r.

Por exemplo, tomemos um aglomerado globular com massa $m = 10^6 M_\odot$ orbitando uma galáxia de massa $\mathcal{M} = 10^{12} M_\odot$. O raio de meia-massa de um aglomerado globular é $R \sim 10\,\mathrm{pc}$ e se $R_M \lesssim R$ então o aglomerado será destruído. Isto ocorrerá se a distância do aglomerado for menor que $r \sim 1{,}3\,\mathrm{kpc}$.

Efeitos de maré nem sempre destroem as galáxias, em passagens próximas estes efeitos produzem "pontes", "antenas" e "caudas" de maré. Holmberg (1941), usando um simulador de N-corpos analógico, com lâmpadas e fotocélulas, mostra que a colisão de duas galáxias pode gerar braços de maré. Usando computadores digitais, Toomre & Toomre (1972), em um artigo de muita influência, chegam à mesma conclusão explorando um espaço de parâmetros maior (Fig. 223).

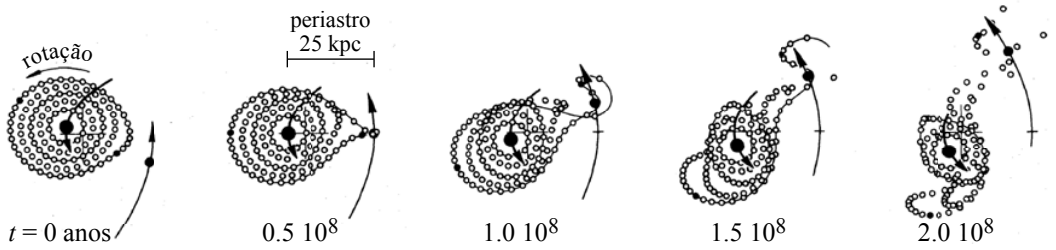


Figura 223: Simulação mostrando a formação de braços espirais devido à passagem de uma galáxia com 1/4 da massa da primária em órbita no plano do disco. Figura baseada em Toomre & Toomre (1972).

10.1.5 Fusões de galáxias ("*mergers*")

Encontros de duas galáxias de massas comparáveis pode ou não resultar em uma fusão dependendo da órbita relativa delas; quanto mais negativa a energia orbital (i.e., sistema mais ligado gravitacionalmente) e menor o momento angular (órbitas mais radiais), maior é a probabilidade de termos uma fusão rápida. A figura 224 nos dá uma forma de estimarmos se haverá ou não uma fusão entre galáxias de massas comparáveis.

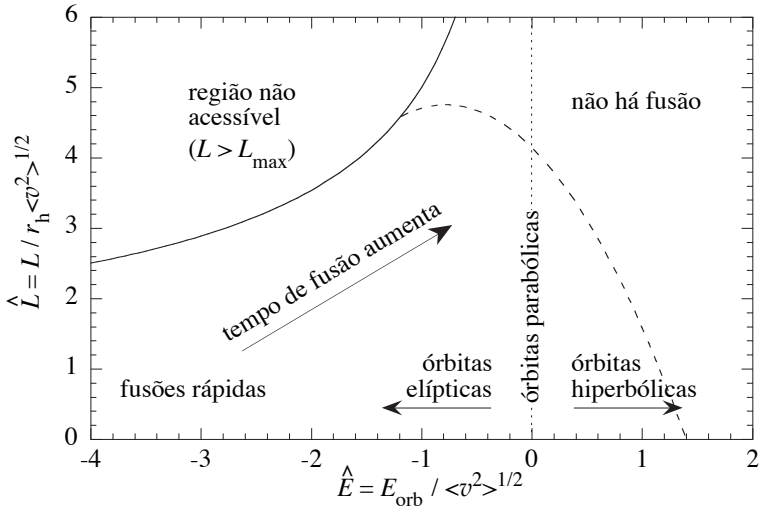


Figura 224: Critério de fusão de duas galáxias de massa comparável em função da energia orbital e momento angular iniciais normalizados. Órbitas no canto superior esquerdo não existem. Acima da linha tracejada a fusão pode ocorrer, mas em um tempo muito elevado (maior que H_0^{-1}). Figura tirada de Binney & Tremaine (1987).

Grosseiramente, uma colisão terminará em fusão se a velocidade relativa dos objetos e a dispersão de velocidades interna de pelo menos um dos objetos obedecerem à relação $v_{\rm colisão} \lesssim \sigma_{\rm interna}$. Por exemplo, a velocidade típica de uma galáxia em um aglomerado é $\gtrsim 600$ km s^{-1} e $\sigma_{\rm interna} \sim 100\,$km s^{-1}, logo fusões devem ser raras em aglomerados ricos.

De uma forma mais quantitativa usando simulações numéricas, Makino & Hut (1997) supõem um sistema de N galáxias esféricas idênticas dentro de um volume de raio R, um grupo ou um aglomerado com dispersão de velocidades em uma dimensão, $\sigma_{\rm los}$. A taxa de fusões, isto é, número de "*merger*" por unidade de tempo é:

$$N_{\rm merger} \approx \left(\frac{N}{100}\right)^2 \left(\frac{R}{1\ {\rm Mpc}}\right)^{-3} \left(\frac{R_{\rm eff}}{50\ {\rm kpc}}\right)^2 \left(\frac{\sigma_{\rm int}}{100\ {\rm km\ s^{-1}}}\right)^4 \left(\frac{\sigma_{\rm los}}{600\ {\rm km\ s^{-1}}}\right)^{-3} {\rm Ganos}^{-1}\,. \qquad (430)$$

Com esta expressão concluímos que uma fusão de galáxias brilhantes em aglomerados ocorra a cada um bilhões de anos apenas.

10.2 Síntese evolutiva da população estelar

10.2.1 Classificação de populações estelares

Em 1926, Oort mostrou que há uma distinção entre as estrelas da Via Láctea, aquelas com velocidade relativa em relação ao Sol pequena ($\sim$ 10–50 km/s) e estrelas com alta velocidade, sendo que estas duas classes de estrelas têm propriedades físicas (p.ex., cor) diferentes.

Em 1944, Baade resolve, pela primeira vez, estrelas de M31 e seus satélites, M32 e NGC205, aproveitando-se das noites de "apagão" de Los Angeles durante a guerra de 1939–1945. Com as observações destas galáxias e da Via Láctea, Baade introduz então o conceito de populações: **População I**, estrelas com velocidade relativa pequena ($\sim$ 10–50 km/s) em relação ao Sol, jovens, quentes, de alta metalicidade, $Z \sim 0{,}02$ (este é o valor "canônico" da metalicidade solar; Asplund et al. (2009) sugere um valor revisado de $Z_\odot = 0{,}014$) e localizadas nos braços espirais; **População II**, estrelas com alta velocidade (órbitas elípticas), velhas, frias, baixa metalicidade, $Z \sim 0{,}002$, e preferencialmente no halo galáctico.

Esta divisão em populações é, na realidade, gradual (existem estrelas que parecem Pop I velhas ou Pop II jovens).

Chamamos **População III** a primeira geração de estrelas formadas pelo gás primordial. Nenhuma estrela de Pop. III foi jamais observada, ainda que estrelas extremamente pobres em metais de Pop. II foram detectadas no halo da Galáxia, com metalicidade [Fe/H]$< -4{,}5$ (Christlieb et al., 2002) e até uma estrela com [Fe/H]< -7 (Keller et al., 2014).

É possível que não tenha mais nenhuma estrela de Pop. III no Universo local, caso as estrelas desta população sejam formadas com alta massa apenas (isto é, não seguem a função de massa inicial descrita abaixo, Sec. 10.2.3). Estrelas com massa maior do que 0,9 $M_\odot$ têm uma vida menor do que a idade atual do Universo; as primeiras estrelas (formadas quando o universo tinha menos do que 1 bilhão de anos) com massa maior do que 0,9 $M_\odot$ já não existiriam mais no Universo local.

10.2.2 Evolução da população estelar

A evolução da população estelar das galáxias é o resultado combinado de diversos fatores:

- Taxa de formação estelar (SFR, *star formation ratio*), $\Psi(t)$, que nos dá a quantidade de massa convertida em estrelas em função do tempo. A Fig. 225 dá alguns exemplos qualitativos desta função;
- A função de massa inicial (IMF, *initial mass function*), $\xi(\mathcal{M})$, o número de estrelas de massa $\mathcal{M}$ que nascem quando há formação estelar, isto é, $\mathrm{d}N_{\mathrm{estrelas}} = \xi(\mathcal{M})\,\mathrm{d}\mathcal{M}$;
- O enriquecimento químico do material galáctico, $Z(t)$, que dá a evolução da metalicidade e função do tempo;
- Evolução estelar, que nos dá a evolução da temperatura efetiva, $T_{\mathrm{ef}}(\mathcal{M},Z,t)$, e da luminosidade, $L(\mathcal{M},Z,t)$, de uma estrela de massa m e metalicidade Z (ou seja, o caminho que uma estrela percorre no diagrama HR ao longo de sua vida). A Fig. 226 mostra algumas das propriedades das estrelas da Sequência Principal.

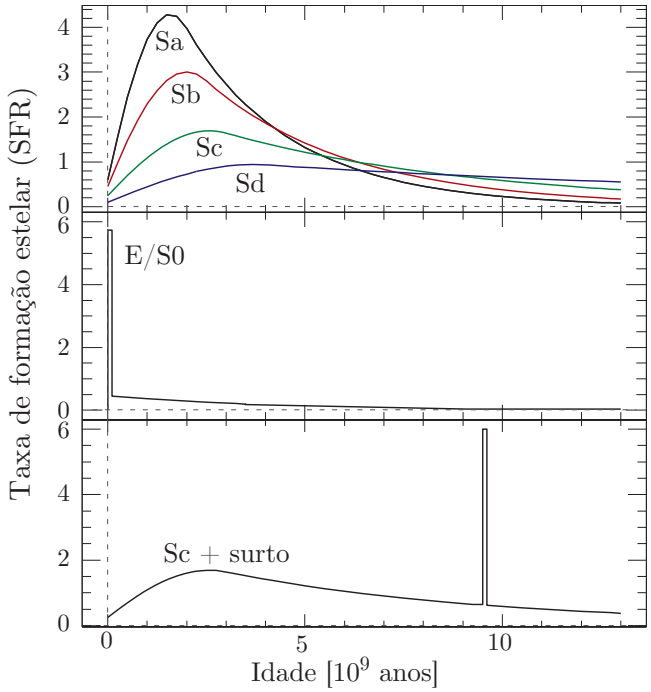


Figura 225: Exemplos de possíveis taxas de formação estelar (unidades arbitrárias) para diferentes tipos morfológicos de galáxias. Para galáxias espirais a taxa de formação estelar (sem surtos) diminui aproximadamente de forma exponencial. Figura baseada em Poggianti et al. (1999).

Se conhecermos todas estas funções, podemos determinar para qualquer instante algumas propriedades integradas das galáxias como sua cor, sua distribuição espectral de energia (SED, *spectral energy distribution*) ou a intensidade de algumas linhas espectrais. Estas grandezas podem ser comparadas diretamente com as observações.

10.2.3 Função de Massa Inicial (IMF)

Considerando uma galáxia isolada, onde as estrelas se formam todas em $t \sim 0$, a evolução da população estelar será unicamente devido à evolução estelar e dizemos que a galáxia evolui de forma passiva. Um modelo simples proposto por Tinsley (1972) nos dá alguns resultados analíticos. O número de estrelas $\mathrm{d}\mathcal{M}$ formados em um surto ("*burst*") de formação estelar com massa entre $\mathcal{M}$ e $\mathcal{M} + \mathrm{d}\mathcal{M}$ é:

$$\mathrm{d}N = N_0 \xi(\mathcal{M})\,\mathrm{d}\mathcal{M}\,, \tag{431}$$

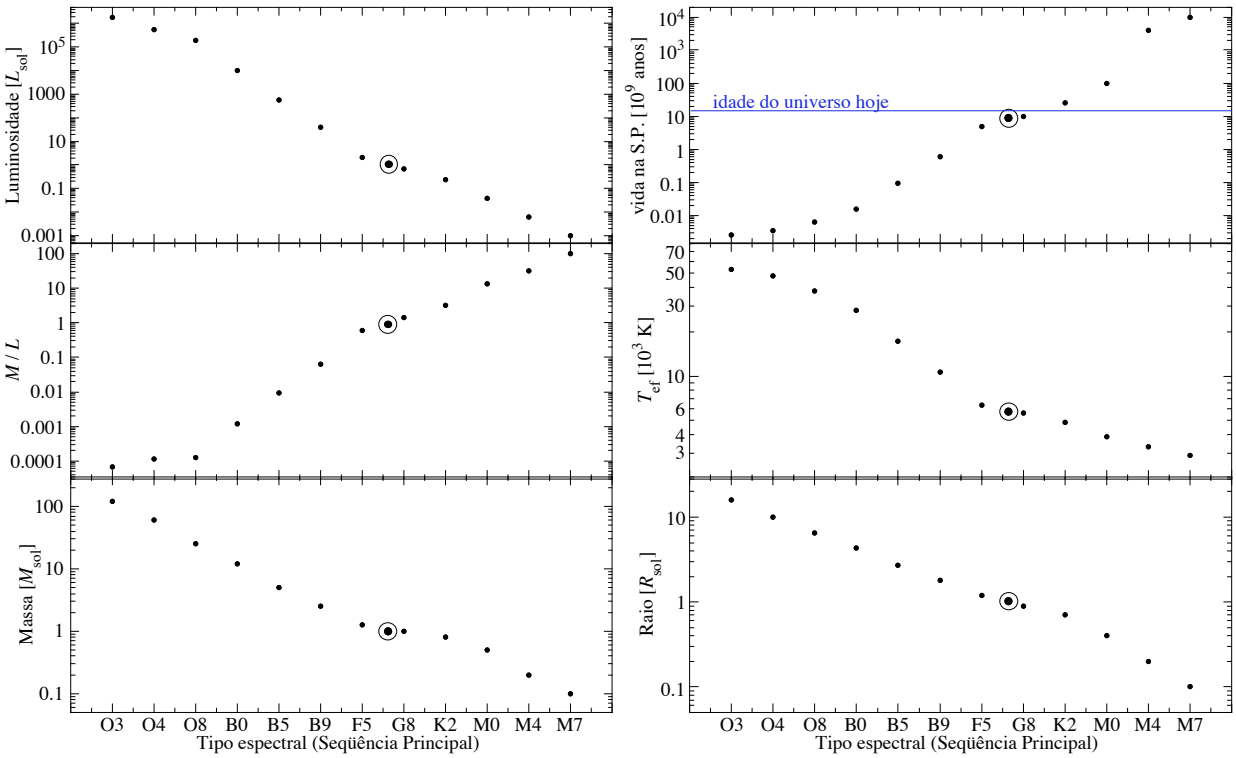


Figura 226: Propriedades físicas das estrelas da Sequência Principal. O Sol está indicado com o símbolo $\odot$.

onde N_0 é o número total de estrelas formadas. Escrevendo a IMF como uma lei de potência $\xi(\mathcal{M}) = C\mathcal{M}^{-(1+x)}$, nós temos a seguinte condição de normalização:

$$\int_{\mathcal{M}_{\rm min}}^{\mathcal{M}_{\rm max}} \xi(\mathcal{M})\,{\rm d}\mathcal{M} = C\int_{\mathcal{M}_{\rm min}}^{\mathcal{M}_{\rm max}} \mathcal{M}^{-(1+x)}\,{\rm d}\mathcal{M} = 1 \quad \Rightarrow \quad C = \frac{x(\mathcal{M}_{\rm max}\mathcal{M}_{\rm min})^x}{\mathcal{M}_{\rm max}^x - \mathcal{M}_{\rm min}^x} \simeq x\,\mathcal{M}_{\rm min}^x\,, \tag{432}$$

onde utilizamos o fato de $x > 1$ e $\mathcal{M}_{\rm max} \gg \mathcal{M}_{\rm min}$ ($\mathcal{M}_{\rm max} \sim 150M_\odot$, limitada pela pressão de radiação que impede a formação da estrela, e $\mathcal{M}_{\rm min} \simeq 0{,}08M_\odot$, abaixo da qual não há fusão de H no interior do astro – entre $0{,}015 \lesssim \mathcal{M}/M_\odot \lesssim 0{,}08$ há queima de deutério e temos uma anã marrom). Resumindo, $\xi(\mathcal{M}) \approx x\,\mathcal{M}_{\rm min}^x\mathcal{M}^{-(1+x)}$.

A massa média das estrelas formadas, usando ainda uma lei de potência para a IMF, é dada por:

$$\overline{\mathcal{M}} = \int_{\mathcal{M}_{\rm min}}^{\mathcal{M}_{\rm max}} \mathcal{M}'\xi(\mathcal{M}')\,{\rm d}\mathcal{M}' = \mathcal{M}_{\rm min}\frac{x}{x-1}\frac{y^{x-1}-1}{y-1}\,; \quad y \equiv \mathcal{M}_{\rm min}/\mathcal{M}_{\rm max}\,.$$

Assumindo $x = 1.35$, $\mathcal{M}_{\rm min} = 0.08M_\odot$ (o resultado é pouco sensível à $\mathcal{M}_{\rm max}$), temos $\overline{\mathcal{M}} \approx 0{,}3M_\odot$.

A IMF também costuma ser definida na literatura como o número de estrelas formado por intervalo logarítmico em massa, isto é,

$$\Phi(\mathcal{M}) \equiv \frac{{\rm d}N}{{\rm d}\log\mathcal{M}} \quad \Rightarrow \quad \Phi(\mathcal{M}) = \mathcal{M}\ln 10\frac{{\rm d}N}{{\rm d}\mathcal{M}} = \mathcal{M}\ln 10\,\xi(\mathcal{M})\,.$$

Na literatura, a notação da IMF "linear" e "logarítmica" as vezes é trocada ou definida com outras variáveis.

A luminosidade da população estelar formada no surto, ainda na sequência principal (SP) é:

$$L_{\rm SP} = \int_{\mathcal{M}_{\rm min}}^{\mathcal{M}_t} L(\mathcal{M})N_0\xi(\mathcal{M})\,{\rm d}\mathcal{M}\,, \tag{433}$$

onde $\mathcal{M}_t$ é a massa das estrelas que ainda estão na SP após um tempo t. Este tempo é aproximadamente $t = (\mathcal{M}/\mathcal{M}_\odot)(L/L_\odot)^{-1}10^{10}$ anos ou $t = \mathcal{M}^{-\gamma}$, $\gamma \approx 3$ ($\mathcal{M}$ subentendido em unidades solares).

A razão massa/luminosidade estelar pode ser escrita como $L(\mathcal{M}) = \mathcal{M}^\alpha$ (α depende da banda espectral), logo temos:

$$L_{\rm SP} = N_0\,x\,\mathcal{M}_{\rm min}^x\int_{\mathcal{M}_{\rm min}}^{\mathcal{M}_t}\mathcal{M}^{\alpha-(1+x)}\,{\rm d}\mathcal{M} \approx \frac{N_0 x\,\mathcal{M}_{\rm min}^x}{\alpha - x}\mathcal{M}_t^{\alpha-x}\,, \tag{434}$$

onde utilizamos $\alpha > x$ e $\mathcal{M}_t \gg \mathcal{M}_{\rm min}$. Como o tempo de vida na SP é $t = \mathcal{M}^{-\gamma}$ vem:

$$L_{\rm SP} = \frac{N_0\, x\, \mathcal{M}_{\rm min}^x}{\alpha - x}\, t^{-(\alpha-x)/\gamma}\,. \tag{435}$$

ou seja, a luminosidade da população estelar cai aproximadamente como $L_{\rm SP} \propto t^{-1}$ pois $\alpha = 4{,}9; 4{,}5; 4{,}1$ nas bandas U, B e V, respectivamente.

As estrelas que saem da SP e se tornam gigantes – por simplicidade, supomos esta transformação instantânea – também contribuem para a luminosidade da população estelar. A taxa de formação de gigantes é igual, em módulo, à taxa de estrelas que saem da SP:

$$\frac{{\rm d}N_g}{{\rm d}t} = -N_0 \xi(\mathcal{M}_t) \frac{{\rm d}\mathcal{M}_t}{{\rm d}t} \quad \Rightarrow \quad N_g(t) = -N_0 \xi(\mathcal{M}_t) \frac{{\rm d}\mathcal{M}_t}{{\rm d}t} \int_{t-t_g}^{t} {\rm d}t\,, \tag{436}$$

onde N_g é o número de estrelas que se tornam gigantes e t_g é o tempo de vida de uma gigante, $t_g \approx 0{,}1$–$0{,}3 \times 10^9$ anos. Tomando ${\rm d}\mathcal{M}_t/\,{\rm d}t = -t^{-(1+1/\gamma)}/\gamma$ e a IMF dada pela Eq. (432) resulta em:

$$N_g(t) = \frac{N_0\, x\, \mathcal{M}_{\rm min}^x}{\gamma}\, t_g\, t^{(x-\gamma)/\gamma}\,, \tag{437}$$

ou seja, $N_g(t) \propto t^{-0{,}6}$. A luminosidade total da população estelar criada no surto será:

$$L(t) = L_{\rm SP}(t) + N_g(t) L_g\,, \tag{438}$$

onde L_g é a luminosidade típica de uma gigante, $L_g \approx 60 L_\odot$ (banda B), $\approx 70 L_\odot$ (banda V).

Modelos de síntese evolutiva mais complexos podem ser calculados numericamente. A figura 227 ilustra a evolução passiva segundo o modelo de Bruzual & Charlot (1993) para dois tipos de SFR: o chamado 'modelo Simples' de Renzini (1981) (SSP, *Simple Stellar Population*), onde as estrelas se formam instantaneamente em $t = 0$, e um modelo onde a taxa de formação estelar diminui exponencialmente.

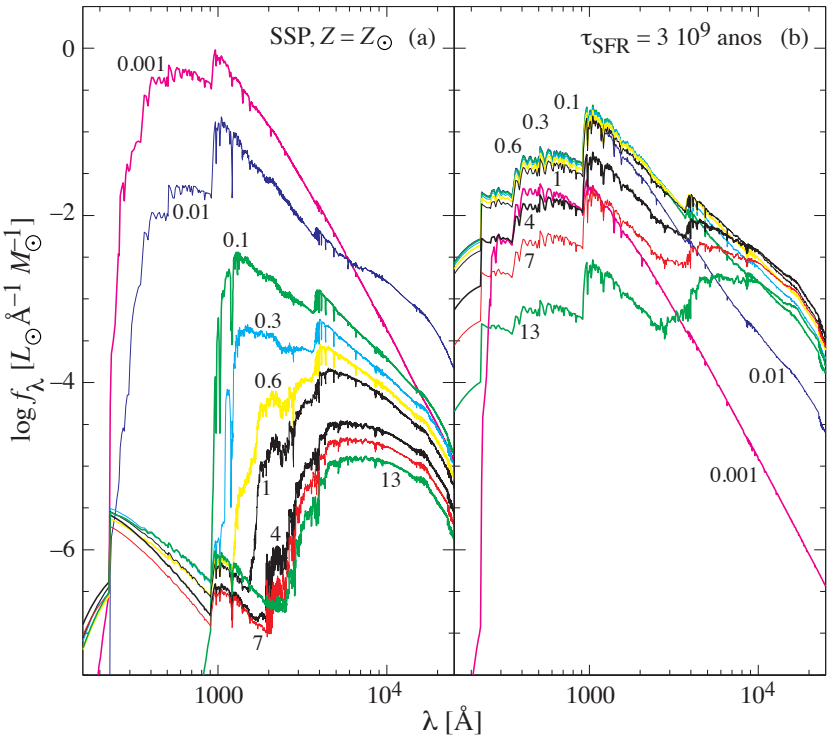


Figura 227: Evolução da distribuição espectral de energia (SED). (a) Evolução passiva de uma população estelar formada instantaneamente em $t = 0$ (SSP, *Simple Stellar Population*). Os números ao lado de cada espectro dão a idade em 10^9 anos. (b) Evolução passiva de uma população estelar com taxa de formação estelar exponencial, $\Psi(t) = \exp(-t/\tau_{\rm SFR})$. No painel da direita, o fluxo F_λ está multiplicado por 100. (Figura tirada de Bruzual, 2001)

Como vimos, um dos ingredientes fundamentais para calcularmos a evolução da população estelar é a IMF. Em geral, utilizamos uma função de massa inicial em lei de potência, ${\rm d}N/\,{\rm d}\mathcal{M} \equiv \xi(\mathcal{M}) \propto \mathcal{M}^\alpha$. Algumas das formas mais populares de IMF são:

Salpeter (1955)	Miller & Scalo (1979)	Kroupa, Tout & Gilmore (1993)
$\xi(\mathcal{M}) \propto \mathcal{M}^{-2{,}35}$	$\propto \begin{cases} \mathcal{M}^{-1{,}4}\,; & \mathcal{M} < 1\,M_\odot \\ \mathcal{M}^{-2{,}5}\,; & 1 \le \mathcal{M} < 10\,M_\odot \\ 6{.}31\mathcal{M}^{-3{,}3}\,; & 10\,M_\odot \le \mathcal{M} \end{cases}$	$\propto \begin{cases} 1{,}866\mathcal{M}^{-1{,}3}\,; & 0{,}08 \le \mathcal{M} < 0{,}5\,M_\odot \\ \mathcal{M}^{-2{,}2}\,; & 0{,}5 \le \mathcal{M} < 1\,M_\odot \\ \mathcal{M}^{-2{,}7}\,; & 1\,M_\odot \le \mathcal{M} \end{cases}$

Kroupa (2001)	Chabrier (2003)
$\xi(\mathcal{M}) \propto \begin{cases} \mathcal{M}^{-0.3}; & \mathcal{M} < 0{,}08 M_\odot \\ 0{,}08\mathcal{M}^{-1.3}; & 0{,}08 \leq \mathcal{M} < 0{,}5 \\ 0{,}04\mathcal{M}^{-2.3}; & 0{,}5 M_\odot \leq \mathcal{M} \end{cases}$	$\propto \begin{cases} \exp\left[-0{,}198 \ln^2(12{,}5\mathcal{M})/\mathcal{M}\right]; & \mathcal{M} \leq 1 M_\odot \\ 0{,}2826\mathcal{M}^{-2{,}3}; & 1 M_\odot < \mathcal{M} \end{cases}$

A figura 228 mostra uma comparação entre as IMFs acima.

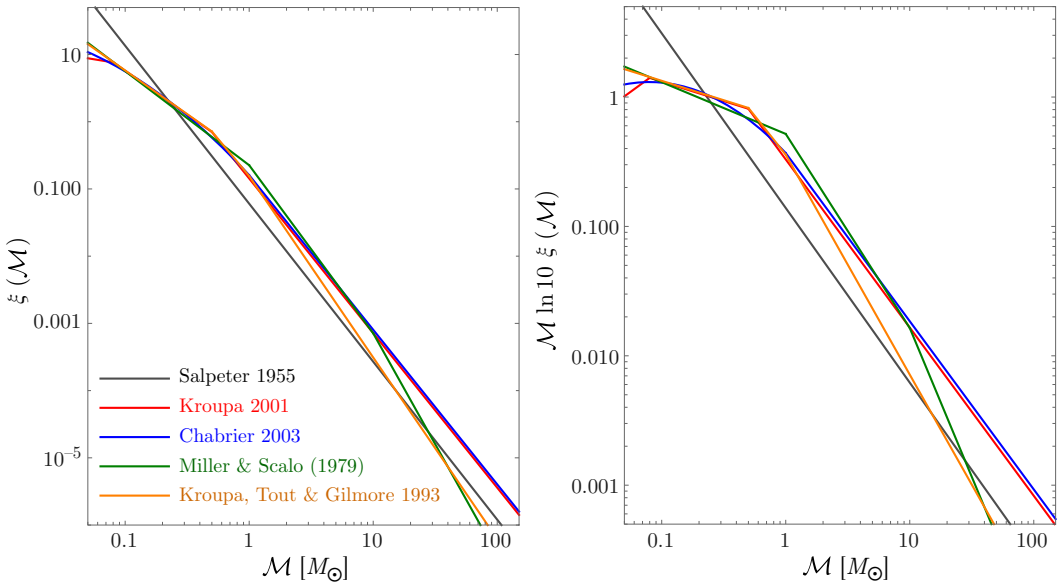


Figura 228: Esquerda: Comparação de alguma formas populares da IMF, $\xi(\mathcal{M})$. A curvas estão normalizadas entre o intervalo $0{,}1 \leq \mathcal{M} \leq 120 M_\odot$ de forma a terem o mesmo número de objetos formados (a integral de ξ é a mesma para todos). Direita: Comparação das IMFs logarítmicas, $\Phi(\mathcal{M})$.

Estas formas são adequadas para estrelas da Galáxia e provavelmente são representativas para estrelas de população I e II e seriam válidas desde o universo local, $z = 0$, até $z \sim 1$ (p.ex., Sonnenfeld et al., 2015). Contudo, para estrelas de Pop. III, estas IMFs podem estar completamente em desacordo pois esta população de estrelas se forma de um gás livre de metais. Sem metais, o resfriamento e a eventual fragmentação das nuvens ainda não é bem entendido, mas supomos que a IMF tenha uma tendência a privilegiar as estrelas de massa maior que $100 M_\odot$ e estrelas de Pop. III de baixa massa não se formariam.

Usando a IMF de Salpeter, admitindo que seja válida para o intervalo $0{,}08 \leq \mathcal{M} \leq 100\ M_\odot$, obtemos a constante de proporcionalidade da seguinte forma:

$$\int_{0{,}08}^{100} \xi(m)\,\mathrm{d}m = 1 \quad \Rightarrow \quad \xi(m) = 0{,}0446\, m^{-2{,}35}\,,$$

ou seja, normalizamos de forma que 100% das estrelas são formadas no intervalo de validade da lei de Salpeter. Obtemos imediatamente algumas proporções:

Fração de estrelas (em número) formadas entre:

intervalo de massa	fração
0,08 e 0,8 $M_\odot$	95,5%
0,8 e 2,0 $M_\odot$	3,2%
2,0 e 8,0 $M_\odot$	1,1%
8,0 e 100 $M_\odot$	0,2%

Estes números indicam, por exemplo, que de cada 1000 estrelas formadas cerca de 2 terminarão como supernovas de colapso de core.

10.2.4 Taxa de Formação Estelar (SFR)

Mesmo para modelos tão simplistas, ainda é necessário considerarmos o enriquecimento em metais, interações, eventual reservatório de gás no halo (gás coronal), etc... A figura 229 mostra, por exemplo, a

taxa de evolução estelar e a evolução da metalicidade em função do tempo inferida para a Via Láctea. No entanto, mesmo modelos muito simples podem prever a evolução da cor de uma elíptica qualitativamente correta (Fig. 230).

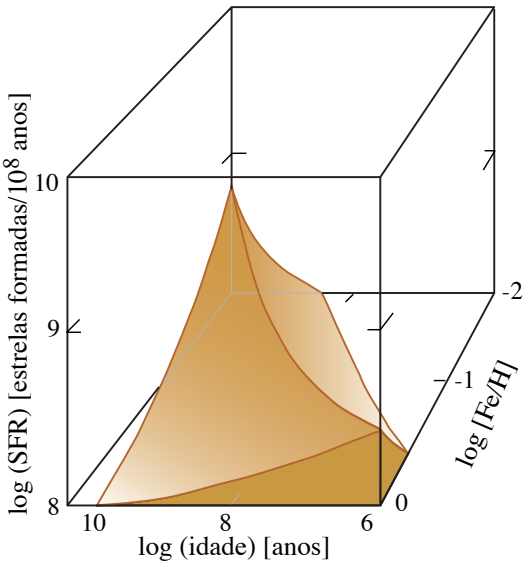


Figura 229: Evolução da taxa de formação estelar (SFR) na Via Láctea. O eixo horizontal representa a idade das estrelas, o eixo diagonal representa a metalicidade (em termos da abundância de ferro em relação à abundância solar) e o eixo vertical, a taxa de formação estelar. Atualmente, a SFR da Via Láctea é estimada em $1{,}65 \pm 0{,}20 M_\odot$/ano (Licquia & Newman, 2015).

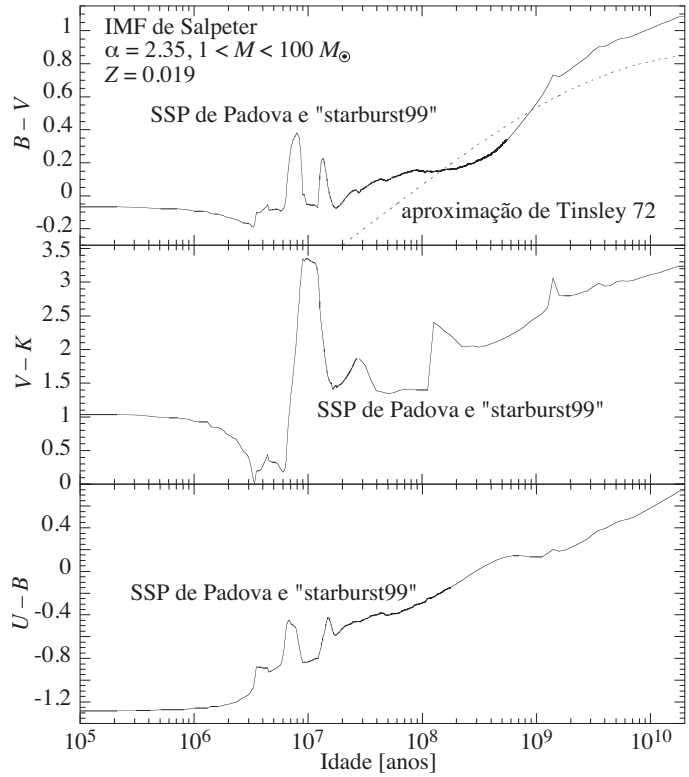


Figura 230: Evolução do índice de cor para um surto de formação estelar em $t = 0$. Dados de Leiteher et al. 1999 (código "starburst") e do grupo de Padova (Salasnich et al., 2000).

A taxa de formação estelar em uma galáxia é estimada a partir de vários indicadores. Em uma dada região onde está havendo formação estelar, as estrelas de alta massa (O e B) ainda estão na Sequência Principal. Estas regiões, portanto, são fontes fortes de **radiação ultravioleta** e fótons com $\lambda < 912$ Å. Assim, as linhas de emissão da recombinação do hidrogênio (**séries de Lyman e Balmer**) e algumas linhas proibidas (quando a densidade for pequena o suficiente, p.ex., [OII]) são intensas. Se houver poeira, esta absorve parte do ultravioleta e reemite no FIR (*infravermelho distante*, 20–200 μ, veja seção 10.4).

O meio ionizado pelas estrelas jovens emite em **rádio** pelo mecanismo bremsstrahlung (observado em $30 \lesssim \nu \lesssim 200$ GHz) em regiões HII. Para frequências entre $\lesssim 30$ GHz, a principal fonte é a emissão síncrotron por elétrons relativísticos (sec. 11.5), produzidos por supernovas. Finalmente, grande quantidade

de HI (observado em 21,1 cm) e a presença de **moléculas** (detectada pelo CO em 1,3 e 2,6 mm [230 e 115 GHz]) também são indicadores de formação estelar.

Alguns estimadores empíricos utilizados são (Yun et al., 2001; Kennicutt, 1998):

$$\mathrm{SFR}(M_\odot\ \mathrm{ano}^{-1}) = \begin{cases} 5{,}9\times10^{-29} L_{1{,}42\mathrm{GHz}}(\mathrm{erg\ s^{-1}Hz^{-1}})\,; \\ 1{,}7\times10^{-28} L_{\mathrm{UV(1250\text{–}2500\ \AA)}}(\mathrm{erg\ s^{-1}Hz^{-1}})\,; \\ 1{,}3\times10^{-29} L_{\mathrm{FIR60}\mu}(\mathrm{erg\ s^{-1}Hz^{-1}})\,; \\ (1{,}4\pm0{,}4)\times10^{-41} L_{[\mathrm{OII}]\lambda3727}(\mathrm{erg\ s^{-1}})\,; \\ 7{,}9\times10^{-42} L_{\mathrm{H}_\alpha}(\mathrm{erg\ s^{-1}})\,. \end{cases} \tag{439}$$

No infravermelho distante, a estimativa da SFR é afetada pelo aquecimento da poeira pela luz das estrelas já existentes. O fluxo no FIR também tem contribuição da atividade nuclear: nas AGNs, a luminosidade no FIR pode ser toda devido à atividade nuclear – o espectro, contudo é diferente; as AGNs esquentam mais a poeira que as estrelas O e B.

Fótons ionizantes com $\lambda < 912\,\text{Å}$ são produzidos em grande quantidade por estrelas de vida curta, $\tau \lesssim 20\times10^6$ anos com massa $\mathcal{M} > 10M_\odot$. Enquanto a intensidade da linha H_α nos dá a taxa presente de formação estelar, a largura equivalente do H_α (isto é, a intensidade relativa da linha em relação ao contínuo) nos dá uma estimativa da razão entre a SFR atual e o valor médio da SFR durante a vida passada da galáxia, $\mathrm{EW}(\mathrm{H}_\alpha) \approx \mathrm{SFR}/\langle\,\mathrm{SFR}\,\rangle$. Um fator crítico na utilização do H_α como indicador de formação estelar é a absorção interna das galáxias. Esta absorção pode ser estimada pela análise do espectro, uma vez que a absorção depende do comprimento de onda.

O espectro contínuo ultravioleta na banda 1250–2500 Å (para comparação o satélite GALEX [*Galaxy Evolution Explorer*] opera em duas bandas FUV 12500–1800 Å e NUV 1800–3000Å) é praticamente todo produzido por estrelas de massa maior que $5M_\odot$, que vivem até $\sim 100\times10^6$ anos.

No disco das galáxias espirais, existe uma relação entre a SFR e a densidade superficial, proposta por Schmidt (1959):

$$\Sigma_{\mathrm{SFR}}(M_\odot\mathrm{ano}^{-1}\mathrm{kpc}^{-2}) = (2{,}5\pm0{,}7)\times10^{-7}\,\Sigma_{\mathrm{gás}}^{1{,}40\pm0{,}15}(M_\odot\mathrm{pc}^{-2})\,. \tag{440}$$

A "Lei de Schmidt" pode ser entendida grosseiramente como: SFR $\propto$ (densidade do gás)/(tempo de colapso) $\propto \rho/\rho^{-1/2} = \rho^{1,5}$.

Existe um valor mínimo de $\Sigma_{\mathrm{gás}}$ para que haja formação estelar da ordem de 1–$5M_\odot\mathrm{pc}^{-2}$.

Outra parametrização da taxa de formação estelar é dada por Genzel et al. (2010) levando em conta a massa do gás molecular (onde ocorre a formação estelar) e a escala de tempo dinâmico:

$$\mathrm{SFR} = 130\left(\frac{\mathcal{M}_{\mathrm{mol}}}{10^{10}M_\odot}\right)^{1{,}37}\left(\frac{t_{\mathrm{din}}}{10^5\mathrm{ano}}\right)^{-0{,}78} M_\odot\mathrm{ano}^{-1}\,. \tag{441}$$

Por fim, como o gás disponível para formação estelar vai se esgotando com o tempo, é natural que a taxa de formação estelar vá globalmente diminuindo com o *redshift* (com o aumento da idade do Universo). Este efeito pode ser descrito, por exemplo, da seguinte forma (Daddi et al., 2007; Bouché et al., 2010):

$$\mathrm{SFR} = 150\left(\frac{\mathcal{M}_*}{10^{11}M_\odot}\right)^{0{,}8}\left(\frac{1+z}{3{,}2}\right)^{2{,}7} M_\odot\mathrm{ano}^{-1}\,, \tag{442}$$

onde $\mathcal{M}_*$ é a massa estelar e esta expressão é válida até $z \sim 2$.

10.2.5 Evolução química

Parte das estrelas que se formam tem massa superior a $\sim 8M_\odot$ e terminam como supernovas. Os metais que se formaram na estrela são lançados durante a explosão no meio interestelar (ISM), enriquecendo-o. As novas estrelas que surgirão terão, portanto, uma maior metalicidade. Mesmo o vento estelar de estrelas de massa mais modesta contribuem para o enriquecimento do meio.

O modelo mais simples de enriquecimento do ISM é chamado "Caixa Fechada" (*Closed Box*, Talbot & Arnett, 1971). Aqui supomos uma região isolada, onde não há nem perda nem ganho de matéria, grande o suficiente para conter um grande número de estrelas e suficientemente pequena para ser relativamente homogênea. Em um dado instante t a massa total desta região é $\mathcal{M}_{\mathrm{tot}}$, sendo $\mathcal{M}_*$ a massa nas estrelas de baixa massa e restos de evolução estelar (anãs brancas, estrelas de nêutrons, buracos negros), isto é, objetos

que retêm os metais. $\mathcal{M}_{\rm g}$ é a massa do gás. Definimos também $\mathcal{M}_{\rm m}$ como a massa dos metais (elementos com $A \geq 3$), e a metalicidade do gás é:

$$Z \equiv \frac{\mathcal{M}_{\rm m}}{\mathcal{M}_{\rm g}} \,. \tag{443}$$

Em um intervalo de tempo δt há formação de novas estrelas. A massa nas estrelas de baixa massa e restos de formação estelar (anãs brancas, estrelas de nêutrons, buracos negros) se altera de $\delta\mathcal{M}_*$. As estrelas maciças se tornam supernovas e contribuem com uma fração $p\delta\mathcal{M}_*$ de metais para o ISM. Usamos aqui a aproximação de "reciclagem instantânea" (basicamente, tomamos o tempo de vida de uma estrela maciça menor que δt). Assim, a variação da massa em metais é:

$$\delta\mathcal{M}_{\rm m} \;=\; \underbrace{+p\,\delta\mathcal{M}_*}_{\substack{\text{metais}\\ \text{reciclados}}} \quad \underbrace{-Z\,\delta\mathcal{M}_*}_{\substack{\text{metais}\\ \text{aprisionados}}} \;=\; (p-Z)\delta\mathcal{M}_* \,. \tag{444}$$

A quantidade p, que supomos constante, é o "*yield*" (rendimento) da produção de metais nas estrelas (Searle & Sargent, 1972).

A variação da metalicidade será:

$$\delta Z = \delta\left(\frac{\mathcal{M}_{\rm m}}{\mathcal{M}_{\rm g}}\right) = \frac{\mathcal{M}_{\rm g}\,\delta\mathcal{M}_{\rm m} - \mathcal{M}_{\rm m}\,\delta\mathcal{M}_{\rm g}}{\mathcal{M}_{\rm g}^2} = \frac{\delta\mathcal{M}_{\rm m}}{\mathcal{M}_{\rm g}} - \frac{Z\,\delta\mathcal{M}_{\rm g}}{\mathcal{M}_{\rm g}} \,. \tag{445}$$

Substituindo a Eq. (444) na equação acima temos:

$$\delta Z = \frac{(p-Z)\delta\mathcal{M}_*}{\mathcal{M}_{\rm g}} - \frac{Z\,\delta\mathcal{M}_{\rm g}}{\mathcal{M}_{\rm g}} \,. \tag{446}$$

A hipótese de sistema fechado implica $\delta\mathcal{M}_* = -\delta\mathcal{M}_{\rm g}$, a massa de gás que deixa o ISM é idêntica à massa que é retida nas estrelas de baixa massa e restos da evolução estelar. Assim,

$$\delta Z = -\frac{(p-Z)\mathcal{M}_{\rm g}}{\mathcal{M}_{\rm g}} - \frac{Z\,\delta\mathcal{M}_{\rm g}}{\mathcal{M}_{\rm g}} = -p\frac{\delta\mathcal{M}_{\rm g}}{\mathcal{M}_{\rm g}} \,. \tag{447}$$

A solução geral desta equação é:

$$Z(t) = Z(0) - p\ln\left[\mathcal{M}_{\rm g}(t)/\mathcal{M}_{\rm g}(0)\right] \,, \tag{448}$$

onde $Z(0)$ e $\mathcal{M}_{\rm g}(0)$ são os valores iniciais em $t = 0$. Enquanto a massa do gás diminui (se transforma em estrelas e restos de formação estelar) a metalicidade aumenta.

Neste modelo, a metalicidade de uma estrela indica o momento em que ela se formou. Podemos estimar a massa nas estrelas com metalicidade menor que $Z_t \equiv Z(t)$ usando a Eq. (447) da seguinte forma:

$$\delta Z = p\frac{\delta\mathcal{M}_*}{\mathcal{M}_{\rm g}} = p\frac{\delta\mathcal{M}_*}{[\mathcal{M}_{\rm g}(0) - \mathcal{M}_*(t)]} \;\Rightarrow\; \int_{Z(0)}^{Z_t} {\rm d}Z = \int_0^{\mathcal{M}_*} p\frac{{\rm d}\mathcal{M}'_*}{[\mathcal{M}_{\rm g}(0) - \mathcal{M}'_*(t)]} \,, \tag{449}$$

onde supomos que a massa inicial de estrelas é nula. A solução desta equação é:

$$\mathcal{M}_*(t) = \mathcal{M}_*(< Z_t) = \mathcal{M}_{\rm g}(0)\left[1 - \exp\left(\frac{Z(0) - Z_t}{p}\right)\right] \,. \tag{450}$$

O bojo da Galáxia e aglomerados globulares de baixa metalicidade obedecem relativamente bem a equação acima. Para a vizinhança solar podemos estimar o *yield*, p, supondo que $Z(0) = 0$ (metalicidade nula do gás primordial):

$$p \approx -\frac{Z_\odot}{\ln(\mathcal{M}_{\rm g}/\mathcal{M}{\rm tot})} \approx \frac{0{,}02}{2{,}3} \approx 0{,}009 \,, \tag{451}$$

onde usamos $\mathcal{M}_{\rm g}/\mathcal{M}{\rm tot} \approx 0{,}1$ para a vizinhança solar. A equação (450) nos dá a fração de estrelas com metalicidade menor que Z_t, por exemplo,

$$\mathcal{M}_*(Z < 0{,}25Z_\odot) \approx 0{,}43\mathcal{M}_{\rm g}(0) \,. \tag{452}$$

Isto significa que mais de 40% das estrelas deveriam ser de baixa metalicidade, $Z \leq Z_\odot/4$. Contudo, apenas 2% das estrelas na vizinhança solar apresentam metalicidade tão baixa! Isto é conhecido como o "problema das anãs G" – *G-dwarf problem*, historicamente o problema foi detectado com estas estrelas (Schmidt, 1963b).

O problema das anãs G está no modelo da caixa fechada, que é simplista demais e devemos levar em conta queda e/ou ejeção de matéria no sistema.

10.2.6 Idade X Metalicidade

Ao se observar a cor de uma galáxia nos deparamos com uma dualidade: uma cor mais vermelha tanto pode indicar uma população estelar mais velha como uma população mais rica em metais (veja discussão na Seção 5.11.4). A ambiguidade na determinação da idade e metalicidade pode ser resolvida (a princípio) identificando-se indicadores mais sensíveis a estes efeitos. Por exemplo, as linhas em emissão da série de Balmer e [OII] são bons indicadores formação estelar, as linhas de absorção do Fe e Mg são bons indicadores de metalicidade. Com modelos de evolução de população estelar pode-se construir diagramas idade X metalicidade como o da Fig. 231.

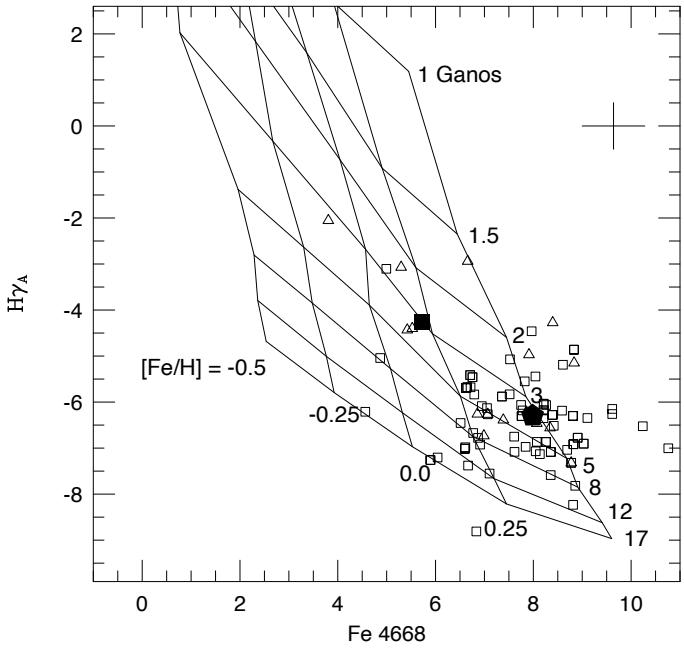


Figura 231: Diagrama idade–metalicidade de galáxias elípticas (quadrados) e S0 (triângulos). As intensidades das linhas H_γ e Fe 4668 são indicadores de idade e metalicidade, respectivamente. A grade representa o modelo de Worthey (1994).

10.3 Observações a alto redshift

Desde 1963, com a descoberta de 3C 273 em $z = 0{,}158$, vem-se descobrindo objetos cada vez mais distantes. Na Tab. 15 está um histórico da quebra de recorde de *redshifts*.

A tabela 16 mostra os objetos com maior *redshift* conhecidos. Esta lista é atualizada continuamente, principalmente devido à descoberta de objetos de alto *redshift* utilizando técnicas fotométricas (p.ex., pelo *Sloan Digital Sky Survey*–SDSS, *Cluster Lensing And Supernova survey with Hubble*–CLASH, etc.), procura de galáxias "Lyman-break" ("drop-out" da banda U para galáxias em $z \sim 3{,}3$), observações profundas com JWST, etc... A figura 232 ilustra a técnica de "drop-out" da banda U.

O termo "Lyman-break" tem origem na forte absorção dos fóton com comprimento de onda menor que 912 Å, que corresponde à energia de ionização do átomo de hidrogênio (13,6 eV). É comum encontrarmos o termo *Lyman continuum photons* ("fótons do contínuo Lyman"), que corresponde à radiação emitida com comprimento de repouso inferior a 912 Å.

10.3.1 *Redshift* fotométrico

Esta técnica é baseada na estimativa do *redshift* através da fotometria de um objeto em diversas bandas. Basicamente, trata-se de um espectro de baixíssima resolução, às vezes com apenas 3 ou 4 pontos. Algumas características do espectro (linhas, quebras) produzem uma assinatura detectável com apenas algumas medidas em bandas fotométricas.

A primeira medida de *redshift* fotométrico é de Baum (1962), usando 9 bandas fotométricas entre 3730 e 9874 Å, pode medir a distância de vários aglomerado usando a população de galáxias elípticas. Estas galáxias têm uma assinatura espectral, a quebra em 4000 Å, D_{4000}, definida como a razão do fluxo médio entre 4050 e 4250 Å sobre o fluxo médio entre 3750 e 3950 Å (Bruzual, 1983). A diminuição do fluxo abaixo de 4000 Å é devido às linhas de absorção de metais na atmosfera de estrelas frias (predominantes em galáxias Elípticas e Lenticulares).

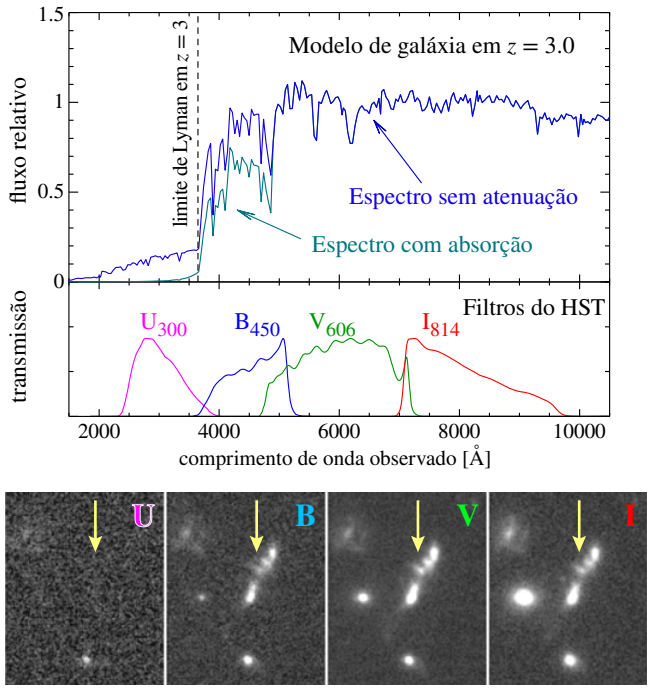


Figura 232: Acima: Uma galáxia hipotética em *redshift* 3 emite um espectro (linga azul escura) que sofre absorção e é observado por nós (linha azul clara). O espectro para comprimento de onda menor que o limite Lyman é fortemente absorvido (inclusive pelo gás neutra da própria galáxia). Abaixo dos espectros, estão as curvas de transmissão de 4 filtros usados no HST. Abaixo: Observando nas bandas do HST, a galáxia (bem irregular) não é detectada na banda U, apenas nas bandas de maior comprimento de onda. Figura adaptada de Dickinson (1998)

Apesar da maior incerteza devido à falta de informação precisa sobre o espectro (ou SED, *Spectral Energy Distribution*), a técnica de *redshift* fotométrico permite medir centenas de vezes mais distâncias do que as medidas mais acuradas usando *redshift* espectroscópico.

Uma dificuldade importante do *redshift* fotométrico é o fato de precisarmos ter uma ideia do espectro do objeto estudado. O espectro de uma galáxia evolui com o tempo (Sec. 10.2.2), é afetado pela poeira (Sec. 10.4) e depende da natureza da galáxia (espira, elíptica, com formação estelar intensa ou não, etc.).

Galáxias a alto *redshift*, $z \gtrsim 3$, podem ser identificadas a princípio através de uma técnica de '*redshift* fotométrico' relativamente econômica, usando o fato de que objetos que não tenham um núcleo ativo têm um decréscimo importante do fluxo ultravioleta no limite Lyman a $\lambda = 912\,\text{Å}$ (Steidel & Hamilton, 1992, veja Fig. 233). Esta quebra ('*break*') do espectro será observada no visível ou infravermelho próximo devido ao *redshift* cosmológico: $z = 3 \rightarrow \lambda_{\text{Ly}} = (1+z)\,912\,\text{Å} = 3648\,\text{Å}$, $z = 6 \rightarrow \lambda_{\text{Ly}} = 6384\,\text{Å}$.

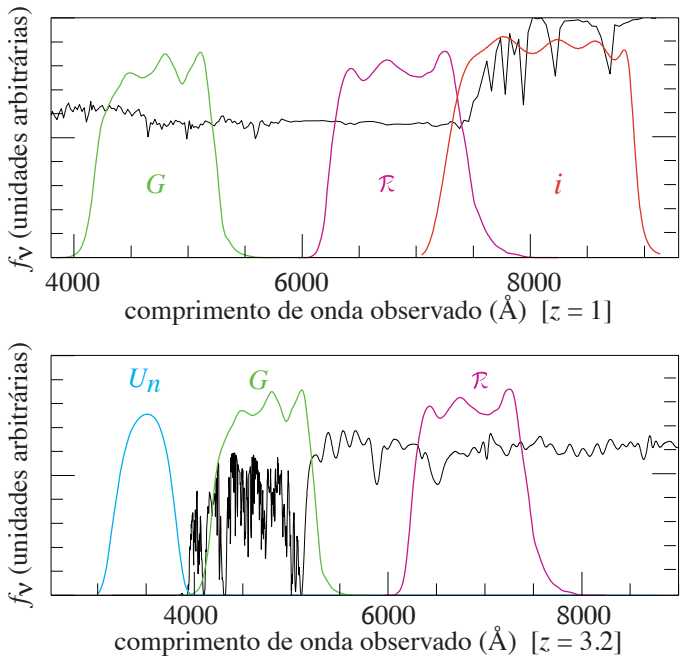


Figura 233: Exemplo da técnica de identificação de galáxias pela cor. Superpostos aos espectros (sintéticos) estão os perfis de transmissão de cada filtro (definidos em Steidel et al. (1996)). As quebras de Balmer e Lyman (no alto e abaixo, respectivamente) fazem com que as galáxias a estes *redshifts* tenham cores bem características. As galáxias identificadas pela quebra de Lyman são frequentemente chamadas "*Lyman Break Galaxies*"

Com este método, Steidel et al. (1996) puderam identificar galáxias a $z > 3$, as chamadas *Galáxias*

Lyman-Break. Este método, contudo, não é completamente livre de erros e para a determinação precisa do *redshift* da galáxia é necessária uma observação espectroscópica. Além disto, uma amostra de galáxias identificadas desta forma será tendenciosa, uma vez que os objetos com taxa de formação estelar intensa serão favorecidos por este método.

10.3.2 Galáxias em alto *redshift*

A figura 235, tirada do Hubble Ultra Deep Field, revela algumas das galáxias mais distantes que conhecemos. A Fig. 234 mostra a distribuição dos *redshifts* dos objetos mais distantes conhecidos.

Tabela 15: Evolução do maior *redshift* conhecido (e confirmado) para galáxias e QSOs até 01/2025. Até 02/2023, eram conhecidos 367 objetos com *redshift* espectroscópico maior que 7,0 (333 com $7{,}0 < z < 7{,}01$) [fonte: NED].

Ano	objeto	*redshift*	autores & publicação
2024	JADES-GS-z14-0	14,32	Carniani S., Hainline K., et al., 2024, Nature 633, 318
2023	JADES-GS-z13-0	13,20	Robertson B.E., Tacchella S., Johnson B.D., et al., 2023, Nature Astro. 7, 611
2016	GN-z11	11,09	Oesch P.A., Brammer G., van Dokkum P.G., et al., 2016, ApJ 819, id 129
2015	EGSY 2008532660	8.683	Zitrin A., Labbé I., Belli S., Bouwens R., et al., 2015, ApJL 810, L12
2010	UDFy 38135539	8,61	Bouwens R.J., Illingworth G.D., et al., 2010, ApJL 709, 133
2006	IOK 1	6,96	Iye M., Ota K., Kashikawa N., et al., Nature 443, 186
2003	SDSS J1148+5251	6,419	Fan, Strauss, Schneider, et al., AJ 125, 1649
2001	SDSS J1030+0524	6,311	Fan, Narayanan, Lupton, et al., AJ 122, 2833
2000	SDSS J1044-0125	5,800	Fan, White, Davis, et al., AJ 120, 1167
1999	SDSS J0338+0021	5,0709	Fan, Strauss, Schneider, et al., AJ 118, 1
1991	PC 1247+3406	4,897	Schneider, Schmidt, Gunn, AJ 102, 837
1989	PC 1158+4635	4,729	Schneider, Schmidt, Gunn, AJ 98, 1951
1987	PC 0910+5625	4,014	Schmidt, Schneider, Gunn, ApJ Lett 32 L7
1986	QSO1208+1011	3,803	Sargent W.L.W., Steidel C.C., et al., Nature 322, 40
1983	DHM0054-284	3,61	Shanks, Fong, Boyle, Nature 303, 156
1974	PKS 1442+101	3,522	Baldwin J., Robinson L., Wampler E., ApJ 193, 513
1973	OH471	3,396	Carswell R.F., P. A. Strittmatter P.A., Nature 242, 394
1970	4C +05.34	2,877	Lynds W., Nature 226, 532
1968	5C 02.056	2,39353	Burbidge, E.M., ApJ 154, L109
1967	PKS 0237-233	2,223	Arp, Bolton, Kinman, ApJ 147, 840
1965	3C 009	2,0091	Schmidt M., ApJ 141, 1295
1964	3C 147	0,545	Schmidt M., Matthews, T.A., ApJ 139, 781
1963	3C 273	0,158	Schmidt M., Nature 197, 104

O objeto com *possivelmente* o maior *redshift* confirmado espectralmente é a galáxia GN-z11 (GND J-625464314 no NED) (Oesch et al., 2016), na direção da Ursa Maior. A galáxia [SER2007] c1 na direção de Abell 1689 com $z = 10{,}23$, também baseado na identificação da linha Lyα (Stark et al., 2007), tem um *redshift* superior a 10. O objeto [PSR2004] 1916, na direção de Abell 1835 pode ter *redshift* de 10,0 (Pelló et al., 2004), mas esta medido é questionável (c.f. Smith et al., 2006). A observação destes objetos de muito alto *redshift* é possível através do uso do efeito de lente gravitacional, onde o aglomerado de *foreground* funciona como um "telescópio gravitacional".

Atualmente, o telescópio espacial James Webb (JWST) está identificando objetos possivelmente com *redshift* superior a 10, por exemplo, Naidu et al. (2022); Harikane et al. (2023), graças a sua área coletora (diâmetro efetivo de 6.5 m) e capacidade de observar no infravermelho. Algumas destas galáxias já têm cerca de $10^9 M_\odot$ em estrelas formadas apenas entre 300 e 400 milhões de anos após o Big Bang.

A detecção de um conjunto de galáxias distantes permite, entre outras coisas, a determinação da história da taxa de formação estelar no Universo. A figura 236 mostra estimativas empíricas da SFR em função do *redshift* [o "diagrama de Madau–Lilly", Madau et al. (1996); Lilly et al. (1996)] e comparação com modelos cosmológicos.

A construção deste tipo de diagrama envolve muitas incertezas: conversão de algum indicador de formação estelar (UV, H_α,...) em taxa de formação estelar, efeitos de seleção, completeza da contagem de objetos com formação estelar, absorção da luz visível e UV pela poeira, efeitos evolutivos, etc... O diagrama original de Madau, por exemplo, não levava em conta a absorção da poeira.

10.4 Poeira

A extinção e o avermelhamento causado pela poeira do meio interestelar – partículas que têm desde algumas moléculas até $\sim 1\,\mu$m – altera o espectro de uma galáxia. Este efeito é tanto maior quanto menor

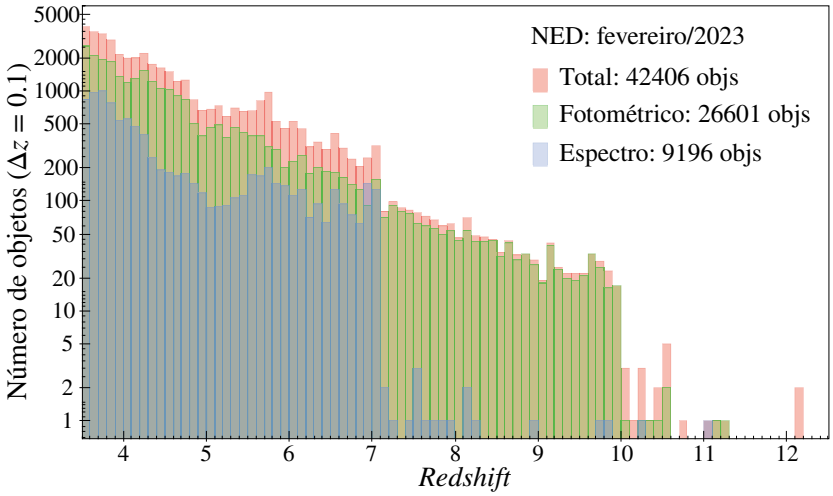


Figura 234: Distribuição em *redshift* dos objetos com $z \geq 3{,}5$. Destacado em azul estão os objetos com confirmação espectroscópica ("SPEC" no NED) e, em verde, objetos com *redshift* photométricos. O restante são *redshifts* estimados com apenas uma linha (geralmente, supondo que seja a Lyα 1216 Å) ou usando alguma característica espectral, por exemplo, usando linhas dos PAHs (*Polycyclic Aromatic Hydrocarbons*). Fonte: NED.

Tabela 16: Objetos com os maiores *redshifts* espectroscópicos. Objetos: G (galáxia), QSO, e VisS (fonte visual). Para $z \gtrsim 6$ existem 298 objetos no NED, incluindo *redshift* fotométrico ou baseado em apenas uma linha. Fonte: NED, Dezembro/2012.

Nome do objeto	A. Reta(J2000.0)	Decl.(J2000.0)	Obj.	z
UDFy 38135539	53.15888	-27.76497	G	8.61
GOODS-CDFS-MUSIC 70437	53.14655	-27.87095	G	7.62
GLARE 1034	53.164371	-27.762060	G	7.240
GLARE 6050	53.156040	-27.829889	G	7.050
IOK 1	200.999176	27.415501	G	6.960
ABELL 2218:[KES2004] a	248.978043	66.210831	G	6.710
UDF 00452	53.155331	-27.815161	G	6.700
GLARE 1045	53.177502	-27.802450	G	6.600
HCM 6A	39.978039	-1.558970	G	6.560
SDSS J172201.84+563744.7	260.507660	56.629082	QSO	6.506
SDSS J1148+5251	177.069351	52.863949	QSO	6.419
UDF 03245	53.142921	-27.798210	G	6.400
SDF J132440.6+273607	201.169174	27.601940	G	6.330
SDSS J1030+0524	157.612915	5.415280	QSO	6.311
GRB 050904 HOST	13.711790	14.086110	G	6.290
GOODS-CDFS-MUSIC 10243	53.158169	-27.786400	G	6.250
SDSS J1623+3112	245.882538	31.200140	QSO	6.220
GDS J033222.28-275257.2	53.092789	-27.882561	G	6.200
SDSS J1048+4637	162.187714	46.621750	QSO	6.190
GLARE 1004	53.166080	-27.771971	G	6.150
SDSS J125051.93+313021.9	192.716370	31.506081	QSO	6.130
GLARE 1008	53.199871	-27.784750	G	6.130
SDF J132345.6+271701	200.940002	27.283609	G	6.110
FLX J142738.60+331241.9	216.910858	33.211658	QSO	6.100
UDF 03282	53.143902	-27.798660	G	6.100
UDF ACS 03807	53.145721	-27.796680	G	6.100
UDF P1-2309-1628	53.193459	-27.923470	G	6.083
SDSS J1602+4228	240.725754	42.473030	QSO	6.070
SDSS J1630+4012	247.641251	40.202671	QSO	6.065
SDF J132442.5+272423	201.177078	27.406389	G	6.040
SDF J132426.5+271600	201.110413	27.266670	G	6.030
SDSS J113717.73+354956.9	174.323868	35.832470	QSO	6.010
UDF P1-2954-1152	53.201618	-27.931690	G	6.005
SDF J132519.4+271829	201.330826	27.308060	G	6.000
UDF 03073	53.139221	-27.795799	G	6.000
UDF 03305	53.143879	-27.798880	G	6.000
SDSS J0818+1722	124.614166	17.381060	QSO	6.000

o comprimento de onda da radiação. O módulo de distância é alterado da seguinte forma:

$$m_\lambda - M_\lambda = 5 \log D_{\rm pc} - 5 + A_\lambda \,, \tag{453}$$

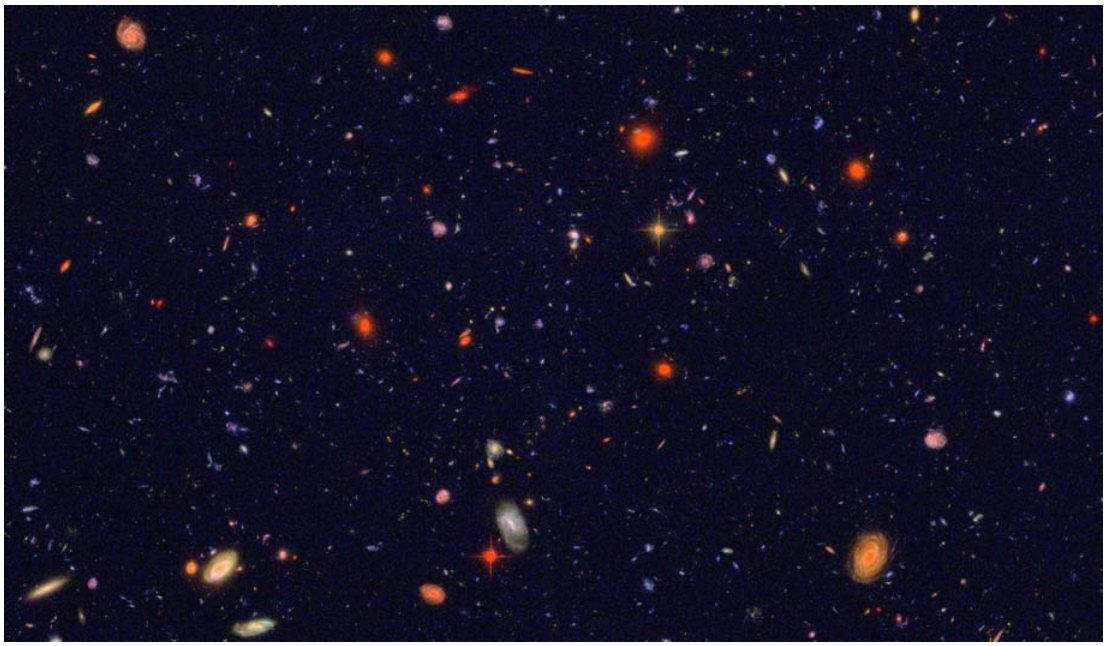


Figura 235: Parte do *Hubble Ultra Deep Field* em "cores reais" (composição dos filtros $B\ V\ i$). Esta figura cobre ~ 3 arcmin de largura na direção $\alpha = 3^{\rm h}32^{\rm m}40^{\rm s}$ e $\delta = -27°48'00''$. Note a abundância de pequenas galáxias azuis e a presença de galáxias maciças vermelhas (com população estelar antiga). Os objetos mais fracos têm magnitude ~ 30. Figura produzida por Lupton et al. (2004).

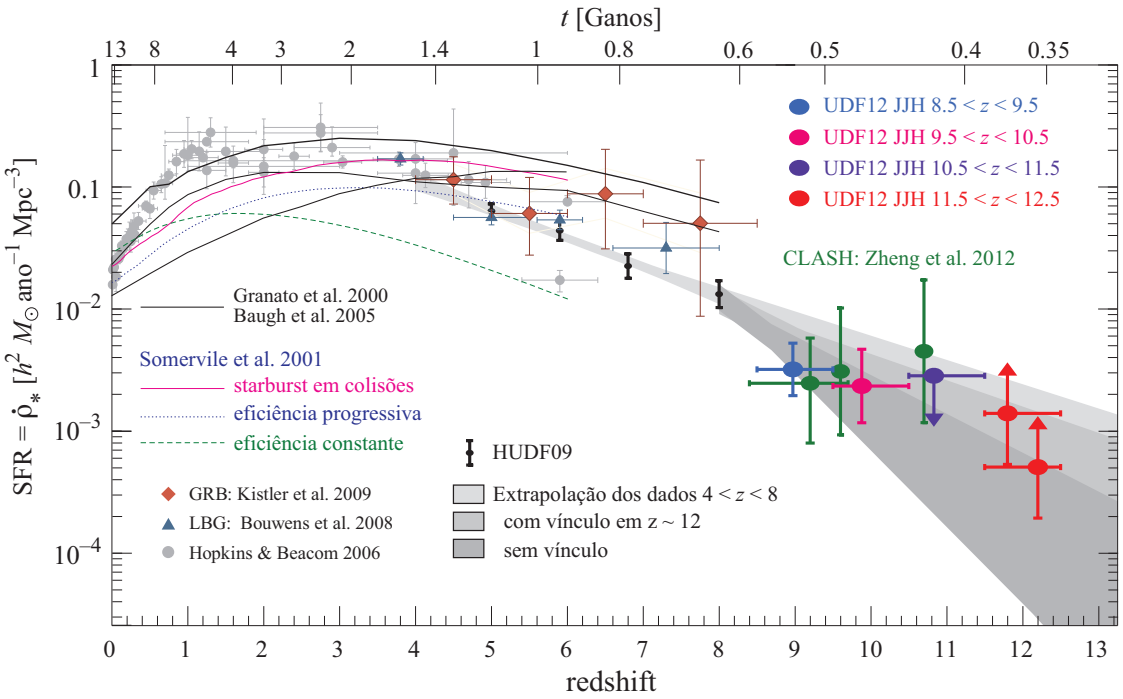


Figura 236: Taxa de formação estelar, SFR, em função do *redshift* (*diagrama de Madau–Lilly*). Os pontos observacionais foram corrigidos levando-se em conta a completeza da contagem de objetos e a extinção devido à poeira. A SFR em alto *redshift* foi estimada usando *Gamma Ray Bursts* (GRB) e *Lyman Break Galaxies* (LGB). As curvas representam vários modelos semi-analíticos de diferentes taxas de formação estelar, para um modelo hierárquico ΛCDM. Figura tirada de Ellis et al. (2013); Kistler et al. (2009); Baugh et al. (2005) e Somerville et al. (2001) [veja também Ellis (2001)].

onde A_λ, medido em magnitudes, representa a extinção do fluxo de radiação com comprimento de onda λ. Esta atenuação está relacionada com a profundidade óptica por:

$$A_\lambda = \tau_\lambda \, 2{,}5 \log e = 1{,}086 \, \tau_\lambda \, . \tag{454}$$

Em termos de magnitude, a extinção é aproximadamente igual à profundidade óptica. A profundidade óptica, por sua vez, se relaciona à seção de choque das partículas, σ_λ, da seguinte forma:

$$\tau_\lambda = \sigma_\lambda N\,, \tag{455}$$

onde N é a densidade de coluna de partículas de poeira. O caso de espalhamento por partículas esféricas foi tratado pela primeira vez por Gustav Mie 1908, que obteve $\sigma_\lambda \propto 1/\lambda$ quando a seção de choque é da ordem de λ. Desta forma, vemos que a extinção é mais severa para pequenos comprimentos de onda (visível, ultravioleta) e menos importante para comprimento de onda maior (infravermelho).

O excesso de cor é definido como $E(\lambda_1 - \lambda_2) = A_{\lambda_1} - A_{\lambda_2}$, isto é, a diferença em duas bandas, λ_1 e λ_2, da extinção. Também podemos escrever $E(\lambda_1 - \lambda_2) = (\lambda_1 - \lambda_2)_{\rm observado} - (\lambda_1 - \lambda_2)_{\rm intrínseco}$, isto é, a diferença do índice de cor observado menos o intrínseco. Costuma-se também definir a razão entre a absorção e o índice de cor:

$$R_V \equiv \frac{A_V}{E(B-V)} = \frac{A_V}{A_B - A_V}\,. \tag{456}$$

Na Galáxia, este valor é tipicamente 3,1 mas, dependendo da região, pode atingir valores entre ~ 2 e 5,5.

As curvas de extinção interestelar podem ser dadas pelo parâmetro $k(\lambda)$ definido como:

$$k(\lambda) = \frac{A_\lambda}{E(B-V)} \quad \text{ou, equivalentemente} \quad k(\lambda) = R_V \frac{A_\lambda}{A_V}\,. \tag{457}$$

A Tabela 17 dá o valor de $k(\lambda)$ para várias bandas fotométricas usuais. Para se ter uma ideia, na direção do centro da Via Láctea, em um grau em torno do centro da Galáxia, $E(B-V) \approx 100$ (uma parede!). A Fig. 237 mostra diversas curvas de extinção, da Galáxia, das Nuvens de Magalhães e de galáxias "*starburst*". As curvas seguem relativamente bem o modelo de espalhamento de Mie para grandes comprimentos de onda, mas divergem a partir do ultravioleta próximo. Em 2175 Å (4,6 nm^{-1}) tem uma "corcova", um excesso de absorção devido a presença de grãos de grafite de 0,02 μm no meio interestelar. Também podemos notar que na curva correspondente a Pequena Nuvem de Magalhães não há a bossa em 2175 Å, indicando uma provável sub-abundância de carbono (a metalicidade da SMC é cerca de 10% da Galáxia).

Tabela 17: Extinção em bandas fotométricas, assumindo $R_V = 3{,}1$.

Johnson (CTIO)				SloanDSS			
Banda	$\lambda_{\rm central}$	A_λ/A_V	$A_\lambda/E(B-V)$	Banda	$\lambda_{\rm central}$	A_λ/A_V	$A_\lambda/E(B-V)$
U	3683	1.521	4.968	u'	3546	1.579	5.155
B	4393	1.324	4.325	g'	4925	1.161	3.793
V	5519	0.992	3.240	r'	6335	0.843	2.751
R	6602	0.807	2.634	i'	7799	0.639	2.086
I	8046	0.601	1.962	z'	9294	0.453	1.479

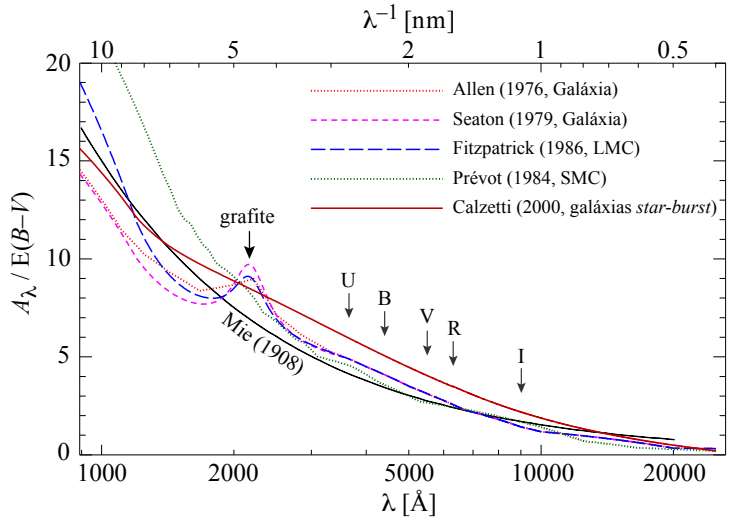


Figura 237: Curvas de extinção da Via Láctea, Nuvens de Magalhães e galáxias com alta atividade de formação estelar. Para comparação, é mostrado a curva correspondente ao modelo de espalhamento de Mie ($\propto \lambda^{-1}$). A escala no alto é usada historicamente neste tipo de diagrama. Algumas bandas espectrais no visível, UV e IV estão indicadas por flechas.

Para objetos em alto *redshift*, a curva de Calzetti et al. (2000) tem sido muito utilizada. A estimativa correta da absorção pela poeira é fundamental em alto *redshift* uma vez que a radiação que detectamos aqui no visível (e infravermelho) foram emitidas no ultravioleta no referencial de repouso do objeto.

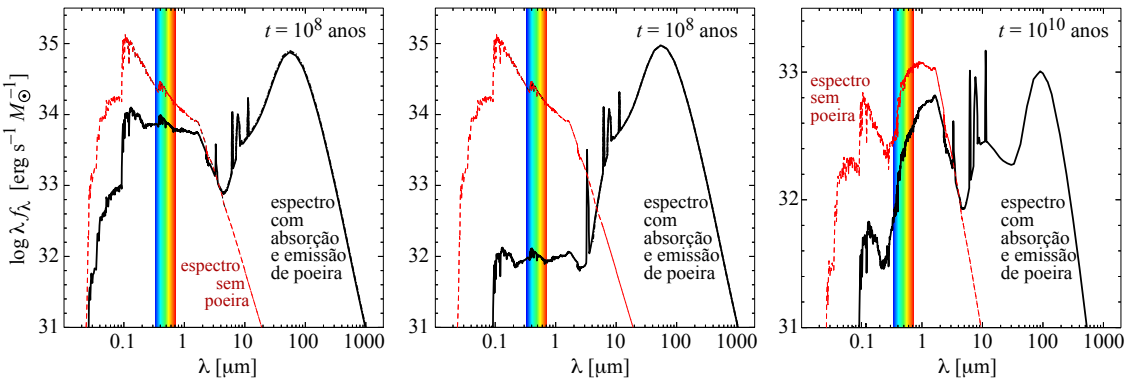


Figura 238: Alteração da distribuição de energia espectral devido à presença de poeira em uma galáxia tipo espiral vista de face. Esquerda: espectro estelar (linha vermelha, fina) de uma galáxia jovem (ainda com alta taxa de formação estelar) comparado ao espectro na presença de poeira (traço espesso). Note a absorção em baixo comprimento de onda e a emissão no infravermelho distante. Centro: a mesma galáxia jovem, mas com uma quantidade maior de poeira. Direita: galáxia espiral típica, com 10^{10} anos, baixa taxa de formação estelar e a mesma quantidade relativa de poeira que no painel da esquerda. Figura baseada em Devriendt et al. (1999). Veja também a Fig. 184, pag. 174, para o efeito da poeira em ULIRGs, galáxias com formação estelar ultraluminosas no infravermelho.

A radiação absorvida esquenta a poeira, que reemite isotropicamente no infravermelho distante, com pico em torno de $\sim 100\mu m$ (3000 GHz ou 0,1 mm, logo submilimétrico). A distribuição de energia espectral (SED) de uma galáxia é alterada como mostra a Fig. 238. Em casos extremos, com muita poeira e formação estelar, temos as ULIRGs (*Ultra Luminous Infra Red Galaxy*); veja sec 6.1.5 para mais detalhes.

Observações feitas no submilimétrico, 350 μm, mostram que AGNs em $z \sim 6$ (isto é, quando o universo tem $\approx 10^9$ anos) já têm mais de $10^8 M_\odot$ de poeira (Wang et al., 2008). Isto significa que a formação de poeira deve ser rápida no Universo jovem. Supernovas de tipo II são provavelmente responsáveis por esta produção de poeira, pois podem produzir, dependendo da metalicidade da progenitora, cerca de 0,1–1,0$M_\odot$ de poeira por explosão[45] (Todini & Ferrara, 2001).

Em torno das frequências 3,3, 6,2, 7,7, 8,6, 11,3 e 16,4 μm são observadas bandas de emissão, descobertas por Gillett et al. (1973) e referidas como Linhas do Infravermelho Não identificadas (*Unidentified Infrared*, UIR). Duley & Williams (1981) sugeriu que estas bandas seriam atribuídas a *hidrocarbonetos aromático policíclicos* (PAH) e isto é atualmente a versão mais aceita para origem das UIRs. PAHs são moléculas planas, como anéis de benzeno, alguns exemplos são o próprio benzeno (C_6H_6), naftalina ($C_{10}H_8$) e criseno ($C_{18}H_{12}$). As bandas produzidas pelas PAHs são devidas à radiação ultravioleta em um ambiente "empoeirado" associada a formação estelar. A emissão de PAHs são detectadas em galáxias brilhantes em infravermelho.

[45] O outro mecanismo de produção de poeira se dá na atmosfera de estrelas gigantes vermelhas do ramo assimptótico (AGBs, *asymptotic giant branch*). Contudo estas estrelas passam mais de 1 bilhão de anos na Sequência Principal antes de chegarem na fase AGB.

11 Núcleos ativos

A maioria das galáxias, as chamadas "normais", apresentam um espectro dominado por linhas de absorção, resultado do espectro combinado das estrelas. Algumas linhas em emissão fracas são observadas, emitidas pelo gás nas regiões de formação estelar.

Em 1909, Fath observando "nebulosas espirais" notou que uma galáxia (NGC 1068 = M77) possuía linhas em emissão brilhantes: H_β, [OII] 3727Å, [NIII] 3869Å, [OIII] 4363, 4959, e 5007Å[46]. E. Hubble também detectou estas linhas em emissão assim como em duas outras galáxias. Finalmente, em 1943, Seyfert afirmou que uma fração das "nebulosas espirais", aquelas que tinham núcleo brilhante, possuíam linhas em emissão largas, produzidos por átomos em diversos estados de ionização. Este assunto ficou esquecido até 1959, quando a questão da emissão do núcleo de algumas galáxias voltou à voga.

Sabemos hoje que estas galáxias com **linhas fortes de emissão** e **alta luminosidade** estão associadas a galáxias com núcleos ativos (AGN, *Active Galactic Nuclei*): a energia emitida pelo núcleo é responsável pelas linhas mais fortes e largas que aquelas observadas nas galáxias normais. O contínuo típico de AGNs é mostrado na figura 239.

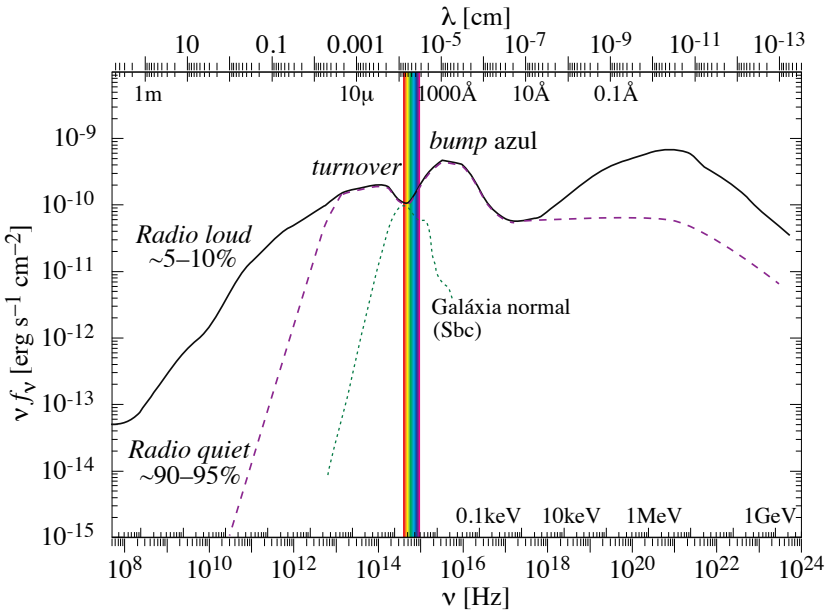


Figura 239: Contínuo típico de AGNs. Os traços contínuo e tracejado representam as "*radio-louds*" e as "*radio-quiets*", respectivamente. Em pontilhado, o contínuo típico de uma galáxia normal (tipo Sbc). Figura baseada em Peterson (1997).

Nesta figura, utilizamos $\log(\nu f_\nu)$ vs. $\log \nu$ pois,

$$L \propto \int f_\nu \, \mathrm{d}\nu = \int \nu f_\nu \frac{\mathrm{d}\nu}{\nu} = \int \nu f_\nu \, \mathrm{d} \log \nu \,, \tag{458}$$

ou seja, a área sob o gráfico do produto $\nu f(\nu)$ entre duas frequências é proporcional à energia emitida neste intervalo de frequências. Lembramos também que:

$$f_\nu = f_\lambda \left| \frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}\nu} \right| = \frac{\lambda^2}{c} f_\lambda \,. \tag{459}$$

A luminosidade das AGNs variam entre $-9 \lesssim M_B \lesssim -30$ e $10^{38} \lesssim L_X \lesssim 10^{48}\,\mathrm{erg\ s^{-1}}$.

Depois do trabalho de Seyfert em 1943, toda uma "fauna" de galáxias ativas foram definidas (Fig. 240, para uma revisão completa, veja Antonucci (1993)). A AGN mais próxima é Centaurus A (uma S0 ou E0 com forte absorção ao longo do eixo maior), a $4{,}7h^{-1}$Mpc.

11.1 Seyfert

As galáxias Seyfert somam $\sim 0{,}1\%$ das galáxias de campo e, pelo menos 90% delas são espirais de tipo Sb ou SBb. Muitas apresentam vizinhos que podem estar em interação gravitacional. Das galáxias de núcleo ativo, as Seyfert são as mais frequentes no Universo próximo.

[46] As linhas com colchetes (p.ex., [OIII]) são chamadas proibidas pois suas probabilidades de transição são muito pequenas e o elemento se desexcita por colisão, a menos que a densidade seja muito baixa. Estas linhas foram inicialmente atribuídas a um elemento inexistente na Terra, o *Nebulium*. Apenas em 1928 estas linhas foram identificadas como do nitrogênio e oxigênio.

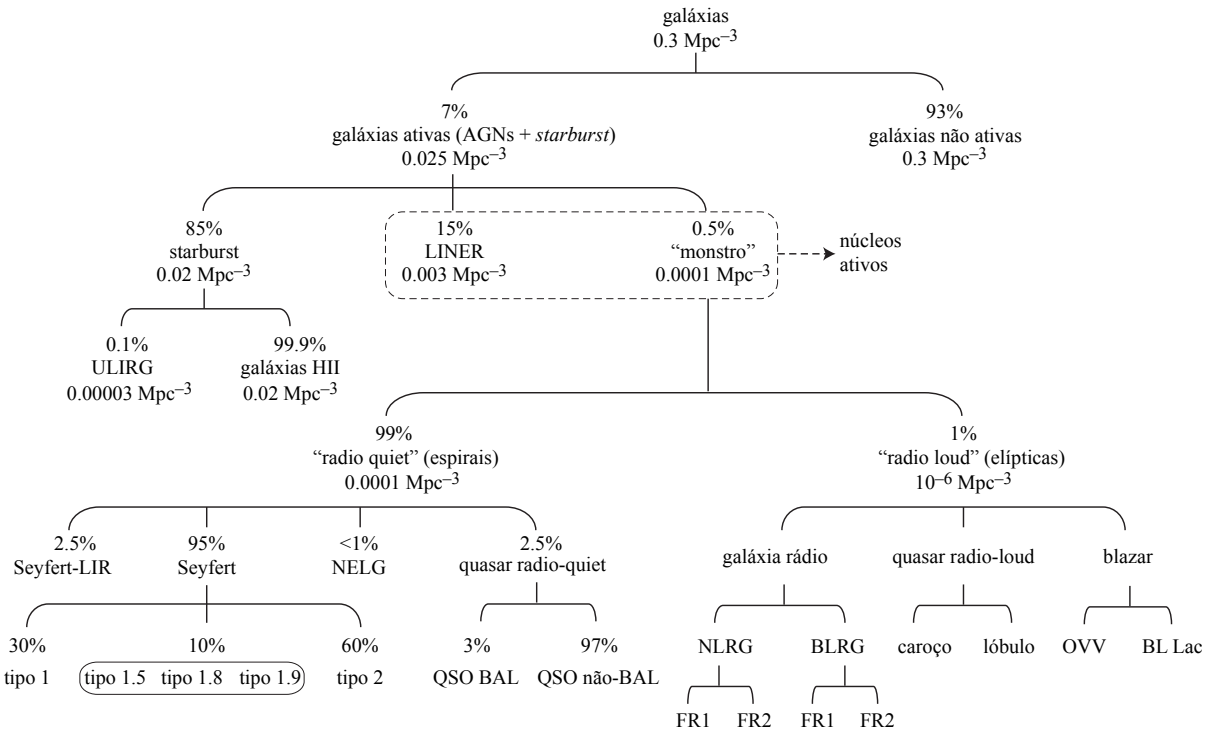


Figura 240: Demografia de galáxias com atividade (AGNs e formação estelar intensa). As porcentagens e densidades são aproximadas. Estes valores menores que $z \lesssim 0{,}5$, baseado em diferentes levantamentos (*surveys*). "LIR" significa luminoso no infravermelho; "BAL" linha de absorção larga; "FR" Fanaroff-Riley (veja seção 11.6.1); "NLEG" galáxia com linha de emissão estreita. Tirado de Roy (1994).

Galáxias Seyfert são divididas em três tipos (a primeira divisão em 2 classes das Seyferts foi proposta por Khachikyan & Weedman (1971), baseado na largura das linhas de emissão):

- **Seyfert 1**. Linhas permitidas de emissão largas (p.ex. HI, HeI, HeII; $\sim$ 1000–5000 km/s); linhas proibidas estreitas (p.ex. [OIII], [NeV]; $\sim$ 500 km/s).

  As larguras são dadas habitualmente em termos de velocidade, $\Delta v = c\Delta\lambda/\lambda$. A presença de linhas proibidas indica baixa densidade do meio, $n_e \sim 10^3$–$10^6\,\mathrm{cm}^{-3}$; a presença de linhas largas permitidas indicam $n_e \gtrsim 10^9\,\mathrm{cm}^{-3}$. Assim, no visível, uma largura de $\Delta v = 1000$ km/s $\rightarrow\sim 20$ Å.

  Cerca de 30% das Seyferts são de tipo 1.

- **Seyfert 2**. Tanto as linhas permitidas como as proibidas são estreitas ($\sim$ 500 km/s, i.e., 10 Å no visível). O contínuo das Seyferts 2 é sistematicamente mais fraco que o das Seyferts 1. Quando observado em luz polarizada, as Seyfert 2 também apresentam linhas permitidas largas.

  Cerca de 60% da Seyferts são de tipo 2, cf. Fig. 241.

- **Seyfert 1.5–1.9**. Tipo intermediário, que apresentam linhas permitidas largas e estreitas.

A figura 242 ilustra a diferença espectral entre as Seyferts 1 e 2, além de compará-las com outros tipos de AGNs.

Seyferts de tipo 1 e 1.5 são fortes emissores de raios-X, possuindo espectro em lei de potência com índice $\Gamma \sim 1{,}9$ e corte em $\sim 200\,\mathrm{keV}$. Nas Seyferts de tipo 2 a emissão X bastante é absorvida pelo HI com densidade de coluna de $\sim 10^{22-24}\mathrm{cm}^{-2}$. O índice espectral é $\Gamma \sim 1{,}75$ e o corte no espectro é por volta de 130 keV.

11.2 LINERs

LINERs (*Low Ionization Nuclear Emission-line Region*) são AGNs de linhas estreitas e de baixa luminosidade e, consequentemente, capazes apenas de produzir linhas de elementos de baixa ionização. Heckman (1980) define pela primeira vez esta classe de objetos pelas razões de intensidade [OII] λ3727/[OIII] λ5007 $\geq$ 1

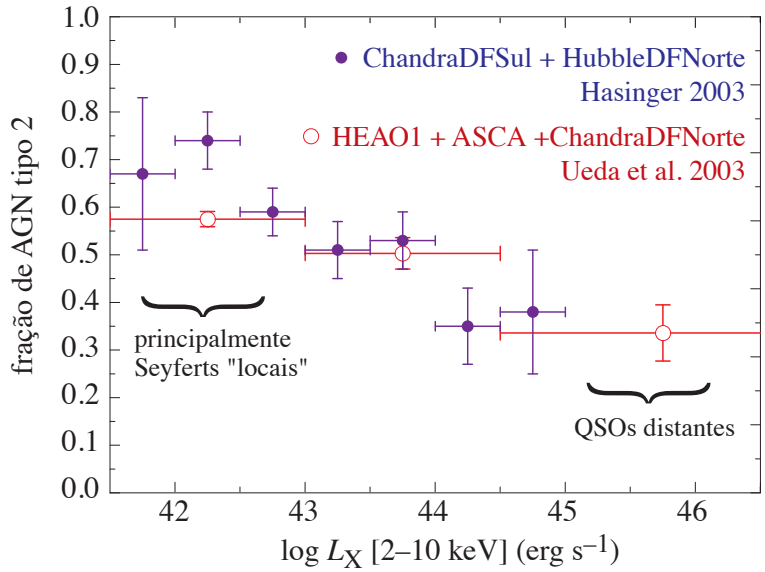


Figura 241: Fração de AGNs tipo 2 em função da luminosidade em raios-X. No Universo local cerca de 60% das AGNs são de tipo 2. Esta proporção diminui em AGNs mais potentes em raios-X. Figura tirada de Hasinger (2003).

e [OI] λ6300/[OIII] λ5007 $\geq 1/3$. Os LINERs também podem ser definidos pelas razões [NII]/H$\alpha \gtrsim 0{,}6$ e [OIII]/H$\beta \lesssim 3$ (veja Figura 274 da Seção 13).

LINERs são encontrados em $\sim 80\%$ de espirais Sa e Sb (pelo menos 1/3 de todas as espirais) e, em uma proporção menor, em Sc e Elípticas. Por exemplo, a galáxia M104 (NGC4594 ou "Sombreiro", uma Sa) é uma LINER próxima.

Existe um debate na literatura sabre a origem da fonte ionizante dos LINERs. Duas possibilidades opostas são:

- Núcleo ativo da galáxia. LINERs seriam o final fraco da função de luminosidade de AGNs.
- Formação estelar intensa no centro galáctico. LINERs seriam como regiões HII no centro de galáxias.

A Fig. 243 mostra os diferentes tipos de espectros para galáxias com e sem atividade nuclear (veja também a Fig. 242).

No óptico a distinção entre estes cenários é problemática devido ao alto grau de obscurecimento (extinção) causado pela poeira. Estudos em raios-X (acima de 2 keV a absorção é desprezível, p. ex. González-Martín et al., 2006) sugerem que pelo menos 60% dos LINERs têm uma AGN central.

11.2.1 Objetos de transição

Definidos empiricamente – entre LINERs e regiões HII em diagramas de razões de intensidade de linhas – os chamados "Objetos de transição" (veja também a Sec. 13). Estes objetos parecem ser de fato LINERs (com uma fraca AGN central) que contêm regiões de intensa formação estelar.

11.3 BL Lac – Blazar

O protótipo desta classe, BL Lacertae ou BL Lac, foi descoberto em 1929 por Cuno Hoffmeister como uma "estrela variável" (*veränderlicher Stern*) de curto período (1 a 2 semanas). Na década de 1960, este objeto foi identificado com uma fonte rádio por Maarten Schmidt (algo surpreendente para uma estrela). Finalmente, Miller et al. (1978) identificam fracas linhas de emissão e estabelecem que o *redshift* de BL Lac é $z = 0{,}069$, portanto extragaláctico.

Blazar é um tipo de objeto com luz polarizada, uma variabilidade violenta no óptico e um espectro rádio plano (Angel & Stockman, 1980). Blazares têm características observacionais de BL Lacs e de Quasares (o nome "Blazar" vem de uma combinação destes nomes, "BL"+"asar", mas com z).

11.4 Markarian

Entre 1967 e 1981, Markarian publicou um catálogo de $\sim$ 1500 galáxias de magnitude entre 13,0 e 17,0 com excesso de contínuo ultravioleta e ficaram conhecidas como galáxias Markarian (cf. Markarian, 1994).

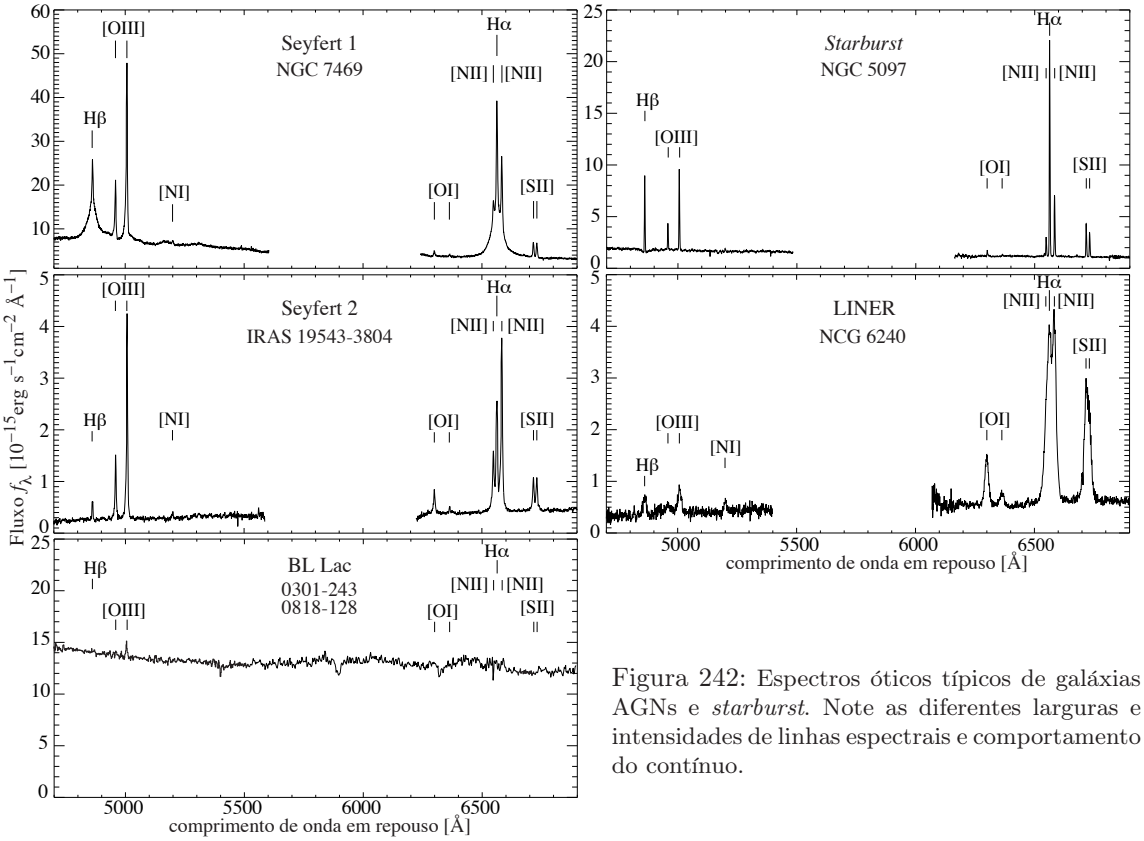


Figura 242: Espectros óticos típicos de galáxias AGNs e *starburst*. Note as diferentes larguras e intensidades de linhas espectrais e comportamento do contínuo.

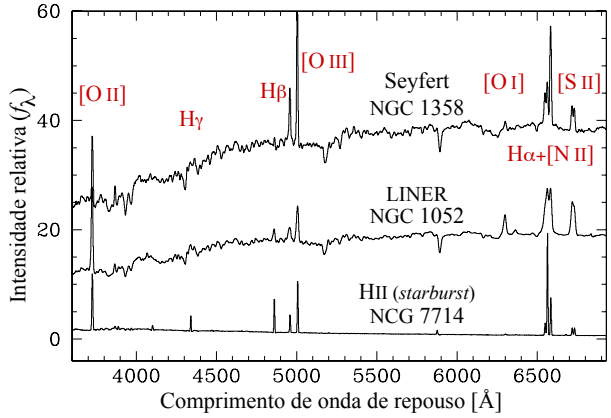


Figura 243: Comparação do espectro óptico de 3 galáxias próximas, 2 AGNs (Seyfert e LINER) e uma com alta taxa de formação estelar e sem núcleo ativo. Figura tirada de Ho (2008).

A maioria das Markarians tem linhas de emissão, mas não estão classificadas com tal. Cerca de 10% são classificadas como Seyferts – $\sim 8\%$ das Markarians são galáxias com surto de formação estelar e galáxias compactas azuis (galáxias HII), e alguns poucos (2,5%) QSOs, BL Lacs e LINERs. Muitas das Markarians estão em pares ou mostram sinais de interação gravitacional.

A AGN classificada com QSO mais próxima é uma Markarian, Mrk 231 com *redshift* $z = 0{,}0422$, isto é, a uma distância comovel de $\approx 190 h_{70}^{-1}$ Mpc.

11.5 Radiação síncrotron

A emissão rádio em galáxias de núcleo ativo se faz pelo **efeito síncrotron** de elétrons relativísticos que interagem com o campo magnético (Fig. 244), mecanismo sugerido pela primeira vez por Alfvén & Herlofson (1950) (para mais detalhes, veja De Young, 1984; Rybicki & Lightman, 1985). Os elétrons são acelerados pela força de Lorentz e executam um movimento helicoidal ao longo das linhas de campo magnético.

A potência total emitida por um elétron via efeito síncrotron é ilustrada na figura 245, onde a frequência

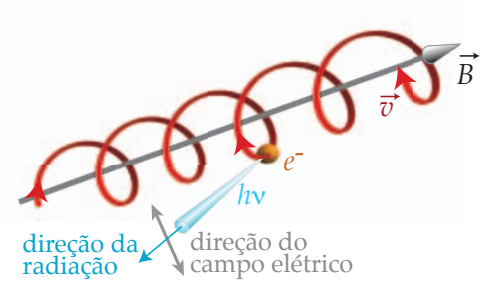


Figura 244: Um elétron relativístico em movimento helicoidal em um campo magnético $\vec{B}$ emite radiação síncrotron colimada e polarizada.

crítica, ν_c é dada por:

$$\nu_c = \frac{3\gamma^3}{4\pi}\omega_B \,\mathrm{sen}\,\Theta\,; \quad \omega_B = \frac{eB}{\gamma m_e c} \quad \Rightarrow \quad \nu_c = 4{,}2\, B_{\mu\mathrm{G}}\gamma^2 \,\mathrm{sen}\,\Theta \ \mathrm{Hz}\,,$$

onde ω_B é a frequência *cíclotron*, $\gamma \equiv 1/\sqrt{1-(v/c)^2}$ é o fator de Lorentz, e e m_e são a carga e massa do elétron e B o campo magnético. O ângulo Θ é o *pitch angle*, isto é, o ângulo da trajetória da carga em relação ao campo magnético. Em outras palavras, a componente normal do campo magnético ao vetor velocidade, $B_\perp$, é o que importa. Para $v \ll c$, $\Theta = \pi/2$. O pico da emissão é na frequência $\nu_{\max} = 0{,}2858\nu_c$.

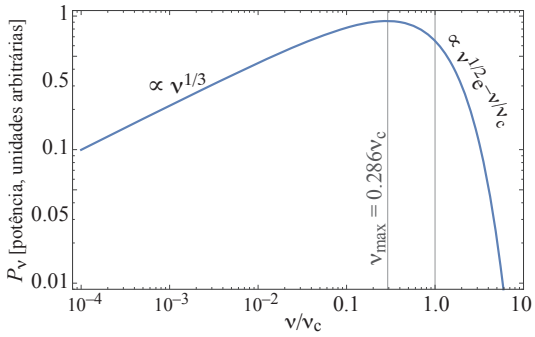


Figura 245: Potência emitida por um elétron no vácuo pelo efeito síncrotron.

A emissão da radiação de elétrons relativísticos é colimada, a maior parte da emissão se dá em um cone com abertura $\mathrm{sen}\,\theta \sim \theta \sim 1/\gamma$ (para $\theta \ll 1$) na direção instantânea do vetor velocidade (Fig. 246). Por exemplo, para $\gamma = 10^3$, $\theta \simeq 3{,}4'$.

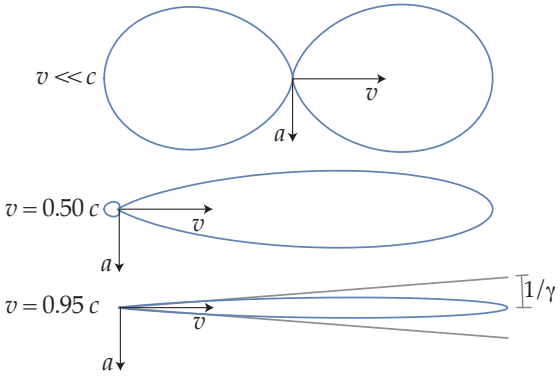


Figura 246: Dependência angular da potência emitida através do efeito síncrotron. Os vetores a e v indicam, respectivamente, a aceleração e velocidade da carga. Para velocidades relativísticas, o *beaming* (colimação da radiação) se torna importante.

A potência total emitida por um dado elétron é dada pela integral em ν do espectro síncrotron:

$$P(\gamma) = \frac{2e^4}{3m_e^2c^3}B^2(\gamma^2-1)\,\mathrm{sen}^2\,\Theta = \frac{2e^2}{3c^3}|\mathbf{a}|^2\,,$$

onde o segundo termo é a *fórmula de Larmor* e $\mathbf{a}$ é a aceleração da carga elétrica. Vemos que a potência emitida por uma carga acelerada é proporcional ao inverso da massa ao quadrado. Assim, se substituíssemos a massa do elétron pela massa do próton, mantendo as outras grandezas, a potência seria reduzida por um fator $(m_p/m_e)^2 \approx 3{,}37 \times 10^6$. Por isto, apenas os elétrons são relevantes para a emissão síncrotron em Rádio galáxias.

Se tivéssemos uma distribuição isotrópica de velocidades dos elétrons e/ou um campo magnético aleatório, a potência média por elétron pode ser determinada pelo valor médio do *pitch angle*, i.e., ($\langle \mathrm{sen}^2\,\Theta\rangle = 2/3$). A potência média é dada por:

$$\overline{P}(\gamma) = \frac{4e^4}{9m_e^2c^3}B^2(\gamma^2-1) = \frac{4}{3}\sigma_T c U_B(\gamma^2-1) = 10^{-27}B^2_{\mu\mathrm{G}}(\gamma^2-1)\ \mathrm{erg\ s^{-1}}\,,$$

onde $U_B = B^2/8\pi$ é a densidade de energia do campo magnético e σ_T é a seção de choque de Thompson. A potência, ou seja, a perda de energia de elétrons relativísticos, $\gamma \gg 1$, é proporcional à E^2 ($E \propto \gamma$ é a energia da carga). Neste caso, podemos descrever a perda de energia dos elétrons por:

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = -\overline{P}(\gamma) = \beta E^2 \quad \Rightarrow \quad E(t) = \frac{E_0}{1+t/t_{1/2}}\,,\ \text{onde}\ \ t_{1/2} = \frac{1}{E_0\beta} = \frac{3m_e^4c^5}{2e^4E_0\,B^2\,\mathrm{sen}^2\,\Theta}\,, \tag{460}$$

onde $E_0 = \gamma m_e c^2$ é a energia inicial do elétron. Obtemos assim a escala de tempo de meia-vida do eléctron (intervalo de tempo em que o elétron perde metade de sua energia):

$$t_{1/2} = \frac{5{,}159\times10^{20}}{\gamma B^2_{\mu\mathrm{G}}}\ \mathrm{s}\ = \frac{1{,}635\times10^{10}}{B^2_{\mu G}}\left(\frac{1000}{\gamma}\right)\ \mathrm{anos}\,.$$

Para um campo magnético de $\sim 10\mu$G, o tempo de meia-vida de elétrons com $\gamma \sim 10^3$ (portanto que emitem radiação em $\sim$ 10 MHz) é de apenas $\sim 160\times10^6$ anos. Elétrons que emitem radiação visível ($\nu \sim 4.5$–8.5×10^5 GHz, portanto $\gamma \sim 6$–8×10^6) têm um tempo de meia-vida de 20 a 30 mil anos (em um campo $B_\perp \approx 10\mu$G).

Para uma distribuição de energia dos elétrons seguindo uma lei de potência, $N_e(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-p}$, a emissão total síncrotron será também uma lei de potência, escrita como:

$$f_\nu \propto \nu^{-\alpha}\,, \tag{461}$$

onde α é o índice espectral e está relacionado ao índice da distribuição de energia dos elétrons relativísticos por $p = 2\alpha + 1$, quando o meio é transparente. Em geral, quando o meio é opticamente fino (como nos lóbulos, veja mais adiante) observamos que $0{,}7 \lesssim \alpha \lesssim 1{,}2$ (ou seja, $2{,}4 \lesssim p \lesssim 3{,}4$) com uma pequena dependência de α com a frequência. Já a emissão nuclear vem de um meio opticamente espesso e $\alpha \approx 0$.

11.6 Rádio galáxias

A primeira fonte discreta, extragaláctica de emissão rádio descoberta foi Cygnus A (3C 405, $z = 0{,}057$, Fig. 247) que logo foi identificada como uma elíptica gigante Baade & Minkowski (1954). Ficou assim estabelecida uma nova classe de objetos, as **Rádio galáxias**.

Assim como as Seyfert, as Rádio galáxias apresentam um núcleo brilhante, porém a grande maioria das Rádio galáxias são elípticas.

Como as Seyferts, as Rádio galáxias podem ser divididas em duas classes:

- Rádio galáxias de linhas largas (BLRG). Em geral são elípticas com uma região central relativamente compacta.

- Rádio galáxias de linhas estreitas (NLRG). São elípticas gigantes ou cDs. A galáxia dominante de Virgo, M87 (ou Virgo A, na rádio-astronomia), é um exemplo.

Os fótons emitidos pelo processo síncrotron podem interagir com os elétrons relativísticos pelo efeito Compton (neste caso dizemos "*self Compton*") e assim ganham energia e são observados como raios-X ou gama. Isto explica porque núcleos ativos radio-loud são também emissores mais potentes de raios-X e gama (veja Fig. 239).

Considerando uma potência emitida $P_\nu(1{,}4\ \mathrm{GHz}) = 2\times10^{31}\ \mathrm{erg\ s^{-1}\ Hz^{-1}}$, com um espectro $F_\nu \propto \nu^{-0.8}$ no intervalo 10 MHz a 3 GHz, temos cerca de 10^{41} erg s^{-1} (10^{34} W) em rádio. Este é o limite a partir do qual chamamos um objeto de *Rádio galáxia*.

As Rádio galáxias mais brilhantes tem uma luminosidade em rádio $L \sim 10^{45}$ erg s^{-1}; este valor pode ser comparado à luminosidade *total* (incluindo as estrelas) da Via Láctea de 5×10^{43} erg s^{-1} (um pouco mais de $10^{10}\,L_\odot$). Notemos que a luminosidade em rádio da Via Láctea é de apenas 10^{37} erg s^{-1}.

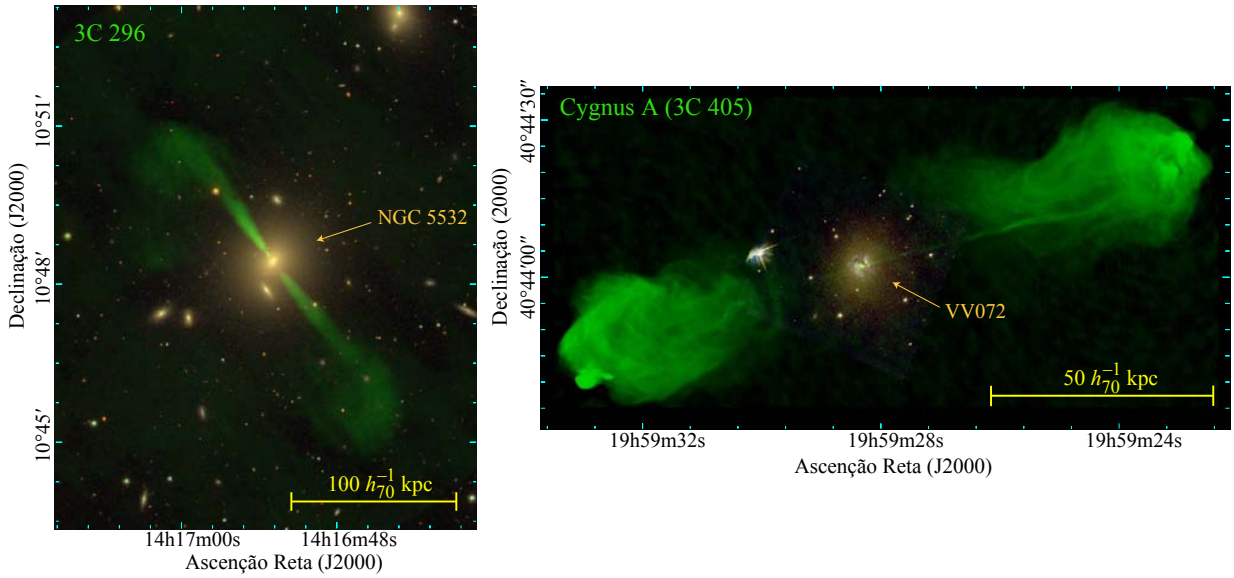


Figura 247: Esquerda: Exemplode uma Rádio galáxia tipo FR I, 3C 296 (NGC 5532). Em verde a imagem rádio (banco de dados do VLA) superposta na imagem óptica *gri* do SDSS. Direita: Exemplo de uma Rádio galáxia tipo FR II, Cygnus A. A imagem óptica é do arquivo do HST.

11.6.1 Morfologia da emissão

Muitas Rádio galáxias apresentam emissão com diversas morfologias:

- **Lóbulo**: Normalmente esta emissão é simétrica em relação ao centro da galáxia, com dimensão muito maior que esta. Os lóbulos têm dimensão de várias dezenas de kpcs e podem estar localizados entre $\sim 0{,}1$kpc a 1 Mpc do núcleo. Cada lóbulo de Cygnus A tem $\sim 17h^{-1}$kpc de diâmetro.

  Dentro do lóbulo existe um ponto de emissão máxima, o "*hot spot*". Dependendo se os *hot spots* estão dentro ou fora do sistema eles são classificados em FR I e FR II, respectivamente [FR = Fanaroff-Riley, cf. Fanaroff & Riley (1974)]. Em geral, objetos FR II têm $L_{1.4\ \mathrm{GHz}} > 10^{32}\mathrm{erg\ s^{-1}\,Hz^{-1}}$, sendo mais brilhantes que os objetos FR I (Figura 247).

  Centaurus A é um exemplo típico de FR I; Cygnus A é uma FR II. Os objetos "*radio-loud*" mais abundantes são os FR I.

- **Jato**: É uma emissão extremamente colimada causada pela ejeção de partículas do núcleo da galáxia hospedeira. Os lóbulos de emissão se encontram no final dos jatos. Em Cygnus A, o jato tem comprimento de $50h^{-1}$kpc. Jatos têm uma contrapartida óptica.

- **Nuclear**: Emissão em uma região compacta associada ao núcleo da galáxia.

- **Halo**: Emissão extensa, da dimensão do própria galáxia, associada ao núcleo.

11.6.2 Jato superluminal

Determinar a velocidade dos jatos é problemática, pois estes não produzem linhas de emissão. Contudo, como os jatos muitas vezes apresentam nós (i.e., irregularidades ao longo do jato) é possível, com observações de alta resolução e ao longo de vários anos, determinar o movimento próprio (velocidade aparente no plano do céu) dos jatos. A figura 248 ilustra este efeito.

Em muitos casos, o movimento próprio observado é superluminal, isto é, aparentemente mais rápido que a velocidade da luz. Isto não significa que haja matéria sendo ejetada com velocidade superior à da luz (o que seria um absurdo pela teoria da relatividade), mas sim que devemos interpretar a geometria do jato em relação ao observador (Rees, 1966). A figura 249 descreve esta geometria.

Nesta figura, o jato está sendo emitido em O com um ângulo θ em relação ao observador, chegando no ponto A após um tempo Δt que corresponde a distância $v\Delta t$. A radiação emitida pelo nó quando este é emitido em O leva um tempo $t_O = (D + v\Delta t\,\cos\theta)/c$ para chegar ao observador e, quando o nó do jato

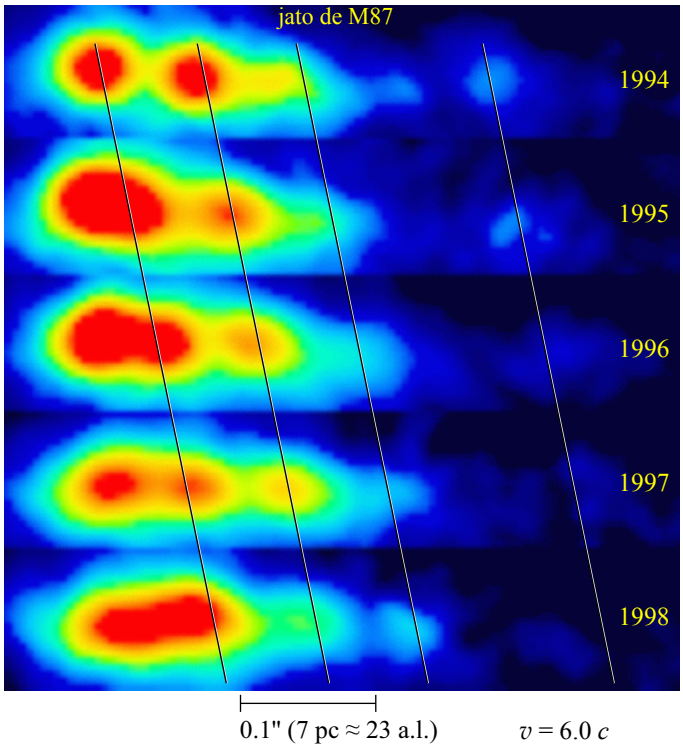


Figura 248: Movimento aparente no jato ótico de M87. As linhas diagonais correspondem a um movimento aparente uniforme no plano do céu de 6 vezes a velocidade da luz! As imagens foram produzidas por John Biretta, do *Space Telescope Science Institute*.

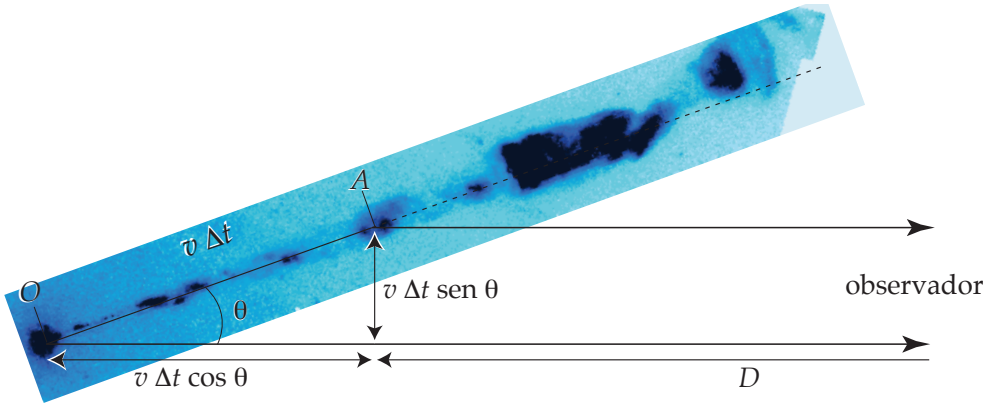


Figura 249: Geometria de um jato relativístico sendo ejetado de um núcleo ativo. "O" representa o núcleo e "A" um nó do jato que percorreu uma distância $v\Delta t$.

chega no ponto A, leva $t_A = \Delta t + D/c$ para chegar ao observador (o "Δt" é o intervalo de tempo que o nó levou para chegar em A).

A diferença de tempo $t_A - t_O \equiv \Delta t_{\rm obs}$ é o intervalo de tempo medido pelo observador para que o nó percorra a trajetória aparente $v\Delta t\,\mathrm{sen}\,\theta$ no plano do céu. Ou seja, a velocidade aparente será:

$$v_{\rm ap} = \frac{v\Delta t\,\mathrm{sen}\,\theta}{\Delta t_{\rm obs}} = \frac{v\Delta t\,\mathrm{sen}\,\theta}{D/c + \Delta t - D/c - (v\Delta t\cos\theta)/c} = \frac{v\,\mathrm{sen}\,\theta}{1-(v\cos\theta)/c}\,,$$
$$\text{ou}\quad \beta_{\rm ap} = \beta\frac{\mathrm{sen}\,\theta}{1-\beta\cos\theta}\,;\quad \text{onde } \beta \equiv v/c\,. \tag{462}$$

Nós podemos nos perguntar qual é o ângulo $\theta_{\rm m}$ que maximiza $\beta_{\rm ap}$. Derivando a Eq. (462) em relação a θ e igualando a zero obtemos $\cos\theta_{\rm m} = \beta$. Quando $\beta \to 0$ (limite clássico) obtemos o resultado intuitivo que a maior velocidade aparente será quando o jato é perpendicular à linha de visada do observador. Se o jato for emitido com ângulo $\theta_{\rm m}$, a velocidade aparente será máxima, dada por:

$$\beta_{\rm ap,\,max} = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}\,, \tag{463}$$

e quando $\beta > 1/\sqrt{2} \approx 0{,}707$, a velocidade aparente pode ser (muito) superior à velocidade da luz. Note que, o jato na direção oposta (o *contra-jato*) terá sempre uma velocidade aparente menor que c:

$$\beta_{\rm ap,\,oposto} = \beta \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\sqrt{1+\beta^2}}\,, \tag{464}$$

e $\beta_{\rm ap,\,oposto}$ tende a zero quando $\beta \to 1$.

11.7 Quasares, QSOs

Em 1960, procurando pela contrapartida óptica da fonte rádio 3C 48, Matthews & Sandage encontraram um objeto de aparência estelar com linhas de emissão largas que não foram identificadas. Em 1963 o mesmo se passou com a fonte rádio 3C 273 (Hazard et al., 1963). Esta e outras fontes foram classificadas de *Quasar* (*quasi-stellar radio source*). Neste ano, Schmidt (1963) descobriu que as linhas espectrais destes objetos eram as linhas de Balmer, mas deslocadas para o vermelho. Para 3C 273, o *redshift* era de 0,158 ou seja este Quasar está a $440h^{-1}$Mpc. Obviamente, isto colocava os Quasares fora da Via Láctea e a hipótese de "rádio-estrelas" foi descartada. O valor do *redshift* em si não era tão surpreendente, pois eram conhecidas galáxias ainda mais distantes naquela época. O que realmente surpreendeu era a luminosidade do Quasar deduzida pela distância de luminosidade.

Logo ficou claro que a aparência quasi-estelar era devido a grande distância destes objetos. Isto também implicava que estes são os objetos mais energéticos do Universo, com luminosidades bolométricas de 10^{45} a 10^{48}erg s^{-1} ($M_B < -21.5 + 5\log h$ e $L_X > 10^{44}$ erg s^{-1}). Os Quasares mais distantes conhecidos hoje tem $z \gtrsim 6$; alguns exemplos estão na figura 251. A figura 250 mostra o espectro artificial de um Quasar típico, resultado da mediana de mais de 2000 espectros observados no SDSS.

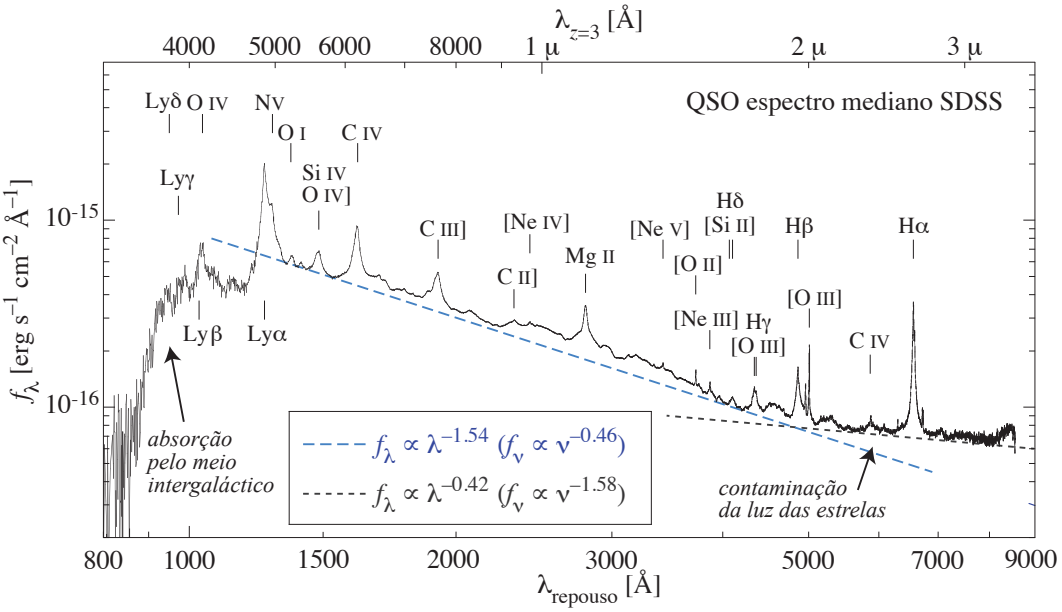


Figura 250: Espectro artificial de um quasar, tomando-se mais de 2000 espectros observados pelo SDSS. Para comprimentos de onda inferiores a $\lambda = 912$ Å (limite de Lyman), a absorção pelo HI praticamente impede a observação do espectro. Dados tirados de vanden Berk et al. (2001).

Contudo, Arp (1967) sugere que as fontes rádio e QSOs não estão distribuídos aleatoriamente, mas associados a galáxias próximas; o *redshift* não seria de origem cosmológica (expansão do Universo) mas sim causadas por "outra razão". Os QSOs seriam neste caso objetos ejetado do núcleo de galáxias. Até hoje, nenhuma "outra razão" convincente para a origem do *redshift* de QSOs foi encontrada.

Baldwin (1977) descobriu uma anti-correlação entre a luminosidade do contínuo, medida em 1450 Å e a largura equivalente do CIV 1549 Å; esta anti-correlação, *efeito Baldwin*, também é observada em várias linhas largas em emissão como Lyα ou OVI 1034 Å. Esta anti-correlação está ligada à mudança da forma do contínuo com a luminosidade e parece depender da massa do Buraco Negro supermaciço central.

Os Quasares têm um excesso de emissão no ultravioleta, o que os torna objetos muito azuis. De fato, procurando objetos de aparência estelar com índice de cor $U - B < 0{,}4$, a maioria dos objetos encontrados

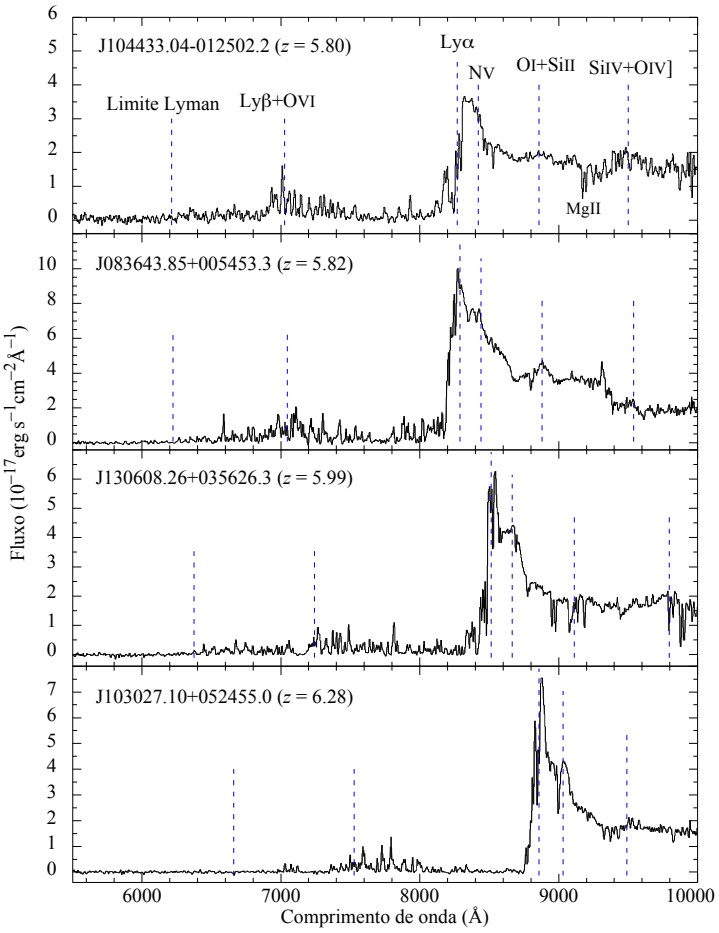


Figura 251: Exemplos de QSOs de alto *redshift* detectados através do SDSS (Becker et al., 2001). O pico mais importante em emissão corresponde à linha Lyα (1216 Å). Note a diminuição do fluxo logo a esquerda (lado mais vermelho) da linha Lyα; esta diminuição é devido ao efeito Gunn-Peterson (mais sobre isto na Sec. 12)

serão ótimos candidatos a Quasares (é necessário confirmar obtendo-se o espectro); veja Fig. 252 para um exemplo. Dependendo das cores do diagrama, podemos selecionar candidatos em diferentes intervalos de *redshift*.

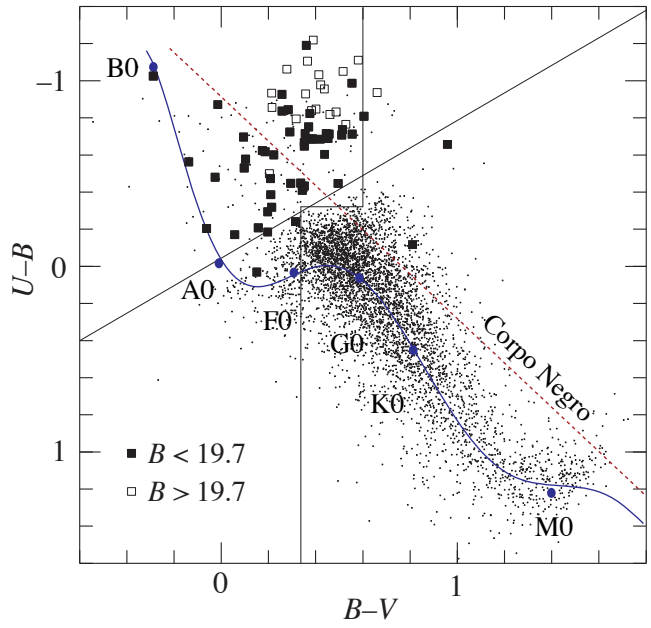


Figura 252: Diagrama cor-cor $U-B$ vs. $B-V$, ilustrando como os Quasares podem ser identificados. A reta diagonal representa a relação $(U-B) = -0{,}75(B-V) - 0{,}05$. Os símbolos quadrados (vazios e cheios) representam os Quasares, os pontos são as estrelas. Para comparação, superpomos a posição neste diagrama das estrelas da sequência principal e a reta correspondente a um corpo negro. Figura baseada em Scholz et al. (1997).

Já em 1965, Sandage notou que grande parte dos objetos de aparência estelar azul com magnitude superior a $m_{\rm pg} = 16$ em alta latitude galáctica eram semelhantes aos Quasares mas, assim como as AGNs em geral, eram "*radio-quiet*" (cf. Fig. 239). Por esta razão utiliza-se hoje a seguinte nomenclatura:

- Quasar: objetos "*radio-loud*" (cerca de 10%);
- QSO: todos os objetos quasi-estelares, "*radio-quiet*" e "*radio-loud*".

Observacionalmente, os QSOs parecem ser Seyferts de tipo 1 mais distantes e mais brilhantes.

11.7.1 Evolução de QSOs

Estudos do número de QSOs (incluindo Quasares *radio-loud*) mostram que estes objetos eram muito mais abundantes no passado (z ∼2–3) do que hoje. Contudo, indo-se mais para o passado ($z \gtrsim 3$) o número destes objetos decresce (fenômeno chamado de *redshift cut-off*). A figura 253 ilustra esta situação.

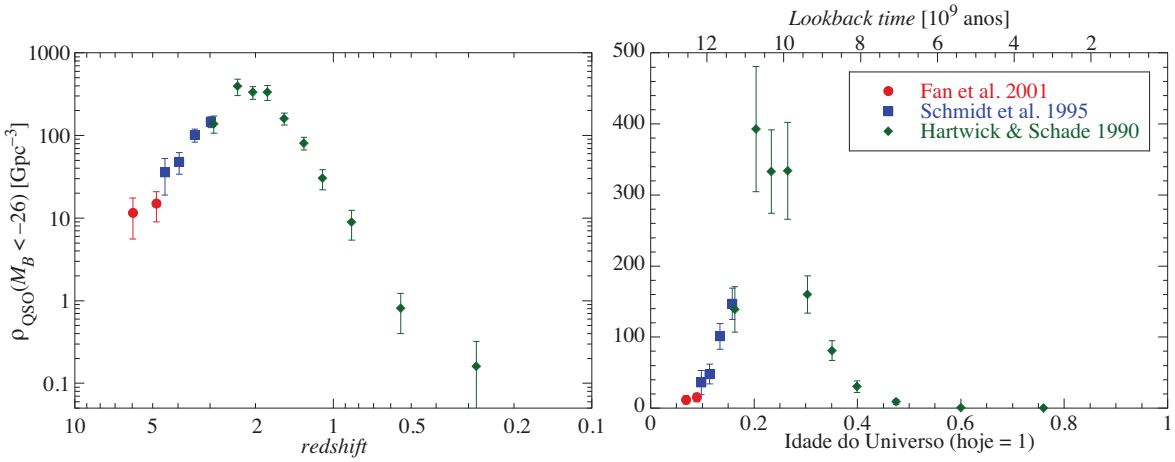


Figura 253: Abundância (densidade em coordenadas comóveis) de QSOs em função da idade do Universo e do *redshift* para QSOs com $M_B < -26$. Para $z \gtrsim 6$ não sabemos ainda como evolui esta abundância. A maior abundância de QSOs ocorre cerca de 3 bilhões de anos após o Big Bang, quando a densidade comóvel é de ∼ 350 Gpc^{-3}. Dados tirados de Fan et al. (2001); Schmidt et al. (1995); Hartwick & Schade (1990).

A evolução também se dá na função de luminosidade dos QSOs. A figura 254 mostra a função de luminosidade para QSOs selecionados por fatias de *redshift*.

Esta figura mostra claramente que a luminosidade característica, M^*, aumenta com o *redshift* e que a forma da função praticamente não se altera. Confirmação deste resultado depende ainda de uma melhor amostragem a baixo ($z < 0{,}5$) e alto *redshift* ($z > 3$).

Várias sugestões foram feitas para explicar este fenômeno. Isto deve estar ligado com o processo de formação de galáxias e, em $z \sim 2$–3 os buracos negros maciços no centro das galáxias são alimentados de forma muito eficaz, possivelmente devido a fusões entre (proto) galáxias ricas em gás.

11.8 Floresta Lyα

Todos os QSOs de alto *redshift* exibem um grande número de linhas de absorção a partir do "lado azul" da linha Lyman-α em emissão do próprio QSOs (cf. Fig. 255).

Estas linhas resultam da absorção dos fótons pelo gás entre o QSO e nós. Nuvens com densidade de coluna $N_{\rm H} \gtrsim 10^{12}{\rm cm}^{-2}$ são suficientes para provocar uma absorção detectável. A figura 256 ilustra esta situação. Como o gás está distribuído ao longo da linha de visada, resulta que as linhas em absorção surgem com diversos *redshifts*, todos inferiores à emissão correspondente do QSO (inclusive $z = 0$ devido a nossa própria galáxia). Devido à sua aparência, esta parte do espectro é chamada Floresta Lyα.

Entre $\lambda_\beta = 1026\,$Å$\,(1 + z_{\rm QSO}) < \lambda_{\rm obs} < \lambda_\alpha(1 + z_{\rm QSO})$ a intensidade do contínuo emitido pelo QSO é atenuado essencialmente pelas linhas em absorção Lyα. No intervalo $\lambda_{\rm lim}(1+z_{\rm QSO}) < \lambda_{\rm obs} < \lambda_\beta(1+z_{\rm QSO})$ ($\lambda_{\rm lim} = 912\,$Å é o limite Lyman), o contínuo é atenuado por linhas de ordem superior da série de Lyman. Para $\lambda_{\rm obs} < \lambda_{\rm lim}(1 + z_{\rm QSO})$, a radiação do QSO é atenuada também pela absorção contínua do HI.

Nuvens com $N_{\rm H} \gtrsim 1{,}6 \times 10^{17}\,{\rm cm}^{-2}$ são densas o suficiente para absorver os fótons com $\lambda < \lambda_{\rm lim}$, mas não chegam a produzir linhas saturadas. Este caso chamamos estas linhas de Sistema Limite de Lyman (LLS, *Lyman Limit System*).

A floresta Lyα se altera em função do *redshift* da fonte: quanto mais distante, maior o número (a distâncias diferentes) de gás capaz de absorver a radiação. A figura 257 ilustra este efeito. A quantidade

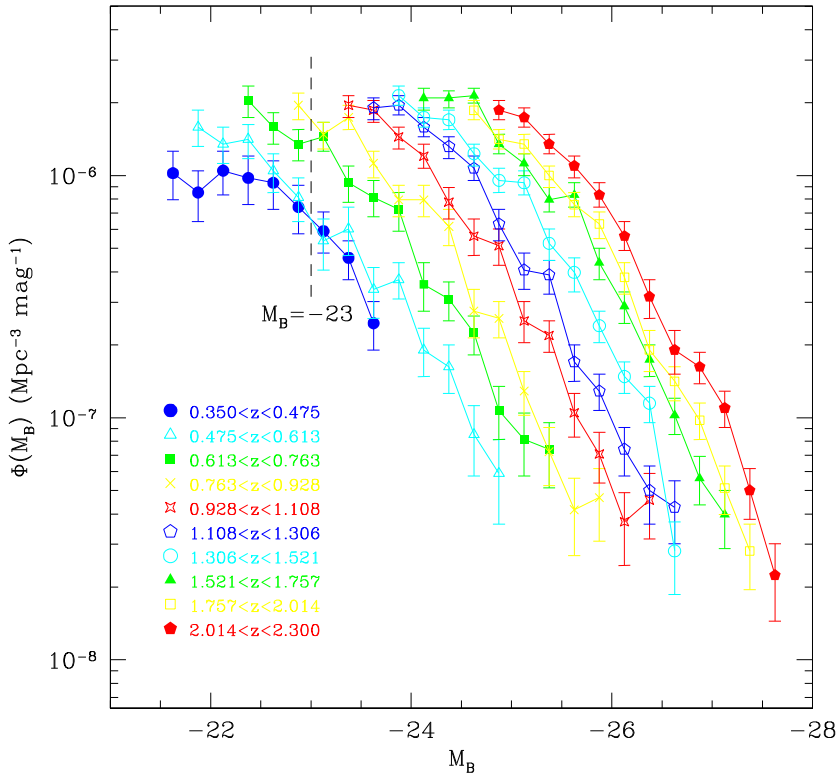


Figura 254: Função de luminosidade de QSOs por intervalo de *redshift* a partir dos catálogos 2QZ e LBQS (supondo um Universo plano, $q_0 = 0.5$ e $h_{100} = 1/2$). Figura tirada de Boyle et al. (2000).

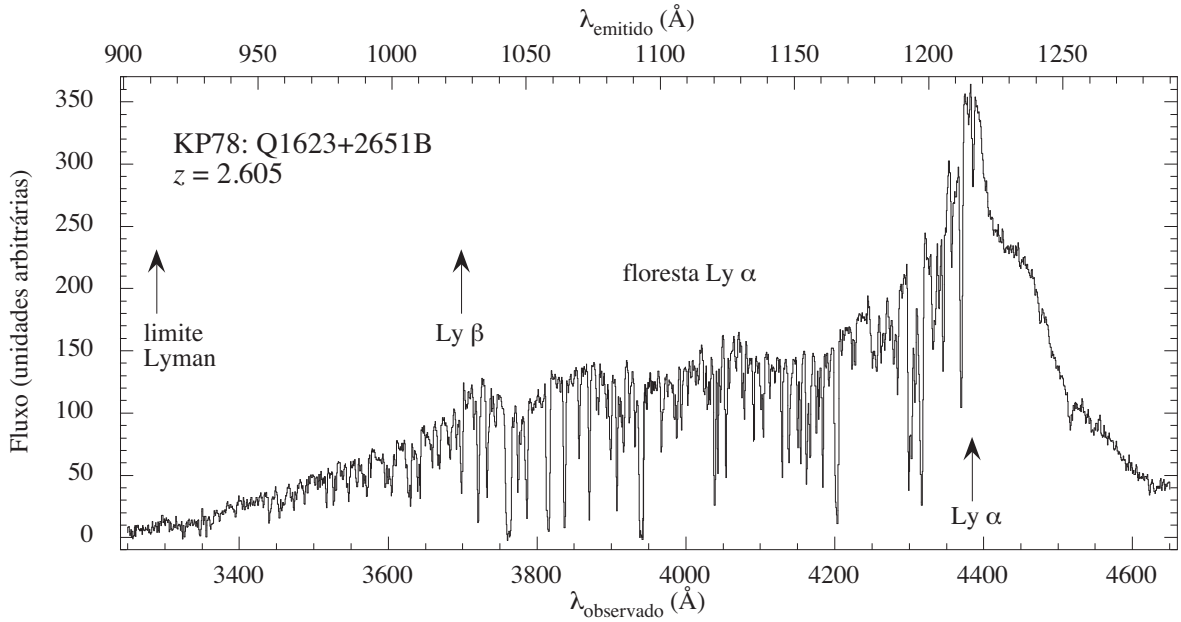


Figura 255: Espectro do QSO1623+2651B (Crotts & Fang, 1998). Estão indicados os comprimentos de onda das linhas Lyα e Lyβ ($\lambda_\alpha = 1216$ Å e $\lambda_\beta = 1026$ Å, respectivamente).

de linhas de absorção cresce aproximadamente como $N(z) \propto (1+z)^{5/2}$. A evolução da floresta Lyman-α está ligada à história de formação das galáxias.

Note que, para Q1422+2309 (Fig. 257), fica claro que a maior quantidade de linhas de absorção estão próximas (mas não próximas demais, veja parágrafo seguinte) do *redshift* do QSO, diminuindo progressivamente para *redshifts* menores. Esta é uma propriedade que mostra que a quantidade de absorvedores Lyman-α diminui com o tempo cósmico.

Contudo, quando observamos o lado azul bem próximo da linha Ly-α, notamos uma diminuição de linhas de absorção quando se trata de QSOs mais brilhantes. Neste caso, a emissão do QSO é suficientemente forte

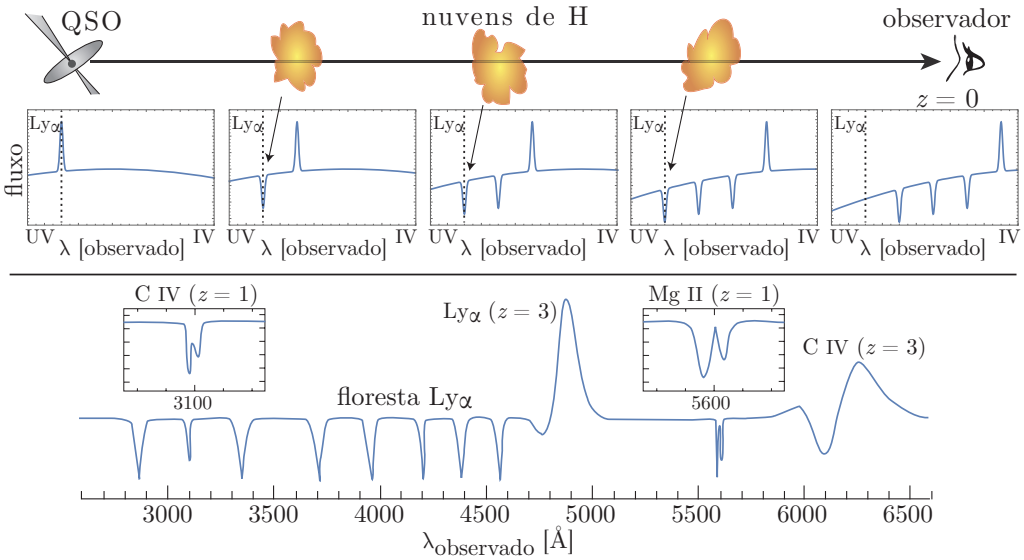


Figura 256: Representação esquemática da formação da floresta Lyα. Acima: Nuvens de HI entre o observador e o QSO produz linhas que são observadas com $\lambda_{obs} = 1215{,}67\,\text{Å}(1 + z_{abs})$, onde z_{abs} é o *redshift* da nuvem. Abaixo Exemplo simplificado de uma floresta de Lyman-α de um QSO em $z = 3$. No destaque, linhas de metais ionizados comumente observada no espectro de QSOs, provavelmente de origem circungaláctica, em halos de galáxias em $z = 1$.

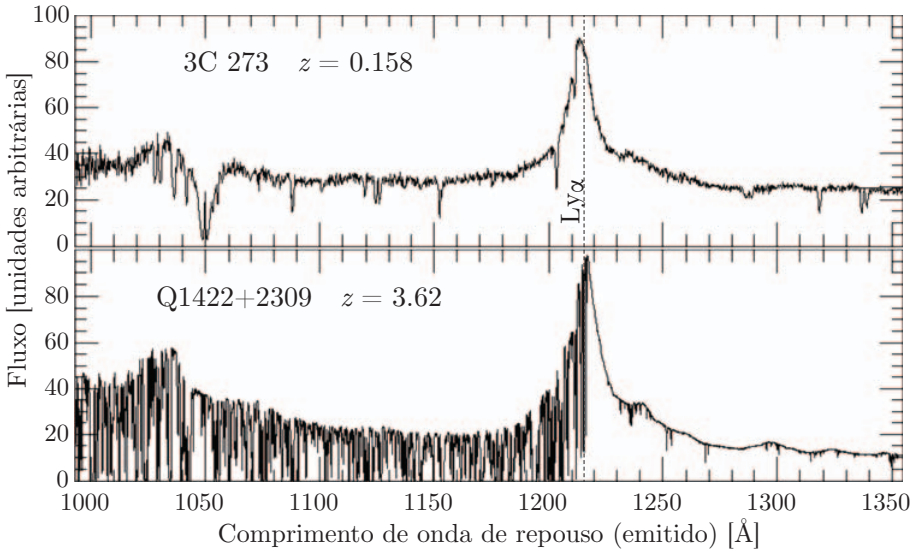


Figura 257: Comparação da floresta Lyα de dois QSOs em *redshifts* diferentes. Figura tirada do curso de Willian Keel, o espectro de 3C 273 foi obtido pelo HST e o espectro de Q1422+2309 foi obtido com o Keck.

para ionizar as regiões mais próximas, diminuindo a profundidade óptica e, consequentemente diminuindo a absorção. Isto é conhecido como "*efeito de proximidade*" do QSO (Lu et al., 1991).

Em geral, a absorção está associada com galáxias na linha de visada, mas nem sempre a correspondência é óbvia. Por exemplo, 3C 273 que está atrás do aglomerado de Virgo, tem linhas em absorção no mesmo *redshift* do aglomerado mas que não são identificadas sem ambiguidade com galáxias vizinhas (no plano do céu) ao QSO.

11.8.1 Sistemas Lyman-α saturados (DLA)

Os sistemas de absorção Lyman-α saturados (DLA, *Damped Lyman-*α) têm densidade de coluna $N_{HI} > 2 \times 10^{20}\text{cm}^{-2}$ (Wolfe et al., 1986), composto essencialmente por gás neutro e propriedades semelhantes aos discos de HI de galáxias espirais. Estes sistemas são o principal depósito de bárions no Universo em

redshifts $\sim$ 2–3 e podem estar relacionados com progenitores dos discos de galáxias espirais normais do Universo próximo.

A metalicidade dos sistemas DLA diminui com o *redshift* (i.e., aumenta com a idade), mas há um grande espalhamento nas medidas (Fig. 258). Notemos que não há detecção de sistemas DLA com metalicidade inferior à $Z_\odot/1000$ até $z = 5$.

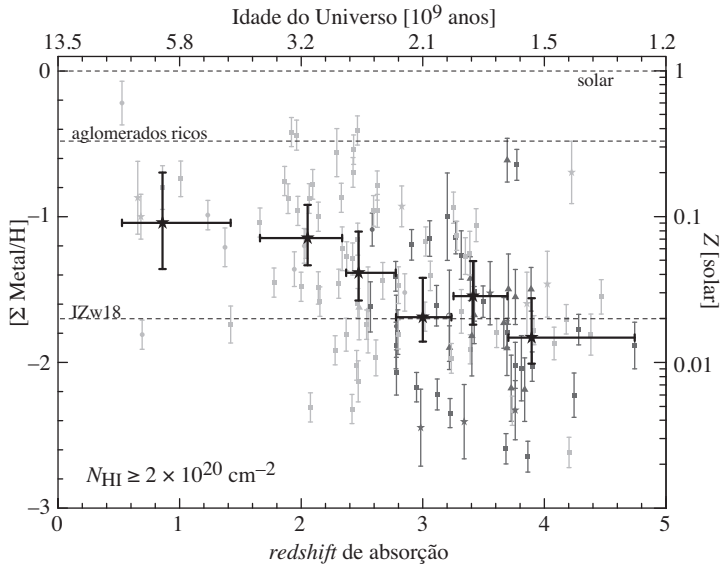


Figura 258: Evolução da metalicidade em sistemas Lyman-α saturados (DLA). A escala de tempo é válida para um Universo ΛCDM. Os pontos escuros são as médias em diferentes intervalos de *redshift*. Figura tirada de Prochaska et al. (2003).

Até 2002 eram conhecidos cerca de 300 sistemas DLA; com o *survey* SDSS este número aumentou consideravelmente, com mais de 600 sistemas conhecidos com $z > 1{,}6$.

Devido ao "efeito de proximidade" (ionização do meio pelo próprio QSO), não se observa sistemas Lyman-α saturados com *redshifts* de absorção muito próximos do *redshift* do próprio QSO.

Sistemas com $10^{19} < N_{\rm HI} < 2 \times 10^{20}$ são denominados Sub-DLA (*Sub-Damped* L-α) enquanto sistemas com densidade colunar $1.6 \times 10^{17} < N_{\rm HI} < 10^{19}$ são chamados Sistemas Lyman-Limit (*LL Systems*).

11.9 Variação Temporal

QSOs, BL Lac e Seyferts apresentam uma variabilidade temporal importante. Esta variação do fluxo pode nos dar informações quanto ao tamanho e estrutura destas fontes (Terrell, 1964). O tamanho R de uma fonte que tem uma variação significativa ($\Delta L \sim L$) em um intervalo de tempo Δt é:

$$R \lesssim \frac{c\,\Delta t}{(1+z)}\,, \tag{465}$$

onde z é o *redshift* da fonte (e é muitas vezes ignorado na expressão acima que, de qualquer forma, dá apenas uma estimativa grosseira de um limite superior do tamanho da fonte).

As variações de fluxo são medidas tanto no contínuo como na intensidade das linhas de emissão. A figura 259 mostra a variação do contínuo ultravioleta e de algumas linhas de NGC 5548 (Seyfert 1).

Como as regiões que produzem as linhas de emissão e o contínuo não são as mesmas, a diferença entre estas variações nos informa sobre a estrutura deste objeto. Este método é conhecido como "reverberação".

A variação temporal também é observada em outras frequências como, por exemplo, em raios-X (Fig. 260).

11.10 Modelo unificado e "zoologia" de núcleos ativos

O modelo unificado das galáxias de núcleos ativos se baseia em três suposições básicas:

1. Alguns objetos são intrinsecamente mais brilhantes que outros;
2. Alguns objetos produzem jatos de partículas relativísticas;
3. A orientação dos objetos é aleatória e, dependendo do ponto de vista do observador, regiões diferentes do núcleo são observadas, i.e., os núcleos ativos são anisotrópicos (Antonucci & Ulvestad, 1985; Barthel, 1989).

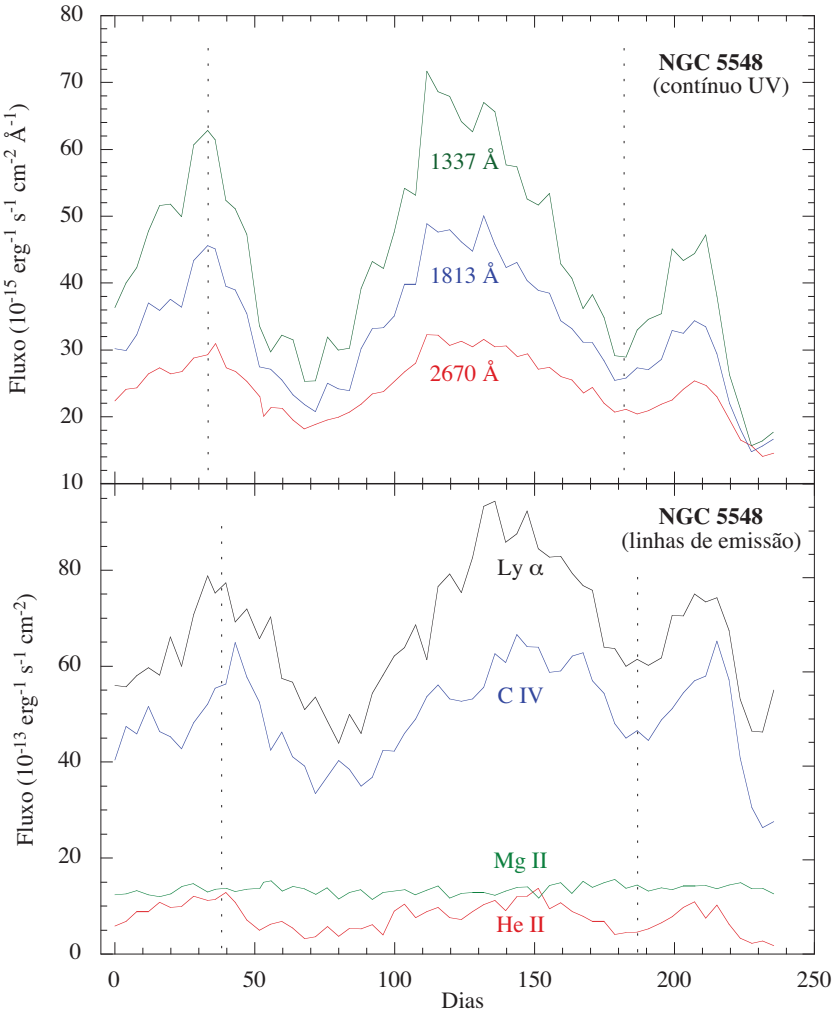


Figura 259: Variação do contínuo UV e de linhas de emissão de NGC 5548 (Seyfert tipo 1). Note que as variações não são simultâneas: isto permite estimarmos as distâncias entre as regiões que produzem as diferentes linhas/contínuos.

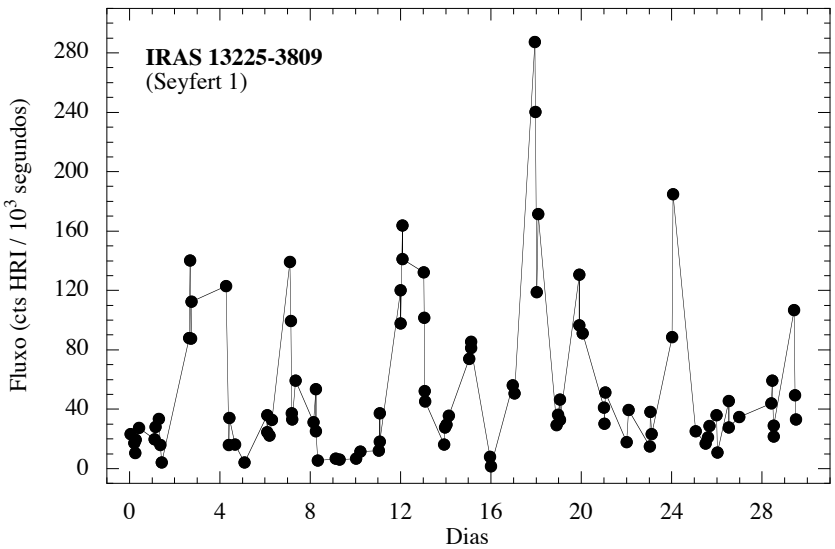


Figura 260: Variação da emissão X de IRAS 13224-3809 (Seyfert tipo 1; Boller et al., 1997).

Como veremos mais adiante, a fonte central de energia de AGNs é a queda de matéria em um Buraco Negro super-massivo. O cenário mais aceito é de um disco de acréscimo, com a matéria escoando para o centro. Variações deste cenário foram sugeridos como a destruição por efeito de maré de estrelas que passam o *Limite de Roche* do Buraco Negro (Hills, 1975; Frank & Rees, 1976). Contudo, a taxa de destruição de estrelas próximas a Buracos Negros super-massivos não é suficientemente alta para manter a luminosidade de um QSO.

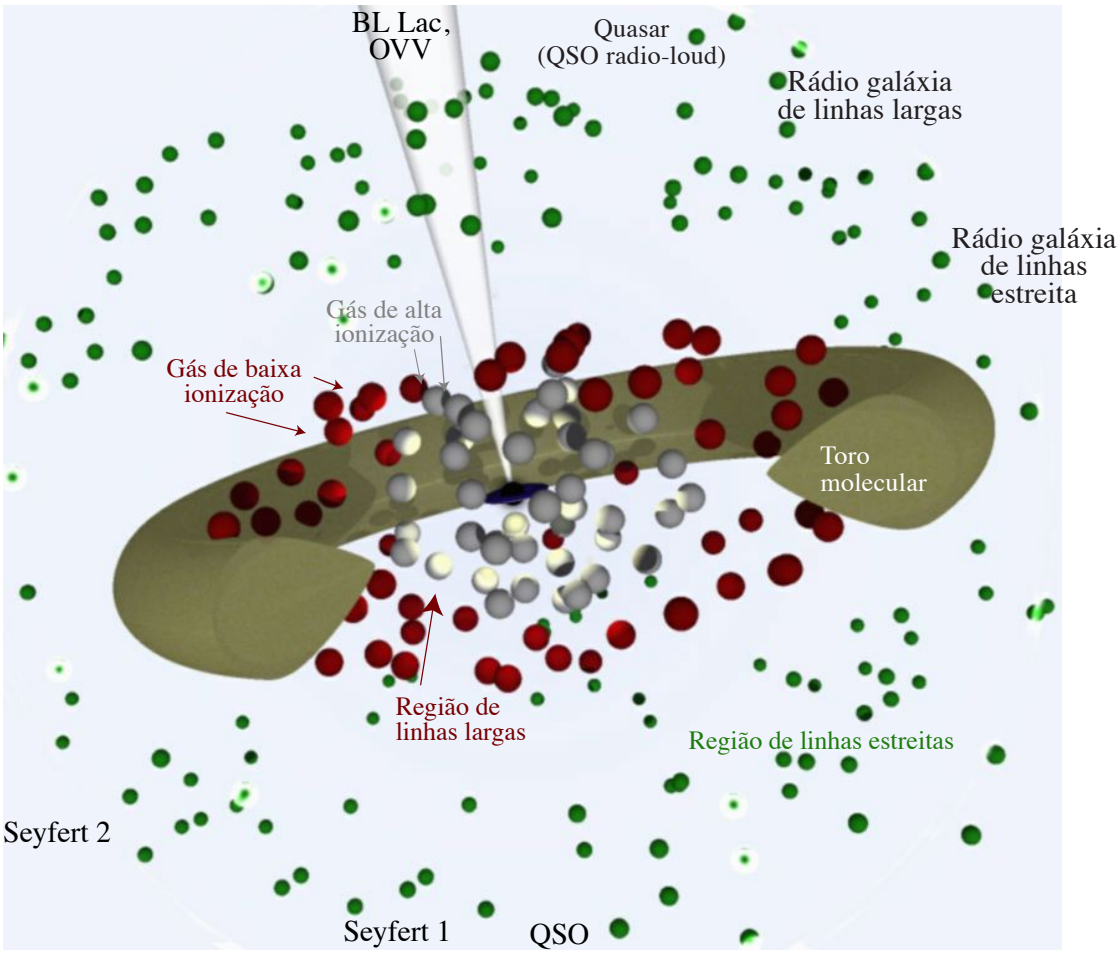


Figura 261: Modelo unificado de AGNs (fora de escala). No centro está o disco de acréscimo (ou, usando o anglicismo, acreção) e o buraco negro. Dependendo da posição do observador, a AGN é classificada de maneira diferente. Em geral, se a região central pode ser observada temos uma AGN tipo 1; se a região central está escondida, temos uma AGN tipo 2. Para efeito de ilustração apenas um jato é mostrado (quando existem, os jatos são aproximadamente simétricos em relação ao núcleo).

A figura 261 ilustra este modelo. No centro da AGN encontra-se um *buraco negro* supermaciço com um *disco de acreção* (ou disco de acréscimo) a sua volta. Esta região tem tipicamente algumas centenas de unidades astronômicas (o buraco negro, é claro, é muito menor e sua dimensão é dada pelo raio de Schwarzschild, $r_s \equiv 2G\mathcal{M}/c^2$, da ordem de algumas unidades astronômicas para massa $10^6 \lesssim M_\bullet \lesssim 10^9\, M_\odot$). O disco de acreção é responsável pelo contínuo térmico com máximo no ultravioleta extremo ou raios-X moles (Fig. 263 e Fig.266). Esta emissão tem uma grande variabilidade. Jatos de partículas relativísticas são produzidos nesta região. O modelo de um disco de acreção estacionário ($\dot{\mathcal{M}} =$ constante) foi introduzido por Shakura & Sunyaev (1973) – mais detalhes na seção 11.10.1.

As linhas do ferro produzidas nesta região (Fe Kα e Kβ, por volta de 6,4 keV) são alargadas por efeito relativísticos, em particular sofrem *redshift* gravitacional, Fig. 262. O *redshift* gravitacional devido a um corpo compacto de massa $\mathcal{M}$ é:

$$1+z = \left(1-\frac{2G\mathcal{M}}{r\,c^2}\right)^{-1/2} = \left(1-\frac{r_s}{r}\right)^{-1/2} \Rightarrow\ z \approx \frac{1}{2}\frac{r_s}{r} + \frac{3}{8}\left(\frac{r_s}{r}\right)^2 + \frac{5}{16}\left(\frac{r_s}{r}\right)^3 + \ldots;\ [r \gg r_s]\,. \qquad (466)$$

Tomando $r = 3r_s$ temos $z \approx 0{,}225$. Note que o *redshift* gravitacional é infinito no horizonte de eventos ($r = r_s$) e não pode explicar os *redshifts* observados ($z > 1$) dos QSOs e galáxias distantes.

A observação do perfil da linha do ferro é tanto um teste do modelo de disco de acréscimo ao redor de um buraco negro supermaciço central, como da teoria da relatividade geral. O alargamento observado na Fig. 262 sugere que o BN central esteja em rotação (BN de Kerr).

Entre $\sim$ 0,1 e $\sim$ 30 parsec existem nuvens de gás que formam a chamada *região de linhas largas*. Na região mais interna, distribuída de forma aproximadamente esférica estão nuvens com gás altamente

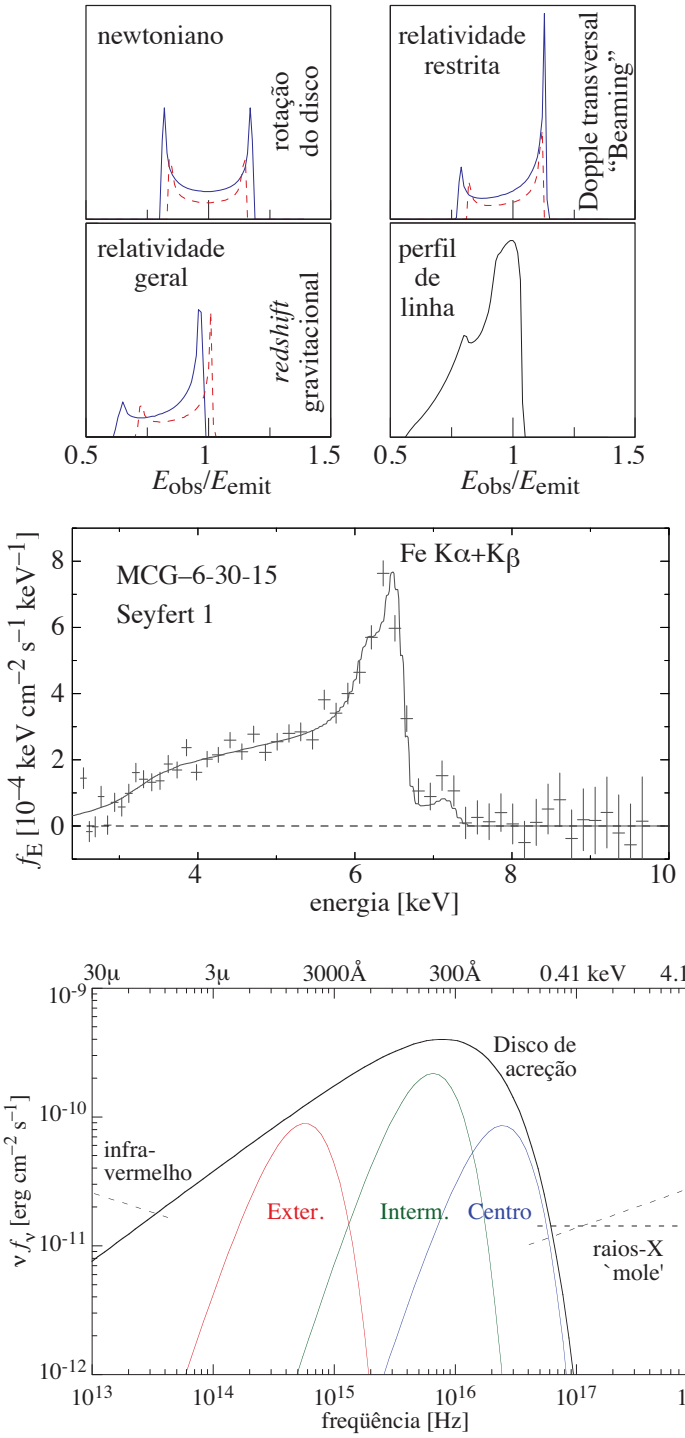


Figura 262: Perfil da linha K do ferro ($E \approx$ 6,4 keV) produzida em um disco de acreção de AGN. Esta linha é alargada pela rotação e efeitos relativísticos: efeito Doppler transversal, "beaming" e *redshift* gravitacional. A linha contínua (azul) ilustra a emissão mais próxima do buraco negro, $\sim 6r_s$ – o raio mais interno onde há órbitas estáveis no caso de um BN de Kerr (em rotação); a linha tracejada (vermelha) corresponde à emissão mais distante ($\sim 30r_s$). Abaixo a observação pelo satélite XMM-*Newton* da linha do Fe K em uma Seyfert tipo 1. Figura baseada em Fabian et al. (2000, 2002).

Figura 263: Espectro térmico de um disco de acreção. Este espectro pode ser interpretado pela soma de corpos negros de diferentes regiões do disco (Malkan, 1983).

ionizado, enquanto nas regiões mais externas, menos densa e distribuída de forma mais achatada, o gás tem baixa ionização. Estas nuvens são responsáveis pela emissão permitidas de linhas largas, com até 5000 km/s.

Na borda da região de linhas largas, existe um *toro molecular*, com uma dimensão da ordem até algumas centenas de parsecs. Esta região é composta de gás e poeira e é opticamente espessa. Quando a AGN é observada de perfil, a região de linhas largas e o disco de acreção são obscurecidos.

Uma evidência observacional importante do toro molecular é a observação de AGNs de tipo 2 em luz polarizada. O espectro produzido na região central (*Broad Line Region*, região que produz linhas largas) e que é emitida perpendicularmente ao toro é espalhada e uma fração da radiação pode chegar a nós. Esta luz espalhada é altamente polarizada e seu espectro apresenta características de AGNs de tipo 1 (linhas permitidas largas).

Na região por volta de 1 kpc, além do toro molecular (ou de poeira), encontra-se a *região de linhas estreitas*. Esta região é formada por nuvens de gás de baixa densidade e mais frio e, portanto, as linhas são mais estreitas (isto é, em relação às linhas largas mencionadas mais acima, pois a largura destas linhas estreitas é da ordem de $\sim 500\,\mathrm{km/s}$). As nuvens desta região que estão na 'sombra' do toro de acreção não são ionizadas.

Quando a fonte central é mais potente o toro central parece ter uma largura menor (é mais provável a observação da região central de um objeto orientado aleatoriamente); isto é sugerido pela anti-correlação entre a fração de AGNs tipo 2 com a luminosidade em raios-X (cf. Fig. 241).

11.10.1 "Motor central"

As variações temporais da luminosidade de AGNs nos permitem determinar um limite superior para o tamanho da fonte. Isto foi notado por Terrell (1964) que, curiosamente, usou como um argumento para a proximidade (isto é, *redshift* não cosmológico) de QSOs.

Considerando uma fonte esférica que, simultaneamente (no referencial da fonte) tem sua luminosidade alterada (veja Fig. 264). A informação da mudança chega ao observador primeiro do centro da fonte e por último da borda: isto é devido a trajetória suplementar que os fótons percorrem quando vindos da borda. Esta diferença é:

$$\ell_2 = \frac{\ell_1 + r}{\cos\theta} \approx \ell_1 + r\,, \tag{467}$$

onde ℓ_1 e ℓ_2 são as distâncias do observador ao centro e à borda da fonte, respectivamente. O aumento (ou diminuição) de luminosidade se dará em um intervalo de tempo $\Delta t = (\ell_2 - \ell_1)/c = r/c$.

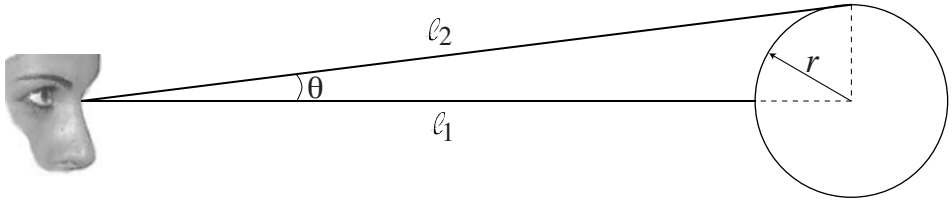


Figura 264: Diferença entre os percursos de fóton emitido na borda e no centro de uma fonte esférica.

No caso de QSOs e outras fontes com $z \gtrsim 0{,}1$, é necessário levarmos em conta os efeitos relativísticos. Para uma fonte que se afasta com velocidade v, o seu raio pode ser estimado como:

$$r = c\,\Delta t \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} = \frac{c\,\Delta t}{\gamma}\,. \tag{468}$$

Se a duração da variação for de algumas horas, $r \sim 10\,\mathrm{AU}$.

Por outro lado, também podemos estabelecer um limite inferior para a massa de uma fonte utilizando o limite de Eddington. Este limite nos dá a luminosidade máxima que uma fonte pode emitir estando em equilíbrio hidrostático (se $L > L_{\mathrm{Edd}}$, a pressão de radiação impede o equilíbrio de uma fonte de massa $\mathcal{M}$). O limite de Eddington vale:

$$L_{\mathrm{Edd}} = \frac{4\pi G\,c}{\bar{\kappa}}\,\mathcal{M}\,. \tag{469}$$

Utilizando a média de Rosseland para a opacidade, $\bar{\kappa} = (\sigma_T/m_p)(1+X)/2 = 0{,}2(1+X)\,\mathrm{cm^2 g^{-1}}$, ($\sigma_T$ e m_p são a seção de choque de Thompson e a massa do próton, respectivamente) e a fração de massa de hidrogênio, $X = 0{,}7$, temos:

$$L_{\mathrm{Edd}} \approx 1{,}48 \times 10^{38}\frac{\mathcal{M}}{M_\odot}\,\mathrm{erg\ s^{-1}} \approx 35 \times 10^3 \times \frac{\mathcal{M}}{M_\odot} L_\odot\,, \tag{470}$$

(para um plasma de hidrogênio puro, $X = 1$, $L_{\mathrm{Edd}} = 1{,}26 \times 10^{38}\mathcal{M}(M_\odot)\,\mathrm{erg\ s^{-1}}$).

Assim, para uma luminosidade típica de QSO de $L \approx 10^{46}\mathrm{erg\ s^{-1}}$, nós obtemos um limite inferior para a massa:

$$\mathcal{M} \gtrsim 7 \times 10^7 M_\odot\,. \tag{471}$$

Dado o tamanho e a massa obtidos, foi sugerido que um buraco negro supermaciço fosse responsável pela produção de energia das AGNs. Além disto, tomando o raio encontrado acima ($r_s = r \sim 10\,\mathrm{AU}$) como raio de Schwarzschild, a massa do buraco negro correspondente é:

$$\mathcal{M} = \frac{r_s\, c^2}{2G} \approx 5\, \frac{r_s}{1\mathrm{AU}} 10^7\, M_\odot\,, \tag{472}$$

isto é, da mesma ordem de grandeza que a massa estimada pelo limite de Eddington.

O mecanismo mais eficiente para produção de energia neste cenário é através de um disco de acréscimo em torno do buraco negro. Salpeter (1964) foi o primeiro a sugerir que o acréscimo de matéria em um buraco negro supermassivo poderia ser responsável pela energia das QSOs.

Podemos estimar a luminosidade supondo que toda a energia potencial da matéria em queda no buraco negro seja responsável pela luminosidade da AGN. Se a massa do disco de acréscimo e do buraco negro forem $\mathcal{M}$ e $\mathcal{M}_{\rm BN}$, respectivamente, temos:

$$L \approx \frac{\mathrm{d}|U|}{\mathrm{d}t} \approx \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{G\mathcal{M}\mathcal{M}_{\rm BN}}{r}\right) \approx \frac{G\mathcal{M}_{\rm BN}\dot{\mathcal{M}}}{r} \quad \text{onde} \quad |\dot{\mathcal{M}}| = |\dot{\mathcal{M}}_{\rm BN}|\,, \tag{473}$$

isto é, a taxa de acréscimo (a massa que cai) no buraco negro central é igual a variação da massa do próprio buraco negro e $\mathcal{M}_{\rm BN} \gg \mathcal{M}$. Podemos também escrever a luminosidade como função de uma eficiência η:

$$L = \eta\dot{\mathcal{M}}c^2 \qquad \Rightarrow \qquad \eta c^2 = \frac{G\mathcal{M}_{\rm BN}}{r}\,, \tag{474}$$

de onde concluímos que a eficiência da conversão de energia é $\eta = 0{,}5 r_s/r$, e r_s é o raio de Schwarzschild. Tomando $r = 3r_s$ (o menor raio onde uma órbita pode ser estável em torno de um buraco negro sem rotação[47]), isto implica em $\eta \approx 0{,}17$. Para comparação, a eficiência na produção de energia na fusão de H em He é aproximadamente 0,7%. Uma taxa de acreção de $10 M_\odot\mathrm{ano}^{-1}$ corresponde a uma luminosidade $L \approx 6 \times 10^{46}\mathrm{erg\ s}^{-1}$ $(1.3 \times 10^{13} L_\odot)$.

A eficiência pode ser ainda maior em buracos negros de Kerr (com rotação), η pode chegar a $\sim 0{,}4$. O valor da taxa de acreção, $\dot{\mathcal{M}}$, deve ser da ordem de 0,5–50,0$M_\odot$/ano para obtermos as energias observadas em QSOs.

Supondo que o disco de acréscimo seja geometricamente fino ($\delta z \to 0$) e opticamente espesso, cada anel de largura δr emite como um corpo negro. A taxa de dissipação de energia será igual ao fluxo de energia de um corpo negro e, assim, a temperatura do disco de acréscimo é (partindo da lei de Stefan–Boltzmann):

$$\sigma\, T^4(r) = \frac{L}{2 \times \text{área}} = \frac{3G\mathcal{M}\dot{\mathcal{M}}}{8\pi\, r^3} = \frac{3\dot{\mathcal{M}}\Omega^2(r)}{8\pi}\,, \tag{475}$$

onde σ é a constante de Stefan–Boltzmann, Ω é a velocidade angular do disco no raio r e $r \gg r_s$. Uma dedução mais cuidadosa utilizando a viscosidade do disco resulta em (Hartmann, 1998):

$$T(r) = T_1 \left(\frac{r}{r_{\rm min}}\right)^{-3/4} \left[1 - \left(\frac{r}{r_{\rm min}}\right)^{-1/2}\right]^{1/4} \quad ; \quad T_1 = \left(\frac{3G\mathcal{M}\dot{\mathcal{M}}}{8\pi\sigma r_{\rm min}^3}\right)^{1/4}\,, \tag{476}$$

onde $r_{\rm min} = 3r_s$ é a menor órbita estável ao redor de um buraco negro de Schwarzschild. Para $r \gg r_{\rm min}$, $T(r) \approx T_1 (r/r_{\rm min})^{-3/4}$.

Utilizando as Eqs. (469) e (473) junto com a Eq. (475) temos,

$$T(r) = 1{,}9 \times 10^5 \left(\frac{L}{L_{\rm Edd}}\right)^{1/4} \left(\frac{\mathcal{M}}{10^8 M_\odot}\right)^2 \left(\frac{\eta}{0{,}1}\right)^{-1/4} \left(\frac{r}{10\mathrm{AU}}\right)^{-3/4} \mathrm{K}\,. \tag{477}$$

A figura 265 mostra a temperatura ao longo do disco de acreção para diferentes valores da massa do buraco negro central.

O espectro do disco de acreção é a soma (integral) da emissão de cada anel que emite como um corpo negro:

$$L_\nu = \int_{r_{\rm min}}^{r_{\rm max}} \pi B_\nu[T(r)]\, 2\pi r\, \mathrm{d}r\,, \tag{478}$$

onde $B_\nu(T)$ é a função de Planck [veja Eq. (9), pag. 22]. O espectro de um disco de acreção é mostrado na Fig. 266.

[47] Em um buraco negro com rotação (solução de Kerr), o horizonte de eventos é menor que o raio de Schwarzschild; no caso extremo de máximo momento angular (buraco negro girando com a velocidade da luz) o horizonte de eventos é igual a $r_s/2$.

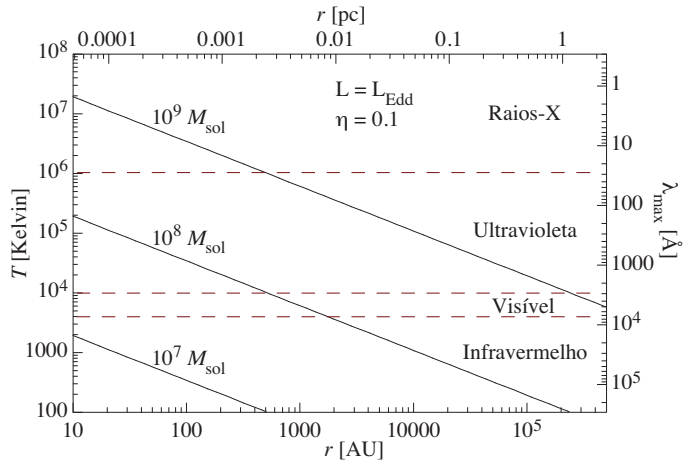


Figura 265: Temperatura do disco de acreção para diferentes massas do buraco negro central. O comprimento de onda onde a emissão de corpo negro é máxima é $\lambda_{\rm max} = (2{,}9 \times 10^7/T)$ Å.

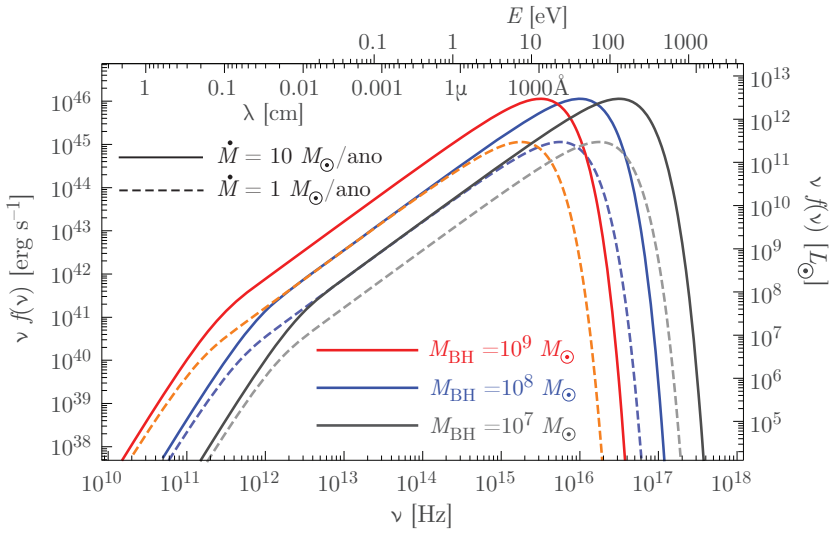


Figura 266: Distribuição espectral de energia (SED) do continuo do disco fino de acreção calculado usando a Eq. (477), ilustrando o efeito de diferentes massas do buraco negro central supermaciço e da taxa de acréscimo de matéria, $\dot{\mathcal{M}}$.

O cenário de discos finos, que são muito eficientes para emitir radiação, explicam bem casos como QSOs e Seyferts. Contudo, em alguns casos, o disco de acréscimo pode ser espesso, onde a pressão interna é importante e o disco não se resfria de maneira eficiente. Neste caso, temos o chamado *advection dominated accretion flow* ou ADAF[48]. Em um caso extremo, não teríamos um disco propriamente dito, mas sim uma acreção esférica (fluxo radial de matéria).

O modo de acreção ADAF foi proposto Narayan & Yi (1994) e, independentemente, Abramowicz et al. (1995). Uma característica dos modelos advectivos é que, se houver um disco, sua rotação não é kepleriana como nos discos finos. ADAFs são bem menos luminosos que discos finos e a taxa de acréscimo de matéria no BN central é menor. Por outro lado, a temperatura do material no ADAF é mais quente, próximas da temperatura do virial naquela posição (Narayan & McClintock, 2008).

A taxa de acréscimo do buraco negro central (i.e., o consumo e matéria pelo BN central) e a quantidade de material disponível determinam o *tempo de vida*, t_Q, dos núcleos ativos. Se t_Q for longo, somente poucos objetos passam por uma fase de AGN; se t_Q é curto, isto significa que a maioria das galáxias observadas passaram por uma fase de AGN. Woltjer (1959) estimou o tempo de vida de uma AGN a partir da observação que $\sim 1\%$ das galáxias apresentam núcleos ativos: $t_Q \approx$ fração de AGNs $\times$ idade das galáxias $\approx 0{,}01 \times 10^{10} = 10^8$ anos. Contudo, o tempo de vida da fase de núcleo ativo ainda é mal determinada, estimativas variam entre 10^6 a 10^8 anos (Martini, 2003).

11.10.2 O motor central pára – BN supermaciços em galáxias "normais"

Se as AGNs produzem sua energia graças a um buraco negro (BN) supermaciço, podemos nos perguntar o que acontece com este buraco negro quando o núcleo deixa de ser ativo.

[48] O termo advecção significa que a energia está sendo levada pelo movimento da matéria. No caso de AGNs, a matéria cai no BN central levando a energia, com pouca perda radiativa.

No cenário cosmológico atual, supomos que todas as galáxias passem por uma fase em que elas têm um núcleo ativo que, eventualmente, consomem o combustível (i.e., o material que cai no buraco negro). O buraco negro, contudo, permanece no centro. As observações fotométricas e espectroscópicas sugerem que, de fato, as galáxias em $z \sim 0$ tenham um buraco supermaciço central (Kormendy & Richstone, 1995).

No caso da Via Láctea, foi observado o movimento próprio de dezenas estrelas na região central, ao redor da fonte rádio Sagitário A* (Fig. 267). Com estas observações[49] é possível estabelecer uma estimativa da massa na região contida no interior da órbita destas estrelas, resultando em uma massa de $(3{,}95 \pm 0{,}37)(D_\odot/8\,\mathrm{kpc})^{2{,}19} \times 10^6 M_\odot$ em uma região de 90 A.U. (0,0004 pc $\sim 10^3 r_s$). A interpretação mais plausível e aceitável (mas não a única!) é a presença de BN supermaciço (Ghez et al., 2005) na região de Sag A*. Gillessen et al. (2009) além de estimar a massa do BN supermaciço central, estimam a distância do Sol ao centro da Galáxia em $8{,}33 \pm 0{,}48$ kpc, e excluem a possibilidade da existência de um sistema binário de BNs centrais.

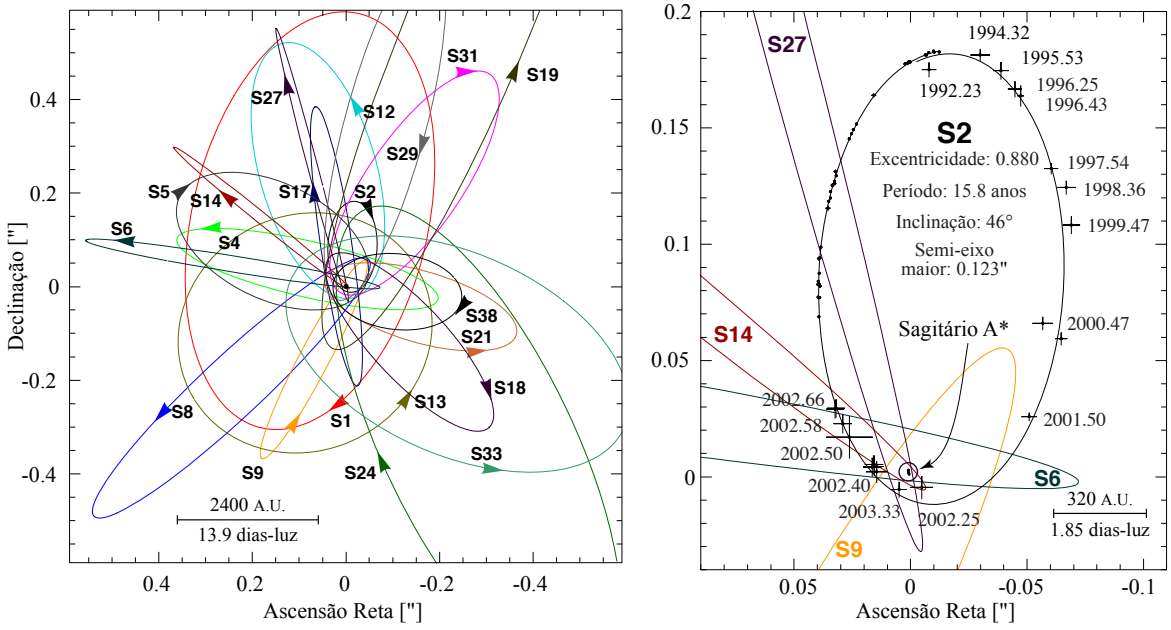


Figura 267: Distribuição das estrelas próximas do centro Galáctico com destaque à órbita kepleriana da estrela S2 em torno de Sgr A* ($17^\mathrm{h}45^\mathrm{m}39^\mathrm{s}{,}95$, $-29°00'28''{,}2$, J2000). O pericentro está a cerca de 118 A.U. (tomando a distância de Sgr A* seja 8.0 kpc); os parâmetros orbitais implicam uma massa central de $\approx 4 \times 10^6 M_\odot$. O modelo mais aceito é de um buraco negro supermaciço central. Figuras tiradas de Schödel et al. (2002); Gillessen et al. (2009).

Uma evidência adicional veio com a passagem pelo periastro da estrela S2 em maio/2018. Colaboração GRAVITY; Abuter et al. (2018) detectou o efeito combinado de *redshift* gravitacional e efeito Doppler transverso de aproximadamente $c\Delta\lambda/\lambda \approx 200\,\mathrm{km\ s^{-1}}$ devido à passagem próxima ao BN supermassivo central da Via Láctea.

Os buracos negros supermaciços parecem desempenhar um papel fundamental na formação e evolução das galáxias. Existem correlações empíricas da massa do BN central (veja Fig. 268) com (I) a luminosidade B do bojo hospedeiro; (II) com a dispersão de velocidades (esta correlação é ainda mais bem definida):

$$\mathcal{M}_\mathrm{BN} = (1{,}66 \pm 0{,}32) \times 10^8 \left(\frac{\sigma_0}{200\mathrm{km/s}}\right)^{4{,}58\pm0{,}52} M_\odot\,; \tag{479}$$

e (III, com muito mais incerteza) com a massa do halo escuro da galáxia hospedeira, (Magorrian et al., 1998; Ferrarese & Merritt, 2000; Gebhardt et al., 2000; Ferrarese, 2002).

O famoso problema, quem vem primeiro, o ovo ou a galinha, aparece aqui: os buracos negros supermaciços são as sementes das galáxias ou os BNs se formam após a formação das galáxias?

Os primeiros buracos negros supermaciços já estão presente em *redshift* $z \sim 6$, quando o Universo tem menos do que 1 bilhão de anos. Estes buracos negros podem se formar a partir do colapso de estrelas

[49] A extinção no óptico chega a ~ 30 magnitudes no entorno de Sgr A*, enquanto no infravermelho próximo (banda H) este valor é de apenas ~ 3 mag.

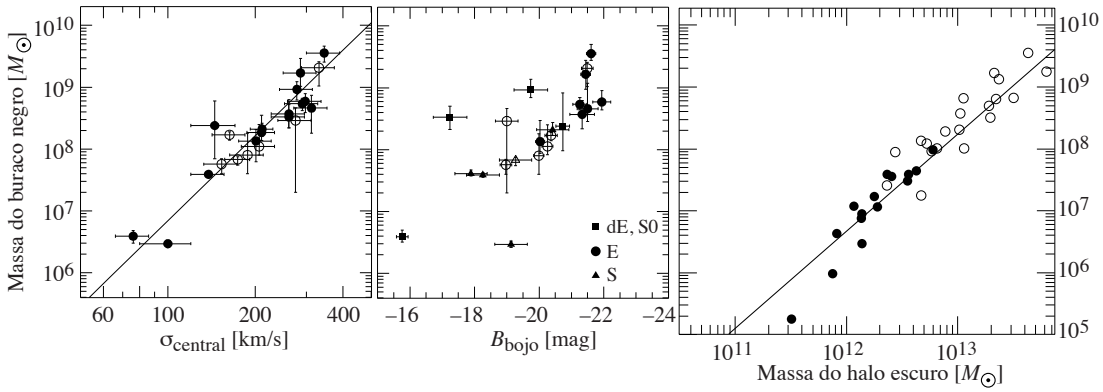


Figura 268: Correlações da massa do BN com a dispersão central de velocidades, luminosidade na banda B e massa do halo escuro da galáxia hospedeira. Os símbolos cheios e vazios são dados publicados e não publicados, respectivamente. A massa do halo escuro é estimada pela velocidade circular e/ou σ da galáxia hospedeira. Figura adaptada de Ferrarese (2002).

de Pop. III ($\sim 10^2 M_\odot$) seguido de uma acreção muito eficiente (super-Eddington) ou a partir do colapso direto de nuvens de gás primordial com $M \sim 10^5 M_\odot$.

12 Reionização do Universo

12.1 Fim da "Idade das Trevas"

Após a época da recombinação em $z \simeq 1100$ ($\sim 370 h_{70}^{-1}$ mil de anos após o Big Bang, veja seção 2.5.3), o meio intergaláctico se torna neutro. Para a radiação de fundo, que nesta época tem $\lambda \approx 4{,}6\mu$m e com o *redshift* cosmológico vai do infravermelho para micro-ondas, este meio de HI é transparente. Um observador humano hipotético nesta época veria um fraco brilho uniforme (os fótons no regime de Wien da radiação de corpo negro) que ficaria cada vez mais escuro a medida que o tempo passa: por isto chamamos esta época de "Idade das Trevas" (*Dark Ages*).

O Universo permanece assim até a época do colapso das primeiras estruturas por volta de $z \sim 15$. A partir daí, o gás que se resfria no interior destas estruturas pode fragmentar e formar a primeira geração de estrelas e/ou QSOs. Estes primeiros objetos começam a emitir uma grande quantidade de energia no ultravioleta, formando assim esferas de regiões HII. A figura 269 mostra esquematicamente esta evolução.

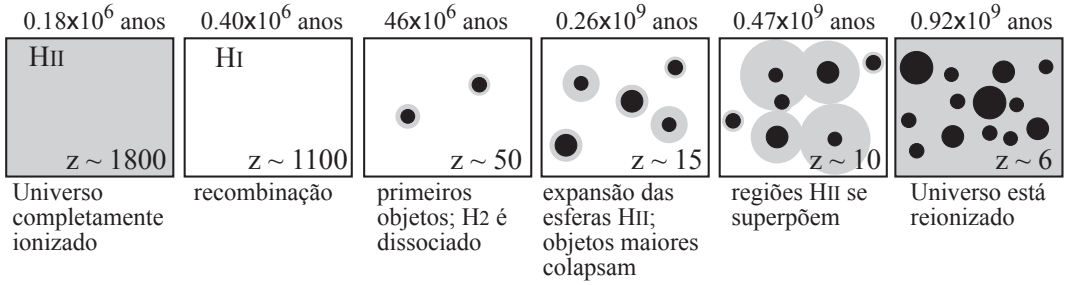


Figura 269: Reionização do Universo após a recombinação. Cinza escuro representa o hidrogênio ionizado. Círculos pretos são objetos colapsados. A escala de tempo é baseada no cenário ΛCDM com $h = 0{,}7$. Figura baseada em Barkana & Loeb (2001).

As esferas de regiões HII (esferas de Strömgren (1939), veja Sec. 12.2 mais abaixo) expandem com o tempo e, eventualmente, se superpõem e acabam por (re-)ionizar o Universo por completo. A radiação combinada dos QSOs é responsável pelo fundo em ultravioleta até hoje.

Em 1965, Gunn & Peterson e, independentemente, Shklovskii (1964) notaram que uma fonte em alto *redshift* deveria ter sua radiação completamente absorvida pelo HI em comprimentos de onda inferior à linha de Lyα. Esta absorção prevista teoricamente ficou conhecida como *efeito Gunn-Peterson*. Os espectros observados de QSOs com $z \lesssim 5$ não mostram este efeito, indicando que o meio intergaláctico já está reionizado pelo menos desde $z \sim 5$. A absorção observada em comprimentos de onda menor que a linha Lyα (a floresta de Lyman, cf. seção 11.8) é devida a nuvens relativamente densas que não são ionizadas pelo fundo UV.

O efeito Gunn-Peterson é muito sensível ao grau de ionização ou, equivalentemente, a fração de hidrogênio neutro presente no meio extragaláctico, $x_e \equiv n_{\rm HI}/n_{\rm H}$. Os fótons Lyman-$\alpha$ têm um livre caminho médio curto em um meio de hidrogênio neutro. Tomando um perfil de linha como uma função delta, a profundidade óptica dos fótons Ly-α é dada por:

$$\tau_{\rm Ly} = \sigma[\nu(1+z)] n_{\rm HI}(z) \frac{c}{H(z)} = \frac{\pi e^2 f}{4\pi\epsilon_0 m_e c \nu (1+z)} n_{\rm HI}(z) \frac{c}{H(z)} \; , \qquad (480)$$

onde e e m_e são a carga e a massa do elétron, ν é a frequência da transição Ly-α ($\nu = c/1215{,}67$ Å $= 2{,}466 \times 10^{15}$Hz) e $f = 0{,}4162$ é a força de oscilador desta transição. A seção de choque, σ tem um fator $(1+z)$ que leva em conta a diferença do *redshift* da fonte em relação ao *redshift* z onde o fóton é absorvido. A densidade média de hidrogênio (HI + HII) pode ser escrita como $n_{\rm H} = \Omega_B \rho_{\rm crit}\,(1-Y)(1+z)^3/m_{\rm próton}$ (onde Y é a fração de massa de H, $Y \approx 0{,}25$ para um gás primordial). Assim, a profundidade óptica fica:

$$\tau_{\rm Ly} = 3{,}49 \times 10^5 \Omega_B\, h \left(\frac{n_{\rm HI}}{n_{\rm N}}\right) \frac{(1+z)^3}{(\Omega_\Lambda + (1-\Omega_\Lambda - \Omega_M)(1+z)^2 + \Omega_M (1+z)^3)^{1/2}} \, . \qquad (481)$$

Em $z = 6$ para $\Omega_\Lambda = 0{,}7$, $\Omega_M = 0{,}3$ e $\Omega_B = 0{,}04$, $\tau_{\rm Ly} = 3{,}3 \times 10^5 (n_{\rm HI}/n_{\rm H})$, ou seja, se houver mais de ~ 1 átomo neutro de H para cada 10^5 íons o meio extragaláctico já é opticamente opaco para os fótons Lyman-α.

A detecção de um fluxo praticamente nulo em QSOs com $z \geq 5{,}8$ na região onde se espera observar o efeito Gunn-Peterson [veja figura 270 e Djorgovski et al. (2001); Pentericci et al. (2002)], sugere que a reionização do Universo se complete por volta de $z \sim 6$. A análise do lado azul da linha Ly-α (assim como para as outras linhas da série de Lyman) mostram como a ionização do universo evolui até $z \sim 7$. A figura 271 mostra o resultado desta análise.

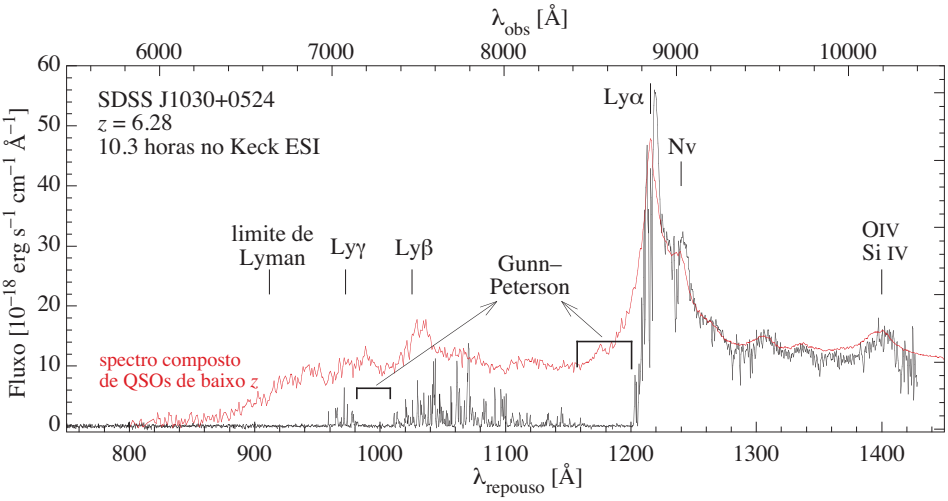


Figura 270: Efeito Gunn-Peterson observado em um QSO de alto *redshift*, do lado azul das linhas Lyα e Lyβ. Onde o efeito G-P não ocorre, observamos a "floresta de Lyman". Para efeito de comparação, o espectro composto de QSOs de baixo *redshift* está superposto ao QSO de alto redshift. Figura baseada em White et al. (2003).

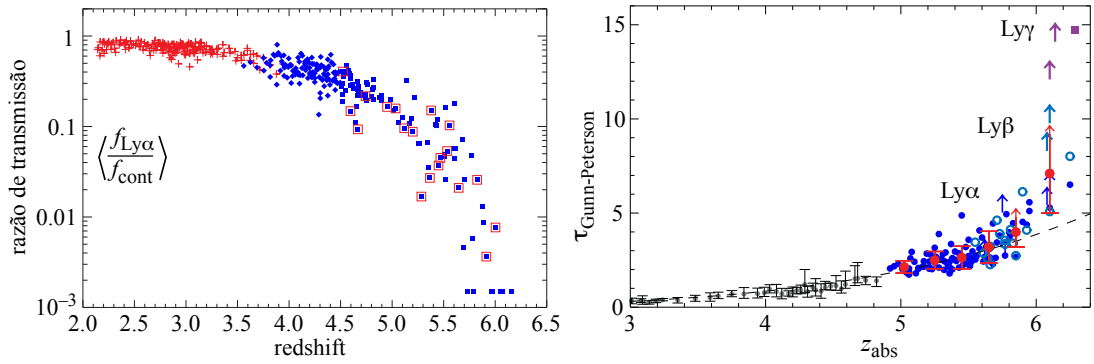


Figura 271: Esquerda: razão entre a transmissão do fluxo da linha Ly-α e o contínuo adjacente em função do *redshift* medido em QSOs. Direita: profundidade óptica devido ao efeito Gunn-Peterson em função do *redshift* de absorção da linha Ly-α. A linha tracejada corresponde a uma evolução passiva de $\tau_{\rm Ly}$ e os pontos por volta de $z = 6$ mostram a rápida evolução nesta época. Figuras tiradas de Songaila (2004) e Fan et al. (2006).

As observações de QSOs em $z \sim 6$ exploram a fase final da reionização (em $z_{\rm H}$, quando não há mais HI no meio intergaláctico. Observações da polarização da CMB (Sec. 2.14.2) são sensíveis ao início da fase de reionização (em z_e), quando começa a aparecer elétrons livres no meio intergaláctico (isto porque o espalhamento de Thomson tem uma seção de choque que depende da polarização da radiação). Note que o efeito Gunn-Peterson é sensível ao hidrogênio neutro, enquanto a polarização da CMB depende da fração de hidrogênio ionizado. Com a CMB, pode-se determinar a profundidade óptica:

$$\tau = \int_0^{z_e} c\,\sigma_T\,n_e(z)\left(\frac{{\rm d}t}{{\rm d}z}\right){\rm d}z \;=\; 0{,}038\frac{\Omega_B h}{\Omega_M}\left[\left(\Omega_\Lambda + \Omega_M(1+z_e)^3\right)^{1/2} - 1\right], \qquad (482)$$

onde σ_T seção de choque de Thompson (Kaplinghat et al., 2003).

O satélite WMAP, após 3 anos de observação, mediu uma profundidade óptica $\tau = 0.09 \pm 0.03$, o que implica um *redshift* de reionização de $8 \lesssim z_e \lesssim 15$, dependendo da história de reionização do Universo (Spergel et al., 2003). Se a reionização fosse instantânea, seu *redshift* seria $z \approx 11$, que corresponde a uma idade do universo de $370 h_{70}^{-1} \times 10^6$anos.

Para haver a reionização em $z \sim 12$ é necessário fontes de radiação ultravioleta que são rapidamente criadas. Uma hipótese são estrelas de população III, constituídas de gás primordial (75% em massa de hidrogênio). Nunca foi observada uma destas estrelas e supõem-se que a função de massa inicial destes objetos tenham uma forte tendência a altas massa, até $\sim 10^3 M_\odot$.

Outra possibilidade são os "motores" das AGNs, buracos negros supermaciços com disco de acreção. Buracos negros com $\sim 10^9 M_\odot$ são inferidos pela presença de QSOs em $z = 6$. Os mecanismos de formação das primeiras estrelas (Pop. III) e AGNs (i.e., buracos negros super-maciços) ainda são mal conhecidos.

12.2 Esfera de Strömgren

Fontes com temperatura acima de $\sim 20000\,\mathrm{K}$ são capazes de ionizar completamente uma esfera ao seu redor. Estas esferas são chamadas "*Esferas de Strömgren*" (Strömgren, 1939). Se o meio é suficientemente extenso, os fótons ionizantes (com comprimento de onda entre Ly $\alpha\lambda$1215,67 Å e ~ 25 Å) são todos usados na ionização deste meio e temos uma fronteira bem definida marcando a esfera de Strömgren. O volume desta esfera será proporcional ao número de fótons ionizantes, $N_{\rm UV}$:

$$r_{\rm Str} = \left(\frac{3 N_{\rm UV}}{4\pi n_e n_H \alpha^{\rm ef}_{{\rm H}\beta}} \right)^{1/3} , \tag{483}$$

onde $\alpha^{\rm ef}_{{\rm H}\beta}$ é o coeficiente de recombinação efetivo para elétrons que são capturados até o nível 2, isto é, não são capturados no nível fundamental. Os elétrons que são capturados no nível fundamental produzem um outro fóton ionizante. O valor do coeficiente de recombinação é $(1 \lesssim \alpha_{{\rm H}\beta} \lesssim 3) \times 10^{-13}\,{\rm cm^3 s^{-1}}$, dependendo da temperatura, adequado para um meio opticamente espesso.

QSOs emitem cerca de 10^{57} fótons ionizantes por segundo. Em $z \sim 6$, a densidade média de bárions é $\sim 10^{-4}$, portanto a esfera de Strömgren de um QSO tem um raio superior a 1 Mpc (p.ex., Yu & Lu, 2005).

13 Galáxias com surto de formação estelar: "*Starburst*"

Algumas galáxias apresentam uma taxa de formação estelar muito superior à taxa observada em galáxias ditas normais. Estima-se que 25% da formação estelar atual no Universo próximo ocorra em galáxias com surto de formação estelar (*Starburst*). É possível que todas as galáxias passam por uma fase de formação estelar intensa em algum momento de sua vida (Gallego et al., 1995; Conselice, 2000).

O(s) mecanismo(s) que geram um *starburst* não são ainda bem compreendidos. Sabemos que estes eventos devem ter uma duração relativamente curta (~ 10–100×10^6 anos), uma vez que o gás da galáxia é rapidamente consumido na formação estelar. A taxa de formação estelar (SFR) em um "*starburst*" é cerca de 10^3 vezes à SFR das galáxias "ordinárias", $\Sigma_{\rm SFR} \approx 10 M_\odot {\rm s}^{-1}{\rm kpc}^{-2}$ em um surto [compare com a Eq. 440)], ou como a Via Láctea, que tem uma taxa de $1{,}65 \pm 0{,}20 M_\odot$/ano (Licquia & Newman, 2015).

Em muitos casos, o surto de formação estelar se dá na região central, $r \lesssim 1\,$kpc. Neste caso, o surto é alimentado por gás que se acumula no centro; um mecanismo eficaz para isto está ligado à presença de barras nas galáxias espirais.

Para galáxias em alto *redshift*, o mecanismo que dispara o *starburst* é provavelmente as colisões galácticas; estas colisões podem levar à fusão das galáxias ou a formação de caudas de maré. O encontro entre duas galáxias ricas em gás leva a um choque do gás, que pode ser levado às condições propícias de formação estelar.

As colisões galácticas são menos frequentes no Universo local (Fig. 272) e argumenta-se que estas colisões não sejam os únicos (ou principais) mecanismos que geram um *starburst*. A observação revela que galáxias isoladas podem ser *starburst*. Um mecanismo alternativo são as instabilidades dinâmicas que podem ocorrer em galáxias com disco (i.e., espirais). Uma instabilidade frequente é a formação de uma barra; neste caso, simulações numéricas mostram que o gás pode ser "canalizado" pela barra em direção ao centro galáctico, provocando um evento de *starburst*.

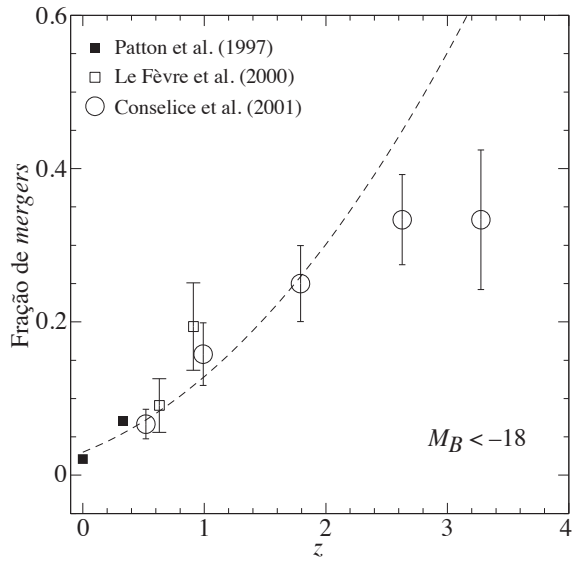


Figura 272: Taxa de *merger* estimado por distorções e frequência de pares de galáxias. A curva tracejada corresponde a uma taxa de *merger* de $f = 0{,}03(1+z)^{2,1}$. (Conselice, 2000).

Podemos reconhecer, observacionalmente, dois tipos de galáxias *starburst*:

- Galáxias com excesso de emissão ultravioleta. A luminosidade desta galáxia é dominada por associações OB, estrelas maciças de curta vida. Nestas galáxias a poeira tem uma distribuição "esfarelada" e a radiação UV não é completamente absorvida.
- Galáxias com excesso de emissão infravermelha. Neste caso, a luz ultravioleta das estrelas maciças é absorvida pela poeira que reemite a energia no infravermelho distante (FIR, *far infra-red*). Os casos mais extremos são chamados ULIRGs (*Ultra luminous Infra-Red Galaxies*), com $L_{\rm FIR} > 10^{12} L_\odot$. Se estas galáxias estão muito distantes ($z > 3$) a radiação da poeira é observada em micro-ondas.

  Um surto de formação estelar "escondido" pela poeira pode também se revelar por uma forte absorção das linhas da série de Balmer e emissão fraca do [OII].

O espectro de um surto (formação estelar em um intervalo de tempo curto comparado à idade da galáxia) obviamente varia com o tempo. A figura 273 ilustra a evolução prevista do espectro de uma galáxia que sofre um "*straburst*".

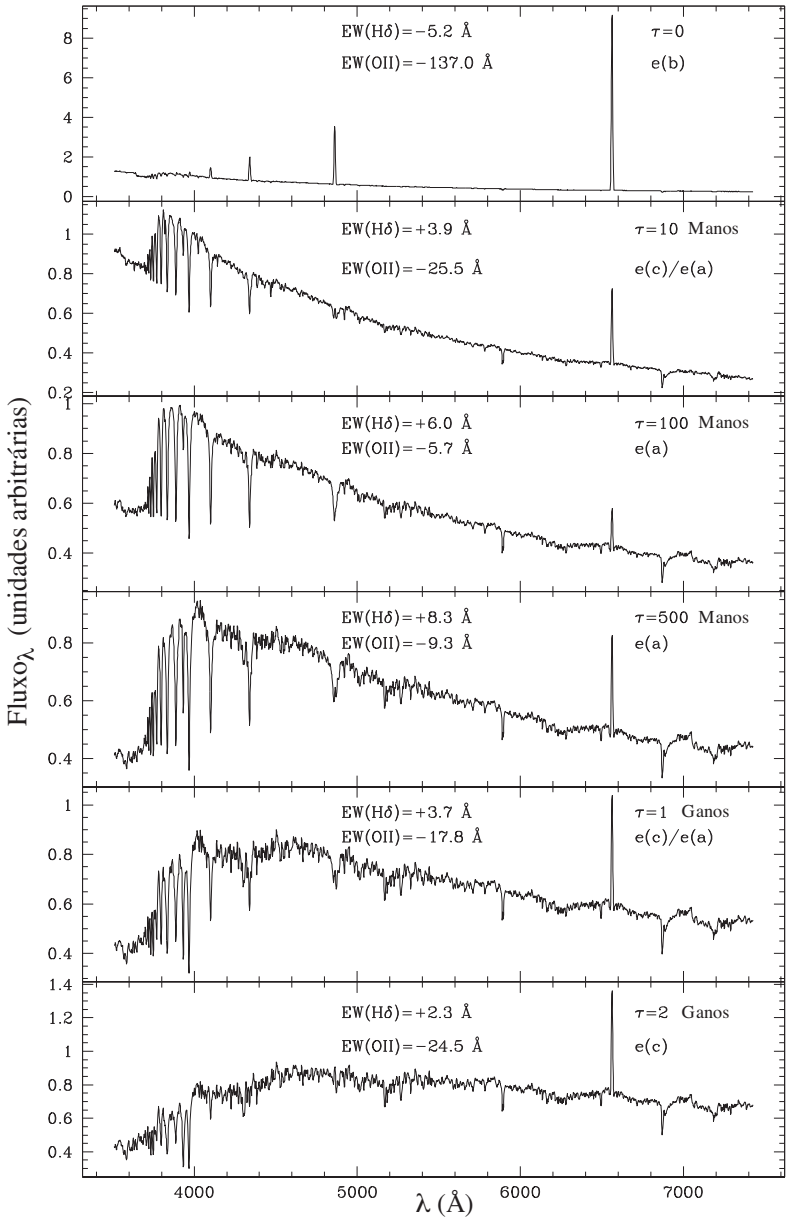


Figura 273: Evolução de um espectro de uma galáxia onde ocorre um *starburst* (cerca de 35% da massa) durante 100×10^8anos seguido de uma formação estelar típica de uma Sc. O tempo decorrido após o final do *starburst* é dado por τ. Esta galáxia seria classificada de modo diferente segundo o momento em que é observada. Figura tirada de Poggianti et al. (1999).

As galáxias com formação estelar intensa e as AGNs têm características espectrais semelhantes (p.ex., fluxo UV e infravermelho distante elevados). Há diferenças, contudo, pois as regiões de formação estelar (regiões HII) são aquecidas por estrelas jovens (tipo OB) e nas AGNs a energia vem da região central (provavelmente do contínuo produzido pelo disco de acréscimo). Assim, diagnósticos baseados nas intensidades relativas de algumas linhas ([OIII]λ5007/Hβ, [NII]λ6583/Hα, [S*ii*]$\lambda\lambda$6716, 6731/Hα, [OI]λ6300/Hα, veja Figs. 274 e 275) podem ser usadas para se distinguir galáxias de núcleo ativo e regiões de formação estelar (Baldwin et al., 1981; Veilleux & Osterbrock, 1987). Chamamos de **diagrama BPT** (iniciais dos autores que o propuseram) o gráfico da razão [OIII]λ5007/Hβ em função da razão [NII]λ6583/Hα, sugerido por Baldwin et al. (1981) para classificação dos espectros com linhas de emissão.

Um outro diagnóstico usado para separar AGNs de galáxias com formação estelar é baseado na *largura equivalente* da linha do H$_\alpha$, $W_{\rm H\alpha}$, em relação à razão de intensidades das linhas do [NII] e H$_\alpha$. (Stasińska et al., 2008; Cid Fernandes et al., 2011). Este diagrama é conhecido na literatura como WHAN, veja a Fig. 276. A vantagem de se usar este método é quando as linhas de H$_\beta$ e/ou [O III] são muito fracas e algumas galáxias não podem ser classificadas. Nestes casos, $W_{\rm H\alpha}$ torna-se uma opção viável para a classificação dos objetos com linhas de emissão. A linha vertical que separa galáxias com formação estelar (SF) de AGNs é baseada no diagrama BPT. A divisão entre LINERs e Seyferts se dá empiricamente.

Galáxias com maior atividade de formação estelar tendem a evitar aglomerações: as galáxias que apresentam sinais de uma evolução passiva da população estelar habitam preferencialmente as regiões centrais

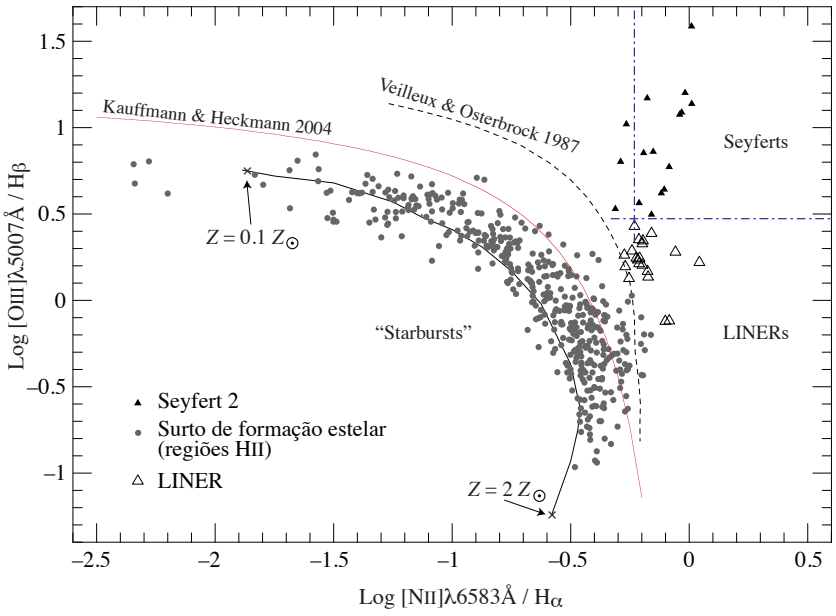


Figura 274: Diagrama BPT de linhas de emissão para distinguir AGNs de regiões HII (formação estelar intensa). A linha contínua representa regiões HII de diferentes metalicidades segundo Dopita & Evans (1986). A linha tracejada separa AGNs de regiões de formação estelar segundo Veilleux & Osterbrock (1987). Figura tirada de Gronwall et al. (2002).

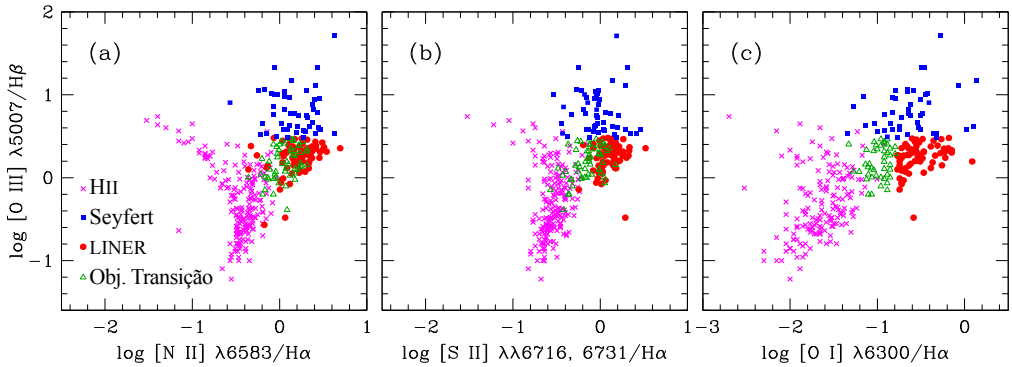


Figura 275: Diagnósticos de razões de linhas de emissão onde podemos distinguir galáxias star-burst (regiões HII), LINERs, "objetos de transição" e Seyferts (veja também Secs. 11.1 e 11.2). Figura tirada de Ho (2008).

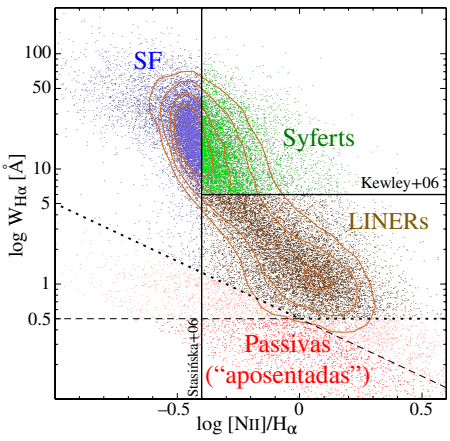


Figura 276: Diagrama WHAM, entre a largura equivalente do H_α e a razão entre a linha proibida [NII] e a intensidade de H_α. Figura tirada de Cid Fernandes et al. (2011).

de aglomerações, em geral em um ambiente já virializado. Isto se traduz em uma diferença das funções de correlações das galáxias com evolução passiva e ativa (Fig. 277).

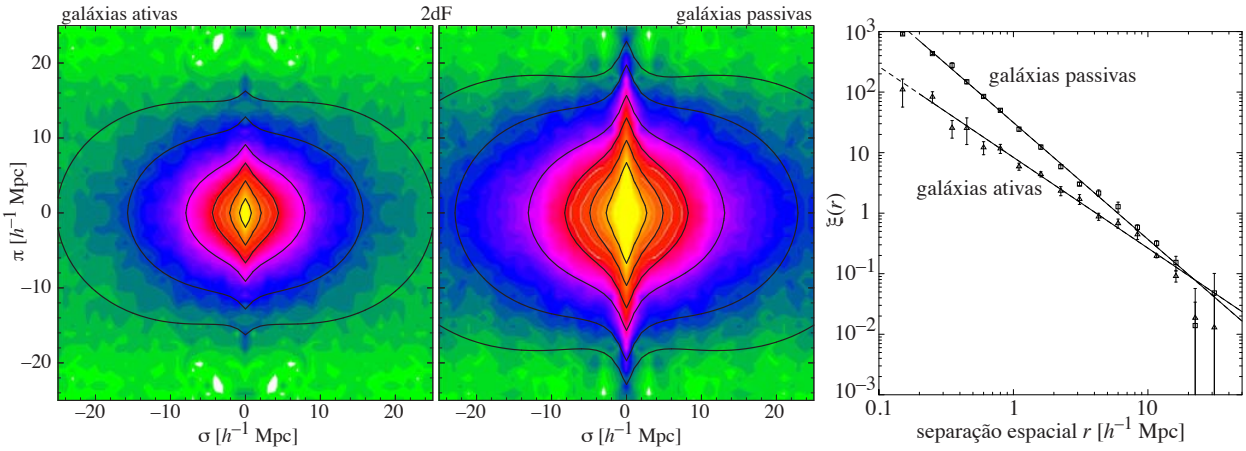


Figura 277: Esquerda e centro: Função de correlação bidimensional, $\xi(\sigma, \pi)$ (seção 4.4.2 para definições) para galáxias com baixa taxa de formação estelar (SFR atual $\leq 10\%$ que a média durante a vida pregressa, i.e., galáxias "passivas") e com alta taxa de formação estelar (galáxias "ativas"). Direita: Função de correlação $\xi(r)$ dos dois tipos de galáxias. Galáxias passivas se aglomeram mais do que as ativas em escalas menores que $\sim 10h^{-1}$ Mpc. Dados do 2dFGRS, figura tirada de Madgwick et al. (2003).

14 Galáxias normais

14.1 Classificação morfológica

14.1.1 Classificação de Hubble

Desde as primeiras observações, mesmo antes que as galáxias fossem reconhecidas como sistemas extragalácticos, era evidente a grande diversidade de formas que elas apresentam. Uma das formas de se procurar entender a física que governa estes sistemas é construir um esquema de classificação a partir de propriedades observacionais que, esperamos, leve a uma compreensão mais profunda destes objetos. Uma revisão histórica e interessante do desenvolvimento da classificação morfológica de galáxias foi feita por Sandage (2005).

Um dos primeiros sistemas de classificação morfológico foi proposto por Wolf (1908), antes que as "nebulosas" fossem reconhecidas como galáxias externas. Este sistema tenta estabelecer uma sequência que começa em sistemas sem estruturas e termina nos sistemas com proeminentes braços espirais. Reynolds (1920) também propõem uma classificação morfológica apenas para as nebulosas espirais vistas de face, definindo 7 classes relacionando a importância da "condensação central" (o bojo) em relação à "nebulosidade exterior" (o disco).

O sistema de classificação mais popular, e ainda utilizado de forma generalizada, é a classificação morfológica de Hubble (1926, 1936), representada pelo diagrama de diapasão ('*tunefork*', Fig. 278).

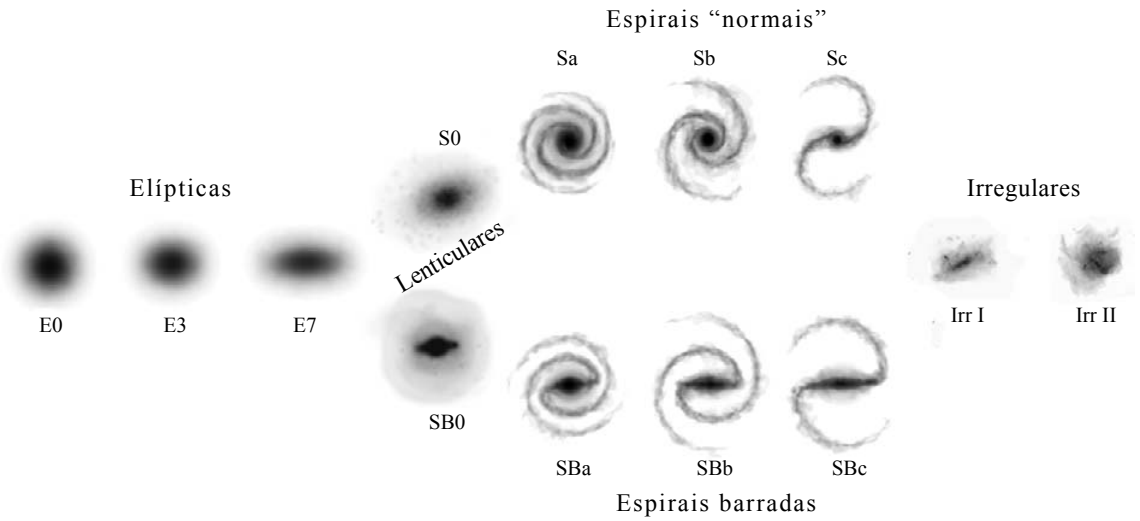


Figura 278: Classificação morfológica de Hubble ('*tunefork*' ou diapasão).

Ao contrário do que lemos em muitos livros, Hubble não propôs o diagrama do "diapasão" como uma sequência evolutiva das galáxias, mas sim uma sequência de complexidade. As elípticas seriam as galáxias mais simples que as lenticulares, enquanto as espirais, com braços cada vez mais abertos, são as mais complexas do ponto de vista morfológico. As galáxias à esquerda do diagrama são chamadas 'precoce' (*early-type*) e a direita, 'tardia' (*late-type*). A ideia de uma evolução de *early-type* para *late-type* já havia sido abandonada em meados da década de 1920.[50]

Associar uma série ou processo evolutivo à sequência de Hubble está errado. Apesar disto, a classificação de Hubble mostrou-se muito útil no estudo das galáxias. Apesar das galáxias não evoluírem da esquerda para a direita no diagrama, foram descobertas várias propriedades que se alteram sistematicamente ao longo deste diagrama (veja também Fig. 279):

- Razão massa (luminosidade) do bojo/massa do disco. As elípticas são praticamente apenas bojo (discos muito fracos são às vezes detectados); as galáxias Im não contêm bojo;
- Razão massa do gás/massa das estrelas;
- Variação do índice de cor;

[50] Hubble (1926) diz: "*Early* e *late*, apesar da conotação temporal, são aparentemente os adjetivos disponíveis mais convenientes para descrever as posições relativas na sequência [de classificação morfológica]... Podemos assumir que estes termos expressam uma progressão de formas das simples para as complexas." Veja uma discussão mais completa em Baldry (2008).

- Composição química do meio interestelar;
- Taxa de formação estelar.

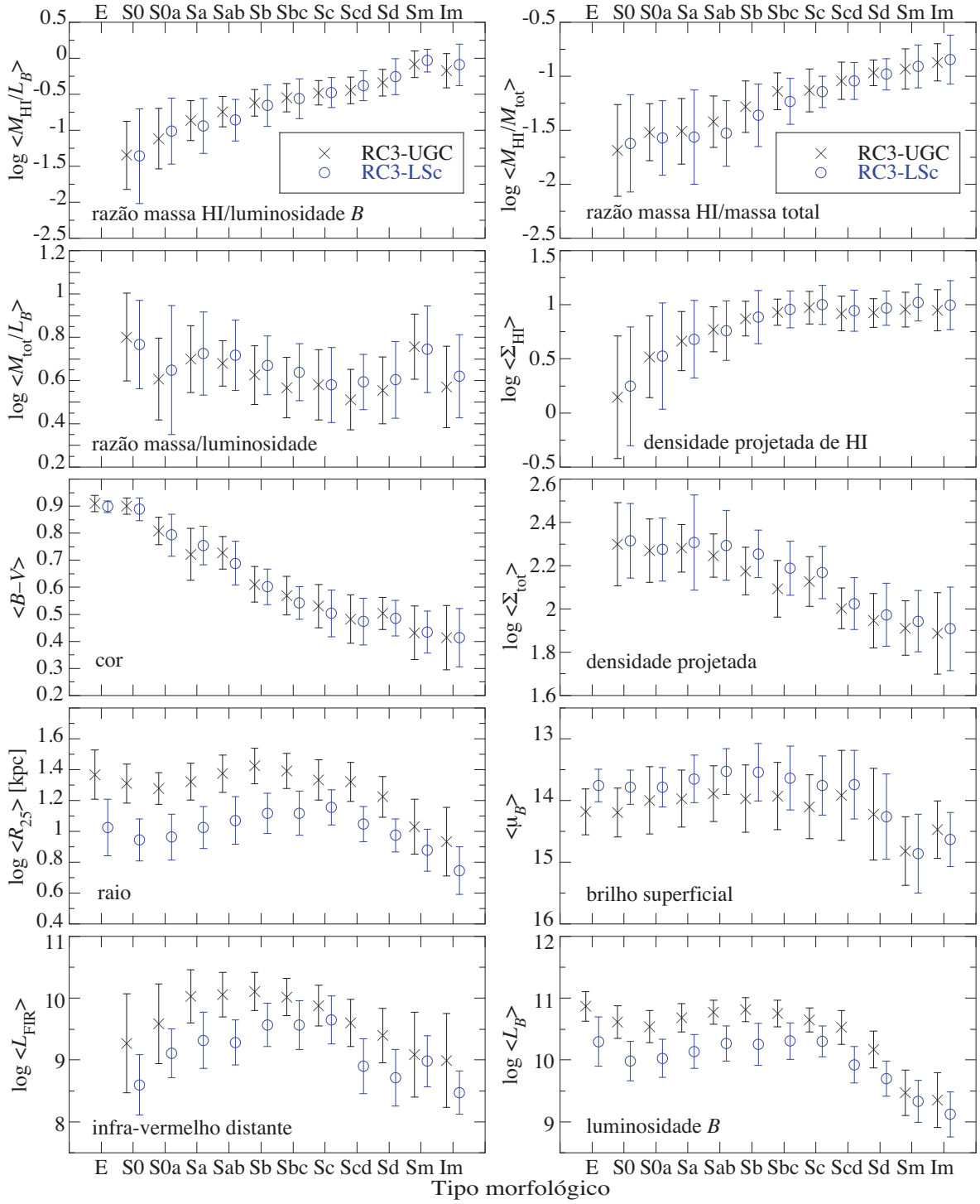


Figura 279: Propriedades físicas de galáxias ao longo da sequência de Hubble. As unidades de massa e luminosidade são solares. Dados tirados de Roberts & Haynes (1994), utilizando $\sim$ 8000 galáxias.

Também observamos uma variação da abundância de metais (em particular do oxigênio) em função do tipo morfológico assim como da magnitude absoluta da galáxia (Fig. 280).

Posteriormente, a classificação de Hubble foi estendida, senda incluídas as galáxias irregulares (Irr) como uma continuação das galáxias espirais (i.e., as irregulares são as galáxias mais "tardias").

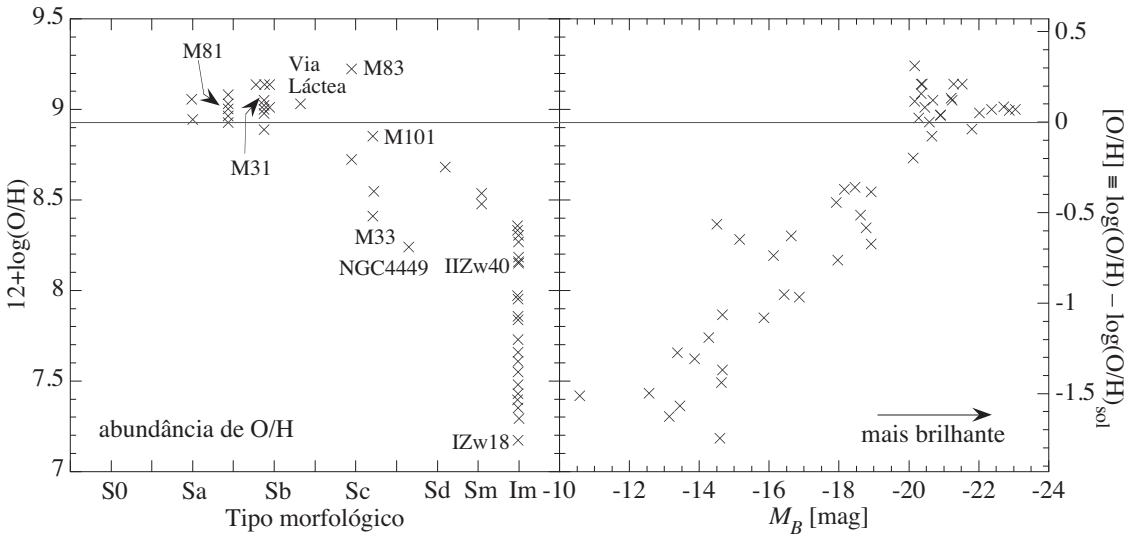


Figura 280: Abundância de oxigênio em função do tipo morfológico (espirais e irregulares) e da magnitude absoluta das galáxias. A abundância solar de oxigênio é $12 + \log(\mathrm{O/H}) = 8{,}91$ e a metalicidade pode ser calculada como $Z/Z_{\odot} = 10^{\log(\mathrm{O/H})-3{,}09}$. Figura baseada em Roberts & Haynes (1994).

14.1.2 Classificação de de Vaucouleurs e outros

Vários outros sistemas de classificação morfológicos foram propostos. de Vaucouleurs (1959) propôs um sistema 'tridimensional' de classificação, levando em conta além do tipo morfológico, a presença de anéis e a estrutura espiral (Fig. 281). de Vaucouleurs também introduziu a distinção entre galáxias Sc, Sd e Sm, que acabou sendo incorporada à classificação de Hubble.

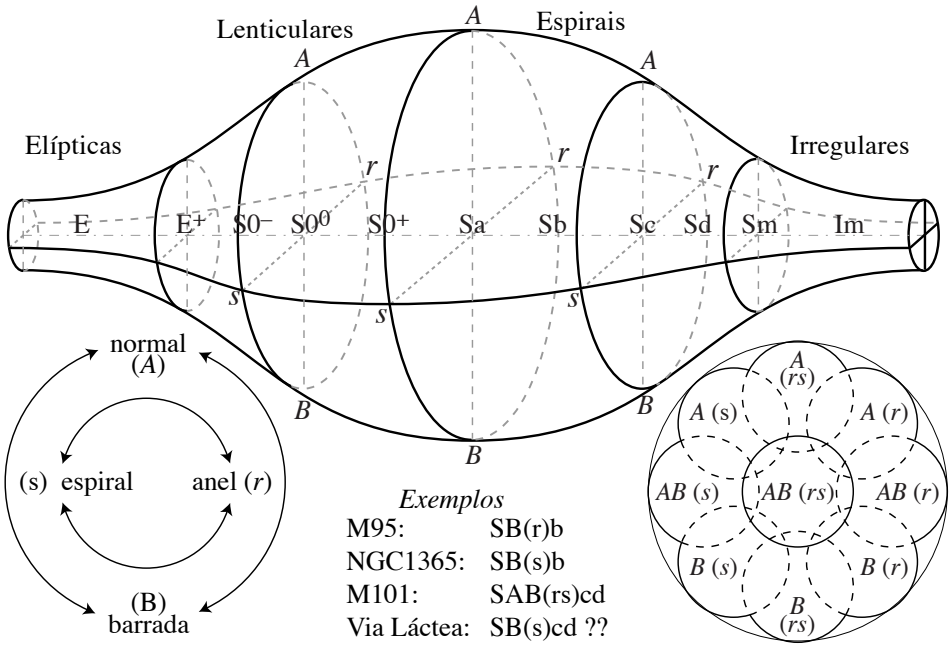


Figura 281: Classificação morfológica de de Vaucouleurs (1959) em três dimensões, dando igual importância às barras e aos anéis.

No catálogo de galáxias RC3 (de Vaucouleurs et al., 1991, veja também a Fig. 98), a cada tipo morfológico é associado um número "T":

	cE	E0	E^+	$S0^-$	$S0^0$	$S0^+$	S0/a	Sa		Sb		Sc		Sd		Sm	Im
T	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$(U-B)$		0,53			0,74		0,38	0,27	0,28	0,13	0,04	−0,01	−0,10	−0,11	−0,12	−0,13	−0,21
$(B-V)$		0,94			0,49		0,86	0,79	0,78	0,70	0,63	0,59	0,52	0,52	0,52	0,46	0,39

A classificação de Morgan (1958) ou de Yerkes é baseada na concentração de luz das galáxias, subsidiada pela classificação espectral proposta por Morgan & Mayall (1957). Neste sistema, além do tipo espectral, é utilizado a seguinte notação:

S = espiral; B = espirais barradas; E = elípticas; I = irregulares;
Ep = elípticas com sinais claros de absorção por poeira e elípticas peculiares;
D = sistemas "dustless" (sem poeira), simétricos e sem estruturas e com um envelope estelar;
L = Sistemas de baixo brilho superficial;
N = Sistemas com núcleo compacto e brilhante. Estas são em geral AGNs;
A letra "p" é acrescentada para galáxias de aparência peculiar;
A letra "c" é adicionada ao tipo D para galáxias supergigantes, encontradas no centro de aglomerados de galáxias (análogo à notação de estrelas super gigantes na espectroscopia estelar Matthews, Morgan & Schmidt, 1964), veja também Sec. 5.11.1

A estes parâmetros é adicionado uma "classe de inclinação", 1 para sistemas vistos de frente (simetria esférica) e 7 para sistemas vistos de perfil.

van den Bergh (1960) divide as galáxias por classe de luminosidade; galáxias com mesma aparência morfológica podem ter luminosidades bem distintas. As classes de van den Bergh vão de I (super gigantes) até V (galáxias anãs).

14.2 Tipos morfológicos: características

Classicamente, as galáxias luminosas em $z \lesssim 0{,}5$ se dividem segundo sua morfologia em quatro grandes famílias.

• **Elípticas**, que como diz o nome, tem uma forma elíptica (ou eventualmente esférica) sem nenhuma estrutura notável;

As galáxias elípticas são designadas 'En', onde n indica o grau de achatamento, veja Fig. 282.

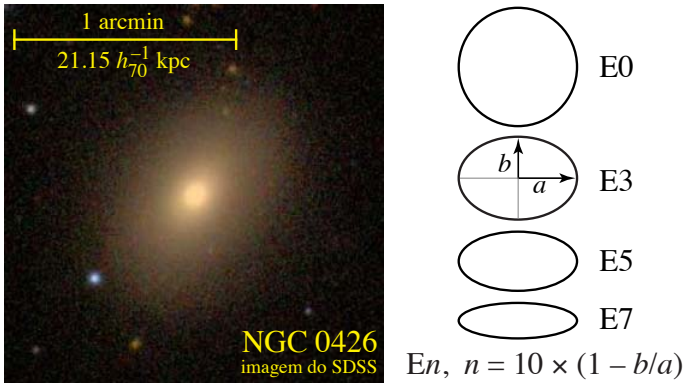


Figura 282: Classificação de galáxias Elípticas segundo o grau de achatamento aparente. a e b são os semi-eixos maior e menor, respectivamente.

As elípticas com aparência esférica são E0. As elípticas mais achatadas são as E7 ($b = 0{,}3 \times a$). Galáxias elípticas mais achatadas do que E7 são dinamicamente instáveis e devem relaxar para uma elipticidade menor rapidamente.

• **Espirais**, tem uma forma de disco no qual vê-se em geral braços espirais que começam no centro ou nos extremos de uma barra (espirais barradas);

As galáxias espirais são designadas Sa, Sb ou Sc quando não há a presença de uma barra e SBa, SBb ou Sbc no caso contrário. Cerca de 1/3 das espirais no Universo próximo tem barras bem definidas; 1/3 não apresentam barras e 1/3 são casos intermediários.

Os braços de uma galáxia espiral são logarítmicos, isto é, podem ser descritos pela equação:

$$R(\theta) = R_0 \exp(A\,\theta)\,, \tag{484}$$

onde R_0 e A são constantes. O quanto os braços de "enrolam" é quantificado pelo ângulo de abertura (α, "*pitch angle*", Fig 283), onde, para a espiral logarítmica temos:

$$\alpha = \arctan(A) \approx A\,, \text{ para } \alpha \leq 25^\circ\,. \tag{485}$$

Os índices a, b e c, foram originalmente propostos para diferenciar o quanto os braços espirais se enrolam em torno do centro galáctico: 'a' para braços muito enrolados, 'c' para braços mais abertos (hoje também classificamos algumas galáxias como Scd). Tipicamente, as Sa têm $\alpha \approx 7°$; para as Sb, $\alpha \approx 13°$; para as Sc $\alpha \approx 17°$. O ângulo de abertura costuma ser o mesmo para todos os braços e não variar com o raio (o que justifica o uso da espiral logarítmica). A Via Láctea tem um ângulo de abertura difícil de ser estimado, pois estamos muito próximos do plano do disco, mas estima-se que $\alpha \approx 12°$.

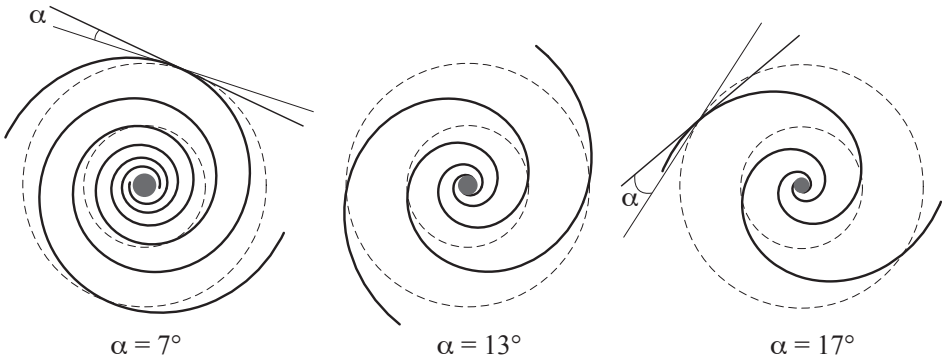


Figura 283: Ângulo de abertura de braços espirais (*pitch angle*, α) medido entre as tangentes do braço e de um círculo concêntrico à galáxia.

Além dos braços, a razão entre o tamanho do bojo e do disco também servem para classificar as espirais: As Sa têm a maior razão bojo/disco enquanto as Sc têm a menor.

Os braços das galáxias espirais também são classificados segundo suas morfologias. Basicamente, os tipos de braços podem ser separados em *Floculentos*, quando são fragmentados e com pouco contraste em relação ao disco, e *Grand Design*, quando são muito bem definidos. Elmegreen & Elmegreen (1982, 1987) subdividem os braços das espirais em 12 tipos, segundo suas particularidades. As galáxias que apresenta braços Grand Design estão geralmente acompanhadas por outras galáxias, enquanto as floculentas estão mais isoladas. Isto sugere que os braços mais intensos em espirais possam ser o resultado da perturbação produzida por efeito de maré.

• **Lenticulares**, que tem uma forma de disco com um pronunciado bojo central;

As galáxias lenticulares são chamadas S0 ou SB0 (se tiverem ou não uma barra estelar) e foram introduzidas no diagrama de Hubble por Allan Sandage. Estas galáxias têm um bojo muito pronunciado e discos muito fracos, sem a presença de braços espirais e sem formação estelar (isto é, estas galáxias têm a mesma assinatura espectral no visível das galáxias elípticas). Quando vistas de frente, as S0 podem ser confundidas observacionalmente (morfologicamente) com elípticas que possuam um envelope estelar.

As galáxias lenticulares podem ser subdivididas de acordo com a quantidade relativa de poeira no disco em três classes: $S0_1$, $S0_2$ e $S0_3$, onde $S0_1$ não tem sinal de poeira e $S0_3$ tem uma banda de absorção claramente visível. Para as lenticulares barradas, também há uma divisão em três classes, $SB0_1$, $SB0_2$ e $SB0_3$, relacionada à definição e intensidade da barra estelar (da mais fraca à mais intensa).

• **Irregulares**, que não apresentam nenhuma forma bem definida. As galáxias satélites da Via Láctea, as Nuvens de Magalhães, são irregulares. Na classificação de Hubble estendida estas galáxias são notadas Irr I e Irr II (Im na classificação de de Vaucouleurs). As Irr I são de tipo magelânicas (semelhante à Grande Nuvem de Magalhães) com algum (pouco) indício de estrutura organizada (uma barra ou braços); as Irr II são de tipo "explosiva", com indícios de serem o resultado de uma perturbação dinâmica forte ou até fusão de galáxias recente ou em andamento. Galáxias com muita poeira também podem ter aparência irregular quando observadas no visível. No sistema de de Vaucouleurs, as Irr são classificadas como Sm ou Im.

No Universo próximo (até cerca de $200h^{-1}$ Mpc) as galáxias brilhantes se distribuem aproximadamente da seguinte forma: 10% de elípticas, 70% de espirais, 14% de lenticulares e 6% de irregulares (usando 17680 galáxias do RC3, incluindo galáxias de campo, grupos e aglomerados). Um resumo simples das características das galáxias segundo sua classificação morfológica é dada na Tab. 18.

A figura 284 mostra uma representação alternativa para classificação morfológica, incluindo as galáxias superluminosas e anãs. Nesta classificação, as elípticas são classificadas segundo a sugestão de Kormendy & Bender (1996), isto é, pela deformação das elipses de isofotas (curvas que correspondem ao mesmo brilho superficial, veja Fig. 285) em *boxy* ou *disky*. As isofotas de galáxias elípticas podem ser representadas por uma elipse mais uma perturbação descrita como uma série de Fourier (Carter, 1978; Bender & Moellenhoff,

Tabela 18: Resumo das propriedades das galáxias da sequência de Hubble.

Popriedade	Espirais	Elípticas	Irregulares
Massa ($M_\odot$)	10^9 a 10^{12}	10^7 a 10^{13}	10^8 a 10^{11}
Diâmetro (kpc)	5–30	1–1000	1–10
Luminosidade ($L_\odot$)	10^8 a 10^{11}	10^6 a 10^{12}	10^7 a 10^9
População estelar	Velha e jovem	Velha	Velha e jovem
Tipo espectral	A a K	G a K	A a F
Gás	Bastante	Muito pouco	Bastante
Poeira	Bastante	Muito pouca	Depende
Cor	Azulada nos braços Amarelada no bojo	Amarelada/vermelha	Azulada

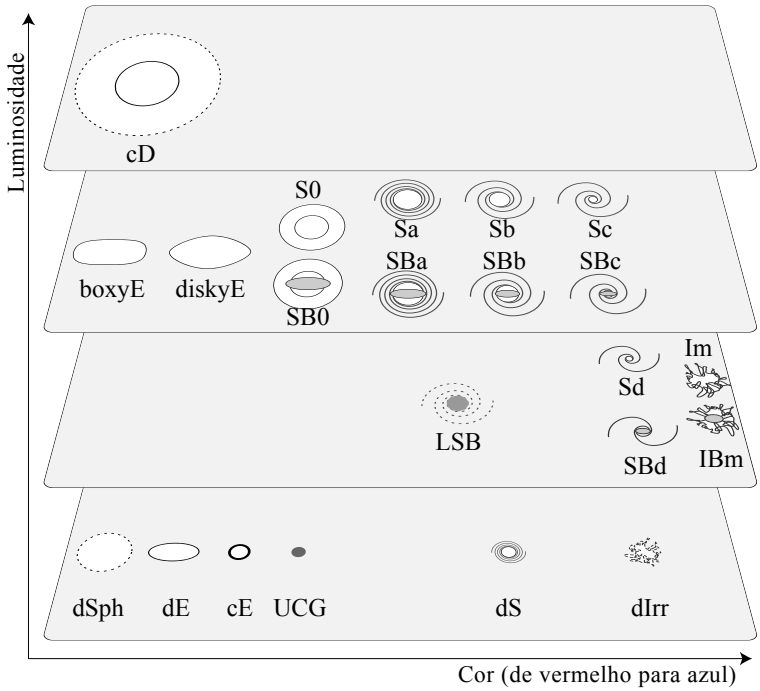


Figura 284: Classificação morfológica incluindo galáxias supergigantes (cD), anãs e de baixo brilho superficial. Para as elípticas normais é adotada a sugestão de Kormendy & Bender (1996) de usar a característica *boxy/disky* das isofotas ao invés do achatamento aparente. Uma classificação em volume semelhante a esta foi proposto por van den Bergh (1997).

1987; Ciambur, 2015):

$$R_{\rm obs}(\theta) = R_{\rm el}(\theta) + \sum_{j=1} a_j \cos(j\theta) + b_j \,{\rm sen}(j\theta)\,, \tag{486}$$

onde $R_{\rm obs}(\theta)$ é a curva que descreve uma isofota e $R_{\rm el}(\theta)$ é uma elipse. Por exemplo, para uma elipse alinhada com as coordenadas cartesianas e centro na origem temos:

$$R_{\rm el}(\theta) = \frac{ab}{\sqrt{a^2\,{\rm sen}^2\,\theta + b^2\cos^2\theta}} = \frac{b}{\sqrt{1-\varepsilon^2\cos^2\theta}}\,;\quad \varepsilon^2 \equiv 1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2\,,$$

onde a e b são os semi-eixos maior e menos, respectivamente. Os primeiros termos da série de Fourier são nulos (ou muito pequenos): a_1 e b_1 correspondem ao um descolamento do centro da elipse; a_2 afeta a elipticidade e b_2 afeta o ângulo de posição (orientação da elipse). Os termos a_3 e b_3 (assim como todos os termos ímpares superiores a 3) correspondem a deformações sem simetria axissimétrica. Os termos b_j com $j \geq 4$ correspondem a assimetrias que não são alinhadas com os semi-eixos.

Finalmente, o termo mais interessante é o a_4, do $\cos 4\theta$; quando este termo é negativo a elipse é deformada como uma "caixa" ou *boxy*. Quando $a_4 > 0$, a deformação é como um disco ou *disky*. A Fig. 286 ilustra as várias deformações em uma elipse causadas pelos primeiros coeficientes da expansão da série de Fourier.

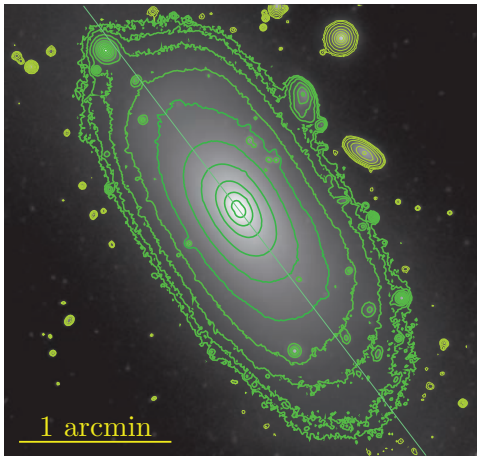


Figura 285: Exemplo de isofotas (isocontornos de mesmo brilho superficial) de uma galáxia elíptica, NGC 4104. Os contornos da galáxia e e fontes superpostas à ela estão em cor verde e traço espesso; em tom mais amarelado temos contornos de outras fontes do campo. O traço reto diagonal corresponde à posição do semi-eixo maior (ângulo de posição). Note que esta galáxia em particular apresenta isofotas *boxy*.

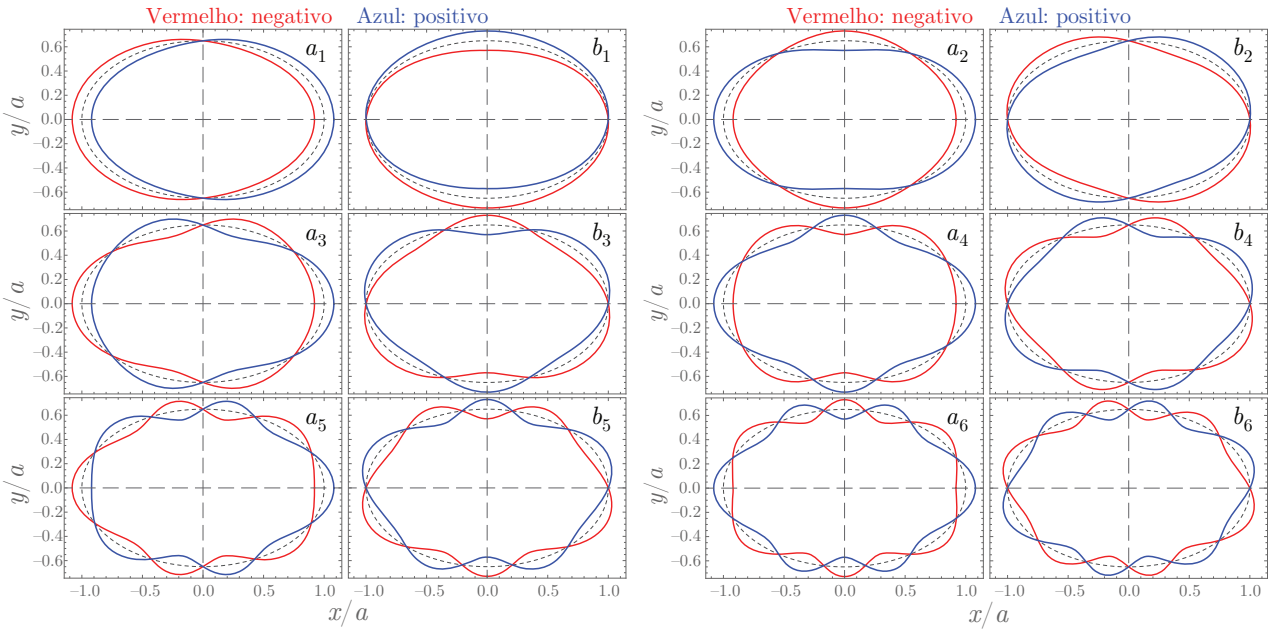


Figura 286: Distorções de uma elipse dadas por cada coeficiente da série de Fourier. As elipses, de razão de eixos $b/a = 0{,}65$ (entre uma E3 e E4) neste exemplo, estão desenhadas com traço pontilhado. Em vermelho estão as deformações quando o parâmetro de Fourier é negativo, em azul quando é positivo. Os coeficientes são para cada painel $a_j/a = 0{,}08$ ou $b_j/a = 0{,}08$. A deformação dada pelo coeficiente $a_4 < 0$ é *boxy* e para $a_4 > 0$, *disky*.

14.2.1 Galáxias anãs e de baixo brilho superficial

As porcentagens citadas acima não levam em conta as galáxias anãs, de difícil observação. Se levarmos em conta as anãs (que, somente a partir da última década, tem sido possível detectá-las a distâncias elevadas) concluímos que são estas as galáxias mais abundantes no Universo. Alguns tipos de galáxias anãs estão descritos na seção 7.4 (as anãs Elípticas e Esferoidais). Além disto temos as Lenticulares anãs (dS0); Irregulares anãs (dIm, versões reduzidas das Nuvens de Magalhães); Anãs Compactas Azuis (BCD) ou galáxias HII; Anãs de Maré ("*tidal dwarf*", produzidas nas interações entre galáxias maciças); Espirais anãs (dS), as últimas a serem identificadas (Schombert et al., 1995) e encontradas apenas no campo.

As galáxias anãs em geral têm baixo brilho superficial (exceto as galáxias anãs compactas). Contudo, galáxias de baixo brilho superficial (LSB, "*Low Surface Brightness*") não são necessariamente anãs: existem galáxias de baixo brilho superficial tão grande quanto a Via Láctea (por exemplo, Malin 1). Galáxias de baixo brilho superficial podem escapar à detecção e a abundância deste tipo de galáxias ainda é mal conhecido.

O trabalho clássico de Freeman (1970) mostrou que o conjunto das galáxias de tipo S0 à Im tinham o brilho superficial na banda B praticamente constante, $\mu_0 = 21{,}65 \pm 0{,}30$ mag arcsec^{-2}. Disney (1976) propôs que este resultado, conhecido como "Lei de Freeman", é devido a *efeitos de seleção* devido à dificuldade

de se detectar galáxias com baixo brilho superficial (veja Fig. 122). Resultados mais recentes (Fig. 287) mostram que a frequência de objetos de baixo brilho superficial é muito maior que o previsto pela Lei de Freeman; até $\mu_0 \approx 25\,\mathrm{mag\ arcsec^{-2}}$ a função de distribuição de brilho superficial central é praticamente constante.

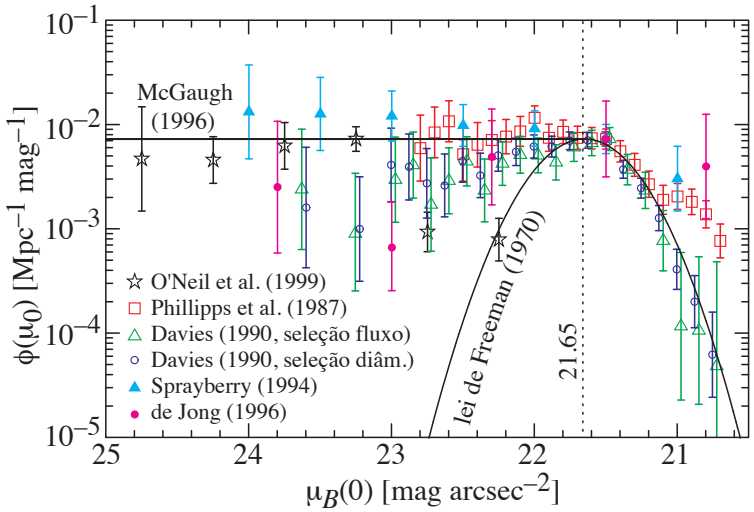


Figura 287: Função de distribuição de brilho superficial central. Para comparação, está traçada a "Lei de Freeman". Figura tirada de O'Neil & Bothun (2000).

Utilizando o *Millenium Galaxy Catalogue*, uma amostra mais profunda que o SDSS e onde 96% dos objetos possuem medida de *redshift*, Driver et al. (2005) determinaram a distribuição de brilho superficial de galáxias por intervalo de luminosidade na banda B. A distribuição de brilho superficial é sempre bem aproximada por uma gaussiana, mas a medida que selecionamos galáxias menos brilhantes a largura da gaussiana aumenta e seu valor médio se desloca para brilho superficial mais fraco. A Fig. 288 ilustra este resultado. A soma destas gaussianas se aproxima de resultados como mostrado na Fig. 287 acima.

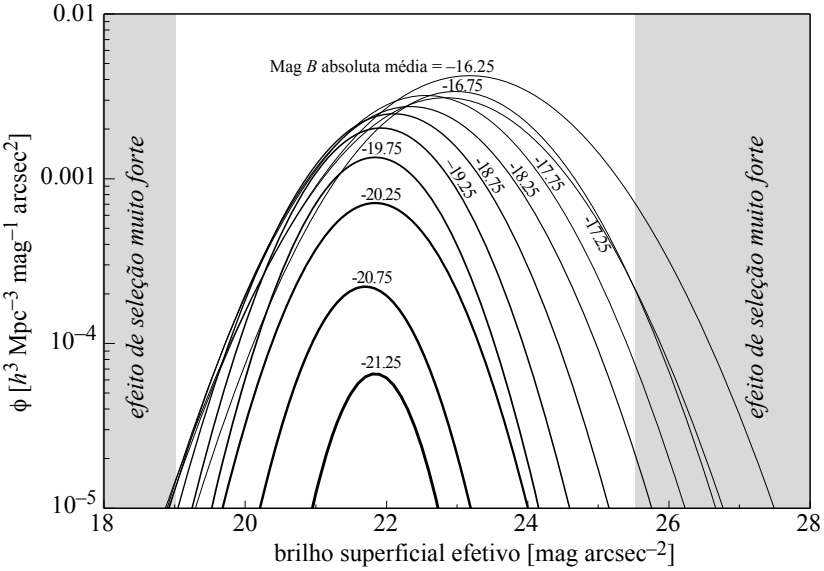


Figura 288: Distribuição do brilho superficial de galáxias para diversos intervalos de luminosidade total (em magnitude absoluta na banda B). As galáxias menos luminosas apresentam tendência de terem maior dispersão, isto é, podem ter brilho superficial muito baixo ou alto. Figura baseada em Driver et al. (2005).

Ainda não sabemos por que um objeto se torna uma galáxia de baixo ou alto brilho superficial. As galáxias LSB parecem ser versões menos evoluída (menor metalicidade, menor taxa de formação estelar) das galáxias de alto brilho superficial de mesma magnitude. Dinamicamente, as LSBs têm proporcionalmente maior quantidade de matéria escura. Enquanto a distribuição espacial em grande escala das LSB é semelhante à distribuição das galáxias brilhantes, as LSBs se encontram mais isoladas em pequena escala (não se conhece pares de LSBs).

14.2.2 Morfologia: dependência com a banda de observação

É importante lembrar que classificação morfológica é baseada (I) nas observações feitas no visível, principalmente na banda B (uma vez que as placas fotográficas eram mais sensíveis neste comprimento de onda); (II) em um intervalo de brilho superficial acessível às observações feitas na primeira metade do século XX. Isto implica que a classificação morfológica de Hubble privilegia certos tipos de galáxias (por exemplo as de maior taxa de formação estelar) em detrimento de outras (as anãs, as de fraco brilho superficial).

Quando as galáxias começaram a ser observadas em outros comprimentos de onda, além do visível, ficou claro que a classificação morfológica depende do comprimento de onda utilizado. Por exemplo, uma Sc observada no UV distante (FUV) poderia ser classificada como uma Irr, já que veríamos principalmente as regiões de formação estelar intensa (Fig. 289).

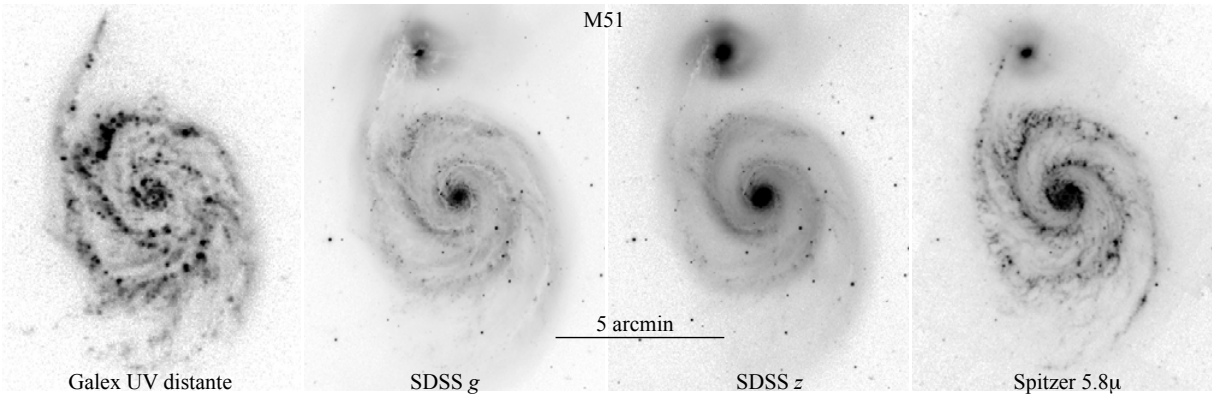


Figura 289: "Correção K morfológica". Galáxia M51 observada em diferentes comprimentos de onda, do ultravioleta (0,135–0,175 μ) ao infravermelho 5,8 μ.

A dependência da morfologia se torna um fator crítico quando comparamos imagens de galáxias próximas e distantes ($z \gtrsim 0{,}5$) feitas na mesma banda espectral. Isto é chamado *correção-K morfológica*.

Para diminuir o caráter subjetivo da classificação morfológica, tradicionalmente feito "a olho", procedimentos automatizados têm sido experimentados como, por exemplo, classificação a partir da distribuição de luminosidade (concentração de luz) nas imagens das galáxias.

14.3 Classificação espectral

A classificação espectral de galáxias nos dá informações no que concerne a população estelar destes sistemas: o espectro integrado (de toda a galáxia) resulta da composição das emissões individuais das estrelas e da absorção do meio interestelar. Comparada com a classificação morfológica, nota-se que os dois sistemas de classificação estão correlacionados.

Por exemplo, um dos índices de formação estelar observado no espectro integrado de galáxias é a presença de linhas de emissão devido a estrelas maciças de curta vida (tipo O e B, principalmente).

A primeira classificação espectral de galáxias é a de Humason (1936). Humason comparava o espectro e a cor integrada das galáxias com o tipo espectral observado em estrelas. Assim, seu sistema de classificação utilizava uma notação espectroscópica semelhante à notação utilizada para estrelas. Dada a correlação do tipo espectral com o tipo morfológico, Humason concluiu, por exemplo, que as elípticas apresentam um espectro de tipo G3.6, enquanto as Sc seriam de tipo F8.8.

A figura 290 mostra o espectro de galáxias normais tiradas do atlas de espectros de Kennicutt. Esta figura pode ser comparada diretamente com a figura 291, onde temos os espectros de estrelas individuais tiradas do catálogo de Pickles.

A relação entre estas figuras é clara: as galáxias elípticas têm um espectro dominado por estrelas vermelhas de baixa massa, enquanto as galáxias de tipo espiral, de Sa a Scd, têm o espectro dominado por estrelas cada vez mais jovens.

Se conhecemos a distribuição de estrelas em função do tipo espectral em uma galáxia, podemos deduzir seu espectro integrado. Isto é chamado síntese de população estelar e diversos modelos existem na literatura. Na figura 292, vemos a comparação entre dois espectros sintéticos e dois espectros observados.

O ajuste entre os espectros reais e sintéticos nos permite estabelecer, a princípio, a composição e evolução estelar de uma galáxia. Infelizmente, os espectros estelares de estrelas de tipo espectral próximo

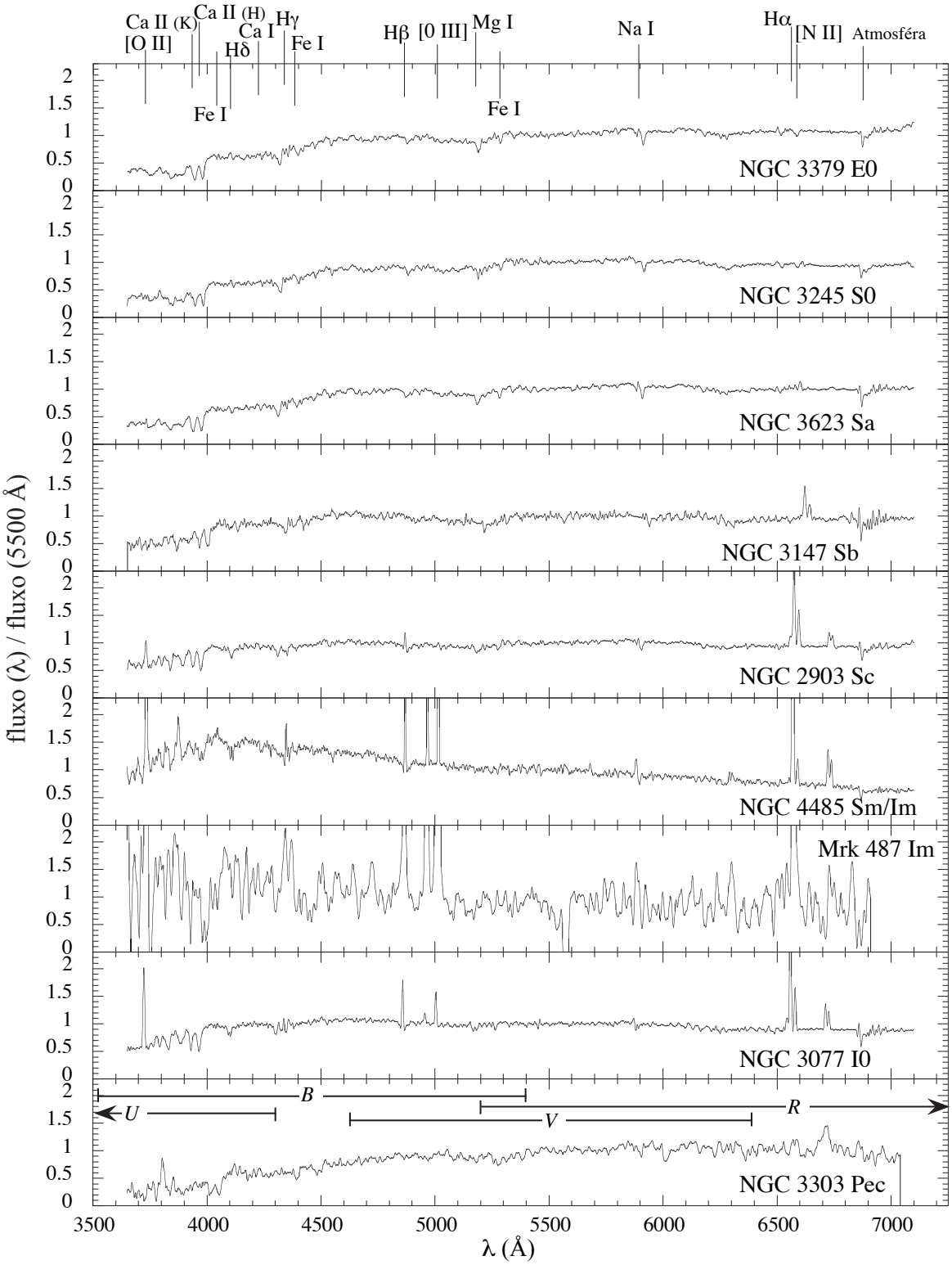


Figura 290: Espectro de galáxias normais do catálogo de Kennicutt (1992). Algumas linhas espectrais mais importantes e os filtros do sistema $UBVR$ são mostrados. A galáxia NGC3303 é na realidade um par de galáxias em processo de fusão.

(por exemplo, uma G2 e G6) são muito semelhantes o que implica que não é possível distinguir exatamente a contribuição de cada população estelar.

Podemos dividir as galáxias em dois grupos:

(I) Dominadas por linhas de absorção. As galáxias elípticas e a maioria das lenticulares não apresentam

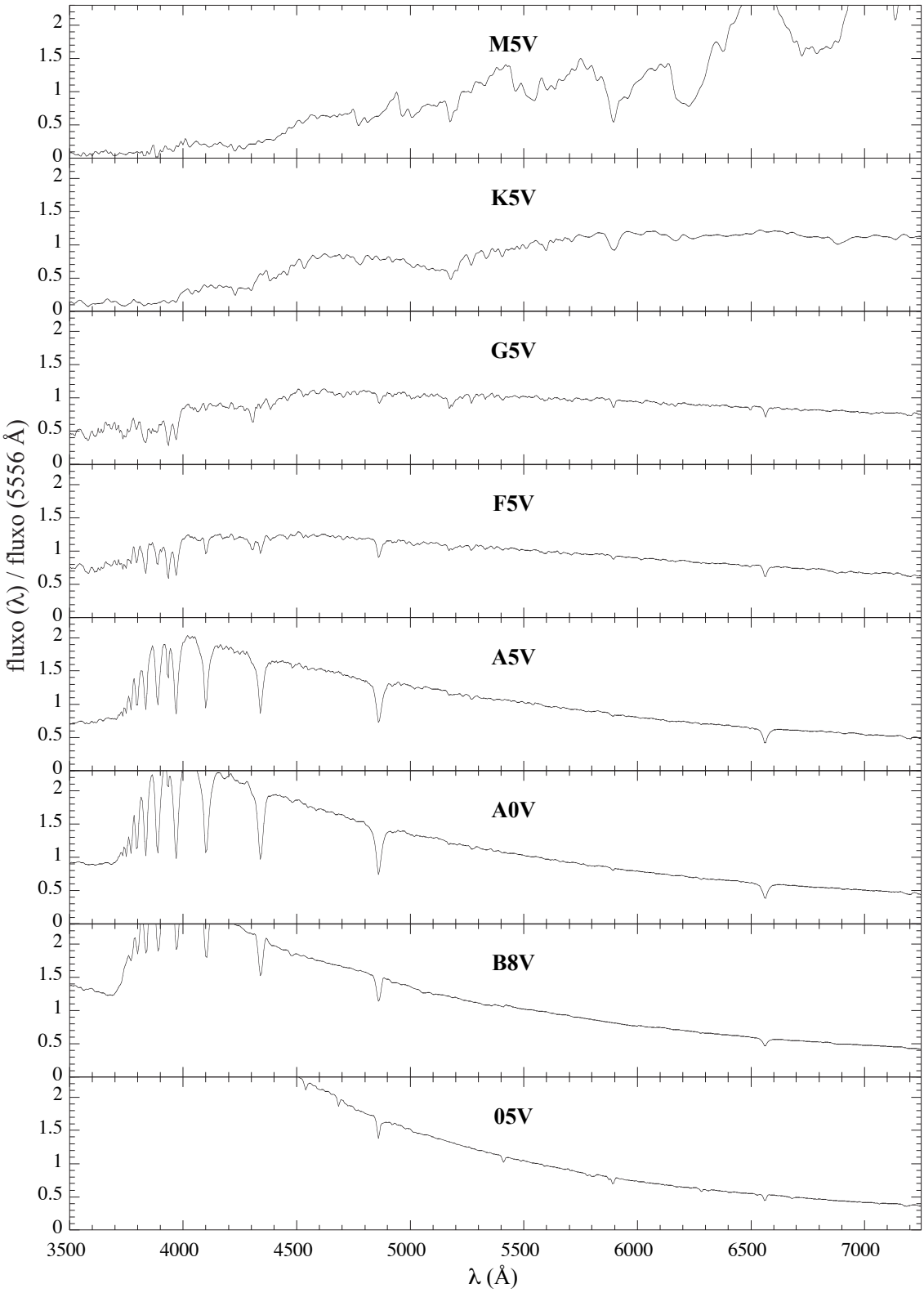


Figura 291: Espectro de estrelas da sequência principal do catálogo de Pickles (1998).

indícios de formação estelar recente e são compostas essencialmente por estrelas velhas. Estas galáxias contêm pouco gás interestelar frio (as elípticas possuem um halo de gás quente, emissor em raios-X). Consequentemente, o espectro observado das galáxias *early-type* possuem principalmente linhas de absorção produzidas nas atmosferas de estrelas gigantes e frias: Ca II K λ3933 e H λ3968, Mg_b λ5175, Na D λ5892 Å,

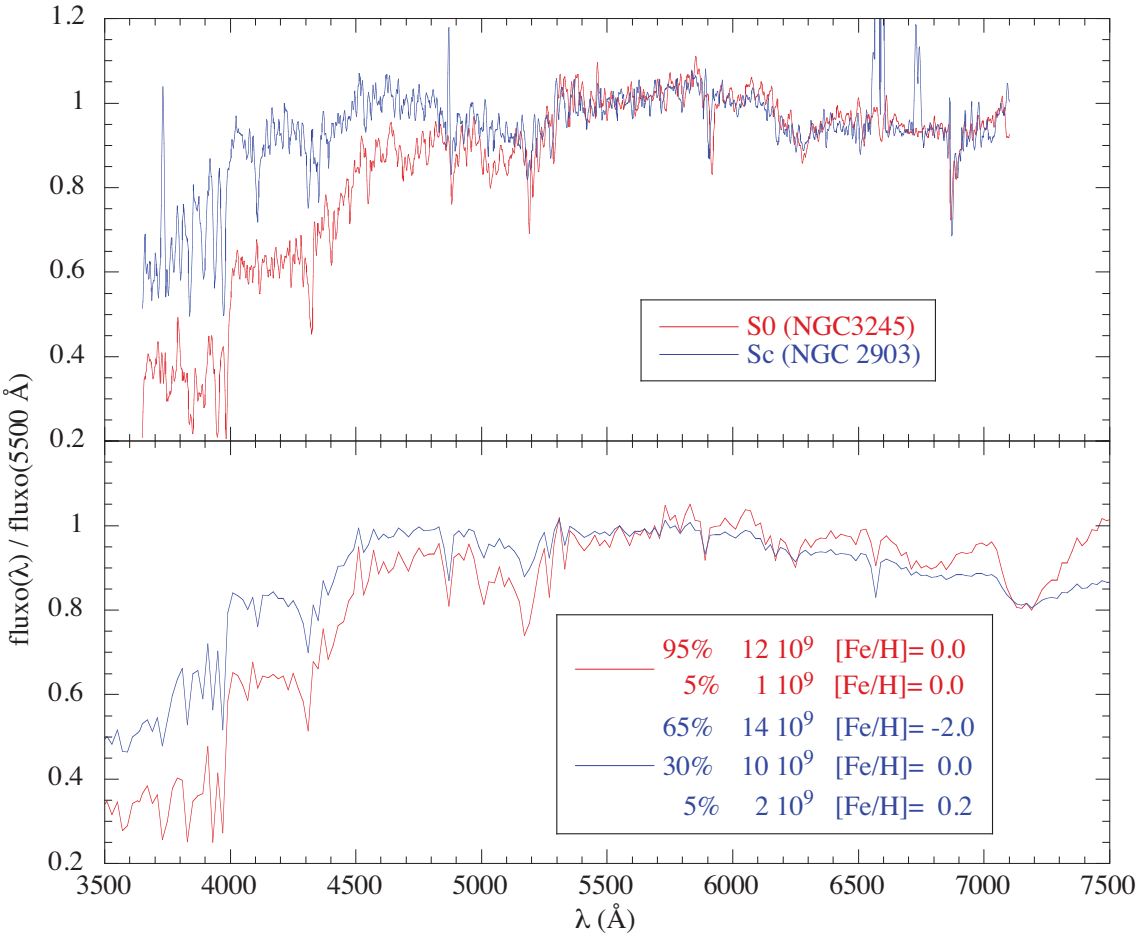


Figura 292: Espectros de galáxia S0 e Sc (acima) e espectros sintéticos (abaixo).

etc. . .

O espectro destas galáxias é caracterizado por uma descontinuidade por volta de λ4000 Å (D_{4000}, "quebra em 4000 Å"); para comprimento de ondas inferiores, a opacidade da fotosfera estelar aumenta rapidamente devido a presença de metais em diversos graus de ionização.

(II) Dominadas por linhas de emissão. As galáxias com formação estelar contínua, espirais e irregulares ricas em gás, têm seu estoque de estrelas OB renovados e, portanto, apresentam uma cor mais azul que as *early-types*. A energia emitida por estas estrelas maciças é transmitida por fotoionização ao gás que será responsável pelas linhas de emissão observadas no espectro da galáxia. A intensidade destas linhas e o fluxo contínuo no UV dependem da taxa de formação estelar, que varia segundo o tipo morfológico – as Sa têm formação estelar que diminui com o tempo, enquanto as Scd e Irr têm formação estelar praticamente contínua.

Morgan & Mayall (1957) sugeriram um sistema de classificação, estendendo o sistema de Humason. Este sistema também se baseia na comparação do espectro integrado das galáxias no intervalo λ3850–λ4100, com o espectro de estrelas (tabela 19).

Um sistema de classificação espectral teve origem no trabalho de Dressler & Gunn (1983) posteriormente desenvolvido, entre outros, por Dressler et al. (1999); Poggianti et al. (1999). Este sistema está resumido na tabela 20.

Galáxias "k" têm espectro de estrelas velhas e vermelhas, típico de uma evolução passiva. Estas galáxias são na maioria elípticas, mas há casos de espirais em aglomerados que se enquadram nesta classificação (galáxias disco sem formação estelar, isto é, *espirais passivas*).

As "k+a" e "a+k" ("k+a/a+k") são interpretadas como galáxias *pós-surto* (*post-starburst*). A presença de características de estrelas relativamente jovens, tipo A, indicam que houve formação estelar no passado próximo ($\sim$ 0,5–2,0 bilhões de anos), mas esta formação terminou (não há mais linhas de emissão do [OII]).

Tabela 19: Classificação espectroscópica de Morgan & Mayall (1957), conhecida como sistema de Yerkes.

Tipo espectral	Tipo morfológico	Exemplo
a	Irr, Sc	NGC 449, NGC 4631
af	Sc	NGC 925, NGC 4088
f	Sc, Sb	M33, M51
fg	Sb	M63, NGC 5005
k	Sb, Sa, S0, E	M31, NGC 4762, NGC 3990, M87

Tabela 20: Classificação espectral de Dressler et al. (1999); Poggianti et al. (1999).

Tipo espectral	Largura equivalente (Å) [OII]λ3727	H_δ	Comentários
k	Ausente	< 3	Passiva
k+a	Ausente	3–8	Absorção moderada das linhas de Balmer, sem emissão
a+k	Ausente	≥ 8	Absorção forte de Balmer, sem emissão
e(c)	< 40	< 4	Absorção moderada de Balmer mais emissão: semelhante à espiral
e(a)	sim	≥ 4	Absorção forte de Balmer mais emissão
e(b)	≥ 40		Surto de formação estelar
e(n)			AGN, linhas largas ou razão [O III] λ5007/H_β elevada

O tipo k+a também é conhecido como E+A, isto é espectro de uma elíptica mas com predominância de características de estrelas de tipo A. Em geral são galáxias espirais.

O tipo "e" de galáxia são as que apresentam linhas de emissão, normalmente a linha do [OII]. As "e(a)" apresentam um espectro que reflete a presença de estrelas de tipo A; as "e(b)" têm a característica espectral esperada de um surto de formação estelar; as "e(c)" têm um espectro que se espera de uma formação estelar aproximadamente contínua (como as galáxias de tipo mais tardio que Sbc). Os objetos de tipo "e(n)" apresentam linhas largas típicas de AGNs.

Um possível cenário evolutivo pode ser representado da seguinte maneira com o sistema de classificação espectral descrito acima:

$$\text{e(c)} \Rightarrow \text{e(b)} \Rightarrow \text{e(a)} \begin{array}{l} \nearrow \text{e(c)} \\ \searrow \text{k+a/a+k} \Rightarrow \text{k} \end{array}$$

Aqui, uma galáxia de tipo tardio com formação estelar constante, e(c), sofre um surto de formação estelar se tornando uma e(b) e, posteriormente, uma e(a). Em um caso, a formação estelar se interrompe e a galáxia passa por uma fase k+a/a+k e finalmente termina como uma k (como uma elíptica). Em outro caso, após o surto, a formação estelar volta a prosseguir de forma constante (como uma espiral).

14.4 Perfil radial de densidade e brilho superficial

Uma forma muito comum de caracterizar as galáxias (e outros objeto astrofísicos) é a partir do perfil radial de brilho superficial ou pelo perfil radial de densidade. Geralmente, por simplicidade assumimos uma distribuição esfericamente simétrica para lidarmos com uma função de apenas uma variável, a distância ao centro (o raio).

Os perfis radiais podem ser tanto projetados (isto é, perfis 2D) ou perfis no volume (em 3D). vamos adotar a convenção onde, em 2D, o raio é R maiúsculo e, em 3D, um r minúsculo.

14.4.1 Galáxias elípticas e esferoidais

As galáxias elípticas são notáveis por sua regularidade na distribuição de luz. Em 1948, Gérard de Vaucouleurs (04/1918–10/1995) propôs uma forma empírica para descrever o brilho superficial de galáxias

elípticas:

$$I(R) = I_0 \exp\left[-(R/R_a)^{1/4}\right] ,$$

onde r_a é um parâmetro de escala e I_0 é o brilho superficial central. Na literatura, este perfil (também conhecido como "lei $R^{1/4}$") é dado geralmente em termos do raio efetivo, $R_{\rm ef}$, o raio que contem metade da luminosidade total, e de $I_{\rm ef} \equiv I(R_{\rm ef})$.

A luminosidade que corresponde ao perfil de de Vaucouleurs é dado por:

$$L(R) = \int_0^R I(R') 2\pi R' \, {\rm d}R' = 8\pi I_0 R_a^2 \, \gamma\Big(8,(R/R_a)^{1/4}\Big) \quad \Rightarrow \quad L_{\rm tot} = 8\pi\Gamma(8)\, I_0 R_a^2 \, ,$$

onde $\gamma(a,x)$ é a função gama incompleta, $\Gamma[x]$ é a função gama e $L_{\rm tot}$ é a luminosidade total. O raio efetivo pode ser determinado resolvendo a equação:

$$L(R_{\rm ef}) = \frac{L_{\rm tot}}{2} \quad \Rightarrow \quad R_{\rm ef} \simeq 7{,}66925^4 R_a \quad \text{e} \quad I(R_{\rm ef}) = I_{\rm ef} \simeq e^{-7{,}66925} I_0 \, .$$

Com um pouco de álgebra, podemos obter uma forma alternativa e equivalente de escrever o perfil de de Vaucouleur é:

$$\ln\left[I(R)/I_{\rm ef}\right] = 7{,}66925[1-(R/R_{\rm ef})^{1/4}] \, , \tag{487}$$

e a luminosidade fica:

$$L(R) = 4{,}4971\times 10^{-3} I_{\rm ef} R_{\rm ef}^2 \, \gamma\Big(8, 7{,}66925[R/R_{\rm ef}]^{1/4}\Big) \quad \Rightarrow \quad L_{\rm tot} = 22{,}6652 I_{\rm ef} R_{\rm ef}^2 \, . \tag{488}$$

A medida que observações mais profundas foram feitas, principalmente a partir dos anos 1980, alguns autores mostraram desvios do brilho superficial observado em relação ao perfil de de Vaucouleurs.

Uma forma mais geral, com um parâmetro livre de forma foi (re)introduzido nos anos 1990, o chamado perfil de Sérsic [originalmente proposto em 1968 pelo astrônomo argentino José Luis Sérsic (05/1933–07/1993)]:

$$I(R) = I_0 \exp[-(R/R_a)^{1/n}] \, , \tag{489}$$

onde n é o parâmetro de forma. Quando $n=4$, obtemos o perfil clássico de de Vaucouleurs. No caso geral, a luminosidade do perfil de Sérsic é dada por:

$$L(R) = 2\pi n I_0 R_a^2 \, \gamma\Big(2n, [R/R_a]^{1/n}\Big) \quad \Rightarrow \quad L_{\rm tot} = 2\pi n I_0 R_a^2 \, \Gamma(2n) \, ,$$

$$\text{logo,} \quad L(R) = L_{\rm tot} \, \gamma\Big(2n, [R/R_a]^{1/n}\Big) / \Gamma(2n) \, .$$

O raio efetivo do perfil de Sérsic pode ser obtido resolvendo a equação:

$$2\,\gamma\Big(2n, [R_{\rm ef}/R_a]^{1/n}\Big) = \Gamma(2n) \, .$$

Na literatura existem várias aproximações analíticas para a solução desta equação. Uma forma adequada e precisa entre $0{,}2 < n < 10$ é:

$$\left(\frac{R_{\rm ef}}{R_a}\right)^{1/n} = b(n) = 1{,}9993n - \frac{0{,}03191}{\sqrt{n}} + \frac{0{,}030228}{n} - \frac{0{,}000621}{n^2} - 0{,}31904 \, .$$

O perfil de Sérsic em termos de $R_{\rm ef}$ e $I_{\rm ef}$ é dado por:

$$\ln\left[I(R)/I_{\rm ef}\right] = b(n)[1-(R/R_{\rm ef})^{1/n}] \, . \tag{490}$$

A Fig. 293 mostra a comparação do perfil de Sérsic para diversos valores do índice n. Para $n\to\infty$, o perfil de Sérsic tende a ao perfil da esfera isotérmica, $I(R) \to I_{\rm ef}(R/R_{\rm ef})^{-2}$.

O perfil de Sérsic representa (geralmente) a projeção da distribuição de luz em uma galáxia. A deprojeção em 3D, usando a inversão de Abel, infelizmente não é feita por funções analíticas simples; ou usamos aproximações analíticas ou a deprojeção é feita numericamente.

Existem outras classes de perfis radiais que são dados em 3 dimensões e não em termos de grandezas projetadas. Alguns exemplos são: Perfil de Hernquist, Jaffe e Dehnen; Perfil NFW; Perfil Isotérmico (veja Sec. 3.5).

A Fig. 294 mostra a comparação entre diversos perfis projetados usados para representar galáxias e halos de matéria escura.

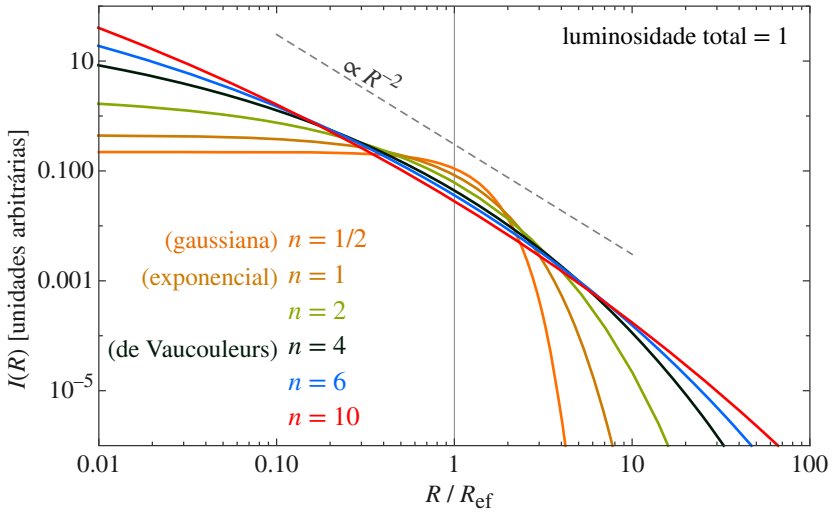


Figura 293: Comparação do perfil de Sérsic para alguns parâmetros de forma n.

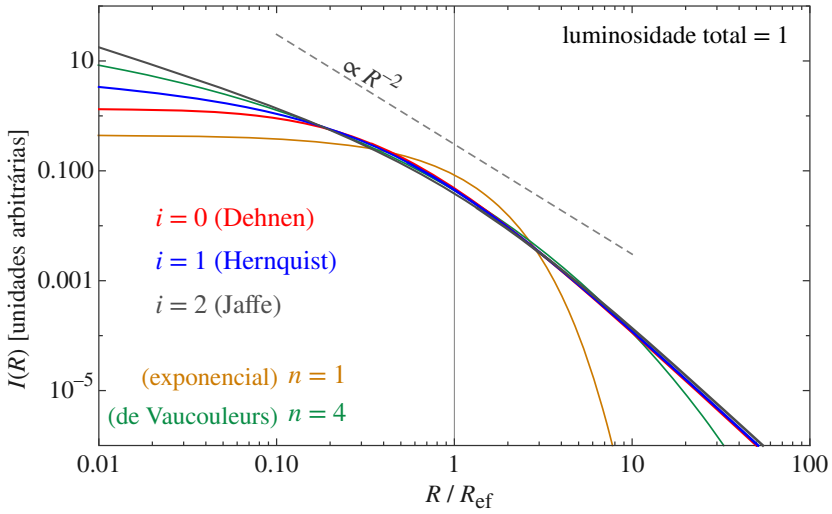


Figura 294: Perfis projetados de Jaffe, Hernquist e Dehnen. Para comparação, também é mostrado o perfil de de Vaucouleurs e exponencial. Note que R_{ef} é o raio efetive em 2D (perfil projetado), diferente do raio em 3D que contém metade da luminosidade (ou massa) total.

14.5 Bimodalidade das galáxias

Com levantamentos de centenas de milhares de galáxias, por exemplo o SDSS, estudos estatísticos das propriedades das galáxias se tornaram muito mais precisos. Um fato notável foi a confirmação de uma bimodalidade das propriedades físicas das galáxias no universo local ($z \lesssim 0{,}25$). Tomando a relação cor $(g - r)$ × magnitude i, notamos claramente a presença de dois picos na distribuição das galáxias, que correspondem às galáxias azuis e vermelhas (veja Fig. 295). Esta bimodalidade vermelha/azul já não é tão clara usando o índice de cor $(u - g)$.

Esta bimodalidade também é observada na distribuição do índice de Sérsic, n, onde vemos uma concentração de galáxias vermelhas com $n \sim 3$ (próximo do valor de de Vaucouleurs, $n = 4$, comum em Elípticas) e de galáxias azuis com perfil exponencial, $n = 1$, comumente associada à distribuição de luz em discos galácticos.

Também notamos que as galáxias vermelhas são, em média, mais luminosas do que as galáxias azuis.

Entre a sequência vermelha e a nuvem azul há uma região intermediária com número menor de galáxias, o chamado Vale Verde (*Green Valley* Strateva et al., 2001) e Fig. 296. Esta é considerada uma região de transição no diagrama cor–magnitude das galáxias. A ideia é que as galáxias iniciem sua evolução na região da nuvem azul e migrem para a sequência vermelha. Os mecanismos por trás desta evolução devem ser o *feedback* de AGNs e os efeitos do meio ambiente (*ram-pressure* e estrangulação, por exemplo). Aparentemente, M31 (galáxia de Andrômeda) e talvez a Via Láctea estejam no Vale Verde, com suas respectivas taxas de formação estelar caindo (Bland-Hawthorn & Gerhard, 2016).

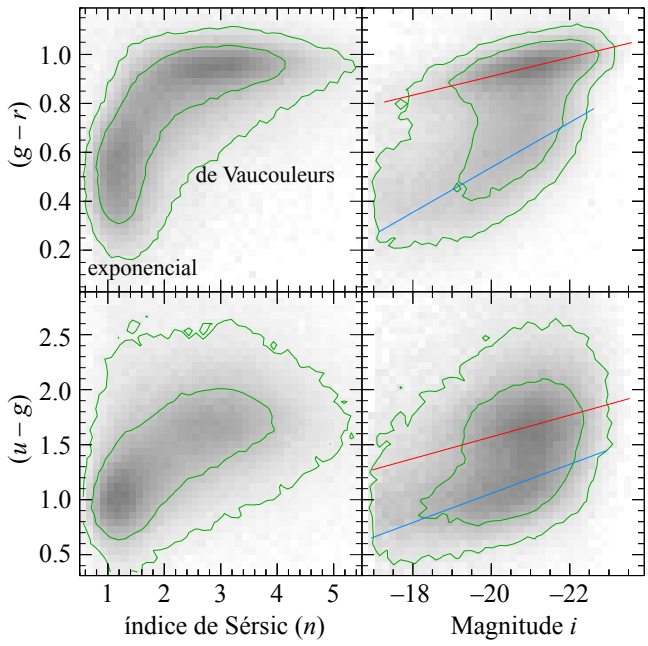


Figura 295: Relações cor–magnitude–índice de Sérsic onde o nível de cinza representa a densidade de luminosidade, $\sum_i L_i/V_{i,\max}$, de $\sim$ 183.000 galáxias, mostrando o caráter bimodal da distribuição das propriedades das galáxias. Nos diagramas cor–magnitude são mostradas a **Sequência Vermelha** das elípticas e lenticulares, e a **Nuvem azul** das espirais e irregulares. Nas relações com o índice de Sérsic, $n = 4$ corresponde ao perfil de de Vaucouleurs e $n = 1$ corresponde a perfis exponenciais. Figura adaptada de Blanton et al. (2003)

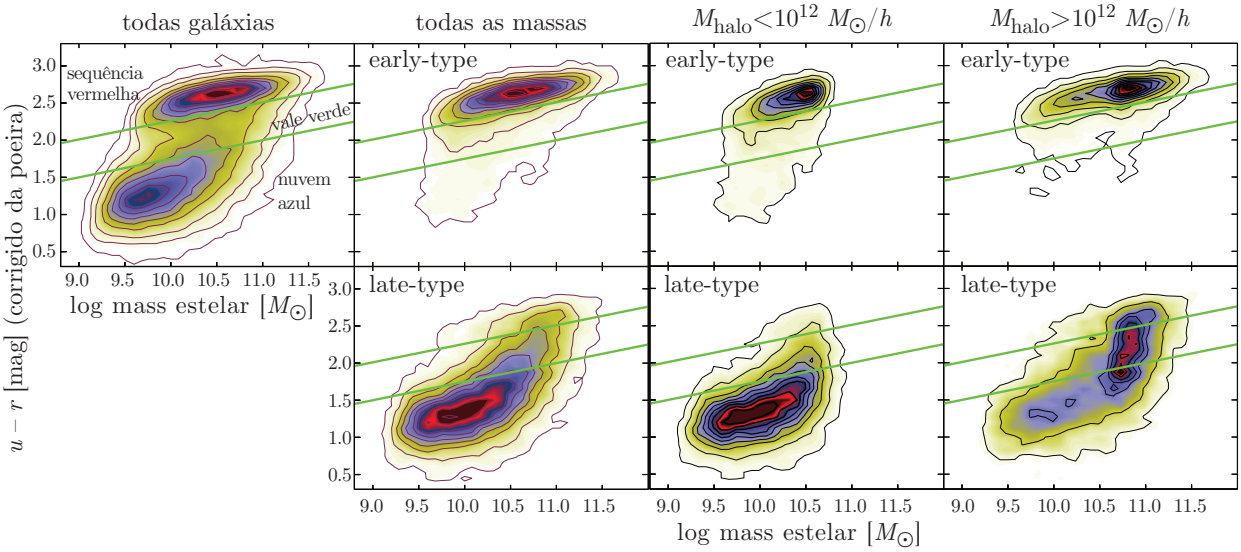


Figura 296: Diagrama cor $(u - r)$ em função da massa estelar de galáxias ilustrando as regiões da "sequência vermelha" (dominada por galáxias *early-type*, Elípticas e Lenticulares), a "nuvem azul" (dominada por galáxias *late-type* de baixa massa, Espirais Sc até Irregulares) e o "vale verde" (dominada por galáxias *late-type* de alta massa, Espirais Sa e Sb, principalmente). Os tipos morfológicos foram determinados dentro do projeto *Galaxy Zoo* (`https://data.galaxyzoo.org/`). Os contornos estão em escala linear, proporcional à quantidade de objetos em cada painel. Figura tirada de Schawinski et al. (2014)

A Supernovas

A.1 Classificação

Supernovas (SNs) são o estado final de algumas estrelas. Em vários pontos da astronomia extragaláctica e cosmologia observacional as supernovas têm um papel importante (indicador de distância, enriquecimento do meio intra e extragaláctico, etc. . .).

O termo "supernova" foi introduzido por Baade & Zwick (1934) em oposição às novas comuns ou clássicas. Enquanto as novas clássicas podem atingir um pico de magnitude absoluta $M_V \sim -8{,}5$, as supernovas são muito mais brilhantes, com $M_V \lesssim -19$ (dependendo do tipo de supernova, como veremos abaixo).

As SNs são classificadas segundo seu espectro (Fig. 297) e curva de luminosidade (i.e., como o brilho decai com o tempo). Historicamente, Minkowski (1941) separou as SNs em 2 tipos baseada na presença ou não de hidrogênio no espectro:

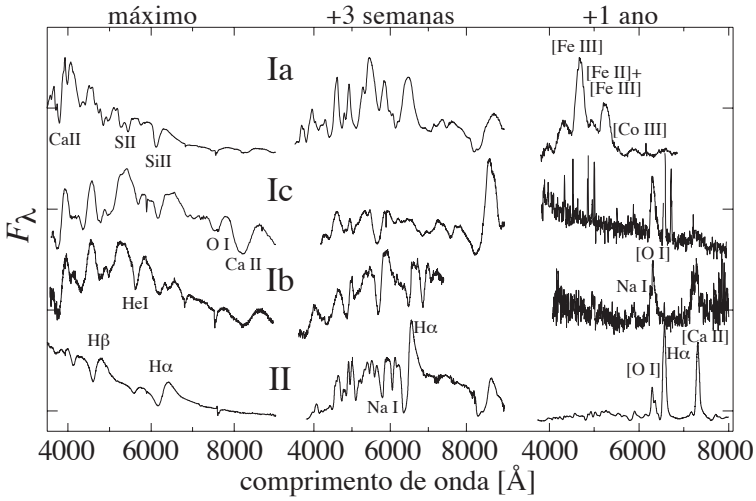


Figura 297: Tipos de supernova segundo o tipo de espectro próximo do máximo de luminosidade, após 3 semanas e 12 meses depois (Cappellaro & Turatto, 2000).

- **Tipo I**: Este tipo é caracterizado pela ausência de hidrogênio no espectro e é subdividido nos seguintes tipos:
  - **Tipo Ia**: Esta é uma classe extremamente homogênea de objetos. Na fase de brilho máximo, seu espectro apresenta fortes linhas de absorção de silício. A luminosidade máxima é bem definida, principalmente se considerarmos separadamente as SN de galáxias *late-type* (mais brilhantes) e *early-type* (menos brilhantes). A figura 298 mostra a evolução da luminosidade destas SNs.

    No cenário "standard", esta SN ocorre em sistemas binários, onde uma anã branca acresce a massa da estrela secundária, eventualmente atinge o limite de Chandrasekhar ($1{,}44 M_\odot$) e explode em uma reação termonuclear.
    - **Tipo Ib**: Este tipo de SN tem linhas fortes de hélio e pouco silício durante o máximo. Os progenitores deste tipo de SN (assim como as de tipo Ic) são estrelas maciças que colapsam.
    - **Tipo Ic**: Espectro semelhante ao tipo Ib mas sem as linhas proeminentes de hélio.

- **Tipo II**: Este tipo de SN exibe a linha Hα de forma proeminente. Exceto pelo hidrogênio, seu espectro é similar às SNs de tipo Ib/c mas, assim como a luminosidade máxima, há uma grande variedade. Estas SN ocorrem devido ao colapso do *core* de estrelas principalmente no intervalo 10–30 $M_\odot$ (acima de $30 M_\odot$ a fração de estrelas formadas é muito pequena, exceto para estrelas de População III).

  Na maioria dos casos, após a explosão, sobra uma estrela de nêutrons. Também já foi sugerido que, em alguns casos, o resto final seja um buraco negro.

  Estas SNs são sub-divididas em duas classes, "*plateau*" e "linear", segundo sua curva de luz.

O espectro observado nos dias próximos da deflagração reflete a composição das camadas mais externas da estrela: a profundidade óptica do material ejetado é ainda muito elevada. Com o passar do tempo, o

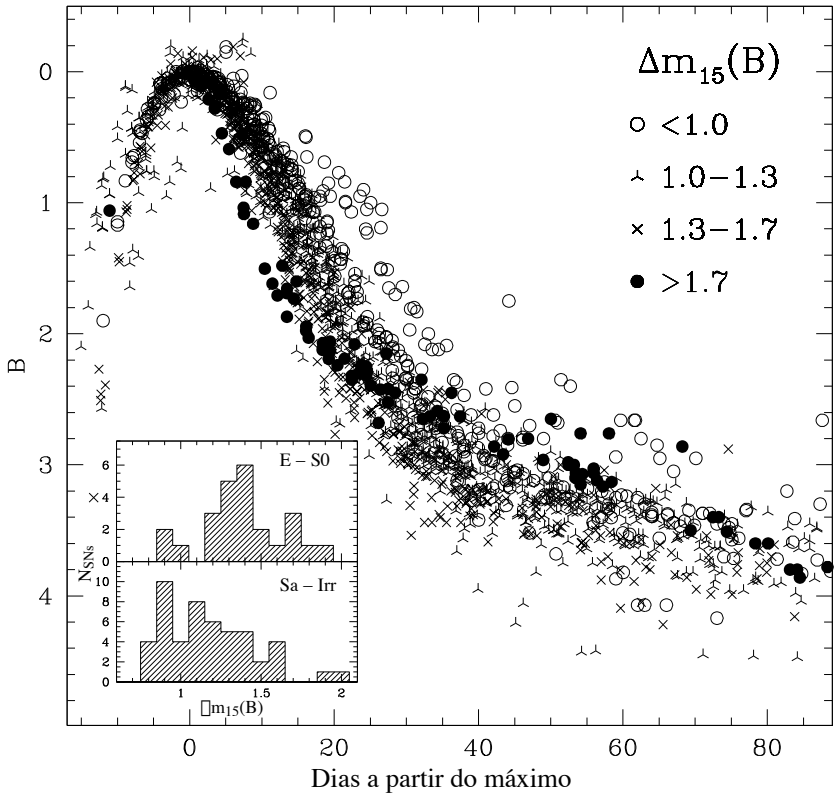


Figura 298: Curva de luminosidade de SNs tipo Ia em relação à fase e à magnitude máxima. Os diferentes símbolos correspondem à diferentes Δ_{15}, o declínio da luminosidade nos primeiros 15 dias (Cappellaro & Turatto, 2000). No detalhe, os histogramas de Δm_{15} separados em *early* e *late-type*: a diferença das distribuições é estatisticamente significativa.

gás se torna opticamente fino e o espectro observado reflete a composição química central do progenitor da SN.

No caso das SNs de tipo Ia, o espectro há varias dezenas de dias após o máximo indica uma baixa abundância de materiais como oxigênio, indicando que os progenitores deste tipo de SN não são estrelas maciças.

A relação entre a taxa de diminuição da luminosidade e a luminosidade máxima (Fig 299) pode ser utilizado como um indicador de distância para objetos de alto *redshift*, e portanto, essencial para a cosmologia observacional.

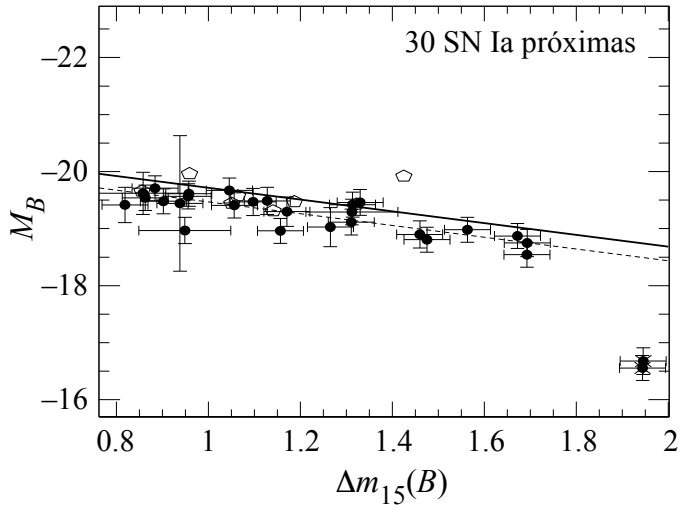


Figura 299: Relação entre a luminosidade máxima na banda B e a diminuição do brilho em 15 dias para supernovas de Tipo Ia. Figura tirada de Turatto (2003).

A.1.1 Taxas

As taxas dos diferentes tipos de SNs em $z \sim 0$ estão resumidas na Tabela 21.

Tomando $L_B = 2{,}3 \times 10^{10} L_\odot$ para Via Láctea e $h = 0{,}7$, podemos estimar que ocorram $0{,}4 \pm 0{,}2$ SNs

Tabela 21: Taxas de SNs no Universo local em unidades de $N_{\rm SN}h^2(10^{10}L_\odot)^{-1}(100\,\text{anos})^{-1}$. A luminosidade é na banda B. Fonte Cappellaro & Turatto (2000).

Tipo	Tipo de supernova			
morfológico	Ia	Ib/c	II	Total
E–S0	$0{,}32 \pm 0{,}11$	$< 0{,}02$	$< 0{,}04$	$0{,}32 \pm 0{,}11$
Sa–Sb	$0{,}32 \pm 0{,}12$	$0{,}20 \pm 0{,}11$	$0{,}75 \pm 0.34$	$1{,}28 \pm 0{,}37$
Sbc–Sd	$0{,}37 \pm 0{,}14$	$0{,}25 \pm 0{,}12$	$1{,}53 \pm 0.62$	$2{,}15 \pm 0{,}66$
Total	$0{,}36 \pm 0{,}11$	$0{,}14 \pm 0{,}07$	$0{,}71 \pm 0{,}34$	$1{,}21 \pm 0{,}36$

de tipo Ia, e $2{,}0 \pm 1{,}0$ SNs de tipo II e Ib/c por século, ou seja, entre 1 a 3 SNs (de todos os tipos) por século. As últimas supernovas observada a olho nu na Via Láctea foram descritas por Tycho Brahe em novembro de 1572 (de tipo Ia na constelação de Cassiopeia com magnitude ~ -4) e por Johannes Kepler em outubro de 1604 (também de tipo Ia, na constelação de Ofiúco e magnitude $\sim -2{,}5$).

Para *redshift* elevado ($0{,}1 \leq z \leq 0{,}6$), as observações indicam um pequeno aumento na taxa de SNs em relação ao Universo próximo. Para $z \approx 0{,}55$, $N_{\rm SN} = (0{,}69 \pm 0{,}19)h^2(10^{10}L_\odot)^{-1}(100\,\text{anos})^{-1}$ (Pain et al., 2001). Tomando a densidade de luminosidade $j = 2{,}2 \times 10^8 L_\odot\,\text{Mpc}^{-3}$ (banda B), isto corresponde a uma taxa de supernovas $N_{\rm SN} = (1{,}53 \pm 0{,}3) \times 10^{-4}h^3\,\text{Mpc}^{-3}\text{ano}^{-1}$.

A.2 Hipernovas

Quando a explosão de uma estrela massiva tem energia superior a $\sim 10^{52}$erg (medido através da largura da linhas de emissão) chamamos de **hipernova**. Neste caso, o colapso do *core* pode resultar em um buraco-negro e estar associado ao fenômeno de *Gamma Ray Burst* (GRB). Possivelmente estas explosões não têm simetria esférica e a emissão de energia é colimada.

A.3 Kilonovas

As "**kilonovas**" são associadas à fusão de duas estrelas de nêutrons ou uma estrela de nêutrons e um buraco negro. Este fenômeno também é associado a GRBs de curta duração (menos de 2 segundos) e a fontes de ondas gravitacionais detectáveis em experimentos terrestres. A radiação emitida nos dias subsequentes à fusão vem do decaimento de núcleos produzidos pelo processo rápido de captura de nêutrons (o chamado processo-r).

B Partículas elementares e forças

Tabela 22: As 3 famílias de partículas fundamentais (todas férmions de spin 1/2). Dados tirados de Hagiwara et al. (2002); Amsler et al. (2008).

Léptons		Quarks	
Elétron	Neutrino elétron	Down	Up
0,5110 MeV	$< 2{,}5$ eV	3,5–6,0 Mev	1,5–3,3 MeV
Muon	Neutrino muon	Strange	Charm
0,10566 GeV	$< 0{,}170$ MeV	$0{,}105 \pm 0{,}025$ GeV	$1{,}27 \pm 0{,}11$ GeV
Tau	Neutrino tau	Bottom	Top
1,7770 GeV	$< 15{,}5$ MeV	$4{,}20 \pm 0{,}17$ GeV	$171{,}3 \pm 2{,}3$ GeV
carga $= -1$	0	$-1/3$	$+2/3$
J $= 1/2$	$1/2$		

Cada partícula tem sua antipartícula, por exemplo, muon e anti-muon (no caso do elétron sua antipartícula tem um nome próprio, pósitron) Cada quark tem ainda três cores: "azul", "verde" e "vermelho". As massas dos quarks são sujeitas a incertezas, pois estas partículas não são observadas isoladamente. O Muon e o Tau são instáveis com meia-vida de $2{,}197 \times 10^{-6}$ e $2{,}906 \times 10^{-13}$ segundos, respectivamente.

Além destas partículas especulou-se sobre a existência do bóson de Higgs, associada ao campo escalar de Higgs (proposta em 1964 por Peter W. Higgs). Neste mesmo ano, François Englert em colaboração com Robert Brout [06/1928–05/2011], propõem o chamado mecanismo de Brout-Englert-Higgs para explicar

Tabela 23: Partículas compostas de quarks – **Hádrons**. Na tabela constam apenas os Bárions (férmions) e Mésons (bósons) mais estáveis.

Bárions (3 quarks)	Próton (uud)	938,272 MeV	$> 1{,}6 \times 10^{25}$anos
	Nêutron (udd)	939,565 MeV	$885{,}7 \pm 0{,}8$ s
	Lambda^0 (uds)	1,116 GeV	$2{,}63 \times 10^{-10}$s
	Sigma$^+$(uus)	1,189 GeV	$0{,}802 \times 10^{-10}$s
	Sigma^0(uds)	1,193 GeV	$(7{,}4 \pm 0{,}7) \times 10^{-10}$s
	Sigma$^-$(dds)	1,197 GeV	$1{,}479 \times 10^{-10}$s
	Ξ^0 (uss)	1,315 GeV	$(2{,}90 \pm 0{,}09) \times 10^{-10}$s
	Ξ^- (dss)	1,321 GeV	$(1{,}6 \pm 0{,}3) \times 10^{-10}$s
	$\Omega^\pm$ (sss)	1,672 GeV	$0{,}821 \times 10^{-10}$s
Mésons (2 quarks)	Pion $\pi^\pm$ (ud; $\bar{u}$d)	139,57 MeV	$2{,}60 \times 10^{-8}$s
	Pion π^0 (u$\bar{u}$+d$\bar{d}$)/$\sqrt{2}$	134,98 MeV	$(8{,}4 \pm 0{,}6) \times 10^{-17}$s
	Kaon $K^\pm$ (u$\bar{s}$; s$\bar{u}$)	493,68 MeV	$1{,}238 \times 10^{-8}$s
	Kaon K^0 (d$\bar{s}$)	497,67 MeV	
	Eta η (u$\bar{u}$+d$\bar{d}$ - 2 s$\bar{s}$)/$\sqrt{6}$; s$\bar{s}$	557,3 MeV	$3{,}18 \times 10^{-18}$
	$\omega(782)$	782,6 MeV	$4{,}9 \times 10^{-29}$s

Hádrons são sempre "incolores", por exemplo, azul + verde + vermelho, ou azul + anti-azul. Note que a massa de um dado hádron não é a soma das massas dos quarks que o compõem; a maior parte da "massa" está na energia de ligação dos quarks confinados no hádron.
A palavra bárion vem do grego (*barus*) e significa pesado. Lépton, também do grego (*leptos*), significa pequeno ou fino.

Tabela 24: As 4 forças da natureza.

	Gravitação	Forte	Fraca	Eletromagnética
Alcance	∞	10^{-13}cm	10^{-15}	∞
Intensidade	$G = 5.9 \times 10^{-39}$	$g^2 = 1$	$G_{\text{Fermi}} = 1{,}02 \times 10^{-5}$	$e^2 = \frac{1}{137}$
Age sobre:	tudo	Hádrons	Hádrons e Léptons	partículas carregadas
Agente:	Graviton?	Gluon	$W^\pm$, Z^0	Fóton
Unificação:			100 GeV	
		10^{15} GeV		
	10^{19} GeV			

No modelo padrão, as forças Forte, Fraca e eletromagnética, são devidas a trocas de **Bósons de gauge** (bósons são partículas de spin inteiro em oposição aos férmions).

a origem da massa das partículas elementares. O campo de Higgs seria o responsável pela massa destas partículas. Especulava-se que bóson de Higgs tenha massa entre 100 e 200 GeV. Os experimentos ATLAS e CMS do *Large Hadron Collider* (LHC) no CERN, perto de Genebra, anunciou a observação desta partícula em julho/2012 com massa $\approx$ 126 GeV, o que deu o prêmio Nobel a François Englert e Peter Higgs em 2013.

C Transparência da atmosfera

A figura 301 mostra a transparência da atmosfera para a radiação eletromagnética onde vemos a altitude onde metade do fluxo em um dado comprimento de onda é absorvido. O intervalo em comprimento de onda (ou frequência, ou energia) em que a radiação pode chegar até o nível do mar sem sobre absorção significativa é chamada "janela". No detalhe abaixo da Fig. 301 vemos as janelas óptica e diversas janelas no infravermelho.

Em baixa frequência, a observação é limitada pela opacidade da ionosfera terrestre (região ionizada pela radiação solar, entre 60 e 1000 km de altitude), assim como pela emissão em rádio produzida pela atividade humana. As observações astronômicas de maior comprimento de onda são feitas, por exemplo, pelo LOFAR (*LOw Frequency ARray*) na Holanda, que opera entre 10 e 240 MHz (entre 1 e 20 metros). A observação no intervalo 90–110 MHz é praticamente impossível devido à presença de estações de rádio FM em todo o mundo.

No lado oposto do espectro eletromagnético, os fótons de maior energia detectados raios gama na faixa de 100 GeV até 100 TeV (10^{-8} a $10^{-}11$ nm). Estes fótons são detectados indiretamente pela radiação de Cherenkov de partículas produzidas pela colisão destes fótons com a atmosfera da Terra.

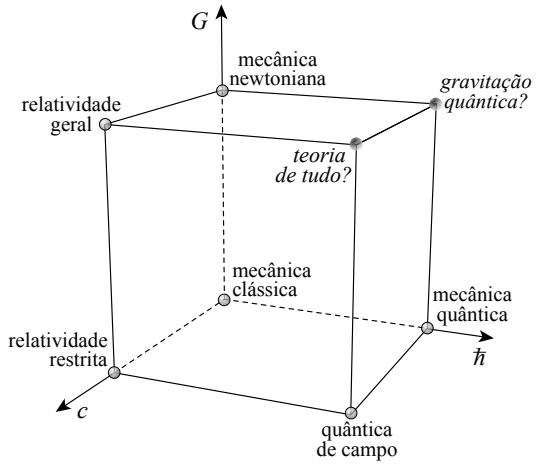


Figura 300: "Cubo da Física". As teorias de gravitação quântica e "teoria de tudo" ainda precisam ser inventadas. Os eixos são a constante da gravitação, G, velocidade da luz, c, e constante de Planck, $\hbar$. Figura tirada do site de James Schombert, abyss.uoregon.edu/~js.

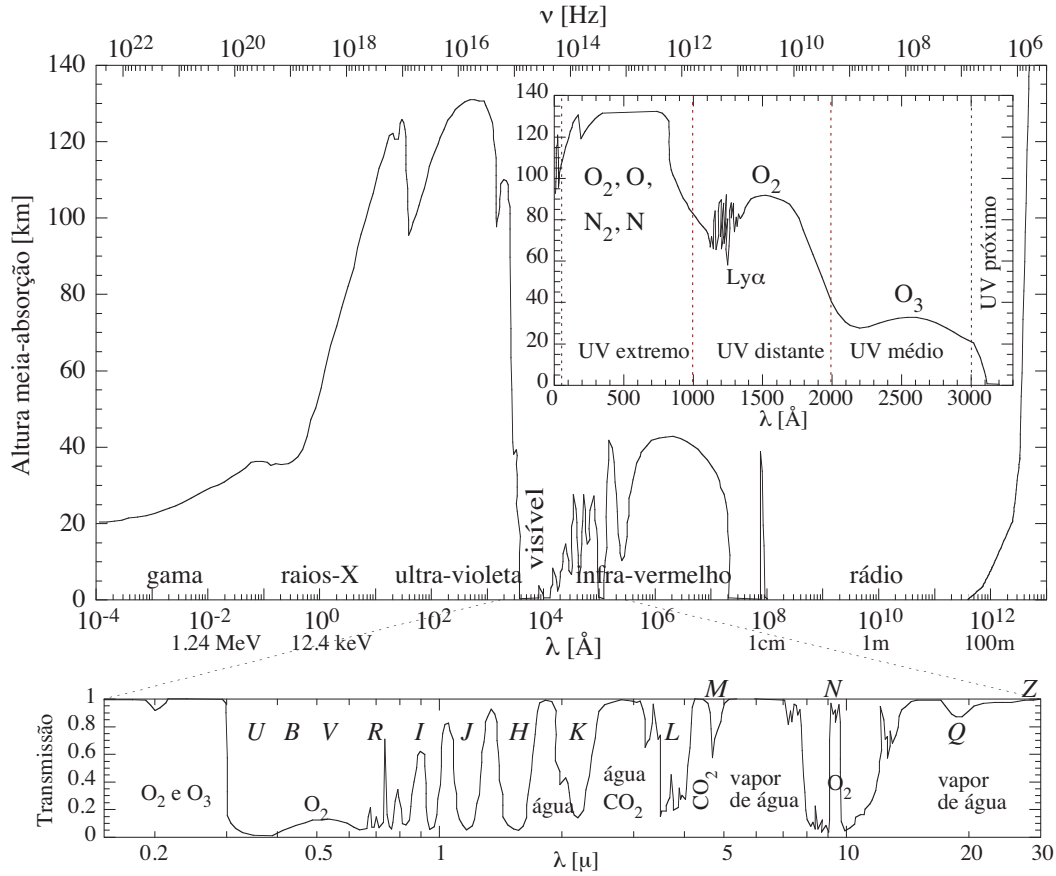


Figura 301: Transparência da atmosfera em função do comprimento de onda ou frequência dado em termos da altitude onde metade do fluxo incidente na Terra é absorvido pela atmosfera. Nos detalhes temos a região do ultravioleta (UV) e infravermelho, com suas diversas bandas fotométricas (que em geral coincidem com as janelas).

D Constantes úteis para luminosidade e magnitude

A magnitude observada em uma banda fotométrica, isto é, com um filtro como os que são apresentados na Fig.302 é dada pela convolução entre o fluxo da fonte (mais fundo), $F(\lambda)$ e a função que descreve a função de transmissão (sensibilidade) do filtro, $S(\lambda)$:

$$m = -2{,}5 \log \left[\frac{\int S(\lambda) F(\lambda)\, \mathrm{d}\lambda}{\int S(\lambda) F(\lambda)_0\, \mathrm{d}\lambda} \right] = -2{,}5 \log \int S(\lambda) F(\lambda)\, \mathrm{d} + m_0 \,,$$

onde o índice "0" corresponde ao fluxo da fonte de magnitude exatamente igual a zero (o *ponto-zero* da escala de magnitude) e m_0 é a magnitude de ponto-zero.

A magnitude e índice de cor do Sol são frequentemente usadas em fotometria (tabela 25).

Tabela 25: Magnitude absoluta do Sol em diversas bandas fotométricas. A incerteza destes valores é de $\sim 0{,}03$ mag. A magnitude aparente do Sol no visível é $-26{,}8$.

u'	g'	r'	i'	z'	U	B	V	R	I	Bolom
6,39	5,07	4,62	4,52	4,48	5,61	5,48	4,83	4,42	4,08	4,72

$(U-B)_\odot = 0{,}13$; $(B-V)_\odot = 0{,}65$; $(V-R)_\odot = 0{,}41$; $(R-I)_\odot = 0{,}34$; $(I-J)_\odot = 0{,}44$; $(J-H)_\odot = 0{,}32$; $(H-K)_\odot = 0{,}04$.

Magnitudes no sistema Vega são definidas de forma que, no sistema $U\ B\ V\ R\ I$, α Lyrae (Vega) tenha sempre magnitude zero e índice de cor zero. Contudo, como a calibração das bandas fotométricas é feita na prática com um grande conjunto de estrelas e a precisão da medida do fluxo delas modificou-se com o tempo, hoje a magnitude de Vega não é exatamente zero; na banda V temos $m_{V,\mathrm{Vega}} = +0{,}035 \pm 0{,}012$ e $f_{\lambda,V} = (3{,}593 \pm 0{,}084) \times 10^{-9}\,\mathrm{erg\ s^{-1}cm^{-2}\AA^{-1}}$.

A magnitude bolométrica de um corpo pode ser diretamente convertida em potência (energia por unidade de tempo): um objeto com $M_{\mathrm{bol}} = 0$ emite $2{,}97 \times 10^{28}$ W; para o Sol, $L_{\mathrm{bol}} = 3{,}86 \times 10^{26}$ W (isto é, $M_{\mathrm{bol},\,\odot} = 4{,}72$)

No sistema introduzido por Oke (1974); Oke & Gunn (1983), chamado *AB*, a magnitude é diretamente ligada ao fluxo, isto é,

$$\begin{aligned} AB_\nu &= -2{,}5 \log f_\nu(\mathrm{erg\ s^{-1}cm^{-2}Hz^{-1}}) - 48{,}60 \\ AB_\lambda &= -2{,}5 \log f_\lambda(\mathrm{erg\ s^{-1}cm^{-2}\AA^{-1}}) - 5 \log \lambda - 2{,}406\,. \end{aligned} \tag{491}$$

Como a magnitude *AB* é diretamente proporcional ao fluxo, podemos relacioná-la com a unidade de Jansky (1 Jy $= 10^{-26}$ W m^{-2} Hz^{-1}), utilizada principalmente em radioastronomia:

$$f_\nu[\mu\mathrm{Jy}] = 10^{29-0{,}4(AB_\nu+48{,}6)} \quad \Leftrightarrow \quad AB_\nu = 23{,}9 - 2{,}5 \log f_\nu[\mu\mathrm{Jy}]\,. \tag{492}$$

Tabela 26: Brilho superficial do céu, longe da eclíptica e da Via Láctea, no Cerro Paranal, Chile (bandas UBVRIz – sistema Vega). Estes valores têm uma incerteza de 0,2 mag. A unidade é magnitude por arcsec^2. Fonte: ESO.

	U	B	V	R	I	J	H	K	z	L	M	N	Q
Lua Nova	22,1	22,7	21,8	20,9	19,9	15,0	13,7	12,5	18,8	8,1	2,0	−2,1	−5,8
Crescente	19,9	21,6	21,4	20,6	19,7	—	—	—	18,6	—	—	—	—
Lua Cheia	17,0	19,5	20,0	19,9	19,2	15,0	13,7	12,5	18,1	—	—	—	—
No espaço	23,2	23,4	22,7	22,2	22,2	20,7	20,9	21,3	—	—	—	—	—
Dia claro	—	—	~ 3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Tabela 27: Brilho superficial do céu em mag arsec^{-2} no zênite no sistema AB para as bandas $u^* g' r' i' z'$. Dados do CFHT, Maunakea, Havaí, EUA.

	u^*	g'	r'	i'	z'
Lua nova	22,1	22,0	21,4	20,4	19,6
Lua 30%	21,3	21,1	20,9	20,4	19,6
Lua 60%	20,6	20,4	20,2	20,4	19,6

O brilho superficial é a luminosidade por unidade de superfície ou magnitude por unidade de ângulo sólido (p.ex., mag/arcsec^2). Para referência, as Tabelas 26 e 27 dão o brilho superficial do céu noturno em diversas bandas fotométricas. Note que o céu noturno é **avermelhado**, mais brilhante no vermelho do que no azul, com um índice de cor $B - V \approx 0{,}9$, comparável ao índice de cor de uma galáxia elíptica. [Existe também uma variação do brilho do céu de acordo com o ciclo solar: durante o período de máxima atividade solar o céu pode ficar até 0,6 mag arcsec^{-2} mais brilhante nas bandas B e V. A principal causa de luz difusa entre 4000 Å e 1,7 μm é a luz zodiacal (a luz solar espalhada por poeira do Sistema Solar) e, na superfície da Terra, o brilho da atmosfera. Tipicamente, temos os seguintes valores de brilho superficial (banda V):

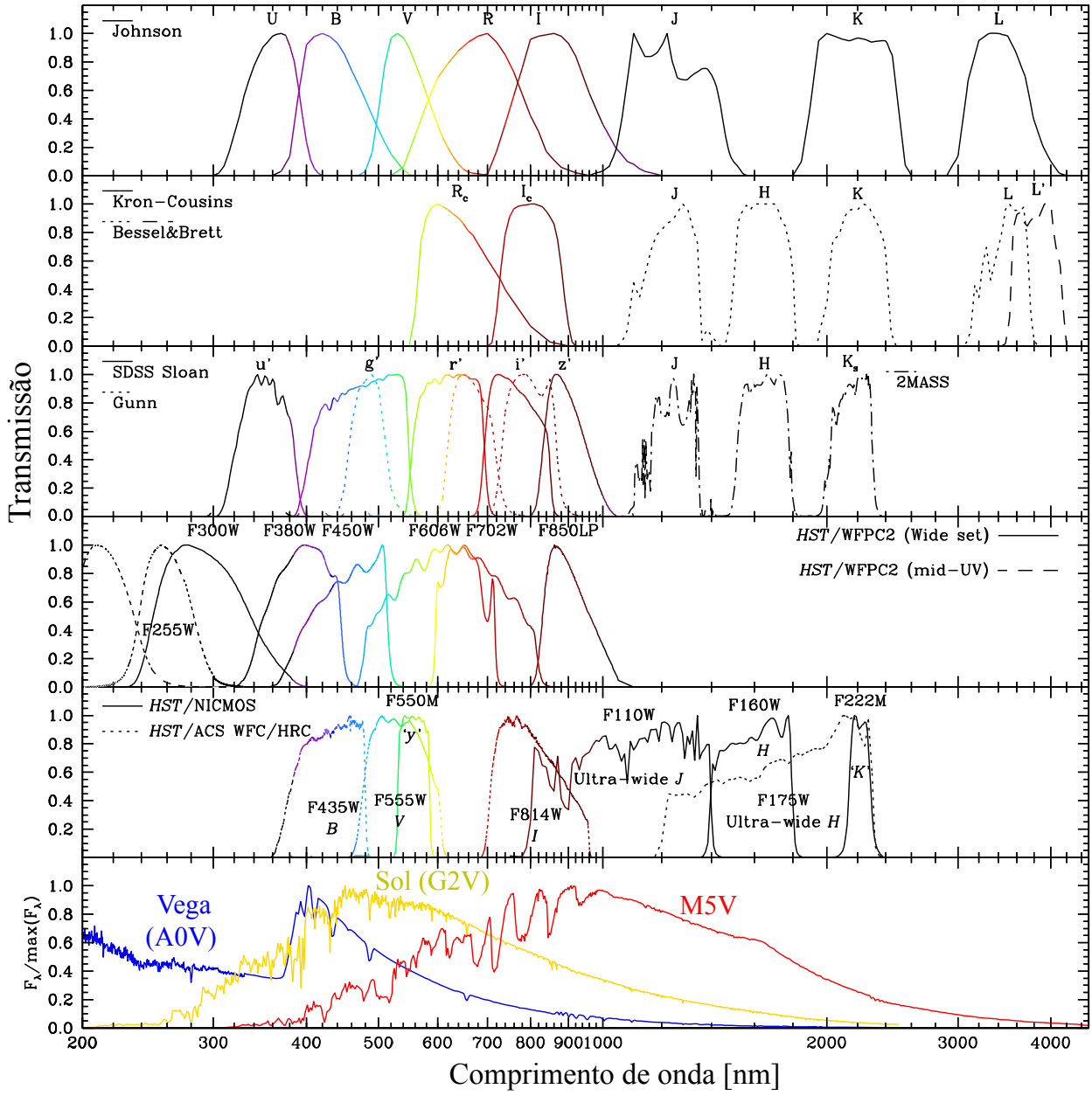
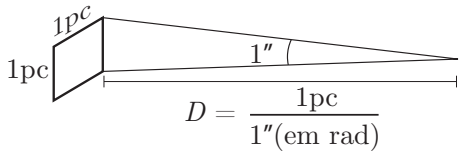


Figura 302: Perfis de transmissão de algumas das bandas fotométricas mais utilizadas

- Luz zodiacal (polo): $\mu = 22{,}8$ $(27{,}6 L_\odot/\mathrm{pc}^2)$
- Brilho da atmosfera: $\mu = 23{,}0$ $(22{,}9 L_\odot/\mathrm{pc}^2)$
- Luz Galáctica estelar (polo): $\mu = 23{,}8$ $(11{,}0 L_\odot/\mathrm{pc}^2)$
- Luz Galáctica difusa (polo): $\mu = 25{,}0$ $(3{,}6 L_\odot/\mathrm{pc}^2)$
- Luz de fundo extragaláctica: $\mu = 28{,}0$ $(0{,}2 L_\odot/\mathrm{pc}^2)$

A relação entre brilho superficial em unidades de luminosidade solar por parsec^2 ($\Sigma = L/r^2$) e em $\mu = \mathrm{mag/arcsec}^2$ pode ser calculada da seguinte forma. Suponha uma fonte de 1 pc^2 que seja observada com um ângulo sólido de 1 arcsec^2. Sua distância será $D = (3600 \times 180/\pi)$ pc. Então temos:



$m_\odot = M_\odot + 5\log(D/10)$, onde $D = 3600(180/\pi)\mathrm{pc}$;

$L = \Sigma \times (1\ \mathrm{pc})^2$, e $\mu = m \times \mathrm{arcsec}^{-2}$;

$$m - m_\odot = -2{,}5\log(L/L_\odot) \quad \Rightarrow \quad \mu[\mathrm{mag/arcsec}^2] = 5\log([648000/\pi]/10) + M_\odot - 2{,}5\log\Sigma[L_\odot/\mathrm{pc}^2]\,.$$

Assim temos, por exemplo:

$$\mu_V = 21{,}572 + 4{,}83 - 2{,}5\log\Sigma_{[L_{\odot,V}\ /\mathrm{pc}^2]}\,.$$

Além disto também temos: $1 L_\odot/\mathrm{pc}^2 = 4{,}05 \times 10^{-4}\,\mathrm{erg\ s^{-1}cm^{-2}}$. Note que também podemos escrever $\mu = m + 2{,}5\log A$, onde A é área em arcsec^2.

Tabela 28: Abundância atômica numérica (N) e por massa ($\mathcal{M}$) no Sol baseado em Anders & Grevesse 1989. O número atômico é A e $\overline{Z_i}$ é o peso atômico de cada elemento, levando em conta seus isótopos.

	A	$\overline{Z_i}$	Abund(N)	Abund($\mathcal{M}$)
H	1	1.008	9.097e-01	7.065e-01
He	2	4.003	8.887e-02	2.741e-01
O	8	15.999	7.741e-04	9.544e-03
C	6	12.011	3.302e-04	3.056e-03
Fe	26	55.847	4.257e-05	1.832e-03
Ne	10	20.180	1.119e-04	1.740e-03
N	7	14.007	1.019e-04	1.100e-03
Si	14	28.086	3.229e-05	6.989e-04
Mg	12	24.305	3.457e-05	6.474e-04
S	16	32.066	1.474e-05	3.641e-04
Ar	18	39.948	3.302e-06	1.016e-04
Ni	28	58.690	1.619e-06	7.323e-05
Ca	20	40.078	2.083e-06	6.433e-05

Definindo as abundâncias numéricas x, y e z para o H, He e a soma dos "metais", e definindo as abundâncias em massa como X, Y, e Z, temos $x + y + z = 1$ e $X + Y + Z = 1$. A abundância numérica média de todos os elementos, $\overline{Z}$, pode ser estimada por: $\overline{Z} = (1 - y - x) + 4y + 17{,}2z$, onde a constante 17,2 corresponde ao peso atômico médio de todos os metais baseado na tabela ao lado. As abundâncias x, y e z são calculadas por: $x = X/\Sigma_{Z_i'}$, $y = (Y/4)/\Sigma_{Z_i'}$ e $z = (Z/17{,}2)/\Sigma_{Z_i'}$, onde $\Sigma_{Z_i'} = X + Y/4 + Z/17{,}2$. Por exemplo, para um gás primordial, $Y = 0{,}245$ e $Z = 0 \Rightarrow$ $X = 0{,}755$ e $x = 0{,}925$, $y = 0{,}075$ e $\overline{Z} = 1{,}225$. Para um gás com metalicidade solar, $Y = 0{,}274$ e $Z = 0{,}019 \Rightarrow$ $X = 0{,}707$ e $x = 0{,}910$, $y = 0{,}088$ e $\overline{Z} = 1{,}288$.

Tabela 29: Parâmetros cosmológicos baseados nos resultados de 9 anos do WMAP e 4 do *Planck* (Hinshaw et al., 2013; Planck Collaboration, 2016). A diferença entre os parâmetros cosmológicos estimados pelas colaborações WMAP e *Planck* vêm, provavelmente dos multipolos de ordem elevada, que não foram medidos pelo WMAP (Huang et al., 2018).

Descrição	Símbolo	WMAP	WMAP+BAO+H_0	*Planck*+Lente
Parâmetros para modelo ΛCDM plano standard				
Idade do Universo [$\times 10^9$ anos]	t_0	(13.74 ± 0.11)	(13.750 ± 0.085)	(13.796 ± 0.038)
Constante de Hubble [km/s/Mpc]	H_0	70.0 ± 2.2	69.33 ± 0.88	67.90 ± 0.55
Densidade de bárions	Ω_B	0.0463 ± 0.0024	0.0472 ± 0.0010	0.04841 ± 0.00050
Densidade de matéria escura	Ω_c	0.233 ± 0.023	$0.2408^{+0.0093}_{-0.0092}$	0.2579 ± 0.0043
Densidade de energia escura	Ω_Λ	0.721 ± 0.025	0.712 ± 0.010	0.692 ± 0.012
Amplitude de flutuação em $8h^{-1}$ Mpc	σ_8	0.821 ± 0.023	0.830 ± 0.018	0.8149 ± 0.0093
$l(l+1)C_{220}^{TT}/2\pi$ [μK^2]	C_{220}	5746 ± 35	5746 ± 33	—
Índice espectral escalar	n_s	0.972 ± 0.013	0.971 ± 0.010	0.9677 ± 0.0060
Redshift equipartição matéria-radiação	$z_{\rm eq}$	3265^{+106}_{-105}	3311 ± 59	3365 ± 44
Dist. comóvel da equip. matéria-radiação [Mpc]	$d_A(z_{\rm eq})$	14194 ± 117	14143 ± 93	—
Redshift do desacoplamento dos fótons	z_*	$1090.97^{+0.85}_{-0.86}$	$1091.09^{+0.55}_{-0.54}$	1089.94 ± 0.42
Idade no desacoplamento [ano]	t_*	376371^{+4115}_{-4111}	374612^{+2092}_{-2088}	—
Dist. comóvel do desacoplamento[d] [Mpc]	$d_A(z_*)$	14029 ± 119	13977 ± 94	—
Horizonte de som no desacoplamento [d] [Mpc]	$r_s(z_*)$	152.3 ± 1.3	145.24 ± 0.76	147.60 ± 0.43
Profundidade óptica da reionização	τ	0.089 ± 0.014	0.088 ± 0.013	0.066 ± 0.016
Redshift da reionização	$z_{\rm reion}$	10.6 ± 1.1	10.5 ± 1.1	$8.8^{+1.7}_{-1.4}$
Idade na reionização [anos]	$t_{\rm reion}$	$453^{+63}_{-64}\ \ 10^6$	$452^{+63}_{-64}\ \ 10^6$	—
Parâmetros para modelos complementares				
Densidade total [f]	$\Omega_{\rm tot}$	$1.026^{+0.043}_{-0.042}$	$0.9937^{+0.0077}_{-0.0447}$	$0.995^{+0.016}_{-0.017}$
Equação de estado [g]	w	$-1.07^{+0.38}_{-0.41}$	$-1.073^{+0.090}_{-0.089}$	$-1.41^{+0.64}_{-0.56}$
Densidade de neutrinos (95% CL)[j]	$\Omega_\nu h^2$	< 0.014	< 0.0062	—
Massa do neutrino [eV] (95% CL)[j]	$\sum m_\nu$	< 1.3	< 0.44	< 0.675
No de familias de neutrinos (68% CL) [k]	$N_{\rm eff}$	3.89 ± 0.67	$3.55^{+0.49}_{-0.48}$	$3.13^{+0.62}_{-0.61}$

[d] $l_A(z_*) \equiv \pi\, d_A(z_*)\, r_s(z_*)^{-1}$.
[f] Permite curvature não-nula, $\Omega_k \neq 0$.
[g] Permite $w \neq -1$, assumindo w constante.
[j] Permite $\Omega_\nu \neq 0$.
[k] Permite $N_{\rm eff}$ number de espécies relativísticas.

Referências

Sites na internet

ned.ipac.caltech.edu NED, Nasa/IPAC Extragalactic Database. Além dos dados de dezenas de milhões de objetos, motor de procura avançado, bibliografia e textos de "level 5" (nível graduação e pós) de vários tópicos de cosmologia e extragaláctica.

simbad.u-strasbg.fr/simbad SIMBAD base de dados do *Centre de données astronomiques de Strasbourg* (CDS), não apenas objetos extragalácticos mas também estrelas.

adsabs.harvard.edu ADS, *The Smithsonian/NASA Astrophysics Data System* o mais completo sítio para acesso a artigos publicados em astronomia, com vários mecanismos de procura.

arxiv.org também conhecido como *astro-ph*, depósito de *preprints* de astrofísica, mas também de física e outras áreas – merece visita diária.

www.sdss.org SDSS, Sloan Digital Sky Survey. Acesso a todos os dados do SDSS, inclusive imagens e espectros.

www.legacysurvey.org DESI Legacy Imaging Surveys. Acesso a imagens reduzidas de vários surveys (imagens fits e jpg).

Livros básicos

Binney J., Tremaine S., 1987, "Galactic Dynamics", Princeton Series in Astrophysics – Tudo sobre dinâmica estelar e galáctica, de funções de distribuição a órbitas, fusões, estabilidade, etc... Uma segunda edição revista e ampliada foi publicada em 2008.

Cimatti A., Fraternali F., Nipoti C., 2019, "Introduction to Galaxy Formation and Evolution: From Primordial Gas to Present-Day Galaxies", Cambridge University Press

Combes F., Boissé F., Mazure A., Blanchard A., 2006, "Galaxies and Cosmology", Springer Verlag

Dekel A. & Ostriker (orgs.), 1999, "Formation of Structure in the Universe" – vários capítulos cobrindo formação de estrutura em grande escala, aglomerados de galáxias, lentes gravitacionais, CMB, etc...

Dodelson S., 2003, "Modern Cosmology" – Cosmologia, CMB e formação de estrutura em grande escala.

Dodelson S., 2017, "Gravitational Lensing" – Revisão teórica didática e completa

Krolik J.H., 1998, "Active Galactic Nuclei" – Tudo sobre AGNs.

Longair M.S., 1998, "Galaxy formation", – Formação de estruturas didática e rigorosa.

Mo H., van den Bosch F., White S., 2010, "Galaxy Formation and Evolution", Cambridge University Press – Completo, denso e ainda atual.

Peebles P.J.E., 1993, "Principles of physical cosmology", Princeton Univ. Press – Cosmologia, muita cosmologia do prêmio Nobel de 2019.

Ryden B.S., 2016, "Introduction to Cosmology", 2nd Edition, Cambridge University Press – Cosmologia de forma muito clara, original e didática

Sarazin C.L., 1988, "X-ray emission from clusters of galaxies", Cambridge Univ. Press – Muito completo, inclusive em outros comprimentos de onda além dos raios-X.

Schneider P., 2014, "Extragalactic Astronomy and Cosmology: An Introduction", Springer Verlag – Como diz o título, da Via Láctea ao Big Bang de forma bem didática.

Serjeant S., 2010, "Observational Cosmology", The Open University, Cambridge Univ. Press (2ª edição em 2015) – Bem didático e extremamente bem ilustrado

Sparke L.S., Gallagher J.S., 2007, "Galaxies in the Universe: An Introduction", Cambridge University Press – estrutura em grande escala, galáxias, Grupo Local, grupos e aglomerados, AGNs.

Livros

Abell G.O., 1976, "Realm of the universe" New York: Holt, Rinehart and Winston

Carroll B.W., Ostie D.A., 1996, "An Introduction to Modern Astrophysics", Addison Wesley Publish. Cie

Clerke A.M., 1890, "The System of the Stars". Longmans, Green & Co., London.

Clerke A.M., 1903, "Problems in astrophysics"

de Vaucouleurs G., de Vaucouleurs A., Corwin H.G., Buta R.J., Paturel G., Fouque P., 1991, 'Third Reference Catalogue of Bright Galaxies (RC3)', Springer-Verlag: New York

Gillet J.A., Rolfe W.J., 1882, "Astronomy for the use of Schools and academies". Potter, Ainsworth & Co., Boston. Link: archive.org

Hartmann L., 1998, "Accretion Processes in Star Formation" Cambridge University Press

Hubble E., 1936, "Realm of the Nebulae", Yale University Press

Kolb E.W., Turner M.S., "The Early Universe", Westview Press

Nichol J.P., 1848, "The Stellar Universe: views of its arrangements, motions, and evolutions", Edinburgh and London, J. Johnstone

Ostriker J.P., 1991, "Development of Large-Scale Structure in the Universe", Accademia Nazionale dei Licei, Scuola Normale Superiore, Pisa

Peterson B.M., 1997, "An introduction to active galactic nuclei", Cambrigde Univ. Press

Rybicki G.B., Lightman A.P., 1985, "Radiative Processes in Astrophysics", Wiley & Sons Publication

Spitzer L., 1956, "Physics of Fully Ionized Gases", New York: Interscience Publishers

Spitzer L., 1978, "Physical Processes in the Interstellar Medium", New York: Wiley-Interscience Publ.

Tully R.B., Fisher J.R., 1987, "Atlas of Nearby Galaxies", Cambridge Univ. Press

Zwicky F., Herzog E., Wild P., 1961–1968, "Catalogue of galaxies and of clusters of galaxies"

Artigos de Revisão

Abell G.O., 1965, ARA&A 3, 1

Aguerri J.A.L., Zarattini S., 2021, Universe 7, 132

Amsler C., Doser M., Antonelli M., et al., 2008, Physics Letters B667, 1

Antonucci R., 1993, ARA&A 31, 473

Asplund M., Grevesse N., Sauval A.J., Scott P., 2009, ARA&A 47,481

Bahcall N.A., 1999, "Cluster and Superclusters of galaxies" in: "Formation of Structure in the Universe", p. 135, Deckel A., Ostriker J.P. editores, Cambridge Univ. Press

Barkana R., Loeb A., 2001, Phys. Reports 349, 125 (astro-ph/0010468)

Bernardeau F., 1998, apostila: 'Cosmologie, la formation de grandes structures', astro-ph/9804230

Binggeli B., Sandage A., Tammann G.A., 1988, ARA&A 26, 509

Binney J., 1977, ApJ 215, 483

Bland-Hawthorn J., Gerhard O., 2016, ARA&A 54, 529

Bruzual G., 2000, in:"IXth Canary Island Winter School", astro-ph/0011094

Carroll S.M., 2001, Living Rev. Relativity 4, 1

Carroll S.M., Press W.H., 1992, ARA&A 30, 499

De Young D.S., 1984, Phys. Reports 111, 373

Fabian A.C., 1994, ARA&A 32, 277

Fabian A.C., Iwasawa K., Reynalds C.S., Young A.J., 2000, PASP 112, 1145

Fields B.D., 2011, ARNPS 61,47

Fort B., Mellier Y., 1994, Astron. Astrophys. Rev., 5, 239

Galli D., Palla F., 2013, ARA&A 51, 163

Glover S., 2005, Space Sci. Rev. 117, 445

Hagiwara K., et al, 2002, Phys. Rev. D 66, 010001

Hartwick F.D.A., Schade D., 1990, ARA&A 28, 437

Ho L.C., 2008, ARA$A, arXiv0803.2268H

Hickson P., 1997, ARA&A 35, 357

Kennicutt R., 1998, ARA&A 36, 189

Kneib J.-P., Natarajan P., 2011, A&A Rev. 19, id #47

Kormendy J., Richstone D., 1995, ARA&A 33, 581

Narayan R., Bartelmann M., 1996, astro-ph/9606001

Narayan R., McClintock J.E., 2008, New Astr. Rev., 51, 733

Olive K.A., Peacock J.A., 2014, Chin. Phys. C38, 090001 `http://pdg.lbl.gov`

Oort J.H., 1983, ARA&A 26, 373

Peterson J.R., Fabian A.C., 2006, Phys.Rep. 427, 1

Roberts M.S., Haynes M.P., , 1994, ARA&A 32, 115

Rosati P., Borgani S., Norman C., 2002, ARA&A 40, 539

Sandage A., 2005, ARA&A 43, 581

Steigman G., 2002, in:"XIII Canary Islands Winter School of Astrophysics", astro-ph/0208186

Sunyaev R.A., Zel'dovich Ya.B., 1980, ARA&A 18, 537 (Сюняев & Зельдóвич)

Tegmark M., 1995, in:'Proc. Enrico Fermi Course CXXXII', Varenna (astro-ph/9511148)

Tytler D., O'Meara J.M., Suzuki N., Lubin D., 2000, Physica Scripta T85, 12 (astro-ph/0001318)

van den Bergh S., 2000, PASP 112, 529

Artigos

Abbe C., 1867, MNRAS 27, 257

Abell G.O., 1958, ApJ Suppl. 3, 211

Abell G.O., Corwin H.G., Jr., Olowin R.P., 1989, ApJ Suppl. 70, 1

Abramowicz M.A., Chen X., Shoji K., Lasota J.-P., Regev O., 1995, ApJLett. 438, 37A

Colaboração GRAVITY; Abuter R., et al., 2018, A&A 615, id.L15

Aceves H., Perea J., 1999, A&A 345, 439

Afonso G., 2006, "Mitos e estações no céu tupi-guarani", Scientific American Brasil 14, 46

Aghanim N., Górski K.M., Puget J.L., 2001, A&A 374, 1 (astro-ph/0105007)

Ahmad Q.R. et al. (Colaboração SNO), 2001, Phys. Rev. Lett. 87, 071301 (nucl-ex/0106015)

Akerib et al. (LUX Collaboration), 2013, 1310.8214

Alcock C., Paczynski B., 1979, Nature 281, 358

Alexander S., 1852, AJ 2, 95

Alfvén H., Herlofson N., 1950, Physical Review 78, 616

Alimi J.-M., Bouillot V., Rasera Y., Reverdy V., et al., 2012, arXiv1206.2838A

Angel J.R.P., Stockman H.S., 1980, ARA&A 18, 321

Antonucci R.R.J., Ulvestad J.S., 1985, ApJ 294, 158

Aprile et al. (XENON100 Collaboration), 2013, Phys. Rev. Lett. 109, 181301

Arp H., 1966, ApJ Suppl. 14, 1

Arp H., 1967, ApJ 148, 321

Baade W., Zwicky F., 1934, Proceedings of the National Academy of Sciences 20, 254

Baade W., 1944, ApJ 100, 137

Baade W., Minkowski R., 1954, 1954ApJ...119..206B

Baier F.W., 1977, Astron. Nachr. 298, 151

Bahcall J.N., Wolf R.A., 1968, ApJ 152, 701

Bahcall N.A., Cen R., Davé R., Ostriker J.P., Yu Q., 2000, ApJ 541, 1

Baldry I.K., 2008, Astr. & Geophys. 49, 25

Baldwin J.A., 1977, ApJ 214, 679

Baldwin J.A., Phillips M.M., Terlevich R., 1981, PASP 93, 5

Bardeen J.M., Steinhardt P.J., Turner M.S., 1983, Phys-Rev D 28, 679

Bardeen J.M., Bond J.R., Kaiser N., Szalay A.S., 1986, ApJ 304, 15

Barkhouse W.A., Green P.J., Vikhlinin A., Ki; D.-W., et al., 2006, ApJ 645, 955

Barrientos L.F., Manterola M.C., Gladders M.D, et al., 2004, in: " Clusters of Galaxies: Probes of Cosmological Structure and Galaxy Evolution"

Barthel P.D., 1989, ApJ 336, 606

Battaglia G., Helmi A., Morrison H., et al., 2005, MNRAS 364, 433

Baugh C.M., 1996, MNRAS 280, 267 (astro-ph/9512011)

Baugh C.M., Lacey C.G., Frenk C.S., Granato G.L., et al., 2005, MNRAS 356, 1191

Baum W.A., 1959,PASP 71, 419

Baum W.A., 1962,"Problems of Extra-Galactic Research", IAU Symp. 15, p.390

Bautz L.P., Morgan W.W., 1970, ApJ 162, 149

Beaton R.L., Freedman W.L., Maddore, B.F., et al., 2016, ApJ 832, id 210

Becker R.H., Fan X., White R.L., Strauss M.A., et al., 2001, Astron. J. 122, 2850 (astro-ph/0108097)

Bender R., Moellenhoff C., 1987, A&A 177, 71

Bennett C.L., Halpern M., Hinshaw G., et al., 2003,ApJ-Supp 148, 1 (astro-ph/0302207)

Bethermin M., 2011, Tese de Doutorado, Univ. de Paris Sud, Orsay, França https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00665256

BICEP2 Collaboration; Ade P.A.R., Aikin R.W., Barkats D., et al., 2014, PRLett 112, id.241101

Blanton M.R., Hogg D.W., Bahcall N.A., et al., 2003, ApJ 594, 186

Blumenthal G.R., Faber S.M., Primack J.R., Rees M.J., 1984, Nature 331, 517

Böhringer H., Schuecker P., Pratt G.W., Arnaud M., 2007, A&A 469, 363

Böhringer H., Chon G., Collins C.A., Guzo L., et al., 2013, A&A 555, id.A30

Boldt E., McDonald F.B., Riegler G., Serlemitsos P., 1966, Phys. Review Lett, 17, 447

Boller T., Brandt W.N., Fabian A.C., Fink H.H., 1997, MNRAS 289, 393

Bond J.R., Efstathiou G., 1984, ApJ 285, L45

Bond J.R., Cole S., Efstathiou G., Kaiser N., 1991, ApJ 379, 440

Bond J.R., Kofman L., Pogosyan D., 1996, Nature, 380, 603

Borne K.D., Bushouse H., Lucas R.A., Colina L., 2000, ApJ 529, L77

Bouché N., Dekel A., Genzel R., et al., 2010, ApJ 718, 1001

Boylan-Kolchin M.,; Springel V., White S.D.M., Jenkins A., Lemson, G., 2009, MNRAS 398, 1150

Boyle B.J., Shanks T., Croom S.M., Smith R.J., Miller L., Loaring N., Heymans C., 2000, MNRAS 317, 1014 (astro-ph/0005368)

Brandt W.N., Alexander D.M., Hornschemeier A.E., et al., 2001, AJ 122, 2810

Braun R., Burton W.B., 1999, A&A 341, 437

Bravo-Alfaro H., Cayatte V., van Gorkom J.H., Balkowski C., 2000, AJ 119, 580

Brecher K., Burbidge G.R., 1972, Nature 237, 440

Briel U.G., Henry J.P., Böhringer H., 1992, A&A Lett. 259, L31

Bruzual A.G., 1983, ApJ 273, 105

Bruzual G., Charlot S., 1993, ApJ 405, 538

Bullock J.S., Dekel A., Kolatt T.S., Kravtsov A.V., Klypin A.A., Porciani C., Primack J.R., 2001, ApJ 555, 240

Burbridge E.M., Burbridge G.R., 1959, ApJ 130, 23

Burles S., Tytler D., 1998, ApJ 499, 699 (astro-ph/9803071)

Busca N.G., Delubac T., Rich J., Bailey S., et al., 2013, A&A in press

Busha M.T., Adams F.C., Wechsler R.H., Evrard A.E., 2003, ApJ 596, 713

Butcher H.R., 1987, Nature 409, 691

Butcher H., Oemler A., 1978, ApJ 219, 18

Butcher H., Oemler A., 1984, ApJ 285, 426

Caldwell R.R, Dave R., Steinhardt P.J., 1998, PRL 80, 1582

Calzetti D., Armus L., Bohlin R.C., Kinney A.L., Koornneef J., Storchi-Bergmann T., 2000, ApJ 533, 682

Cappellaro E., Turatto M., 2000, in:"The influence of binaries on stellar population studies", Bruxelas, astro-ph/0012455

Carlberg R.G., Yee H.K.C., Ellingson E, 1997, ApJ 478, 462

Carnevali P., Cavaliere A., Santangelo P., 1981, ApJ 249, 449

Carter B., 1974, "Large Number Coincidences and the Anthropic Principle in Cosmology" in:*Confrontation of Cosmological Theories with Observational Data*, M. S. Longair, Ed., Dordrecht: D. Reidel

Carter D., 1978, MNRAS 182, 797

Casimir H.B.G., 1948, K. Ned. Akad. Wetensch. Proc., 51, 793

Cavaliere A., Fusco-Femiano R., 1976, A&A 49, 137

Cayrel R., Hill V., Beers T.C., Barbuy B., et al., 2001, Nature 409, 691

Chabrier G., 2003, ApJLett 586, L136

Chandrasekhar S., 1941, ApJ 93, 285

Chandrasekhar S., 1943, ApJ 97, 255

Chilingarian I.V., Melchior A.-L., Zolotukhin I.Yu., 2010, MNRAS 405, 1409

Christlieb N., Bessell M.S., Beers T.C., et al. 2002, Nature 419, 904

Chwolson O., 1924, Astron.Nach 221, 329

Ciambur B.C., 2015, ApJ 810, 120

Cid Fernandes R., Stasińska G., Mateus A., Vale Asari N., 2011, MNRAS 413, 1687

Clowe D., Bradač M., Golzalez A.H., Markevitch M., et al., 2006, ApJ 648, L109

Cohn J.D., 1998, astro-ph/9807128

Colberg J.M., White S.D.M., Yoshida N., MacFarland T.J., et al., 2000, MNRAS 319, 209

Cole S., Hatton S., Weinberg D.H., Frenk C.S., 1998, MNRAS 300, 945

Cole S., Norberg P., Baugh C.M., et al., 2001, MNRAS 326, 255

Conn A.R., Lewis G.F., Ibata R.A., Parker Q.A., et al., 2013, ApJ 766, 120

Conselice C.J., 2000, in: MPIA workshop, "Modes of Star Formation and the Origin of Field Star Populations", ed. Grebel, Brandner (astro-ph/0012454)

Conklin E.K., 1969, Nature 222, 971

Cooray A., Milosavijevič, 2005, ApJLett 627, 89

Corbelli E., Salucci P., 2000, MNRAS 311, 441 (astro-ph/9909252)

Côté P., Mateo M., Sargent W.L.W., Olszewski E.W., 2000, ApJ 537, 91

Courteau S., van den Bergh S., 1999, Astron. J. 118, 337

Costanzi M., Villaescusa-Navarro F., Viel Matteo, et al., 2013, JCAP 12, id 012

Cowie L.L., Binney J., 1977, ApJ 215, 723

Cowie L.L., Songaila A., Hu E.M., Cohen J.G., 1996, AJ 112, 839

Cross N., Driver S.P., Couch W., Baugh C.M., et al., 2001, MNRAS 324, 825

Crotts A.P.S., Fang Y., 1998, ApJ 502, 16

Cui J., Bechtold J., Ge J., Meyer D.M., 2005, ApJ 633, 649

Cypriano E.S., Lima Neto G.B., Sodré, L. Jr., 2005, ApJ 630, 38

da Costa L.N., Pellegrini P.S., Sargent W.L.W., et al., 1988, ApJ 327, 544

Daddi E., Dickinson M., Morrison G., et al., 2007, ApJ 670, 156

Dale D.A., Giovanelli R., Haynes M.P., Hardy E., Campusano L.E., 2001, AJ 121, 1886

Danese L., De Zotti G., di Tullio G., 1980, A&A 82, 322

Dariush A.A., Raychaudhury S., Ponman T.J., Khosroshahi H.G., et al., 2010, MNRAS 405, 1873

Davis T.M., Lineweaver C.H., 2004, Publ. Astron. Soc. Australia 21, 97

Davis M., Peebles P.J.E., 1983, ApJ 267, 465

Davis T.M., Scrimgeour, 2014, MNRAS 442, 117

Davis M., Tonry J., Huchra J., Latham D.W., 1980, ApJ-Lett 238, L113

Davis M., Efstathiou G., Frenk C.S., White S.D.M., 1985, ApJ 292, 371

Davis T.M., Lineweaver C.H., Webb J.K., 2003, Am.J.Phys. 71, 358

De Grandi S., Böhringer H., Guzzo L., et al., 1999, ApJ 514, 148

De Grandi S., Molendi S., 2001, ApJ 551, 153

De Grandi S., Ettori S., Longhetti M., Molendi S., 2004, A&A, 419, 7

Dehnen W., 1993, MNRAS 265, 250

Dekel A., Bertschinger E., Faber S., 1990, ApJ 364, 349

Dekel A., Eldar A., Kolatt T., Yahil A, Willick J.A., Faber S.M., Courteau S., Burstein D., 1999, ApJ 522, 1

Delannoy J., Denisse J.F., Le Roux E., Morlet B., 1957, Annales d'Astroph. 20, 222

de Lapparent V., Geller M., Huchra J., 1986, ApJ 302, L1

Delgado Gaspar I., Hidalgo J.C., Sussman R.A., 2019, Europ. Phys. J. C 79, 106

de Propris R., Colless M., Driver S.P., et al., 2003, MNRAS 342, 725

de Sitter W., 1916, MNRAS 76, 699

de Vaucouleurs G., 1953, Astron. J. 58, 30

de Vaucouleurs G., 1959, Handbuch der Physik 53, 275

Devlin M.J., Ade P.A.R., Aretxaga I., Bock J., et al., 2009, Nature 458, 737

Devriendt J.E.G., Guiderdoni B., Sadat R., 1999, A&A 350, 381

Diaferio A., Geller M.J., 1997, ApJ 481, 633

Diaferio A., 1999, MNRAS 309, 610

Dicke R., Beringer R., Kyhl R.L., Vane A.B., 1946, PhysRev 70, 340

Dicke R.H., 1961, Nature 192, 440

Dicke R.H., Peebles P.J.E., Roll P.G., Wilkinson D.T., 1965, ApJ 142, 414

Dickinson M., 1998, in: "The Hubble Deep Field : Proceedings of the STSci Institute Symposium", Cambridge Univ Press, p. 219

Dirac P.A.M., 1938. Proc. Roy. Soc. London 165, 199

Disney M.J., 1976, Nature 263, 573

Djorgovski S.G., Castro S., Stern D., Mahabal A.A., 2001, ApJ 560, L5 (astro-ph/0108069)

Domínguez-Gómez J., Pérez I., Ruiz-Lara T., Peletier R.F., et al., 2023, Nature https://doi.org/10.1038/s41586-023-06109-1

Donnelly R.H., Jones C., Forman W., Churazov E., Gil-

fanov M., 2003, astro-ph/0310145

Dopita M.A., Evans, I.N., 1986, ApJ 307, 431

Doroshkevich A.G., Novikov I.D., 1964, Soviet Physics Doklady, Vol. 9, p.111 – veja Durrer, R., 2018, Gen.Relat.&Gravit. 50, id 139

Drees M., Gerbier G., 2018,in: Rev. Particle Phys., Cap. 26

Dressler A., 1980, ApJ 236, 351

Dressler A., Gunn J.E., 1983, ApJ 270, 7

Dressler A., et al., 1997, ApJ 490, 577

Dressler A., Smail I., Poggianti B., et al., 1999, ApJSuppl 122, 51

Driver S.P., Liske J., Cross N.J.G., De Propris R., Allen P.D., 2005, MNRAS 360, 81

Drory N., Salvato M., Gabasch A., Bender R., et al., 2005, ApJ 619, 131

Duffy A.R., Schaye J., Kay S.T., Dalla Vecchia C., 2008, MNRAS 390, L64

Duley W.W., Williams D.A., 1981, MNRAS 196, 269

Dutton A.A., Macciò A.V., 2014, MNRAS 441, 3359

Dyson F.W., Eddington A.S., Davidson C., 1920, Phil. Trans. of the Royal Society 220, 291

Eales S., 1993, ApJ 404, 51

Easton C., 1900, ApJ 12, 136

Eddington A.S., 1913, MNRAS 73, 359

Edge A.C., Stewart G.C., 1991, MNRAS, 252, 428

Efstathiou G., Sutherland W.J., Maddox S.J., 1990, Nature 348, 705

Eggen O.J., Lynden-Bell D., Sandage A.R., 1962, ApJ 136, 748

Einasto J., 1965, Trudy Inst. Astr. Alma-Ata 51, 87 Em inglês: Einasto J., 1969, Astrophys 5, 67

Einstein A., 1911, Annalen der Phys. 340, 898

Einstein A., 1917, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., p. 142 [traduzido em inglês: "The Principle of Relativity" (Dover, New York, 1952), p. 177].

Einstein A., 1936, Science 84, 506

Eisenstein D.J., Zehavi I., Hogg D.W., Scoccimarro R., et al., 2005, ApJ 633, 560 (astro-ph/0501171)

Eisenstein D., Seo H.-J., White M., 2007, ApJ 664, 660

Eke V.R., Baugh C.M., Cole S., Frenk C.S., King H.M., Peacock J.A., 2005,MNRAS 362, 1233

Ellis J., 1996, in:"IVth Workshop on Theoretical and Phenomenological Aspects of Underground Physics", astro-ph/9602077

Ellis R.S., Smail I., Dressler A., Couch W.J., Oemler A., Butcher H.R., Sharples R.M., 1997, ApJ 483, 582

Ellis R.S, 2001, in:"IXth Canary Island Winter School", astro-ph/0102056

Ellis R.S., McLure R.J., Dunlop J.S., Robertson B.E., et al., 2013, *submetido ao ApJ* (1211.6804)

Elmegreen D.M., Elmegreen B.G., 1982, MNRAS 201, 1021

Elmegreen D.M., Elmegreen B.G., 1987, ApJ 314, 3

Etherington I.M.H., 1933, Philos. Mag., 15, 761 – reproduzido em: Gen. Relat. and Grav., 2007, 39, 1055

Evrard A.E., Metzler C.A., Navarro J.F., 1996, ApJ 469, 494

Faber S.M., 1973, ApJ 179, 731

Fabian A.C., Nulsen P.E.J., 1977, MNRAS 180, 479

Fabian A.C., Vaughan S., Nandra K., et al., 2002, MNRAS 335, L1

Fall S.M., Efstathiou G., 1980, MNRAS 193, 189

Fan X., Bahcall N.A., Cen R., 1997, ApJ 490, L123

Fan X., Narayanan V. K., Lupton R.H., Strauss M.A., 2001, AJ 122, 2833

Fan X., Strauss M.A., Becker R.H., et al., 2006, AJ 132, 117

Fanaroff B.L., Riley J.M., 1974, MNRAS 167, 31P

Farouki R., Shapiro S.L., 1981, ApJ 243, 32

Fath E.A., 1909, Lick Obs. Bull. 149, 71

Fellhauer M., Kroupa P., et al., 2000, New Astronomy 5, 305 (astro-ph/0007226)

Felten J.E., Gould R.J., Stein W.A., Woolf N.J., 1966, ApJ 146, 955

Felten J.E., 1976, ApJ 207, 700

Ferrarese L., Merritt D., 2000, ApJ Lett 539, L9

Ferrarese L., 2002, ApJ 578, 90

Ferreras I., Charlot S., Silk J., 1999, ApJ 521, 81

Fielder C.E., Andrews B.H., Newman J., Salim S., 2023, MNRAS 525, 1023

Fields B.D., Olive K.A., Yeh T.-H., Young C., 2020, JCAP 3, id.010

Finoguenov A., Arnaud M., David L.P., 2001, ApJ 555, 191 (astro-ph/0009007)

Finoguenov A., Guzzo L., Hasinger G., Scoville N.Z., et al., 2007, ApJSupp 172, 182

Fixsen D.J., Cheng E.S., Gales J.M., Mather J.C., Shafer R.A., Wright E.L., 1996, ApJ 473, 576

Fixsen D.J., 2009, ApJ 707, 916

Folkes S., Ronen S., Price I., Lahav O., et al., 1999, MNRAS 308, 459

Fosalba P., Gaztañaga E., Castander F.J., 2003, ApJ 597, L89

Frank J., Rees M.J., 1976, MNRAS 176, 633

Frebel A., Christlieb N., Norris J.E., et al., ApJLett 660, L117

Freedman W.L., Madore B.F., Gibson B.K., et al., 2001, ApJ 553, 47

, Freedman W.L., 2017, Nature Astron. 1, id 0121

Freeman K., 1970, ApJ 160, 811

Frenk C.S., 1986, Roy.Soc.Phil.Trans. Series A 32, 517

Fukazawa Y., Makishima K., Tamura T., et al., 1998, PASJ 50, 187 (astro-ph/9802126)

Fukugita M., Hogan C.J., Peebles P.J.E., 1998, ApJ 503, 518

Gallego J., Zamorano J., Aragón-Salamanca A., Rego M., 1995, ApJ 445, L1

Galliano F., 2004, Thèse Doctorat, Université Paris XI

Gamow G., 1948, Nature 162, 680

Gebhardt K., Bender R., Bower G., et al., 2000, ApJ Lett 539, L13

Genzel R. Tacconi L.J., Gracia-Carpio J., et al., 2010, MNRAS 407, 2091

Y.M. Georgelin, Y.P. Georgelin, 1976, A&A 49, 57

Ghez A.M., Salin S., Hornstein S.D., et al., 2005, ApJ 620, 744 (astro-ph/0306130).

Gillessen S., Eisenhauer F., Trippe S., et al., 2009, ApJ 692, 1075

Gillett F.C., Forrest W.J., Merrill K.M., 1973, ApJ 183, 87

Gladders M.D., López-Cruz O., Yee H.K.C., Kodama T., 1998, ApJ 501, 571

Gladders M.D., Yee H.K.C., 2000, AJ 120, 2148

Gomez-Flechoso M., Domingues-Terreiro R., 1997, in:"Dark and Visible Matter in Galaxies", ASP 117, p. 524

González-Martín O., Masegosa J., Márquez I., Guerrero M.A., Dultzin-Hacyan D., 2006, ads2006A%26A...460...45GA&A 460, 45

Goriely S., Clerbaux B., 1999, A&A 346, 789

Gott J.R., III, Jurić M., Schlegel D., et al., 2005, ApJ 624, 463

Grebel E.K., 2000, in: Proc. of 33rd ESLAB Symp. "Star formation from small to large scale"(Favata, Kaas, Wilson eds.) – astro-ph/0005296

Gregory P.C., Scott W.K., Douglas K., Condon J.J., 1996, ApJSupp 103, 427

Gregory S.A., Thompson L.A., 1978, ApJ 222, 784

Gronwall C., Sarajedini V.L., Salzer J.J., 2002, *IAU Colloquium 184: AGN Surveys* (astro-ph/0111519)

Gull S.F., Northover J.E., 1975, MNRAS 173, 585

Gull S.F., Northover J.E., 1976, Nature 263, 572

Gunn J.E., Peterson B.A., 1965, ApJ 142, 1633

Gunn J.E., Gott J.R. III, 1972, ApJ 176, 1

Gunn J.E., Tinsley B.M., 1975, Nature 257, 454

Gunn K.F., 1999, Tese doutorado, Univ. de Durham, Reino Unido

Guo Q., White S., Li C., Boylan-Kolchin M., 2010, MNRAS 404, 1111

Gursky H., Kellogg E., Murray S., Leong C., Tananbaum H., Giacconi R., 1971, ApJLett 167, L81

Gurvits L.I., Kellermann K.I., Frey S., 1999, A&A 342, 378

Guth A.H., 1981, Phys Rev. D 23, 372

Guzzo L., Strauss M.A., Fisher K.B., Giovanelli R., Haynes M.P., 1997, astro-ph/9706150

Halley E., 1720, Phil. Trans of the Royal Soc. London 31, 22

Halliday C., Milvang-Jensen B., Poirier S., et al., 2004, A&A 427, 367

Hamilton A.J.S., 2001, MNRAS 322, 419 (astro-ph/0006089)

Hamilton A.J.S., Tegmark M., 2002, MNRAS 330, 506 (astro-ph/0008392)

Hansen B.M.S., Brewer J., Fahlman G.G., et al., 2002, ApJLett 574, L155

Hansen S.M., McKay T.A., Wechsler R.H., et al., 2005, ApJ 633, 122

Harikane Y., Ouchi M., Oguri M., et al., 2023, ApJSuppl. 265, id.5

Harrison E.R., 1970, MNRAS 148, 119

Harrison E.R., 1974, ApJLett 191, L51

Hasinger G., 2003, in:"The restless high energy universe", Nucl. Physics B. Suppl.Ser., astro-ph/0310804

Hashimoto Y., Oemler A. Jr., Lin H., Tucker D.L., 1998, ApJ 499, 589

Hawkins E., Maddox S., Cole S., Lahav O., et al., 2003, MNRAS 346, 78

Hazard C., Mackey M.B., Shimmins A.J., 1963, Nature 197, 1037

Heath D.J., 1977, MNRAS 179, 351

Heckman T.M., 1980, A&A 87, 152

Heisler J., Tremaine S., Bahcall J.N., 1985, ApJ 298, 8

Helly J.C., Cole S., Frenk C.S., Baugh C.M., Benson A., Lacey C., 2003, MNRAS 338, 903

Henry P.S., 1971, Nature 231, 516

Hernquist L., 1990, ApJ 356, 359

Herschel W., 1785, Phil. Trans. Royal Soc. London 75, 213

Herschel J.F.W., 1833, Phil. Trans. Royal Soc. London 123, 359

Hewitt J.N., Turner E.L., Schneider D.P., Burke B.F., Langston G.I., 1988, Nature 333, 537

Hickson P., 1982, ApJ 255, 382

Hills J.G., 1975, Nature 254, 295

Hinshaw G., Larson D., Komatsu E., Spergel D.N., Bennett C.L., et al., 2013, ApJSuppl 208, 19

Hogg D.W., 2000, astro-ph/9905116

Holmberg E., 1941, ApJ 94, 385

Holmberg E., 1969, Arkiv för Astronomi, 5, 305

Horellou C., Berge J., 2005, MNRAS 360, 1393

Hoyle F., 1949, in:"*Problems of Cosmical Aerodynamics*", Central Air Documents Office, Ohio, p. 195.

Hu W., White M., 1997, New Astronomy 2, 323

Huang Y., Addison G.E., Weiland J.L., Bennett C.L.,

2018, Submetido, (arXiv:1804.05428)

Hubble E., 1926, ApJ 64, 321

Hubble E., 1929, Proc.Nat.Acad.Sci. 15, 168

Hubble E., Humason M.L., 1931, ApJ 74, 43

Hubble E., 1934, ApJ 79, 8

Huchra J.P., Geller M., 1982, ApJ 257, 423

Huchra J., Gorenstein M., Kent S., Shapiro I., et al., 1985, AJ 90, 691

Humason M.L., 1936, ApJ 83, 10

Humason M.L., Mayall N.U., Sandage A.R., 1956,AJ 61, 97

Hunsberger S.D., Charlton J.C., Zaritsky D., 1998, ApJ 505, 536

Hunter C., 1962, ApJ 136, 594

Ibata R.A., Lewis G.F.,Conn A.R., Irwin M.J., McConnachie A.W., et al., 2013, Nature 493, 62

Itoh N, Kusano S., Sakamoto T., Nozawa S., Kohyama Y., 2002, A&A 382, 722 (astro-ph/9906467)

Jaffe W., 1983, MNRAS 202, 995

Jarrett T.H., Chester T., Cutri R., et al., 2004, AJ 125, 525

Jeans J.H., 1902, Phil.Trans.R.S.London 199, 1

Jeans J.H., 1922, MNRAS 82, 122

Jenkins A., Frenk C.S., Pearce F.R., Thomas, P.A., et al., 1998, ApJ 499, 20

Jenkins A., Frenk C.S., White S.D.M., et al., 2001, MNRAS 321, 372

Jõeveer M., Einasto J., Tago E., 1978, MNRAS 185, 357

Johnson F.R., Larkey S.V., 1934, The Huntington Library Bulletin 5, 69 (www.jstor.org/stable/3818095)

Jones L.R., Ponman T.J., Horton A., et al., 2003, MNRAS 343, 627

Kaiser N., 1984, ApJ 284, L9

Kaiser N., 1986, MNRAS 222, 323

Kaiser N., 1987, MNRAS 227, 1

Kaiser N. & Squires G., 1993, ApJ 404, 441

Kamenshchik A., Moschella U., Pasquier V., 2001, Phys. Lett. B, 511, 265

Kahn F.D., Woltjer L., 1959, ApJ 130, 705

Kaplan J., Delabrouille J., Fosalba P., Rosset C., 2003, C. R. Phys. 4, 917

Kaplinghat M., Chu M., Haiman Z., et al., 2003, ApJ 583, 24

Kapteyn J.C., 1922, ApJ 55, 302

Kay S., 2000, PhD Thesis, Univ. Durhan

Keeton C.R., 2011, Astrophys. Source Code Lib., ascl:1102.003

Keller S.C., Bessell M.S., Frebel A., Casey A.R., Asplund M., et al., 2014, Nature 506, 463

Kellogg E., Gursky H., Leong C., Schreier E., Tananbaum H., Giacconi R., 1971, ApJLett 165, L49

Kelvin, 1904, "Baltimore Lectures on Molecular Dynamics and the Wave Theory of Light", Cambridge Univ. Press Warehouse

Kennicutt R., 1992, ApJ Suppl. 79, 255

Kerscher M., Szapudi I, Szalay A., 2000, ApJLett 535, L13

Khachikyan E.Y., Weedman D.W., 1971, Astrofizika 7, 389 (veja também Bull. American Astro. Soc. 3, 237)

Kiang T., 1961, MNRAS 122, 263

Kilic M., Munn J.A., Harris H.C., von Hippel T., et al., 2017, ApJ 837, id 162

King I., 1972, ApJ 174, L123

Kirshner R.P., Oemler A., Jr., Schechter P.L., 1979, AJ 84, 951

Kirshner R.P., Oemler A., Jr., Schechter P.L., 1987, ApJ 314, 493

Kistler M.D., Yüksel H., Beacom J.F., Hopkins A.M., Wyithe J.S.B., 2009, ApJLett 705, L104

Klypin A., Kravtsov A.V., Valenzuela O., Prada F., 1999, ApJ 522, 82

Klypin A., Zhao H.S., Somerville R.S., 2002, ApJ 573, 597

Kneib J.P., Ellis R.S., Smail I., Couch W.J., Sharples R.M., 1996, ApJ 471, 643

Kneib J.P., R. Ellis, 1996, Astronomy Now, (veja também a página de J.P. Kneib)

Kodama T., Arimoto N., 1997, A&A 320, 41

Kogut A., Lineweaver C., Smoot G.F., Bennett C.L., Banday A., et al., 1993, ApJ 419, 1

Kogut A., Spergel D.N., Barnes C., Bennett C.L., 2003, ApJSupp 148, 161

Komatsu E., Smith K.M., Dunkley J., Bennett C.L., et al., 2010, ApJSupp submetido (1001.4538)

Kormendy J., Bender R., 1996, ApJ 464, 119

Krauss L.M., Chaboyer B., 2003, Science 299, 65

Kravtsov A.V., Vikhlinin A., Nagai D., 2006, ApJ 650, 128

Kriessler J.R., Beers T.C., 1997, AJ 113, 80

Kroupa P., Tout C.A., Gilmore G., 1993, MNRAS 262, 545

Kroupa P., 2001, MNRAS 322, 231

Kunkel W.E., Demers S., 1977, ApJ 214, 21

La Barbera F., de Carvalho R.R., de la Rosa I.G., et al., 2009, AJ 137, 3942

Lacey C., Cole S., 1993, MNRAS 262, 627

Lagana T.F., Zhang Y.-Y., Reiprich T.H., Schneider P., 2011, ApJ 743, 13

Lagana T.F., Martinet N., Durret F., Lima Neto, G.B., Maughan B., Zhang Y.-Y., 2013, A&A 555, id.A66

Lahav O., Lilje P.B., Primack J.R., Rees M.J., 1991, MNRAS 251, 128

Lamoreaux S., 1997, Phys. Rev. Lett. 78, 5

Larson R.B., 1974, MNRAS 166, 585

Larson R.B., Tinsley B.M., Caldwell C.N., 1980, ApJ 237, 692

Lea S.M., Silk J., Kellogg E., Murray S., 1973, ApJLett. 184, L105

Lea S.M., 1975, Astrophys Lett. 16, 141

Lemaître G., 1927, Ann. Soc. Sci. Bruxelles, A47, 59 [Traduzido em inglês em 1931, MNRAS 91, 483]

Levshakov S.A., Molaro P., Dessauges-Zavadsky M., D'Odorico S., 2002, astro-ph/0201043

Lewis I., Balogh M., De Propris R., et al., 2002, MNRAS 334, 673

Licquia T.C., Newman J.A., 2015, ApJ 806, 96

Lilly S.F., Le Fevre O., Hammer F., Crampton D., 1996, ApJ 460, 1

Limber D.N., 1953, ApJ 117, 134

Limber D.N., Mathew W.G., 1960, ApJ 132, 286

Linde A.D., 1982, Phys. Lett. B 108, 389

Linder E.V., 2003, Phys. Rev. Lett. 90, id. 091301

Liske J., Lemon D.J., Driver S.P., et al., 2002, MNRAS MNRAS 344, 307 (astro-ph/0207555)

Liske J., Grazian A., Vanzella E., et al., 2008, MNRAS 386, 1192

Loeb A., 2006, Lecture notes SAAS-Fee Winter School (astro-ph/0603360)

Lu L., Wolfe A.M., Turnshek D.A., 1991, ApJ 367, 19

Lubin L.M., Sandage A., 2001, AJ 122,1084

Lucey J.R., 1983, MNRAS 204, 33

Lupton R. H., Blanton M. R., Fekete G., Hogg D.W., O'Mullane W., Szalay A., Wherry N., 2004, PASP 116, 133

Lynden-Bell D., 1967, MNRAS 136, 101

Lynden-Bell D., Wood R., 1968, MNRAS 138, 495

Lynden-Bell D., 1976, MNRAS 174, 695

Lynden-Bell D., 1981, Obs. 101, 111

Lynden-Bell D., Faber S.M, Burstein D., Davies R.L., Dressler A., Terlevich R.J., Wegner G., 1988, ApJ 326, 19

Lynds R., Petrosian V., 1986, BAAS 18, 1014

Lynds R., Petrosian V., 1989, ApJ 336, 1

Madau P., Ferguson H.C., Dickinson M.E., et al., 1996, MNRAS 283, 1388

Madau P., 2003, Proc. ESO/CERN/ESA Symposium "ESO Astroparticles", Shaver, DiLella, Giménez Eds. (astro-ph/0210268)

Maddox S., Efstathiou G., Sutherland W., Loveday J., 1990, MNRAS 243, 692

Madgwick D.S., Hawkins E., Lahav O., Maddox S., et al., 2003, MNRAS 344, 847

Magorrian J., Tremaine S., Richstone D., Bender R., Bower G., et al., 1998, AJ 115, 2285

Makino J., Hut P., 1997, ApJ 481, 83

Malkan M.A., 1983, ApJ 268, 582

Malmquist K.G., Medd. Lund. Astron. Obs., Ser.II, 32, 64

Mamon G.A., 1992, in:"Paired and Interacting Galaxies"

Margoniner V., de Carvalho R.R., 2000, ApJ 119, 1562

Markarian B.E., 1967, Astrofizika 3, 55

Markarian B.E., 1994, Base de dados no VizieR

Markevitch M., Gonzalez A.H., David L., Vikhlinin A., et al., 2002, ApJ 567, L27

Markevitch M., Gonzalez A.H., Clowe D., Vikhlinin A., et al., 2004, ApJ 606, 819

Martin J., 2004, Braz.J.Phys. 34, 1307 (astro-ph/0312492)

Martini P., 2003, in:"Coevolution of Black Holes and Galaxies", Editor L.C. Ho, Cambridge Univ. Press (astro-ph/0304009)

Masi S., De Bernardis P., De Troia G., Giacometti M., et al., 2002, Progr. in Particle and Nuclear Phys. 48, 243

Mather J.C., Fixsen D.J., Shafer R.A., Mosier C., Wilkinson D.T., 1999, ApJ 512, 511 (astro-ph/9810373)

Matthews T.A., Morgan W.W., Schmidt M., 1964, ApJ 140, 35

Mathewson D.S., Ford V.L., 1984, IAU Symp. 108, p.125

McConnachie A.W., Huxor A., Martin N.F., et al., 2008, ApJ 688, 1009

McConnachie A.W., Patton D.R., Ellinson S.L., Simard L., 2009, MNRAS 395, 255

McConnachie A.W., 2012, AJ 144, id.4

McKellar A., 1941, PASP 53, 233

Melin J.-B., Bartlett J.G., Delabrouille J., Arnaud M., Piffaretti R., Pratt G.W., 2011, A&A 525, 139

Merritt D., 1984, ApJ 276, 26

Mestel L., 1952, MNRAS 112, 583

Mészáros P., 1974, A&A 37, 225

Metcalfe N., Shanks T., Campos A., McCracken H.J., Fong R., 2001, MNRAS 323, 795 (astro-ph/0010153)

Mie G., 1908, Annalen der Phys. 25, 377 (Tradução em inglês)

Miller J.S., French H.B., Hawley S.A., 1987, ApJLett. 219, L85

Miller G.E., Scalo J.M., 1979, ApJ Suppl. 41, 513

Mills B.Y., 1960, Autral. J. Phys. 13, 550

Minkowski R., 1941, PASP 53, 224

Misner C.W., 1968, ApJ 151, 431

Mitchell R.J., Culhane J.L., Davison P.J.N., Ives J.C., 1976, MNRAS 175, 29P

Molendi S., Pizzolato F., 2001, ApJ 560, 194

Moore B., Davies M., 1994, MNRAS 270, 209

Moore B., Katz N., Lake G., Dressler A., Oemler A., 1996,

Nature 379, 613

Moore B., 2001, 20th Texas Symposium, AIPC Conf Proceedins 586, 73, eds. Wheeler & Martel (astro-ph/0103100)

Morgan W.W., Mayall N.U., 1957, PASP 69, 291

Morgan W.W., 1958, PASP 70, 364

Morgan W.W., Lesh J.R., 1965, ApJ 142, 1364

Moscardini L., Matarrese S., De Grandi S., Lucchin F., 2000, MNRAS 314, 647

Mulchaey J., Davis D.S., Mushotzky R.F., Burstein D., 1996, ApJ 456, 80

Mulchaey J., Zabludoff A.I., 1998, ApJ 496, 73

Muriel H., Valotto C.A., Lambas D.G., 1998, ApJ 506, 540

Mushotzky R.F., Serlemitsos P.J., Boldt E.A., Holt S.S., Smith B.W., 1978, ApJ 225,21

Mushotzky R.F., Holt S.S., Smith B.W., Boldt E.A., Serlemitsos P.J., 1981, ApJ 244, L47

Nagai D., Kravtsov A.V., Vikhlinin A., 2007, ApJ 668, 1

Naidu R.P., Oesch P.A., van Dokkum P., Nelson E.J., et al. 2022, ApJLett. 940, id.L14

Narayan R., White S.D.M., 1988, MNRAS 231, 97P

Narayan R., Yi I., 1994, ApJLett. 428 L13

Navarro J., Frenk C., White S., 1995, MNRAS 275, 720

Navarro J., C.S. Frenk, White S.D.M., 1996, MNRAS 462, 563

Navarro J., C.S. Frenk, White S.D.M., 1997, MNRAS 490, 493

Navarro J.F., Hayashi E., Power C., et al., 2004, MNRAS 349, 1039

Navarro J.F., Ludlow A., Springel V., et al., 2010, MNRAS 402, 21

Nelson A.E., Simard L., Zaritsky D., Dalcanton J.J., Gonzales A.H., 2002, ApJ 567, 144

Nichol R.C., Romer A.K., Holden B.P., et al., 1999, ApJ 521, L21

Oegerle W.R., Hill J.M., 2001, AJ 122, 2858

Oemler A. Jr., 1974, ApJ 194, 1

Oesch P.A., Brammer G., van Dokkum P.G., et al., 2016, ApJ 819, id 129

Oke J.B., 1974, ApJ Suppl 27, 21O

Oke J.B., Sandage A., 1968, ApJ 154, 21

Oke J.B., Gunn J.E., 1983, ApJ 266, 713

Okoye S.E., 1972, MNRAS 160, 339

O'Neil K., Bothun G., 2000, ApJ 529, 811

Oort J.H., 1926, Groningen, Gebroeders Hoitsema, 1926

Oort J.H., 1932, Bull. Astr. Instit. Netherlands 6, 249

Öpik, E. 1922, ApJ 55, 406

Ostriker J.P., Tremaine S., 1975, ApJ 202, L113

Overzier R.A., Röttgering H.J.A., Rengelink R.B., Wilman R.J., 2003, A&A 405, 530 (astro-ph/0304160)

Pain R. et al., 2001, AAS 199, 2401

Pawlowski M.S., Pflamm-Altenburg J., Kroupa P., 2012, MNRAS 423, 1109

Pawlowski M.S., McGaugh S.S., Jerjen H., 2015, MNRAS 453, 1047

Peacock J.A., Cole S., Norberg P., Baugh C.M., et al., 2001, Nature 410, 169 (astro-ph/0103143)

Peccei R.D., Quinn H.R., 1977, Phys. Rev. Lett. 38, 1440

Peebles P.J.E., 1966, ApJ 146, 542

Peebles P.J.E., 1968, Apj 153, 1

Peebles P.J.E., 1969, Apj 155, 393

Peebles P.J.E., 1970, ApJ 75, 13

Peebles P.J.E., 1982, ApJ Lett. 263, L1

Pelló R., Schaerer D., Richard J., Le Borgne, J.-F., Kneib J.-P., 2004 A&A 416, L35

Pence W., 1976, ApJ 203, 39

Peng Y., Maiolino R., Cochrane R., 2015, Nature 521, 192

Pentericci L., Fan X., Rix H.W., Strauss M.A., et al., 2002, AJ 123, 2151 (astro-ph/0112075)

Penzias A.A., Wilson R.W., 1965, ApJ 142, 419

Perivolaropoulos L., Skara F., 2022, New Astro. Reviews 95, id. 101659

Perlmutter S., Aldering G., Goldhaber G., Knop R.A., et al., 1999, ApJ 517, 565

Percival W.J., Reid B.A., Eisenstein D.J., Bachall N.A., et al., 2010, MNRAS 401, 2148

Peterson J.R., Paerels F.B.S., Kaastra J.S., et al., 2001, A&A 365, L104

Peterson J.R., Kahn S.M., Paerels F.B.S., Kaastra J.S., et al., 2003, ApJ 590, 207

Pickles A.J., 1998, PASP 110, 863 (ADC J/PASP/110/863)

Pitrou C., Coc A., Uzan J.-P., Vangioni E., 2021,Physics Reports 754, 1

Planck Collaboration, 2014, A&A 571, id A25

Planck Collaboration, 2016, A&A 594, A13

Planck Collaboration, Aghanim N., Akrami Y., et al., 2018, 1807.06209arXiv:1807.06209

Plummer H.C., 1911, 1911MNRAS..71..460P

Poggianti B.M., 1997, A&AS 122, 399

Poggianti B.M., Smail I., Dressler A., et al., 1999, ApJ 518, 576 astro-ph/9901264

Pogosian L., 2006, New Astron. 50, 932

Ponman T.J., Allan D.J., Jones L.R., Merrifield M., et al., 1994, Nature 369, 462

Ponman T.J., Bourner P.D.J., Ebeling H., Bohringer H., 1996, MNRAS 283, 690

Ponman T.J., Sanderson A.J.R., Finoguenov A., 2003, MNRAS 343, 331

Pooley G.G., Ryle M., 1968, MNRAS 139, 515

Popesso P., Böhringer H., Romaniello M., Voges W., 2005, A&A 433, 415

Postman M., 1998, in: Proceedings of "Evolution of Large Scale Structure: From Recombination to Garching", astro-ph/9810088

Pratt G.W., Böhringer H., Croston J.H., et al., 2007, A&A 461, 71

Predehl P., Hasinger G., Böhringer H., Briel U., et al., 2006, SPIE 6266, id62660P

Press W.H., Schechter P.L., 1974, ApJ 187, 425

Prochaska J.X., Gawiser E., Wolfe A.M., Castro S., Djorgovski S.G., 2003, ApJLett 595, L9 (astro-ph/0305314)

Proust D., Quintana H., Carrasco E.R., et al., 2006, A&A 447, 133

Putman M.E., 1999, in:"High-Velocity Clouds" (Kluwer: Dordrecht), eds. van Woerden, Schwarz, Wakker, de Boer, astro-ph/9909080

Ramella M., Geller MJ., Huchra J.P., 1989, ApJ 344, 57

Reber G., 1944, ApJ 100, 279

Rees M.J., 1966, Nature 211, 468

Rees M.J., Ostriker J.P., 1977, MNRAS 179, 541

Renzini A., 1981, Ann. Phys. Fr., 6, 87

Reese E.D., in:"Measuring and Modeling the Universe", Carnegie Obs. Astrophys. Series, Freedman (ed.) astro-ph/0306073

Refsdal S., 1964, MNRAS 128, 295

Reynolds J.H., 1920, MNRAS 80, 746

Richstone D., Loeb A., Turner E.L., 1992, Apj 393, 477

Rindler W., 1956, MNRAS 116, 662

Rood H.J., Sastry G.N., 1971, PASP 83, 31

Rose J.A., 1977, ApJ 211, 311

Rosenberg A., Piotto G., Saviane I., Aparicio A, 2000, A&A Suppl. 144, 5

Roy A., 1994, Tese de Doutorado, Universidade de Sydney, Austrália (resumo no NED)

Sachs R.K., Wolfe A.M., 1967, ApJ 147, 73

Sakamoto T., Chiba M., Beers T.C., 2003, A&A 397, 899

Sakharov A.D., 1967, Pisma Zh Eksp. Teor. Fiz. 5, 32

Salasnich B., Girardi L., Weiss A., Chiosi C., 2000, A&A 361, 1023

Salpeter E.E., 1955, ApJ 121, 161

Salpeter E.E., 1964, ApJ 140, 796

Samandar A., Duque J.C., Copi C.J., et al., 2024, JCAP (2024)11, id.020

Sánchez A., Baugh C.M., Percival W.J., et al., 2006, MNRAS 366, 189

Sandage A., 1961, ApJ 133, 355

Sandage A., 1962, ApJ 136, 319

Sandage A., 1965, ApJ 141, 1560

Sandage A., 2010, AJ 139, 728

Sawa T., Fujimoto M., 2005, PASJ 57, 429 (astro-ph/0404547)

Schechter P., 1976, ApJ 203, 297

Schmidt M., 1959, ApJ 129, 243

Schmidt M., 1963, Nature 197, 104

Schmidt M., 1963, ApJ 137, 758

Schmidt M., 1968, ApJ 151, 393

Schmidt M., Schneider D.P., Gunn J.E., 1995, AJ 110, 68

Schödel R., Ott T., Genzel R., et al., 2002, Nature 419, 694 (astro-ph/0210426)

Scholz R.-D., Meusinger H., Irwin M., 1997, A&A 325, 457

Schombert J.M., 1988, ApJ Suppl. 60, 603

Schombert J.M., Pildis R.A., Eder J.A., Oemler Jr. A., 1995, AJ 110, 2067

Schuster A., 1883, 1883RBAAS..53..427S

Scott D., 2000, in:*Cosmic Flows Workshop*, ASP Conference Series, Vol. 201, p.403, Ed. S. Courteau, J. Willick (astro-ph/9912038)

Scott E.L., 1957, AJ 62, 248

Scrimgeour M.I., Davis T., Blake C., et al., MNRAS 425, 116

Searle L., Zinn R., 1978, ApJ 225, 357

Searle L., Sargent W.L.W., 1972, ApJ 173, 25

Seager, Sasselov, Scott D., 1999, ApJ 523, L1

Seigar M.S., Barth A.J., Bullock J.S., 2008, MNRAS 389, 1911

Seldner M., Siebers B., Groth E.J., Peebles P.J.E., 1977, AJ 82, 249

Serio G.F., Indorato L., Nastasi P., 1985, J. Hist. Astr. 16, 1

Sheth R.K., Tormen G., 1999, MNRAS 308, 119

Seyfert C.K., 1943, Astron. J. 53, 203

Seyfert C.K., 1948, ApJ 97, 28

Shakhbazian R.K., 1973, Astrofisika 9, 495

Shakura N.I., Sunyaev R.A., 1973, A&A 24, 337

Shane C.D., Wirtanen C.A., 1948, Lick Obs. Bull. 20, 91

Shane C.D., Wirtanen C.A., 1954, AJ 59, 285

Shane C.D, Wirtanen C.A., 1967, Publications of the Lick Observatory 22, 1

Shapley H., 1918, PASP 30, 42

Shapley H., 1918, ApJ 48, 89

Shapley H., Ames A., 1932, Ann. Harvard Obs., 88, 41

Shapley H., 1938, Nature 142, 715

Schawinski K., Urry C.M., Simmons B.D., Fortson L., et al., 2014, MNRAS 440, 889

Schlegel D.J., Finkbeiner D.P., Davis M., 1998, ApJ 500, 525

Shectman S.A., 1985, ApJ Suppl. 57, 77

Shectman S.A., Landy S.D., Oemler A., Tucker D.L., Lin

H., Kirshner R.P., Schechter P.L., 1996, ApJ 470, 172

Shimada M., Ohyama Y., Nishiura S., Murayama T., Taniguchi Y., 2000, ApJ 119, 2664

Shklovskii I.S., 1964, Astronomicheskii Zhurnal 41, 801; traduzido em inglês em 1965, Soviet Astron. 8, 638

Sigad Y., Eldar A., Dekel A., Strauss M.A., Yahil A., 1998, ApJ 485, 516 (astro-ph/9708141)

Silk J., 1967, Nature 215, 1155

Silk J., 1968, ApJ 151, 459

Silk J., 1977, ApJ 211, 638

Smith S., 1936, ApJ 83, 23

Smith G.P., Treu T., Ellis R.S., Moran S.M., Dressler A., 2005, ApJ 620, 78 (astro-ph/0403455)

Smith G.P., Sand D.J., Egami E., Stern D., Eisenhardt P.R., 2006, ApJ 636 575

Smoot G.F., Gorenstein M.V., Muller R.A., 1977, Phys. Rev. Lett. 39, 898

Smoot G.F., Bennett C.L., Kogut A., Wright E.L., et al., 1992, ApJ Lett. 396, L1

von Soldner J.G., 1804, Berliner Astro. Jarhbuch, p.161

Songaila A., 2004, AJ 127, 2598

Sonnenfeld A., Treu T., Marshall P.J., et al., 2015, ApJ 800, id94

Soucail G., Fort B., Mellier Y., Picat J.P., 1987 A&A 172, 14

Spergel D.N., Verde L., Peiris H.V., Komatsu E., et al., 2003, ApJSuppl 148, 175 (astro-ph/0302209)

Spergel D.N., Bean R., Doré O., et al., 2007, ApJSupp. 170, 377

Spite M., Spite F., 1982, Nature 297, 483

Springel V., White S.D.M., Jenkins A., Frenk C.S., et al., 2005,Nature 435, 629

Springel V., Wang J., Vogelsberger M., Ludlow A., Jenkins A., et al., 2009,MNRAS 391, 1685

Springel V., Pakmor R., Pillepich A., Weinberger R., et al., 2018, 2018MNRAS.475..676S

Stark D.P., Ellis R.S., Richard J., Kneib J.-P., et al., 2007, ApJ 663, 10

Stasińska G., Vale Asari N., Cid Fernandes R., et al., 2008, MNRAS 391, L29

Steidel C., 1992, AJ 104, 941

Steidel C., Giavalisco M., Pettini M., Dickinson M., Adelberger K.L., 1996, ApJLett 462, L17

Steigman G., Schramm D.N., Gunn J.E., 1977, Phys. Lett. B 66, 202

Steinhardt P.J., Turok N., 2002, Science 296, 1436

Stephan M.E., 1877, MNRAS 37, 334

Stompor R., Abroe M., Ade P., Balbi A., Barbosa D., et al., 2001, ApJ 561, L7 (astro-ph/0105062)

Strömgren B., 1939, ApJ 89, 526

Struble M.F., Rood H.J., 1982, AJ 87, 7

Somerville R.S., Primack J.R., Faber S.M., 2001, MNRAS 320, 504

Sugiyama N., 1995, ApJ Suppl. 100, 281

Sullivan M., Guy J., Conley A., Regnault N., et al., 2011, Submetido ao ApJ

Sun M., Voit G.M., Donahue M., et al., 2009, ApJ 693, 1142

Sutherland R.S., Dopita M.A., 1993, ApJ Suppl. 88, 253

Strateva I., Ivezić, Ž., Knapp G.R., Narayanan V.K., Strauss M.A., et al., 2001, AJ 122, 1861

Takeuchi T.T., Yoshikawa K., Ishii T., 2000, ApJ Suppl. 129, 1

Talbot R.J., Arnett W.D., 1971, ApJ 170, 409

Tegmark M., Silk J., Rees M., Blanchard A., Abel T., Palla F., 1997, ApJ 474, 1

Tegmark M., Blanton M.R., Strauss M.A., et al., 2004, ApJ 606, 702 (astro-ph/0310725)

Terlevich A.I., Kuntschner H., Bower R.G., Caldwell N., Sharples R.M., 1999, MNRAS 310, 445

Terrell J., 1964, Science 145, 918

Teyssier R., Pires S., Prunet S., Aubert D., et al., 2009, A&A 497, 335

Thorburn J.A., 1994, ApJ 412, 318

Tinker J., Kravtsov A., Klypin A., et al., 2008, ApJ 688, 709

Tinsley B.M., 1972, ApJ Lett. 173, L93

Tobin W., Holberg J.B., 2008, J. Astr. Hist & Heritage 11, 107

Todini P., Ferrara A., 2001, MNRAS 325, 726

Tolman R.C., 1930, Proc. Natl. Acad. Sci., 16, 511 (veja também Tolman R.C., 1934, *Relativity, Thermodynamics, and Cosmology*, Oxford: Clarendon Press)

Tonry J.L., Blakeslee J.P., Ajhar E.A., Dressler A., 2000, ApJ 530, 625 (astro-ph/9907062)

Toomre A., Toomre J., 1972, ApJ 178, 623

Tozzi P., et al., 2001, Marseille Conference "Where's the Matter?", astro-ph/0111036

Trenthan N., Möller O., Ramirez-Ruiz E., 2001, MNRAS 322, 658

Trumpler, R.J., 1930, Lick Obs. Bull., no. 420, 154

Tucker D., Oemler A., Jr., Kirshner R.P., Lin H., et al., 1997, MNRAS 285, L5

Tully R.B., Courtois H., Hoffman Y., Pomarède D., 2014, Nature 513, 71

Tully R.B., Howlett C., Pomarède D., 2023, ApJ 954, id.169

Turatto M., 2003, Mem. Soc. Astro. Italiana Supp. 3, 109

Turner E.L., 1979, ApJ 231, 645

Valotto C.A., Nicotra M.A., Muriel H., Lambas D.G., 1997, ApJ 479, 90

Valtonen M.J., Byrd G.G., McCall M.L., Innanen K.A., 1993, AJ 105, 886

van de Weygaert R., 2016, in: *"The Zeldovich Universe: Genesis and Growth of the Cosmic Web"*, IAU Symposium 308, 493

van den Bergh S., 1961, Zeitschrift für Astrophysik 53, 219

van den Bergh S., 1961, ApJ 134, 970

van den Bergh S., 1997, AJ 113, 2054

vanden Berk D.E., Richards G.T., Bauer A., Strauss M.A., et al., 2001, AJ 122, 549

van der Marel R.P., Guhathakurta P., 2008, ApJ 678, 187

Veilleux S., Osterbrock D.E., 1987, ApJ Suppl. 63, 295

Veneziano G., 1991, Phys. Lett. B 265, 287

Vikhlinin A., Markevitch M., Murray S.S., et al., 2005, ApJ 628, 655

Visvanathan N., Sandage A., 1977, ApJ 216, 214

Vitvitska M., Klypin A.A., Kravtsov A.V., Wechsler R.H., Primack J.R., Bullock J.S., 2002, ApJ 581, 799

Voigt L.M., Fabian A.C., 2004, MNRAS 347, 1130

Vorontsov-Velyaminov B.A., 1975, "Atlas and Catalog of Interacting Galaxies, Vol 1", 1959, Moscow: Sternberg Inst.

Vorontsov-Velyaminov B.A., 1977, "Atlas and Catalog of Interacting Galaxies, Part II", A&A Suppl. 28, 1

Wagoner R.V, Fowler W.A., Hoyle F., 1967, ApJ 148, 3

Walsh D., Carswell R.F., Weymann R.J., 1979, Nature 279, 381

Wang R., Wagg J., Corilli C.L., Benford D.J., et al., 2008, AJ 135, 1201

Wannier P., Wrixon G.T., 1972, ApJLett. 173, 119

Warren M.S., Quinn P.J., Salmon J.K., Zurek W.H., 1992, ApJ 399, 405

Waters S., 1873, MNRAS 33, 558

Watson G.S., 2000, astro-ph/0005003

Wegner G., Haynes M.P., Giovanelli R., 1993, AJ 105, 1251

Weinberg D.H., Hernquist L., Katz N., 1997, ApJ 477, 8

Wesson P.S., Valle K., Stabell R., 1987, ApJ 317, 601

White M., Hu W., 1997, A&A 321, 8

White S.D.M., Rees M.J., 1978, MNRAS, 183, 341

White S.D.M., Frenk C.S., 1991, ApJ 379, 52

White S.D.M., Navaro J.F., Evrard A.E., Frenk C.S, 1993, Nature 366, 426

White R.L., Becker R.H., Fan X., Strauss M.A., 2003, AJ 126, 1

Whiting A.B., Hau G.K.T., Irwin M., 1999, AJ 118, 2767

Whitmore B.C., Forbes D.A., Rubin V.C., 1988, ApJ 333, 542

Whitmore B.C., Gilmore D.M., 1991, ApJ 367, 64

Whitmore B.C., Gilmore D.M., Jones C. 1993, ApJ 407, 489

Wolf M., 1908, Pub. Ap. Inst. Konig. Heidelberg 3, 5

Wolfe AM., Turnshek D.A., Smith H.E., Cohen R.D., 1986, ApJ Suppl. 61, 249

Woltjer L., 1959, ApJ 130, 38

Worthey G., 1994, ApJ Suppl. 95, 107

Woudt P.A., Kraan-Korteweg R.C., 2000, in:"Mapping the hidden Universe: the Universe behind the Milky Way", astro-ph/0006126

Xue Y.J., Wu X.P., 2000, ApJ 538, 65

Xue X.X., Rix H.W., Zhao G., et al., 2008, ApJ 684, 1143

Yahil A., Strauss M.A., Davis M., Huchra J.P., 1991, ApJ 372, 380

Yamauchi C., Goto T., 2004, MNRAS 352, 815

Yu Q., Lu Y., 2005, ApJ 620, 31

Yun M.S., Ho P.T.P., Lo K.Y., 1994, Nature, 372, 530

Yun M.S., Reddy N.A., Condon J.J., 2001, ApJ 554, 803 (astro-ph/0102154)

Zabludoff A.I., 1999, IAU Symp. 192, "The Stellar Content of Local Group Galaxies", astro-ph/9904332

Zaritsky D., 1994, in:"3rd CTIO/ESO Workshop – The Local Group: Comparative and Global Properties", p. 187, Eds. A. Layden, R.C. Smith, J. Storm

Zel'dovich Ya.B. (Зельдо́вич Я. Б.), 1970, A&A, 5, 84

Zel'dovich Ya.B., 1972, MNRAS 160, 1P

Zel'dovich Ya.B., 1978, in: "The large scale structure of the universe", IAU Symp. 79, p. 409

Zibetti S., White S.D.M., Schneider D.P., Brinkmann J, 2005, MNRAS 358, 949

Zucca E., Zamorani G., Vettolani G., et al., 1997, A&A 326, 477

Zwicky F., 1933, Helv. Phys. Acta 6, 110 – Traduzido em: ned.ipac.caltech.edu/level5 Em inglês, com adições: 1937, ApJ 86, 217

Zwicky F., 1937, Phys. Rev. 51, 290

Zwicky F., 1951, PASP 63, 61

Zwicky F., 1957, "Morphological Astronomy", p.220, Berlin:Springer-Verlag

Aproximações para cosmologia

Aproximações para *lookback-time*

Para $\Omega_\Lambda = 2/3$ e $\Omega_M = 1/3$:

$$t_L(z) = \frac{1}{H_0}\sqrt{\frac{2}{3}}\left[\text{arcsenh}\,\sqrt{2} - \text{arcsenh}\left(\frac{\sqrt{2}}{(1+z)^{3/2}}\right)\right]$$

Para $\Omega_\Lambda = 3/4$ e $\Omega_M = 1/4$:

$$t_L(z) = \frac{1}{H_0}\frac{4}{3\sqrt{3}}\left[\text{arcsenh}\,\sqrt{3} - \text{arcsenh}\left(\frac{\sqrt{3}}{(1+z)^{3/2}}\right)\right]$$

Para $\Omega_\Lambda = 4/5$ e $\Omega_M = 1/5$:

$$t_L(z) = \frac{1}{H_0}\frac{\sqrt{5}}{3}\left[\text{arcsenh}\,2 - \text{arcsenh}\left(\frac{2}{(1+z)^{3/2}}\right)\right]$$

Para $\Omega_\Lambda = 0$ e $\Omega_M = 1$:

$$t_L(z) = \frac{1}{H_0}\frac{2}{3}\left(1 - \frac{1}{(1+z)^{3/2}}\right)$$

Para $\Omega_\Lambda = 0$ e $\Omega_M = 0$:

$$t_L(z) = \frac{1}{H_0}\frac{z}{1+z}$$

Para $\Omega_\Lambda = 0$ e $\Omega_M \neq 0$ ou $\Omega_M \neq 1$:

$$t_L(z) = \frac{1}{H_0}\frac{\left(\sqrt{1+\Omega_M\,z} - 1 - z\right)}{(\Omega_M - 1)(1+z)} - \frac{\Omega_M\,\left[\text{arccoth}(\sqrt{1-\Omega_M}) - \text{arctanh}\left(\sqrt{\frac{1+\Omega_M\,z}{1-\Omega_M}}\right)\right]}{(1-\Omega_M)^{3/2}}$$

Para $z \ll 1$

$$t_L(z) \approx \frac{1}{H_0}\left[z - \left(1 + \frac{\Omega_M}{4} - \frac{\Omega_\Lambda}{2}\right)z^2\right]$$

Para $\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$:

$$t_L(z) = \frac{1}{H_0}\frac{2}{3\sqrt{\Omega_\Lambda}}\left(\text{arccoth}\left[\sqrt{\Omega_\Lambda}\right] - \text{arctanh}\left[\sqrt{\frac{\Omega_\Lambda - (\Omega_\Lambda - 1)(1+z)^3}{\Omega_\Lambda}}\right]\right)$$

Idade do Universo

Para $\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$ e $\Omega_M < 1$:

$$t(z) = \frac{1}{3H_0\sqrt{1-\Omega_M}}\ln\left(\frac{g+1}{g-1}\right)\,, \quad g \equiv \sqrt{\frac{1+\Omega_M\,z\,[3+z(3+z)]}{1-\Omega_M}}$$

Aproximações para distância comóvel

Para $\Omega_\Lambda = 0$:

$$d_{cm} = \frac{c}{H_0}\times\begin{cases} (1-\Omega_M)^{-1/2}\log\left[\frac{\Omega_M(1+\sqrt{1-\Omega_M})\,(\sqrt{1-\Omega_M\,z}-1)}{\Omega_M(1-\sqrt{1-\Omega_M})\,(\sqrt{1+\Omega_M\,z}-1)}\right] & ;\quad \Omega_M < 1\,, \\ \\ 2\left[1-(1+z)^{-1/2}\right] & ;\quad \Omega_M = 1\,. \end{cases} \tag{493}$$

Para $\Omega_\Lambda + \Omega_M = 1$, a série de Taylor em torno de $z = 0$:

$$d_{cm} \approx \frac{c}{H_0}\times\left[z - \frac{3}{4}\Omega_M z^2 - \frac{\Omega_M}{2}\left(\frac{1-9\Omega_M}{4}\right)z^3 - \frac{\Omega_M}{8}\left(1 - \frac{27\Omega_M}{2} + \frac{135\Omega_M^2}{8}\right)z^4\right] \quad (z \lesssim 1)\,. \tag{494}$$

ou, uma opção mais interessante,

$$d_{cm} \approx \frac{c}{H_0}\times\left[\frac{z\left(1 - \Omega_M\left(z^2-17\right) + \Omega_M^2\left(11z^2 - 54z + 124\right)\right)}{(7\Omega_M+1)^{5/2}}\right] ; \quad (z \lesssim 2.5) \tag{495}$$